



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΑΠΟΚΟΛΛΗΣΗΣ  
ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΠΟΤΟΜΗ ΔΙΕΥΡΥΝΣΗ**

**ΒΟΥΛΤΣΟΥ ΔΙΟΝΥΣΙΑ- ΜΑΡΙΑ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΚΑΛΑΡΑΚΗΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ**  
**ΛΕΚΤΟΡΑΣ**

**ΠΑΤΡΑ 2019**



## Ευχαριστίες

Το παρόν τεύχος αποτελεί την διπλωματική εργασία που εκπονήθηκε στο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Τ.Ε του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδας, κατά την χρονική περίοδο 2018 – 2019 υπό την καθοδήγηση του Λέκτορα κ. Αλέξανδρου Καλαράκη. Το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι “Υπολογιστική προσομοίωση αποκόλλησης ροής σε απότομη διεύρυνση”, αποτελεί το επιστέγασμα τόσο προσωπικής προσπάθειας όσο και σημαντικής βοήθειας από πολλούς ανθρώπους τους οποίους από αυτή την θέση, θα ήθελα να ευχαριστήσω.

Πρώτους από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Αλέξανδρο Καλαράκη, ο οποίος με εμπιστεύτηκε παραχωρώντας μου αυτή την εργασία αλλά και με στήριξε καθ’ όλη την διάρκεια των σπουδών μου. Επίσης οφείλω να ευχαριστήσω τον Επιστημονικό συνεργάτη κ. Αλέξανδρο Ρωμαίο για τις εύστοχες παρατηρήσεις και επισημάνσεις του αλλά και για το ενδιαφέρον που έδειξε για τη πρόοδο της εργασίας. Είμαι ευγνώμων τόσο για την εμπιστοσύνη που μου επέδειξαν οι αναφερθέντες όσο και για την συνεργασία μας, από την οποία έχω αποκομίσει σημαντικά εφόδια για το μέλλον.

Τέλος το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στους γονείς μου Σπύρο και Αδριανή για την αμέριστη στήριξη σε κάθε προσπάθεια μου για την επίτευξη των στόχων μου. Είμαι ευγνώμων για την καθημερινή τους συμπαράσταση, υπομονή και θετική σκέψη όπου αποτέλεσαν στιβαρό στήριγμα για την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής που είχε τεθεί σαν προσωπικός μου στόχος. Να μην παραλείψω τις φίλες μου και να τις ευχαριστήσω για την θετική τους σκέψη και συμπαράσταση σε αυτό το ταξίδι.

Αφιερωμένη στους Γονείς μου και στην Γιαγιά μου

ΒΟΥΛΤΣΟΥ ΔΙΟΝΥΣΙΑ – ΜΑΡΙΑ

Πάτρα 2019



## Περίληψη

Η υπολογιστική ρευστοδυναμική (CFD) είναι ένας κλάδος της μηχανικής των ρευστών που χρησιμοποιεί αριθμητικές ανάλυση και αλγορίθμους για την επίλυση, την ανάλυση και την απεικόνιση προβλημάτων που αφορούν ρευστά. Η υπολογιστική κυματομηχανική δίνει την δυνατότητα σε επιστήμονες να εκτελούν "αριθμητικά πειράματα" σε ένα "εργαστήριο εικονικής ροής", η γνώση του τρόπου ροής των υγρών και οι επιπτώσεις τους στα στερεά με τα οποία έρχονται σε επαφή, βοηθά τους μηχανικούς να έχουν ένα άνετο και ασφαλές περιβάλλον εργασίας και να επιτύχουν τη μέγιστη απόδοση των προϊόντων τους με το ελάχιστο κόστος. Κατά κανόνα, η υπολογιστική ρευστομηχανική δεν αντικαθιστά εντελώς τις πειραματικές μετρήσεις, αλλά σε συνδυασμό με τα κατάλληλα πειράματα μπορεί να αποτελέσει ένα αποδοτικό και οικονομικό εργαλείο για την πρόβλεψη της απόκρισης του συστήματος σε ένα ευρύ φάσμα συνθηκών λειτουργίας, οι προσομοιώσεις σε σύγκριση με τα πειράματα θα μπορούσαν να είναι φθηνότερες και γρηγορότερες, σήμερα πλέον η υπολογιστική ρευστομηχανική αποτελεί αναπόσπαστο "τμήμα" σε πολυάριθμες βιομηχανίες όπως η ναυτιλία οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, το πετρέλαιο και το φυσικό αέριο, την βιοτεχνολογία, την αεροδιαστημική, την αυτοβιομηχανία κ.ο.κ

Στην παρούσα εργασία μελετάμε με την βοήθεια της υπολογιστικής ρευστομηχανικής την ροή εντός καναλιού με απότομη διεύρυνση, γεωμετρία όπου συναντάται σε πολυάριθμες εφαρμογές ρευστών όπως επιγραμμικά θα αναφέρουμε, εναλλάκτες θερμότητας, καυστήρες απορριμμάτων, πυρηνικοί αντιδραστήρες, διαχυτήρες, συστήματα κλιματισμού, καθώς και σε συστήματα αγωγών σε βιομηχανίες(χημικών, πετρελαίου),ακόμα και σε εφαρμογές πρακτικής εφαρμοσμένης μηχανικής, όπως η επεξεργασία τροφίμων, η φαρμακευτική, η χημεία και η ιατρική. Η γεωμετρία ενός καναλιού με απότομη διεύρυνση είναι απλή και εύκολη στην κατανόηση, η ροή εντός αυτού όμως είναι αυτή που απαιτεί την προσοχή μας, η ροή εντός του καναλιού παρουσιάζει τα εξής φαινόμενα που αναφέρονται στην μηχανική των ρευστών, αποκόλληση οριακού στρώματος, ανακυκλοφορία της ροής και επανασύνδεση της ροής. Η γνώση των συνθηκών κάτω από τις οποίες παρατηρούνται αυτά τα φαινόμενα βοηθάει στην ανάπτυξη μεθόδων για την καθυστέρηση ή και την αποφυγή των ανεπιθύμητων επιπτώσεων που επιφέρουν, όπως η διαταραχή της ροής, η δημιουργία δινών και η μεγάλη απώλεια

κινητικής ενέργειας. Στόχος της μελέτης της ροής εντός του καναλιού είναι η γνώση των στοιχείων που προκαλούν τα ανεπιθύμητα φαινόμενα στη ροή και η εφαρμογή μεθόδων για την αποφυγή ή και την μείωση αυτών.

Στο ακόλουθο τεύχος όπου έχει χωριστεί σε κεφαλαία αναλύονται :

- **Πρώτο κεφάλαιο**: γίνεται λεπτομερής περιγραφή της ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση.
- **Δεύτερο κεφάλαιο**: έχουν αναπτυχτεί απαραίτητες βασικές έννοιες της μηχανικής των ρευστών που θα βοηθήσουν στην κατανόηση της υπολογιστικής επίλυσης της ροής εντός του καναλιού.
- **Τρίτο κεφάλαιο**: περιγράφονται τρόποι έλεγχου ροών.
- **Τέταρτο κεφάλαιο**: αναλύονται οι βασικές αρχές του υπολογιστικού προγράμματος εξομοίωσης (CFD) Ansys Fluent με το οποίο πραγματοποιούνται οι υπολογιστικές αναλύσεις.
- **Πέμπτο κεφάλαιο**: παρουσιάζεται αναλυτικά τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την προσομοίωση της μόνιμης ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση.
- **Έκτο κεφάλαιο**: παρουσιάζεται αναλυτικά τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την προσομοίωση της ροής στο κανάλι με την ύπαρξη συνθετικού jet στην βάση του καναλιού.
- **Έβδομο κεφάλαιο** : παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την ροή στο κανάλι με και χωρίς την ύπαρξη συνθετικού jet.
- **Ογδοο κεφάλαιο**: στο τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα σχόλια μας και τα συμπεράσματα για τα αποτελέσματα, αλλά και προτάσεις για βελτίωση που θα μπορούσαν να αποτελέσουν μελλοντικές μελέτες.

**Λέξεις-κλειδιά**: κανάλι με απότομη διεύρυνση, κανάλι με βαθμίδα κατάβασης, μήκος ανακυκλοφορίας, αποκόλληση οριακού στρώματος, έλεγχος ροής, ενεργητικός έλεγχος ροής, synthetic jet, υπολογιστική ρευστομηχανική.

## **Abstract**

Computational Fluid Dynamics (CFD) is a fluid engineering branch that uses numerical analysis and algorithms to solve, analyze and visualize fluid-related problems. Computational Fluid Mechanics enables scientists to perform "numerical experiments" in a "virtual flow laboratory", knowledge of the flow of liquids and their effects on the solids they come into contact with, helps engineers to have a comfortable and secure work environment and achieve the maximum performance of their products at the minimum cost. As a rule, computational fluid mechanics does not completely replace measurements, but in combination with appropriate experiments it can be an efficient and cost-effective tool for predicting the system's response to a wide range of operating conditions, simulations compared to experiments could be cheaper and faster, you are now using computerized fluid engineering as an integral part of numerous industries such as shipping, renewable energy, petroleum and natural gas, biotechnology, aerospace, the automotive industry and so on.

In the present study we study with the help of computational fluid mechanics the channel flow with a sharp enlargement, geometry where it is encountered in numerous fluid applications, such as, for example, heat exchangers, waste incinerators, nuclear reactors, diffusers, air conditioning systems, industries (chemicals, oil), and even in engineering applications such as food processing, pharmaceuticals, chemistry and medicine. The geometry of a channel with a steep is simple and easy to understand, but the flow inside is the one that requires our attention, the flow inside the canal shows the following phenomena: fluid delineation, boundary layer detachment, flow recirculation and reconnecting the flow. Knowing the conditions under which these phenomena occur helps to develop methods for delaying and or avoiding undesirable effects such as flow disturbance, birthing and large loss of kinetic energy. The goal of studying intra-channel flow is to know the elements that cause unwanted effects in the flow and to apply methods to avoid and or reduce them.

**Chapter One:** A detailed description of flow within a channel with a steep enlargement and a small historical retrospective in previous studies.

**Chapter Two:** Essential basic concepts of fluid engineering have been developed to help comprehend the computational solution of flow within the channel.

**Chapter Three:** Describes ways to control flows.

**Chapter Four:** analyzes the basic principles of the Ansys Fluent Computing Program (CFD) with which the computational analyzes are performed.

**Chapter Fifth:** analyzes the steps taken to simulate permanent channel flow with a steep enlargement.

**Chapter Six:** analyzes the steps that I followed to simulate channel flow with the existence of a synthetic jet at the base of the channel.

**Chapter Seventh:** Results for channel flow with and without synthetic jet are presented.

**Eighth chapter:** The last chapter presents our comments and conclusions about the results, as well as suggestions for improvement that could be future studies.

**Key words:** Backward facing step, Recirculation length, reattachment length, Flow control, Active flow control, Synthetic jet, Computational fluid dynamics.



## ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΜΗ ΛΟΓΟΚΛΟΠΗΣ

**Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή:** Η κάτωθι υπογεγραμμένη Φοιτήτρια έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Πτυχιακής Εργασίας, έχω δε αναφέρει στην Βιβλιογραφία μου όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έλαβα ιδέες ή δεδομένα. Δηλώνω επίσης ότι, οποιοδήποτε στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το διαδίκτυο, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πηγή προέλευσης.

Η Φοιτήτρια

ΒΟΥΛΤΣΟΥ ΔΙΟΝΥΣΙΑ- ΜΑΡΙΑ



## Πίνακας περιεχομένων

<b>1</b>	<b>Ροή σε βαθμίδα κατάβασης- Backward Facing Step (BFS).....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Απαραίτητες έννοιες της μηχανικής των ρευστών .....</b>	<b>3</b>
2.1	Εμβολική και Παραβολική ροή .....	3
2.2	Τοιχωματική διατμητική τάση(Wall Shear Stress) .....	4
2.3	Μόνιμη και μη μόνιμηροή (steady and unsteady flow) .....	5
2.4	Συμπιεστή και Ασυμπιεστή ροή (Incompressible Compressible Flow).....	6
2.5	Οριακό στρώμα και αποκόλληση οριακού στρώματος.....	6
2.6	Αριθμός Reynolds.....	8
2.7	Τυρβώδης ροή .....	9
2.8	Εξίσωση διατήρησης.....	9
2.8.1	Εξίσωση συνέχειας.....	9
2.8.2	Διατήρηση της ορμής.....	11
2.8.3	Διατήρηση ενέργειας.....	14
<b>3</b>	<b>Τεχνικές ελέγχου ροής ρευστού.....</b>	<b>17</b>
3.1	Παθητικός έλεγχος(passive flow control) .....	17
3.2	Ενεργητικός έλεγχος(active flow control).....	18
<b>4</b>	<b>Εισαγωγή στην υπολογιστική ρευστοδυναμική .....</b>	<b>21</b>
4.1.1	Ορισμός της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής .....	21
4.1.2	Ιστορία της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής.....	21
4.1.3	Προ-επεξεργαστής (Pre-processor).....	22
4.1.4	Επιλυτής (solver) .....	22
4.1.5	Μετά-επεξεργαστής(Post-processor) .....	23
4.1.6	Γεωμετρία (Geometry) .....	23
4.1.7	Υπολογιστικό πλέγμα (grid) .....	23
4.1.8	Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Grid quality) .....	26
4.1.9	Καθορισμός παραμέτρων προβλήματος (συνοριακές, αρχικές συνθήκες).....	28
4.1.10	Διαδικασία επίλυσης .....	29
4.1.11	Μοντελοποίηση τη τύρβης .....	30
4.1.12	Το μοντέλο Standard k-ε .....	30
4.1.13	Το μοντέλο k-ε RNG.....	31
4.1.14	Το μοντέλο k-ε Realizable.....	32
4.1.15	Το μοντέλο k-ω standard .....	32
4.1.16	Το μοντέλο k-ω SST .....	33
4.1.17	Οριακό στρώμα (boundary layer) .....	34

4.1.18	Μοντελοποίηση οριακού στρώματος .....	37
<b>5</b>	<b>Προσομοίωση μόνιμης ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση .....</b>	<b>43</b>
5.1	Γεωμετρία.....	43
5.2	Διακριτοποίηση .....	45
5.3	Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος (mesh independence).....	52
5.4	Επίλυση.....	57
5.4.1	Επιλογή επιλύτη.....	57
5.4.2	Επιλογή ροϊκού μοντέλου.....	59
5.4.3	Καθορισμός ιδιοτήτων υλικών.....	60
5.4.4	Συνοριακές συνθήκες .....	61
5.4.5	Καθορισμός μεθόδου επίλυσης.....	64
	Εικόνα 5-22: Καθορισμός μεθόδου επίλυσης.....	65
5.4.6	Καθορισμός κριτηρίου σύγκλισης .....	66
	Εικόνα 5-23:Καθορισμός κριτηρίου σύγκλισης.....	66
5.4.7	Αρχικοποίηση επιλύτη .....	67
<b>6</b>	<b>Προσομοίωση παλμικής ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση- Active flow control (Synthetic jet).....</b>	<b>74</b>
6.1	Synthetic Jet Ενεργητικός έλεγχος (active flowc ontrol) .....	74
6.1.1	Γεωμετρία.....	75
6.1.2	Διακριτοποίηση.....	77
6.1.3	Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος synthetic jet.....	77
6.1.4	Επίλυση .....	79
6.1.5	Επιλογή επιλύτη.....	81
6.1.6	Συνοριακές συνθήκες .....	81
6.1.7	Επίλυση .....	84
6.2	Προσομοίωση της ροής στο κανάλι με την ύπαρξη του ενεργητικού ελέγχου synthetic jet.....	87
6.2.1	Γεωμετρία-Διακριτοποίηση.....	87
6.2.2	Επιλογή ροϊκού μοντέλου.....	88
6.2.1	Συνοριακές συνθήκες .....	89
6.2.2	Επίλυση .....	90
6.2.3	Επαλήθευση των αποτελεσμάτων .....	91
<b>7</b>	<b>Υπολογιστικά αποτελέσματα .....</b>	<b>94</b>
7.1	Υπολογιστικάαποτελέσματαστρωτήςροήςγια $100 \leq Re \leq 400$ .....	95
7.2	Υπολογιστικά αποτελέσματα για μεταβατική και τυρβώδη ροή $500 \leq Re \leq 4000$ ....	101
7.2.1	Επιλογήροϊκούμοντέλου.....	101

7.2.1	Υπολογιστικά αποτελέσματα.....	103
7.3	Υπολογιστικά αποτελέσματα syntheticjet .....	113
	114	
7.4	Υπολογιστικά αποτελέσματα από την εφαρμογή ενεργητικού ελέγχου (synthetic jet) στο κανάλι. ....	117
<b>8</b>	<b>Συμπεράσματα και προτάσεις βελτίωσης .....</b>	<b>126</b>

## Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 1-1:	Απεικόνιση της ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση BFS. [I22] .....	2
Εικόνα 2-1:	Απεικόνιση προφίλ εμβολικής και παραβολικής ροή.[I24].....	3
Εικόνα 2-2:	Ροή ρευστού ανάμεσα σε δυο πλάκες (ροή coquette). [I17] .....	5
Εικόνα 2-3:	Κατανομή διατμητικής τάσης σε σωλήνα.[I8].....	5
Εικόνα 2-4:	Σχηματική απεικόνιση αποκόλλησης της ροής.[I15] .....	7
Εικόνα 2-5:	Σχηματική απεικόνιση της αποκόλλησης της ροής στο κανάλι. [I23] .....	8
Εικόνα 2-6:	Ροή ρευστού σε σωλήνα. [I23] .....	10
Εικόνα 2-7:	Ροή μάζας σε στοιχειώδη όγκο έλεγχου. [I23] .....	12
Εικόνα 2-8:	Ροή θερμότητας και έργου σε στοιχειώδη όγκο ελέγχου.[I23].....	15
Εικόνα 4-1:	Γεωμετρία στοιχείων υπολογιστικού πλέγματος.[I14].....	24
Εικόνα 4-2:	Στοιχεία υπολογιστικού πλέγματος.[I21] .....	24
Εικόνα 4-3:	Γεωμετρική απεικόνιση δομημένου πλέγματος (structured). [I13].....	25
Εικόνα 4-4:	Γεωμετρική απεικόνιση μη δομημένου πλέγματος (unstructured). [I20].....	26
Εικόνα 4-5:	Γεωμετρική απεικόνιση υβριδικού πλέγματος (Hybrid). [I20].....	26
Εικόνα 4-6:	Αναλογία διαστάσεων (aspect ration). [I11].....	27
Εικόνα 4-7:	Λοξότητα όγκου skewness. [I12].....	28
Εικόνα 4-8:	Γραφική απεικόνιση των χαρακτηριστικών μεγεθών του οριακού στρώματος.[I25].....	36
Εικόνα 4-9:	Απεικόνιση της ροής εντός Οριακού Στρώμα.[I19].....	37
Εικόνα 4-10:	προσεγγίσεις για την μοντελοποίηση της περιοχής κοντά στο τοίχωμα.[I16]...	40
Εικόνα 5-1:	Τρισδιάστατη απεικόνιση της πειραματικής συσκευής.....	43
Εικόνα 5-2:	Ροϊκές γραμμές σε τρισδιάστατο υπολογιστικό πεδίο.[I18] .....	44
Εικόνα 5-3:	Παράθυρο εκκίνησης του Mesher.....	45
Εικόνα 5-4:	Παράθυρο δημιουργίας mesh στο Mesher. ....	46
Εικόνα 5-5:	Απεικόνιση αλλαγών.....	46
Εικόνα 5-6:	Mapped Face Meshing. ....	47
Εικόνα 5-7:	EdgeSizing.....	47
Εικόνα 5-8:	Ορισμός number of divisions, Bias type και Bias factor.....	48
Εικόνα 5-9:	Τεχνική δημιουργίας υπολογιστικού πλέγματος στις περιοχές κοντά στα τοιχώματα. .	49
Εικόνα 5-10:	Υπολογιστικό πλέγμα.....	50
Εικόνα 5-11:	Ονομασίες των γεωμετρικών ορίων.....	50
Εικόνα 5-12:	Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Aspect Ratio).....	51
Εικόνα 5-13:	Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Orthogonal Quality).....	51
Εικόνα 5-14:	Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (skewness). ....	52

Εικόνα 5-15:Αλγόριθμος επιλύτη Pressure – Based Segregate. ....	58
Εικόνα5-16:Επιλογή επιλύτη.....	59
Εικόνα 5-17:Επιλογή μοντέλου προσομοίωσης.....	60
Εικόνα 5-18:Καθορισμός ιδιοτήτων αέρα. ....	60
Εικόνα 5-19:Ορισμός συνθηκών στην είσοδο του καναλιού. ....	62
Εικόνα 5-20:Ορισμός συνθηκών στα τοιχώματα του καναλιού. ....	63
Εικόνα 5-21:Ορισμός συνθηκών στην έξοδο του καναλιού. ....	63
Εικόνα 5-22: Καθορισμός μεθόδου επίλυσης.....	65
Εικόνα 5-23:Καθορισμός κριτηρίου σύγκλισης. ....	66
Εικόνα 5-24:Αρχικοποίηση επιλύτη. ....	67
Εικόνα 5-25:Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για μοντέλο Laminar και $Re = 200$ με κριτήριο σύγκλισης $10^{-5}$ .....	68
Εικόνα 5-26:Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για μοντέλο k- $\omega$ SST και $Re = 500$ με κριτήριο σύγκλισης $10^{-5}$ . ....	68
Εικόνα 5-27:Καταγραφή των residuals για μοντέλο Laminar και $Re = 200$ .....	69
Εικόνα 5-28:Καταγραφή των residuals για μοντέλο k- $\omega$ SST και $Re = 500$ .....	69
Εικόνα 6-1:Synthetic jet.[I6] .....	74
Εικόνα 6-2:Απεικόνιση ροϊκών γραμμών για την πρώτη γεωμετρία του jet ( $f=150$ .....	76
Εικόνα 6-3:Απεικόνιση ροϊκών γραμμών για την δεύτερη γεωμετρία του jet ( $f=150$ Hz $A=0.5$ mm).....	76
Εικόνα 6-4:Απεικόνιση ροϊκών γραμμών( $f=150$ Hz $A=0.5$ mm).[I5].....	76
Εικόνα 6-5:Υπολογιστικό πλέγμα (synthetic jet).....	77
Εικόνα 6-6:Επιλογή επιλύτη.....	81
Εικόνα 6-7:Εισαγωγή UDF εξίσωσης.....	82
Εικόνα6-8:Ορισμός συνθηκών στην είσοδο του jet.....	83
Εικόνα 6-9:Ορισμός υπολογιστικών επαναλήψεων, χρονικού βήματος και αριθμός χρονικών βημάτων.....	84
Εικόνα 6-10: Απεικόνιση της συσχέτιση του αριθμού Courant με την διάρκεια του χρονικού βήματος προσομοίωσης.[I25].....	85
Εικόνα6-11:Αριθμός Courant προσομοίωσης jet.....	86
Εικόνα 6-12:Υπολογιστικό πλέγμα (backward facing step with synthetic jet).....	87
Εικόνα 6-13:Ονομασίες των γεωμετρικών ορίων. ....	88
Εικόνα 6-14: Ορισμός υπολογιστικών επαναλήψεων, χρονικού βήματος και αριθμός χρονικών βημάτων. ....	90
Εικόνα 6-15: Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για χρονικά μη μόνιμη ροή, για μοντέλο k- $\omega$ SST με κριτήριο σύγκλισης $10^{-5}$ . ....	91
Εικόνα 6-16:Καταγραφή των residuals για μοντέλο K- $\omega$ SST για συχνότητα λειτουργίας jet 90 Hz και ταχύτητα κυρίως ροής 1m/s.....	92
Εικόνα 7-1:Απεικόνιση του συμβολισμού των μήκων ανακυκλοφορίας της ροή. ....	95
Εικόνα 7-2: Velocity contour.....	98
Εικόνα7-3: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=100$ .....	99
Εικόνα7-4: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=150$ . ....	99
Εικόνα7-5: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=200$ . ....	99
Εικόνα7-6: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=250$ . ....	99
Εικόνα7-7: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=300$ . ....	100
Εικόνα7-8: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=350$ . ....	100
Εικόνα7-9: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=400$ . ....	100

Εικόνα7-10:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=500$ και ροϊκό μοντέλο k-ε RNG Enhanced Wall Treatment. ....	102
Εικόνα7-11:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=500$ και ροϊκό μοντέλο k-ε RNG Non Equilibrium. ....	102
Εικόνα7-12:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=500$ και ροϊκό μοντέλο k-ε Standard. ....	102
Εικόνα7-13:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=500$ και ροϊκό μοντέλο k- $\omega$ SST. ....	102
Εικόνα 7-14: Velocity contours . ....	108
Εικόνα 7-15: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=500$ . ....	109
Εικόνα 7-16: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=1000$ . ....	109
Εικόνα 7-17: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=2000$ . ....	109
Εικόνα 7-18: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=3000$ . ....	109
Εικόνα 7-19: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=4000$ . ....	110
Εικόνα 7-20: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=5000$ . ....	110
Εικόνα 7-21: Ροϊκές γραμμές ταχύτητα ς για $Re=10000$ . ....	110
Εικόνα 7-22: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για $Re=20000$ . ....	110
Εικόνα7-23: Απεικόνιση των διανυσμάτων ταχύτητας για μια χρονική στιγμή έμφυσης και μια αναρρόφησης της ροής. ....	114
Εικόνα7-24: Velocitycontours για συχνότητα λειτουργίας jet 90Hz και ταχύτητα κυρίως ροής1m/s. ....	123
Εικόνα 7-25: Σύγκριση της ροής με (αριστερά) και χωρίς (δεξιά) την ύπαρξη του synthetic jet . ....	123

## Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 4-1:Συνοπτική περιγραφή των μοντέλων τύρβης.[21] .....	42
Πίνακας 5-1: Υπολογισμός Bias factor .....	49
Πίνακας 5-2:Υπολογισμός της ταχύτητας σε απόσταση 0,2 από το εμπόδιο .....	53
Πίνακας5-3:Ποιότητα επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος .....	57
Πίνακας 5-4:Συνοριακές συνθήκες .....	61
Πίνακας 5-5:Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για μοντέλο Laminar και $Re = 200$ . .....	69
Πίνακας 5-6:Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για μοντέλο k- $\omega$ SST και $Re = 500$ . .....	69
Πίνακας 5-7:Υπολογισμός του παράγοντα $y +$ για μοντέλο k- $\omega$ SST και $Re = 500$ . .....	71
Πίνακας 6-1:Καταγραφή διαστάσεων των γεωμετριών του jet .....	75
Πίνακας 6-2:Αριθμός κελιών υπολογιστικού πλέγματος .....	78
Πίνακας 6-3:Ποιότητα επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος .....	79
Πίνακας6-4:Συνοριακές συνθήκες .....	81
Πίνακας 6-5:Υπολογισμός αριθμού Strouhal .....	83
Πίνακας 6-6: Συνοριακές συνθήκες .....	89
Πίνακας 6-7 Υπολογισμός αριθμού Strouhal .....	89
Πίνακας 6-8:Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για συχνότητα λειτουργίας jet 90 Hz και ταχύτητα κυρίως ροής 1m/s. ....	92
Πίνακας 7-1: Επεξήγηση συμβολισμών .....	95
Πίνακας7-2:Μήκος ανακυκλοφορίας για τους αριθμούς Reynolds του εύρους $100 \leq Re \leq 400$ .96	
Πίνακας 7-3 : Καταγραφή του μήκους επανασύνδεσης για κάθε ένα από τα προς εξέταση τυρβώδη ροϊκά μοντέλα. ....	101
Πίνακας7-4:Μήκος επανακυκλοφορίας για τους αριθμούς Reynolds εύρους.....	105
Πίνακας7-5:Μήκη ανακυκλοφορίας για $100 \leq Re \leq 5000$ .....	111
Πίνακας 7-6: Velocity contours .....	116



## Κατάλογος διαγραμμάτων

Διάγραμμα 4-1: Λογαριθμικό διάγραμμα της αδιάστατης ταχύτητας ως προς το αδιάστατο ύψος.....	39
Διάγραμμα 5-1:Εξάρτηση της λύσης από την πυκνότητα του πλέγματος.....	53
Διάγραμμα 5-2:Προφίλ ταχύτητας στην αρχή του step.....	54
Διάγραμμα 5-3:Προφίλ ταχύτητας σε απόσταση 0,1 m από το step.....	54
Διάγραμμα5-4:Προφίλ ταχύτητας σε απόσταση 0,2 m από το step.....	55
Διάγραμμα 5-5:Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού για στρωτή ροή $Re=200$ .	56
Διάγραμμα 5-6:Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού για τυρβώδη ροή $Re=500$ . .....	56
Διάγραμμα 5-7: Σφάλμα διατήρησης μάζας.....	70
Διάγραμμα 5-8: Σφάλμα διατήρησης μάζας.....	70
Διάγραμμα 5-9:Μέγιστη τιμή του παράγοντα $y+$ .....	71
Διάγραμμα5-10: Κατανομή διατμητικής τάσης του τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$ SST και $Re=500$ . .....	72
Διάγραμμα 7-1: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο Laminar ( $100 \leq Re \leq 400$ ). (Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού.).....	96
Διάγραμμα7-2: Επίδραση του Reynolds στο μήκος ανακυκλοφορίας.....	97
Διάγραμμα7-3: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$ SST ( $500 \leq Re \leq 3000$ ). (Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού). .....	104
Διάγραμμα7-4: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$ SST ( $3500 \leq Re \leq 5000$ ). (Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού.).....	104
Διάγραμμα7-5: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$ SST ( $10000 \leq Re \leq 20000$ ). Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού. ....	105
Διάγραμμα7-6: Κατανομή διατμητικής τάσης του άνω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$ SST ( $500 \leq Re \leq 3000$ ).....	106
Διάγραμμα7-7: Μήκη αποκόλλησης και επανασύνδεσης της ροής συναρτήσει του αριθμού Reynolds Number. ....	112
Διάγραμμα 7-8:Διάγραμμα ταχύτητας για το χρονικό διάστημα δυο περιόδων.....	113
Διάγραμμα7-9:Κατανομήακτινικήςταχύτηταςστηνταλαντευόμενημεμβράνη.....	114
Διάγραμμα7-10: Κατανομήακτινικήςταχύτηταςστηνέξοδοτηςκοιλότητας. ....	115
Διάγραμμα7-11:Κατανομή ακτινικήςταχύτηταςστηνέξοδοτουστομίου. ....	115
Διάγραμμα 7-12: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) με και χωρίς την εφαρμογή synthetic jet. ....	124

## Κατάλογος συμβόλων

- **h** : Ύψος εισόδου καναλιού [m]
- **H** : Ύψος εξόδου καναλιού [m]
- **S** : Ύψος εμποδίου [m]
- **L<sub>1</sub>**: Μήκος πριν το εμπόδιο [m]
- **L<sub>2</sub>**: Μήκος μετά το εμπόδιο [m]
- **Re** : Reynolds number  $Re = \frac{\rho U_b D}{\mu}$
- **ρ**: Πυκνότητα του αέρα  $\rho = 1,225 [kg/m^3]$
- **μ**: Δυναμικό ιξώδες του αέρα  $1,8 \cdot 10^{-5} [kg/ms]$
- **U<sub>b</sub>**: Ταχύτητα εισόδου [m/s]
- **D**: Υδραυλική διάμετρος [m]  $D = 4 \frac{A}{C}$
- **A**: η επιφάνεια διατομής [m<sup>2</sup>]
- **C**: Βρεχόμενη περίμετρος
- **U<sup>+</sup>**: Αδιάστατη ταχύτητα :  $U/U_\tau$
- **y<sup>+</sup>**: Αδιάστατη απόσταση :  $\frac{y}{\nu} U_\tau$
- **d<sub>c</sub>** : Πλάτος κοιλότητας [mm]
- **h<sub>e</sub>** : Ύψος κοιλότητας [mm]
- **h<sub>o</sub>** : Ύψος στομίου [mm]
- **d<sub>o</sub>** : Πλάτος στομίου [mm]
- **A** : πλάτος ταλάντωσης διαφράγματος [mm]
- **X<sub>1</sub>** : Μη κανονικοποιημένο μήκος βασικής ανακυκλοφορίας [m]
- **X<sub>2</sub>** : Μη κανονικοποιημένο μήκος έναρξης ανακυκλοφορίας στο επάνω τοίχωμα [m]
- **X<sub>3</sub>** : Μη κανονικοποιημένο μήκος επανασύνδεσης της ανακυκλοφορίας στο επάνω τοίχωμα [m]
- **Strouhal number**: ( συχνότητα εξαναγκασμού)  $St = \frac{fL}{U_0}$
- **f**: συχνότητα απόρριψης των στροβίλων (απόσπασης των δινών) [Hz]
- **L**: το χαρακτηριστικό μήκος (για παράδειγμα η υδραυλική διάμετρος ή το πάχος της αεροτομής ή το ύψος του εμποδίου ) [m]
- **U<sub>0</sub>**: είναι η μέση ταχύτητα εμφύσησης [m/s]

- **C**: Αριθμός Courant  $C = \frac{u_b \Delta t}{\Delta L}$
- **$\Delta t$** : Timestep (sec), η διάρκεια του χρονικού βήματος προσομοίωσης σε δευτερόλεπτα
- **$\Delta L$** : πλάτος στοιχείου (m)
- **Number of time steps** : ο αριθμός των χρονικών βημάτων
- **Max iteration/ time step**: ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ανά χρονικό βήμα.

## Symbol list

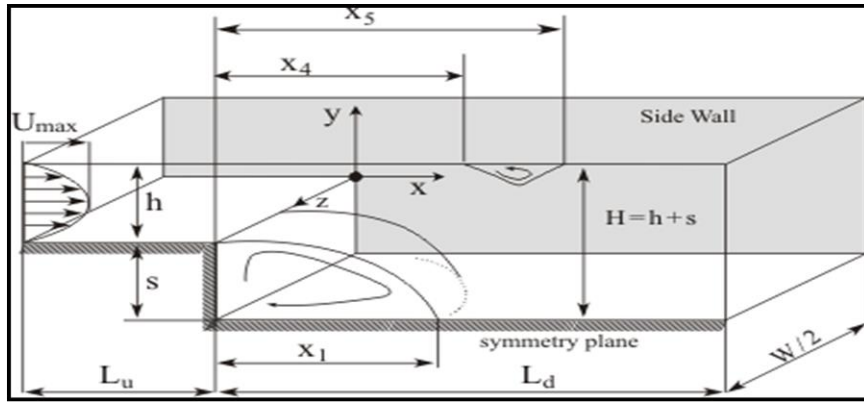
- **h** : Channel input depth[m]
- **H** : Channel output depth[m]
- **S** :step height[m]
- **L<sub>1</sub>**: Length before the step [m]
- **L<sub>2</sub>** : Length after the step [m]
- **Re** : Reynolds number  $Re = \frac{\rho U_b D}{\mu}$
- **$\rho$** : Density of air  $\rho = 1,225 [kg/m^3]$
- **$\mu$** : Dynamic Viscosity of Air  $1,8 \cdot 10^{-5} [kg/ms]$
- **$U_b$** : Input velocity [ $m/s$ ]
- **D**: Hydraulic diameter [m]  $D = 4 \frac{A}{C}$
- **A**: the cross-sectional area [ $m^2$ ]
- **C**: wetted perimeter [m]
- **d<sub>c</sub>** : cavity width [m]
- **h<sub>c</sub>** : cavity depth [m]
- **h<sub>o</sub>** : orifice depth [m]
- **d<sub>o</sub>** : orifice width [m]
- **A** : amplitude of diaphragm movement
- **X<sub>1</sub>** : Non-normalized length of basic recirculation [m]
- **X<sub>2</sub>** : Non-normalized length recirculation start length on upper wall [m]
- **X<sub>3</sub>** : Non-normalized length recirculation on top wall [m]
- **Strouhal number**: (coercion frequency)  $St = \frac{fL}{U_0}$

- $f$ : Frequency of turbine rejection (whirlpool detachment) [Hz]
- $L$ : characteristic length (for example hydraulic diameter step height ) [m]
- $U_0$ : average blowing speed [m / s] [m/s]
- $C$  : Courant number  $C = \frac{u_b \Delta t}{\Delta L}$
- $\Delta t$  : Time step (sec), the duration of the simulation time step in seconds
- $\Delta L$  : Element width (m)
- **Number of time steps**: number of time steps
- **Max iteration/ time step**: the maximum number of iterations per time step.

## 1 Ροή σε βαθμίδα κατάβασης- Backward Facing Step (BFS)

Το κανάλι με απότομη διεύρυνση της ροής (**Backward Facing Step – BFS**) αποτελεί ένα αντιπροσωπευτικό μοντέλο διαχωρισμού ροών, το οποίο το παρατηρούμε ιδιαίτερα στις αεροδυναμικές ροές, στις ροές κινητήρων, στους συμπτυκνωτές, στα οχήματα, ακόμα και σε ροή γύρω από τα κτίρια. Η ροή ρευστών σε ένα κανάλι με απότομη διεύρυνση έχει ευρεία χρήση σε πολυάριθμες εφαρμογές υγρών όπως εναλλάκτες θερμότητας, καυστήρες απορριμμάτων, πυρηνικοί αντιδραστήρες, διαχυτήρες, συστήματα κλιματισμού καθώς και συστήματα αγωγών σε βιομηχανίες(χημικών, πετρελαίου). Η γεωμετρία αυτή σχετίζεται επιπλέον με κάποιες εφαρμογές πρακτικής εφαρμοσμένης μηχανικής, όπως η επεξεργασία τροφίμων, η φαρμακευτική, η χημεία και η ιατρική. Τα τελευταία χρόνια η γεωμετρία BSF έχει αποτελέσει αντικείμενο τόσο υπολογιστικών όσο και πειραματικών μελετών.

Στο «κανάλι με απότομη διεύρυνση» το ρευστό ρέει αρχικά σε ένα κανάλι στενής διατομής και στη συνέχεια γίνεται μία απότομη διεύρυνση της διατομής, που προκαλεί διαταραχές στη ροή του ρευστού. Πιο συγκεκριμένα, δημιουργείται διαχωρισμός της ροής (*separation flow*) με αποτέλεσμα την δημιουργία περιοχών ανακυκλοφορίας (*recirculation zones*) ακολουθεί εξέλιξη αυτών των περιοχών και επανασύνδεση με την ροή. Τόσο οι περιοχές ανακυκλοφορίας όσο και το σημείο επανασύνδεσης εξαρτώνται από τις γεωμετρικές παραμέτρους του καναλιού (ύψος καναλιού, μήκος καναλιού, ύψος εμποδίου), τις ιδιότητες και την παροχή του ρευστού. Αυτές οι περιοχές χαρακτηρίζονται από αρνητικές, ως προς τη διεύθυνση της ροής, ταχύτητες και αναπτύσσονται κοντά στα τοιχώματα του καναλιού. Οι συνηθέστερες περιοχές εμφάνισης ανακυκλοφοριών είναι στο επάνω τοίχωμα του καναλιού και ακριβώς μετά το εμπόδιο, η οποία αποτελεί και τη κύρια περιοχή ανακυκλοφορίας. Στην *Εικόνα 1-1* γίνεται απεικόνιση της ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση της διατομής του.

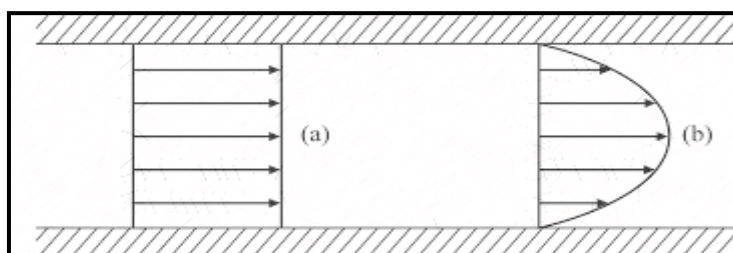


Εικόνα 1-1: Απεικόνιση της ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση BFS. [122]

## 2 Απαραίτητες έννοιες της μηχανικής των ρευστών

### 2.1 Εμβολική και Παραβολική ροή

**Εμβολική ροή (plug flow):** Όταν η παροχή του ρευστού είναι σχετικά μεγάλη και η διατομή του χώρου, όπου ρέει σχετικά μικρή, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε κατά προσέγγιση ότι όλο το ρευστό ρέει με την ίδια περίπου (μεγάλη) ταχύτητα, αυτό αντιστοιχεί στον τύπο της *εμβολικής ροής (plug flow)*. Η εμβολική είναι το συνηθέστερο εν χρήσει μοντέλο εσωτερικής ροής βασικό χαρακτηριστικό της οποίας είναι το επίπεδο μέτωπο ταχύτητας (σταθερή ταχύτητα), και ότι δεν υπάρχει καθόλου αξονική ανάμιξη (ανάμιξη συμβαίνει μόνο σε διεύθυνση κάθετη προς τη διεύθυνση της ροής, και όχι κατά τη κατεύθυνση της ροής). Το μοντέλο εμβολικής ροής (*plug flow*) συνιστά, κατά βάση, προσέγγιση της πραγματικότητας, όμως είναι αξιόπιστο και ιδιαιτέρως απλό στη χρήση του. [124]



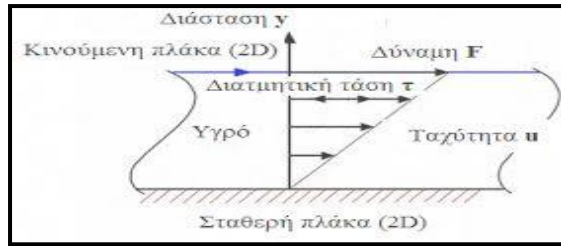
Εικόνα 2-1: Απεικόνιση προφίλ εμβολικής και παραβολικής ροής. [124]

**Πλήρως ανεπτυγμένη ροή (παραβολική ροή-parabolic flow):** Στην περίπτωση πλήρους ανάπτυξης οριακού στρώματος, η μεταβολή της εγκάρσιας κατανομής της ταχύτητας καταλαμβάνει όλη τη διατομή του πεδίου. Η κατανομή της ταχύτητας παραμένει αμετάβλητη μετά από αυτή την απόσταση, κατά την διεύθυνση της ροής, οπότε η ροή καλείται πλήρως ανεπτυγμένη. Συνεπώς, έχουμε ένα στρώμα όπου η ταχύτητα αυξάνεται αργά από το μηδέν στον τοίχο σε μία ομοιόμορφη ταχύτητα προς το κέντρο του σωλήνα. Έχει συνηθιστεί αυτό το είδος ροής να καλείται *παραβολική ροή* καθώς το προφίλ σχηματίζει μια παραβολή στο σχήμα.

## 2.2 Τοιχωματική διατμητική τάση(Wall Shear Stress)

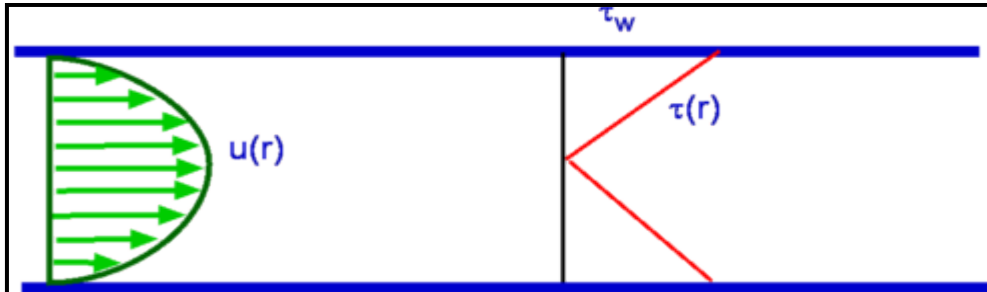
Η ιδιότητα του ιξώδους έχει ως αποτέλεσμα ότι κάθε ρευστό αντιστέκεται σε κάθε αλλαγή το σχήματος του. Έστω ένα υγρό ανάμεσα σε δυο επίπεδες πλάκες, η κάτω πλάκα είναι σταθερή και η πάνω κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η κίνηση της πλακάς είναι δυνατή με την επίδραση της δύναμης  $\mathbf{F}$ . Η συνάφεια του υγρού με το τοίχωμα, ως συνέπεια της εσωτερικής τριβής, προκαλεί τη διατμητική τάση  $\tau$  (*Shear Stress*). Αν η επιφάνεια της πλάκας είναι  $\mathbf{A}$ , τότε ισχύει για την διατμητική τάση  $\tau = \frac{F}{A}$  (2.2.1). Αυτό το είδος ροής, ονομάζεται ροή Couette. Η διατμητική τάση εκφράζεται επίσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του ρευστού  $\mathbf{u}$  μέσω της σχέσης,  $\tau_{xy} = -\mu \frac{du}{dy}$  (2.2.2), όπου ο λόγος  $\frac{du}{dy}$  εκφράζει το λόγο μεταβολής της ταχύτητας προς το μήκος στο οποίο έχουμε μεταβολή  $U/t$ , η εξίσωση αυτή είναι γνωστή ως ο *νόμος της τριβής του Νεύτωνα (Newton)*, στο νόμο του Νεύτωνα υπακούν όλα τα αέρια και τα περισσότερα από τα γνωστά υγρά τα οποία καλούνται νευτώνεια ρευστά. Όσα ρευστά δεν ακολουθούν το νόμο αποτελούν την κατηγορία των μη-νευτώνειων ρευστών. Στην σχέση (2.2.2) ο δείκτης  $xy$  σημαίνει, ότι η διατμητική δύναμη έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x$  και δρα σε επίπεδο κάθετο στην διεύθυνση  $y$ . Το αρνητικό πρόσημο είναι αναγκαίο για να προκύπτει ότι η διεύθυνση της διατμητικής τάσης του ρευστού, είναι αντίθετη προς την διεύθυνση της ταχύτητας και τη διεύθυνση της διατμητικής δύναμης στο τοίχωμα. Στην ροή Couette το ρευστό υφίσταται ορισμένη παραμόρφωση ανάλογη με την παραμόρφωση που συμβαίνει σε στερεά σώματα, όταν επιδρούν σε αυτά διατμητικές δυνάμεις. Ισχύει,  $\Delta\gamma = \frac{u_1}{h} \Delta t$  (2.2.3) και ο νόμος του Νεύτωνα γράφεται  $\tau = \mu \frac{u_1}{h}$  (2.2.4) από τον συνδυασμό των δυο παραπάνω εξισώσεων προκύπτει η γωνιακή παραμόρφωση  $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$  (2.2.5). Όπου  $h$  η απόσταση μεταξύ των δυο στερεών επιφανειών.





Εικόνα 2-2: Ροή ρευστού ανάμεσα σε δυο πλάκες (ροή coquette). [117]

Όπως είναι φανερό από την **Εικόνα 2-3** η μεγαλύτερη διατμητική τάση παρατηρείται στα τοιχώματα ενώ η ελάχιστη (μηδενική) στο κέντρο του αγωγού, ουσιαστικά παρατηρούμε σταδιακή αύξηση της διατμητικής τάσης από το μηδέν στην μέγιστη όπου τυχαίνει να καλείται **τοιχωματική διατμητική τάση (Wall Shear Stress)**, τον όρο αυτό τον συναντάμε κυρίως για ροή ρευστού σε ένα αγωγό. Το αντίθετο παρατηρούμε με την ταχύτητα, η μέγιστη ταχύτητα παρουσιάζεται στο κέντρο του αγωγού και η ελάχιστη (μηδενική) στα τοιχώματα.



Εικόνα 2-3: Κατανομή διατμητικής τάσης σε σωλήνα. [18]

### 2.3 Μόνιμη και μη μόνιμη ροή (steady and unsteady flow)

Μια ροή μπορεί να χαρακτηριστεί από άποψη κινηματικής, με βάση το χρόνο  $t$ , ως **μόνιμη ή μη μόνιμη ροή**. Όταν η ροή δεν μεταβάλλεται με το χρόνο ή όταν όλες οι χρονικές παράγωγοι των ταχυτήτων ροής είναι ίσες με μηδέν δηλαδή

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial t} = 0$$

τότε η ροή χαρακτηρίζεται ως μόνιμη. Το αντίστροφο καλείτε μη-μόνιμη ροή.

## 2.4 Συμπίεστη και Ασυμπίεστη ροή (Incompressible Compressible Flow)

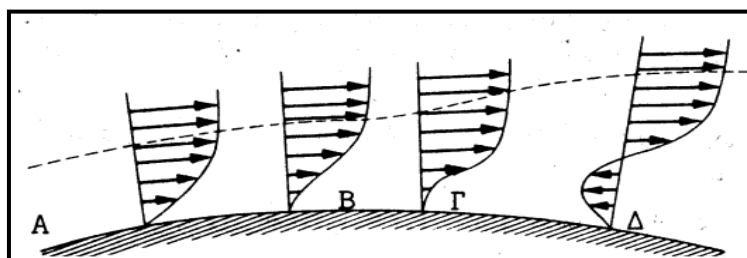
Η ειδοποιός διαφορά μεταξύ των *συμπίεστών και μη συμπίεστών ροών* είναι ότι στις πρώτες η πυκνότητα δε θεωρείται σταθερή και μεταβάλλεται συναρτήσει της πίεσης, αυτό συνήθως συμβαίνει όταν ο αριθμός Mach για μια ροή υπερβαίνει το 0.3. Οι ασυμπίεστες ροές περιγράφονται πλήρως από τις εξισώσεις για την διατήρηση της μάζας και τη διατήρηση της ορμής η θεωρία για τις συμπίεστες ροές απαιτεί και την λύση των εξισώσεων για την διατήρηση της ενέργειας και την διατήρηση της εντροπίας. Όταν ο αριθμός Mach για μια ροή είναι αρκετά μεγάλος η επίδραση της συμπίεστικότητας δεν μπορεί πλέον να αγνοηθεί καθώς η ροή θα προσαρμόζεται ανάλογα με τις διαφορές τις πυκνότητας.

## 2.5 Οριακό στρώμα και αποκόλληση οριακού στρώματος

Συμφώνα με την θεωρία του οριακού στρώματος, το ρευστό προσεγγίζει την πλάκα με ομοιόμορφη ταχύτητα  $U_\infty$ . Όταν ένα πραγματικό ρευστό έρθει σε επαφή με στερεή επιφάνεια η ταχύτητα του ρευστού πάνω από το τοίχωμα είναι μηδενική, εξαιτίας του ιξώδους. Σε κάποια απόσταση από την επιφάνεια η ταχύτητα αποκτά πάλι την σταθερή τιμή  $U_\infty$ . Η περιοχή του πεδίου ροής που ορίζεται από τις δύο αυτές οριακές τιμές της ταχύτητας 0 και  $U_\infty$  αποκαλείται *οριακό στρώμα*.

Στην *Εικόνα 2-4* φαίνεται η ροή πάνω από μια καμπύλη επιφάνεια που προκαλεί αρχικά στένωση και κατόπιν διεύρυνση της διατομής. Η διακεκομμένη γραμμή οροθετεί το οριακό στρώμα. Στη περιοχή από το σημείο A έως το σημείο B η διατομή μειώνεται σταδιακά, η ταχύτητα της εξωτερικής ροής αυξάνει και η πίεση ελαττώνεται. Πίσω από το σημείο B η κατάσταση αντιστρέφεται. Μέσα στο οριακό στρώμα οι δυνάμεις τριβής λόγω ιξώδους έχουν σαν αποτέλεσμα τη κατανομή ταχυτήτων που φαίνεται παρακάτω. Στη περιοχή από το σημείο A έως το σημείο B οι απώλειες ταχύτητας αντισταθμίζονται από τη γενική αύξηση της ταχύτητας της ροής.

Μετά το σημείο Β η μείωση ταχύτητας στις κατώτερες στοιβάδες προστίθεται στη γενική μείωση της ταχύτητας της ροής, και αν η αύξηση πίεσης είναι σημαντική, η ταχύτητα μηδενίζεται στο σημείο Γ και κατόπιν αντιστρέφεται με φορά προς τα εμπρός στο σημείο Δ. Δημιουργείται έτσι ανάμεσα στο οριακό στρώμα και την επιφάνεια μια περιοχή με δίνες. Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται ως **αποκόλληση του οριακού στρώματος**. [23]

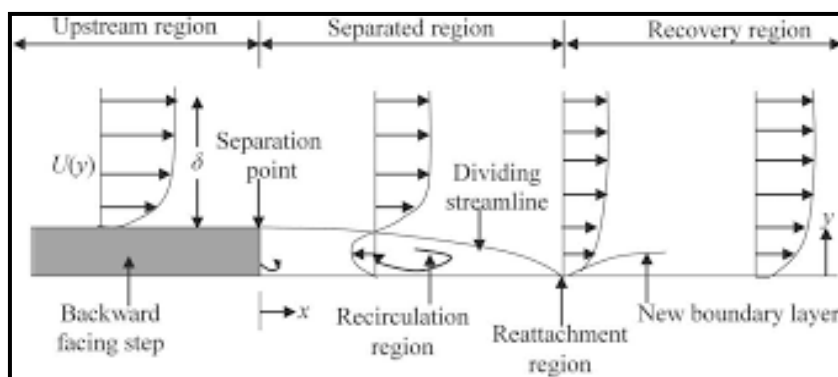


**Εικόνα 2-4: Σχηματική απεικόνιση αποκόλλησης της ροής.**[115]

Το φαινόμενο της αποκόλλησης του οριακού στρώματος χαρακτηρίζεται ως ανεπιθύμητο εξαιτίας των συνεπειών που η αποκόλληση αυτή επιφέρει στη ροή. Μερικές από τις σπουδαιότερες είναι η διαταραχή της ροής, η δημιουργία δινών και η μεγάλη απώλεια κινητικής ενέργειας, εξαιτίας της διαφοροποίησης της κατανομής της πίεσης, η οποία μετά την αποκόλληση παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση από την κατανομή πίεσης που προβλέπει η θεωρία των ιδανικών ρευστών. Για τους λόγους αυτούς είναι πολύ σημαντικό να είμαστε σε θέση να προσδιορίσουμε τις συνθήκες κάτω από τις οποίες παρατηρείται το φαινόμενο της αποκόλλησης. Η γνώση των συνθηκών αυτών μπορεί να μας βοηθήσει να αναπτύξουμε μεθόδους ώστε να καθυστερήσουμε ή και να αποφύγουμε πλήρως το φαινόμενο αυτό.

Στην περίπτωση όπου μελετάμε «υπολογιστική προσομοίωση αποκόλλησης ροής σε απότομη διεύρυνση» η αποκόλληση του οριακού στρώματος αποτελεί κυρίαρχο φαινόμενο και είναι υπεύθυνο για την παρουσία των ανακυκλοφοριών στην ροή. Στο τέλος του εμποδίου (backward facing step) παρατηρείται το φαινόμενο της αποκόλλησης του οριακού στρώματος λόγω της απότομης διεύρυνσης, όπου επιφέρει μείωση της ταχύτητας της ελεύθερης ροής δηλαδή την ροή μακριά από τα τοιχώματα του καναλιού αλλά και αύξηση της πίεσης, οι απώλειες ταχύτητας εντός του οριακού στρώματος, λόγω της ύπαρξης του τοιχώματος του πυθμένα, προστίθεται στη γενική

μείωση της ταχύτητας και έτσι η ταχύτητα μηδενίζεται και αντιστρέφεται με φορά προς τα εμπρός μέχρι το σημείο επανασύνδεση το οποία εξαρτάται από τον αριθμό  $Re$  και τα γεωμετρικές παραμέτρους του καναλιού.



Εικόνα 2-5: Σχηματική απεικόνιση της αποκόλλησης της ροής στο κανάλι. [123]

## 2.6 Αριθμός Reynolds

Ο αριθμός Reynolds ορίζεται ως ο λόγος των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις ιξώδους και συνεπώς ποσοτικοποιεί την μεταξύ τους συνεκτικότητα με την μαθηματική σχέση  $Re = \frac{\rho u D}{\mu}$  (2.6.1)

Όπου:

- ✓  $\rho$  : πυκνότητα του ρευστού  $[kg/m^3]$
- ✓  $u$ : η ταχύτητα του ρευστού  $[m/s]$
- ✓  $D$ : η διάμετρος του καναλιού  $[m]$
- ✓  $\mu$  : το δυναμικό ιξώδες  $[kg/ms]$

Ο αριθμός Reynolds χρησιμεύει στο διαχωρισμό των ροών σε στρωτή, τυρβώδη και μεταβατική. Στην περίπτωση όπου είναι κυρίαρχες οι δυνάμεις ιξώδους και είναι ασθενέστερες οι δυνάμεις αδράνειας η ροή καλείται στρωτή, αντίθετα καλούμε μια ροή τυρβώδη όταν είναι κυρίαρχες οι δυνάμεις αδράνειας οι οποίες παράγουν χαοτικές δίνες και αστάθειες στην ροή.

## 2.7 Τυρβώδης ροή

Σε μια ιδανική ροή, τα σωματίδια του ρευστού κινούνται ομαλά και παράλληλα μεταξύ τους σε στοιβάδες, αφού υπάρχει μόνο μοριακή μεταφορά ορμής και θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων. Σε πραγματικές εφαρμογές μηχανολογίας σπανίως θα συναντήσουμε μια ιδανική ροή, η πιο συνηθέστερη ροή που λαμβάνει χώρα σε τέτοιου είδους εφαρμογές είναι η αποκαλούμενη τυρβώδης ροή. Στην τυρβώδη ροή υπάρχουν ακανόνιστες χαοτικές και τυχαίες κινήσεις των σωματιδίων, μακροσκοπική ανάμειξη, και μεταφορά μάζας και ενεργείας μεταξύ διαφορετικών περιοχών της ροής. Η επίλυση προβλημάτων τυρβώδους ροής είναι πιο απαιτητική και χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή, αφενός στην κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος καθώς είναι αναγκαίο ένα πιο πυκνό πλέγμα ώστε να μπορούν να αναλυθούν όλες οι κλίμακες ακόμα και οι πιο μικρές, και αφετέρου στο καθορισμό συνοριακών και αρχικών συνθηκών.

## 2.8 Εξίσωση διατήρησης

Οι εξισώσεις διατήρησης της ρευστομηχανικής προέρχονται από την διατήρηση συγκεκριμένων μεγεθών όπως είναι η μάζα η ορμή και η ενέργεια, όλα τα υπολογιστικά προγράμματα ρευστοδυναμικής επιλύουν αυτές τις εξισώσεις για να προκύψουν αποτελέσματα για την ροή ενός ρευστού.

### 2.8.1 Εξίσωση συνέχειας

Θα μελετήσουμε την εξίσωση της συνέχειας για μονοδιάστατη και μόνιμη ροή, που θεωρείται σαν η πιο απλουστευμένη ροή των περισσότερων πρακτικών προβλημάτων. Έστω ένας αγωγός όπως φαίνεται στην *Εικόνα 2-6*, τα στοιχειώδη εμβαδά εισόδου και εξόδου αντίστοιχα είναι  $\delta A_1$  και  $\delta A_2$  ενώ οι αντίστοιχες στοιχειώδεις ταχύτητες είναι  $U_1$  και  $U_2$  είναι προφανές ότι η στοιχειώδη παροχή δηλαδή η παρεχόμενη ποσότητα ρευστού στην μονάδα του χρόνου δίνεται

$$\delta Q = U_1 \delta A_1 = U_2 \delta A_2 (2.8.1.1)$$

Μετά την ολοκλήρωση παροχή είναι  $Q = U_1 A_1 = U_2 A_2$  (2.8.1.2)

Όπου:

- ✓  $u_1, u_2$  : η μέση ταχύτητα του ρευστού στις θέσεις 1 και 2 αντίστοιχα
- ✓  $A_1, A_2$  : η διατομή του αγωγού στις θέσεις 1 και 2 αντίστοιχα

Η ποσότητα όγκου  $\delta V$  του ρευστού του διερχόμενου από τη διατομή  $A$  στη μονάδα του χρόνου  $\delta t$ , δηλαδή την παροχή εκφράζεται από τη παρακάτω εξίσωση

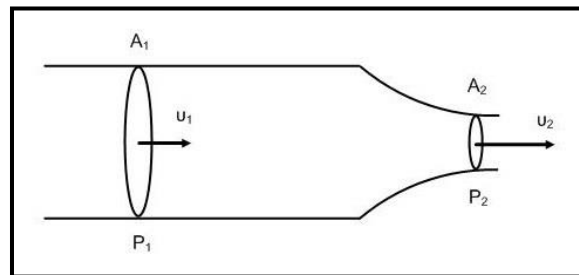
$$Q = \frac{\delta V}{\delta t} (2.8.1.3).$$

Η παροχή μάζας εκφράζεται από τη εξίσωση  $\dot{m} = \frac{\delta m}{\delta t}$  επειδή  $\rho = m/V$  και στην περίπτωση όπου η πυκνότητα θεωρείται σταθερή ισχύει :

$$\dot{m} = \frac{\rho \delta V}{\delta t} = \rho Q = \rho A U (2.8.1.4)$$

Για τα σημεία 1 και 2 του αγωγού ισχύει :

$$\rho A_1 U_1 = \rho A_2 U_2 (2.8.1.5)$$



**Εικόνα 2-6: Ροή ρευστού σε σωλήνα.** [123]

Η διαφορική μορφή της εξίσωσης συνέχειας για δισδιάστατη ροή είναι:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \vec{u} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \vec{u}$$

Για μόνιμη ροή ισχύει  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  οπότε η εξίσωση της συνέχειας απλουστεύεται

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad \text{ή} \quad \rho \nabla \vec{u} = 0$$

Για ασυμπίεστη ροή ισχύει  $\rho = c$  οπότε η εξίσωση της συνέχειας απλουστεύεται

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(v)}{\partial y} = 0 \text{ ή } \nabla \vec{u} = 0$$

Όπου :

- ✓  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  : ογκομετρικός διαφορικός ρυθμός συσσώρευσης μάζας
- ✓  $\rho \nabla \vec{u}$  : καθαρός ογκομετρικός διαφορικός ρυθμός εκροής μάζας
- ✓  $\frac{D\rho}{Dt}$  : η υλική παράγωγος

### 2.8.2 Διατήρηση της ορμής

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η αναπτυσσόμενη δύναμη  $F$  στο σώμα του ρευστού είναι ίση με τη μεταβολή της ορμής ( $p = mu$ ) στον χρόνο. Συνεπώς :

$$F = \frac{d(mu)}{dt} \quad (2.8.2.1)$$

Όπου :

- ✓  $m$ : η μάζα
- ✓  $u$ : η ταχύτητα

Στο χρονικό διάστημα  $\delta t$  η ορμή του ρευστού στη θέση 1 όπως φαίνεται στην **Εικόνα 2-6** ισούται με  $\rho \delta Q_1 \delta t u_1$  στη θέση 2 ισούται με  $\rho \delta Q_2 \delta t u_2$ . Λόγω της εξίσωσης της συνέχειας  $\delta Q_1 = \delta Q_2$ . Επομένως, η στοιχειώδης δύναμη  $\delta F$ , η οποία απαιτείται, για να συντηρήσει τη μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων 1 και 2 στο χρονικό διάστημα  $\delta t$ , είναι:

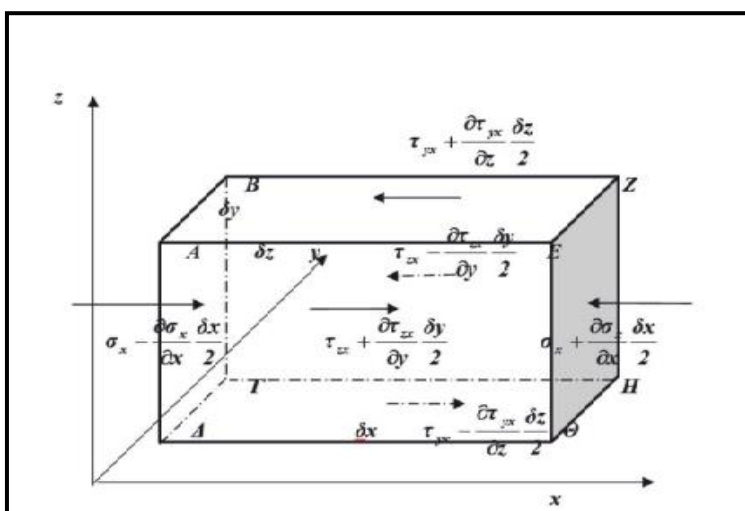
$$\delta F = \frac{\rho \delta Q_2 \delta t u_2 - \rho \delta Q_1 \delta t u_1}{\delta t} = \rho \delta Q (u_2 - u_1) \quad (2.8.2.2)$$

Όπου:

- ✓  $\rho$  : η πυκνότητα του ρευστού
- ✓  $u_1, u_2$ : η μέση ταχύτητα του ρευστού στις θέσεις 1 και 2 αντίστοιχα

Με ολοκλήρωση σε συγκεκριμένη περιοχή και με την παραδοχή ότι η ταχύτητα στις διατομές 1 και 2 είναι ομοιόμορφη, η δύναμη είναι:

$$F = \rho Q(u_2 - u_1) \quad (2.8.2.3)$$



Εικόνα 2-7: Ροή μάζας σε στοιχειώδη όγκο έλεγχου. [123]

Στη  $x$  κατεύθυνση και στο κέντρο του όγκου έλεγχου, οι τάσεις είναι,  $\sigma_x$  (ορθή),  $\tau_{yx}$  (διατμητική τάση, στην  $x -$  διεύθυνση, κατά μήκος της  $y = \text{σταθ}$ ),  $\tau_{zx}$  (διατμητική τάση στην  $x -$  διεύθυνση, κατά μήκος της  $z = \text{σταθ}$ ).

Η δύναμη η οποία εξασκείται στην επιφάνεια **ABGA** στη  $x$  κατεύθυνση είναι ίση :

$$\left( \sigma_x - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z \quad (2.8.2.4)$$

Η δύναμη η οποία εξασκείται στην επιφάνεια **OEZH** στη  $x$  κατεύθυνση είναι ίση :

$$\left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z \quad (2.8.2.5)$$

Έτσι, η δύναμη στις δύο επιφάνειες στη  $x$  κατεύθυνση είναι :



$$-\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \delta_y \delta_z \delta_x \quad (2.8.2.6)$$

Για τις διατμητικές τάσεις στην κατεύθυνση  $x$  ισχύει :

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial z} \delta_y \delta_z \delta_x \quad (2.8.2.7) \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} \delta_y \delta_z \delta_x \quad (2.8.2.8)$$

Η ολική δύναμη η οποία δρα στο κέντρο του όγκο ελέγχου στη  $x$  κατεύθυνση είναι:

$$F_x = \left( \rho X + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) \delta_y \delta_z \delta_x \quad (2.8.2.9)$$

Όπου  $\rho X \delta_y \delta_z \delta_x$  η βαρύτητα του σώματος του ρευστού

Η παροχή μάζας στη  $x$  κατεύθυνση είναι  $\delta \dot{m}_x = \rho u \delta_y \delta_z$  και οι ορμές στις  $x, y, z$  κατευθύνσεις είναι  $(\rho u \delta_y \delta_z)u$ ,  $(\rho u \delta_x \delta_z)v$  και  $(\rho u \delta_y \delta_x)w$ , αντίστοιχα.

Εάν αθροιστούν οι δυνάμεις στη  $x$ -κατεύθυνση, τότε στην **ABΓΔ** η δύναμη είναι

$$\left[ \rho u^2 + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} \frac{\delta_x}{2} \right] \delta_y \delta_z \quad (2.8.2.10)$$

και στην απέναντι επιφάνεια **EZHΘ** είναι,

$$\left[ \rho u^2 - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} \frac{\delta_x}{2} \right] \delta_y \delta_z \quad (2.8.2.11)$$

συνεπώς η δύναμη στον όγκο ελέγχου στη  $x$ -κατεύθυνση είναι,

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} \delta_x \delta_y \delta_z \quad (2.8.2.12)$$

Εάν γίνει η άθροιση των δυνάμεων σε όλες τις πλευρές του όγκου ελέγχου για την  $x$  κατεύθυνση προκύπτει,  $\left[ \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} \right] \delta_x \delta_y \delta_z \quad (2.8.2.13)$

Επειδή η χρονική μεταβολή της ορμής στον όγκο ελέγχου είναι  $\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial t} \delta_x \delta_y \delta_z$ , η γενική εξίσωση της  $x$ -ορμής, με την εξισορρόπηση όλων των δυνάμεων που επενεργούν, προκύπτει ως:

### **X-ορμής**

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = \rho X + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} \quad (2.8.2.14)$$

### **Y-ορμής**

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = \rho Y + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial x} - \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} \quad (2.8.2.15)$$

### **Z-ορμής**

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = \rho Z + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial x} - \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} \quad (2.8.2.16)$$

Οι ανωτέρω εξισώσεις αναφέρονται ως *Navier-Stokes*

### 2.8.3 Διατήρηση ενέργειας

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας είναι γνωστή ως ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος  $\frac{dE}{dt} = \dot{w} + \dot{Q}$  και δηλώνει ότι η μεταβολή της ολικής ενέργειας  $E$  στον όγκο έλεγχου ισούται με το άθροισμα του ρυθμού μεταβολής του έργου και της ροής θερμότητας.

Η ολική ενέργεια αναλύεται σε τρεις συνιστώσες

- Την εσωτερική ενέργεια  $E_{e\sigma} = me$  όπου  $e$  η εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας
- Την κινητική ενέργεια  $E_{κιν} = \frac{1}{2}mu^2$
- Την δυναμική ενέργεια  $E_{δυν} = mgh$  οποία συνήθως αγνοείται για τα αέρια

$$E = E_{e\sigma} + E_{κιν} = me + \frac{1}{2}mu^2 = m \left( e + \frac{1}{2}u^2 \right) = \rho dV \left( e + \frac{1}{2}u^2 \right) = \rho \left( e + \frac{1}{2}u^2 \right) dx dy dz \quad (2.8.3.1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} u^2 \right) \right] dx dy dz \quad (2.8.3.2)$$

Ο όρος  $\dot{W}$  δηλώνει τον ρυθμό παραγωγής του μηχανικού έργου ανά μονάδα όγκου και περιλαμβάνει το έργο της δύναμης πίεσης, των συνεκτικών τάσεων και της δύναμης της βαρύτητας, οι δυνάμεις αυτές ενεργούν στην επιφάνεια του όγκου ελέγχου (βλέπε **Εικόνα 2-8**).

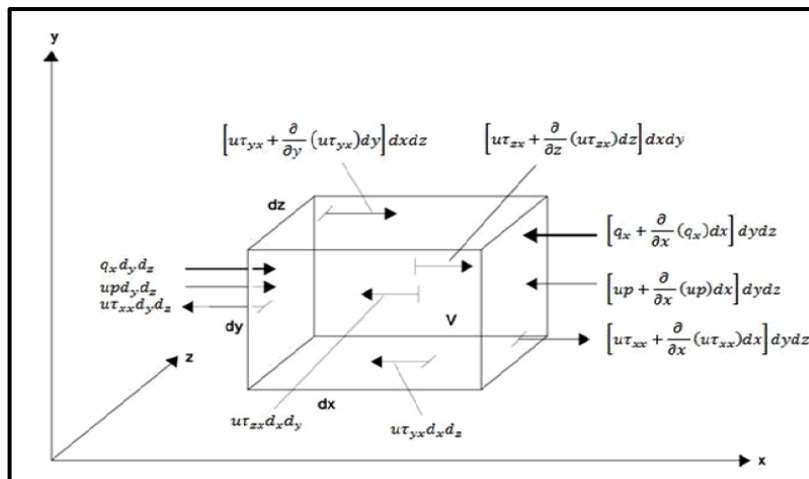
$$\dot{W} = \left[ \rho (u g_x + v g_x + w g_x) - \frac{\partial}{\partial x} (u p) - \frac{\partial}{\partial y} (v p) - \frac{\partial}{\partial z} (w p) - \frac{\partial}{\partial x} (u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + w \tau_{xz}) - \frac{\partial}{\partial y} (u \tau_{yx} + v \tau_{yy} + w \tau_{yz}) - \frac{\partial}{\partial z} (u \tau_{zx} + v \tau_{zy} + w \tau_{zz}) \right] dx dy dz \quad (2.8.3.3)$$

Ο όρος  $\dot{Q}$  αποτελείται από την ροή θερμότητας λόγω αγωγιμότητας  $\dot{q}_L$ , την θερμική ακτινοβολία  $\dot{q}_S$  που δέχεται ο όγκος έλεγχου και την μεταφορά θερμότητας λόγω συναγωγής  $\dot{q}_H$ , όπου εδώ δεν υφίσταται λόγω της κίνηση του όγκου ελέγχου με την ροή.

$$\dot{Q} = \left[ \rho \dot{q}_S - \frac{\partial}{\partial x} (\dot{q}_{Lx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\dot{q}_{Ly}) + \frac{\partial}{\partial z} (\dot{q}_{Lz}) \right] dx dy dz \quad (2.8.3.4)$$

Από τον νόμο του Fourier για την ροή θερμότητας  $\dot{q}_{Lx} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ ,  $\dot{q}_{Ly} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$ ,  $\dot{q}_{Lz} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$ , όπου  $\lambda$  ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας η παραπάνω σχέση γράφεται :

$$\dot{Q} = \left[ \rho \dot{q}_S + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.8.3.5)$$



**Εικόνα 2-8:** Ροή θερμότητας και έργου σε στοιχειώδη όγκο ελέγχου.[123]

Από τις σχέσεις (2.8.3.5), (2.8.3.2) , (2.8.3.3) και την αντικαταστάτη τους στην έκφραση του πρώτου θερμοδυναμικού νομού, έτσι προκύπτει η διαφορική μορφή της εξίσωση διατήρησης της ενέργειας.

### 3 Τεχνικές ελέγχου ροής ρευστού

Αυξανόμενο επιστημονικό ενδιαφέρον έχει αποκτήσει τα τελευταία χρόνια ο έλεγχος της ροής των ρευστών, ωστόσο αποτελεί μια μέθοδο που εδώ και δύο δεκαετίες έχει αποτελέσει ένα σημαντικό κεφάλαιο συστηματικής έρευνας, καθώς η εφαρμογή ελέγχου ροής στις μηχανολογικές εφαρμογές, προσφέρει λύσεις για την προστασία έναντι του φαινομένου της αποκόλλησης της ροής. Η χρήση ελέγχου ροής έχει σαν άμεσο αποτέλεσμα την βελτίωση της ροής με μείωση ή και απαλοιφή των φαινομένων αποκόλλησης ροής τα όποια δημιουργούν διαταραχή στην ροή, δημιουργία δινών και η μεγάλη απώλεια κινητικής ενέργειας. Η χρήση του ελέγχου της ροής επιφέρει διαφορετικά αποτελέσματα από την βελτίωση της ροής σε κάθε εφαρμογή ενδεικτικά σε εφαρμογές αεροδυναμικής περιορίζεται, η ένταση των κρουστικών κυμάτων, επιτυγχάνεται ο έλεγχος καταστάσεων απώλειας στήριξης και συνολικά μεγιστοποιούνται οι επιδόσεις των υπαρχουσών αεροδυναμικών κατασκευών, σε άλλες εφαρμογές μπορεί να προσφέρει βέλτιστη καύση των χημικών ουσιών μειώνοντας έτσι τις συγκεντρώσεις ρύπων στα καυσαέρια.

Οι μέθοδοι για τον έλεγχο της ροής ενός ρευστού κατατάσσονται σε δυο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία συναντάμε τις μεθόδους του παθητικού έλεγχου της ροής (*passive flow control*) και στην δεύτερη τις μεθόδους ενεργητικού ελέγχου της ροής (*active flow control*). Ο παθητικός έλεγχος, βασίζεται στην απλή ιδέα της τοποθέτησης σωμάτων συγκεκριμένης γεωμετρικής μορφής σε μια δεδομένη κατασκευή με στόχο τη βελτίωση των χαρακτηριστικών της ροής. Ο ενεργητικός έλεγχος γίνεται με τεχνικές ελεγχόμενης αναρρόφησης (*Suction*) ή έγχυσης (*Blowing*) ρευστού στην κύρια ροή. Τα χαρακτηριστικά και για τις δυο κατηγορίες έλεγχου ροής θα αναλυθούν λεπτομερώς στις *Παραγράφους 3.1* και *3.2* κεφαλαία.

#### 3.1 Παθητικός έλεγχος (*passive flow control*)

Ο παθητικός έλεγχος της ροής ρευστού αφορά την τροποποίηση της γεωμετρίας μιας μηχανολογικής εφαρμογής, προκειμένου να υπάρξει αλλαγή των χαρακτηριστικών της ροής κατά τρόπο που θα επιφέρει συνολική βελτίωση της

απόδοσης μιας εφαρμογής. Η τροποποίηση αυτή μπορεί να είναι μόνιμη, κατά την οποία επιφάνειες ενισχύονται με ειδικούς σχηματισμούς, υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες η τροποποίηση αυτή μπορεί να συμβαίνει κατά τη φάση της λειτουργίας της μηχανολογικής εφαρμογής. Κοινό πλεονέκτημα και για της δυο περιπτώσεις εφαρμογής παθητικού ελέγχου της ροής, είναι η τοποθέτηση σωμάτων συγκεκριμένης γεωμετρικής μορφής σε μια δεδομένη κατασκευή με στόχο τη βελτίωση των χαρακτηριστικών της ροής.

### **3.2 Ενεργητικός έλεγχος(active flow control)**

Εκτός από της μεθόδους του παθητικού ελέγχου έχουμε στην διάθεση μας και αυτές του ενεργητικού ελέγχου της ροής, όπου και με αυτές επιτυγχάνεται βελτιστοποίηση της ροής και συνάμα βελτίωση της απόδοσης της μηχανολογικής εφαρμογής. Οι μέθοδοι του ενεργητικού ελέγχου εστιάζουν στην τροποποίηση της ροής μέσω εξαναγκασμένης ανάμιξης της με δευτερεύοντα ρεύματα, ουσιαστικά από συγκεκριμένες θέσεις εισέρχονται ή εξέρχονται από το πεδίο ροής ρεύματα ρευστού. Η εισαγωγή ή εξαγωγή ρευμάτων ρευστού επιτυγχάνεται μέσω οπών που είναι τοποθετημένες στην γεωμετρία, η ακριβής θέση επιλέγεται με παραμετρική βελτιστοποίηση. Οι μέθοδοι του ενεργητικού ελέγχου κατηγοριοποιούνται σε δυο κατηγορίες, χρονικά μόνιμες και χρονικά μη μόνιμες. Στην πρώτη κατηγορία έχουμε ελεγχόμενη και συνεχή έγχυση ή αναρρόφηση, ενώ στην δεύτερη έχουμε παλλόμενες δέσμες ρευστού. Η εγκαταστάτη χρονικά μόνιμης μεθόδου ελέγχου ροής είναι σαφώς πολυπλοκότερη, καθώς περιλαμβάνει την τοποθέτηση όλων των σωληνώσεων από τις οποίες θα διέρχεται το δευτερεύον ρεύμα ρευστού, την αντλία διακίνησης και την δεξαμενή αποθήκευσης του. Η εγκατάσταση μιας μεθόδου χρονικά μη μόνιμης δεν δημιουργεί δυσκολία καθώς βασίζονται στην περιοδική εναλλαγή μεταξύ των φάσεων της αναρρόφησης και τη έγχυσης κατά τρόπο ώστε η παροχή μάζας δια μέσου του ακροφυσίου δέσμης να παραμένει μηδενική ανά περίοδο. Βασική αρχή της μεθόδου είναι δημιουργία περιοδικών παλμών παροχής αποτελούμενη από το ρευστό της κυρία ροής, το οποίο αναρροφάται και εκτοξεύεται με μεγάλη ταχύτητα, λόγω της ύπαρξης διαφράγματος που κινείται περιοδικά μέσα στο θάλαμο συγκέντρωσης του ρευστού. Η πολυπλοκότητα της μοντελοποίησης μη

μόνιμων ροών είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη και ασύμφορη από άποψη υπολογιστικού κόστους και χρόνου. Μια τεχνική ενεργητικού έλεγχου είναι μια περίπτωση μη μόνιμης ροής που είναι ιδιαίτερα σύνθετη οπότε μπορεί κανείς να αναλογιστεί και την αντίστοιχη πολυπλοκότητα και από άποψη μοντελοποίησης της ωστόσο υπάρχει μεγάλο επιστημονικό ενδιαφέρον





## 4 Εισαγωγή στην υπολογιστική ρευστοδυναμική

### 4.1.1 Ορισμός της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής

Η υπολογιστική ρευστοδυναμική (*Computational Fluid Dynamics* *CFD*) είναι μια μέθοδος πρόβλεψης της συμπεριφοράς των ρευστών, η οποία βασίζεται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων συνεχείας και ορμής (εξισώσεις Navier- Stokes) σε συνδυασμό με τις εξισώσεις διατήρησης μάζας και ενέργειας σε γεωμετρία που ορίζεται από τον χρήστη. Αποτελεί ένα αποτελεσματικό και εύχρηστο εργαλείο προσομοίωσης της συμπεριφοράς των ρευστών και σε συνδυασμό με την ταχύτητα των υπολογιστών βελτιστοποιεί την επίλυση των προβλημάτων. [4]

Αυτό που χαρακτηρίζει την υπολογιστική ρευστοδυναμική είναι η ταχύτητα εξαγωγής αποτελεσμάτων και η δυνατότητα προσέγγισης του φυσικού προβλήματος σε πραγματική κλίμακα χωρίς περιορισμούς και όρια. Επιπλέον η ανάλυση υπολογιστικής ρευστοδυναμικής παρέχει πληροφορίες για όλο το χώρο του πεδίου και όχι σε μεμονωμένα σημεία, παράλληλα επιτρέπει και την εύκολη ανάλυση σεναρίων καθώς και παραμετρική ανάλυση.

Η υπολογιστική ρευστοδυναμική αναπτύχθηκε λόγω της αδυναμίας να επιλυθούν αναλυτικά οι εξισώσεις Navier- Stokes σε συνδυασμό με τις εξισώσεις διατήρησης της μάζας και ενέργειας ακόμα και για απλά πεδία ροής .

### 4.1.2 Ιστορία της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής

Η ιδέα του υπολογισμού προσεγγιστικών λύσεων διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν ροές ρευστών και διεργασίες μεταφοράς θερμότητας ξεκίνησε το πρώτο μισό του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Εκείνη τη εποχή, οι υπολογισμοί απαιτούσαν χρονοβόρες μηχανολογικές εργασίες στις οποίες λάμβαναν μέρος δεκάδες άνθρωποι, αυτό είχε σαν αποτέλεσμα την αντιμετώπιση μόνο των σημαντικότερων αποτελεσμάτων και σαφώς επιλύονταν μόνο οι απλές μονοδιάστατες εξισώσεις.

Η εφεύρεση και η συνακόλουθη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έδωσαν την δυνατότητα εκτέλεσης εκατομμυρίων αριθμητικών υπολογισμών μέσα σε ελάχιστα δευτερόλεπτα. Το γεγονός αυτό προκάλεσε αύξηση των προσπαθειών για την ανάπτυξη και την εφαρμογή μεθόδων αριθμητικής προσομοίωσης. Οι πρώτες προσομοιώσεις ρεαλιστικών δισδιάστατων ροών έλαβαν μέρος στα τέλη της δεκαετίας του 1960 ενώ οι τρισδιάστατες ροές δεν μπορούσαν να επιλυθούν μέχρι και το τέλος του 1980.

Τα τελευταία χρόνια η ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει αλλάξει το πρόσωπο της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, από επιστημονικής πλευράς, στην οποία οι ερευνητές εργάζονται για την επίλυση πρωτότυπων προβλημάτων χρησιμοποιώντας ειδικά σχεδιασμένους κώδικες, έχει μεταμορφωθεί σε ένα καθημερινό εργαλείο για την σχεδίαση, βελτιστοποίηση και ανάλυση. Οι ερευνητές πλέον εργάζονται για την επίλυση προβλημάτων χρησιμοποιώντας ειδικά σχεδιασμένους κώδικες και είναι εφικτή η επίλυση οπουδήποτε πολυπλοκής η όχι.

#### 4.1.3 Προ-επεξεργαστής (Pre-processor)

Ο *προ-επεξεργαστής (Pre-processor)*: χρησιμοποιείται για τον ορισμό του προς επίλυση προβλήματος και την εισαγωγή των δεδομένων του προβλήματος σε μορφή κατάλληλη για την επεξεργασία από τον επιλύτη. Ο *προ-επεξεργαστής* περιλαμβάνει τη κατασκευή της γεωμετρίας του προβλήματος, την δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος της και τέλος τον καθορισμό των φυσικών φαινομένων προς επίλυση και την μοντελοποίηση τους.

#### 4.1.4 Επιλυτής (solver)

Στον *επιλυτή (solver)* οι διακριτοποιημένες εξισώσεις επιλύονται επαναληπτικά έως ότου η λύση συγκλίνει σε μια τιμή, ο χρήστης μπορεί να παρακολουθεί την πορεία της σύγκλισης αλλά και επιλεγμένες ποσότητες της αριθμητικής και φυσικής επίλυσης. Ο κώδικας CFD Fluent χρησιμοποιεί την τεχνική που ονομάζεται μέθοδος πεπερασμένων όγκων, ουσιαστικά πρόκειται για τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζονται οι μεταβλητές της ροής στην μέθοδο διακριτοποίησης. Υπάρχουν και

άλλες τεχνικές που συναντάμε στο στάδιο του επιλύτη, όπως πεπερασμένες διαφορές, πεπερασμένα στοιχεία και μέθοδοι σκόπευσης.

#### 4.1.5 Μετά-επεξεργαστής(Post-processor)

Ο *μετά –επεξεργαστή (Post-processor)* παρέχει την δυνατότητα απεικόνισης και οπτικοποίησης μέσω γραφικών εργαλείων των αποτελεσμάτων που υπολογιστήκαν κατά την διάρκεια επίλυσης της προσομοίωσης με σκοπό την ανάλυση και αξιολόγηση αυτών.

#### 4.1.6 Γεωμετρία (Geometry)

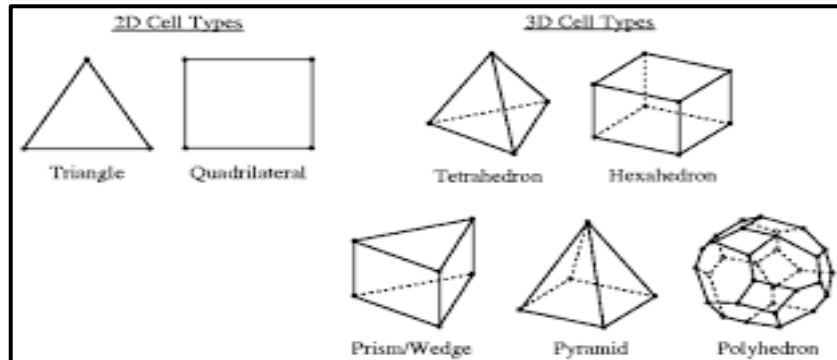
Πρόκειται για ένα παραμετρικό περιβάλλον, με άμεσες και αμφίδρομες συνδέσεις με τα πακέτα CAD, το οποίο λειτουργεί ως πύλη για τη εισαγωγή της γεωμετρίας της υπό επίλυσης περιοχής.

#### 4.1.7 Υπολογιστικό πλέγμα (grid)

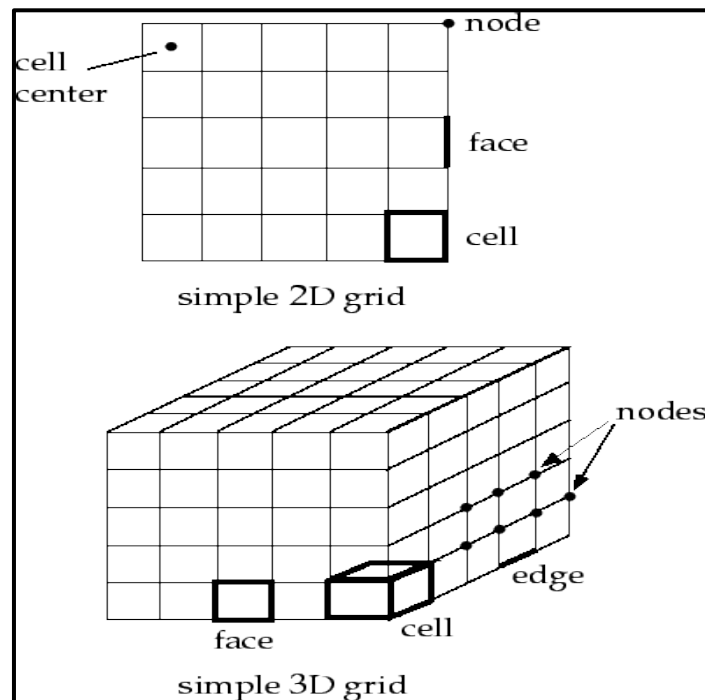
Η αριθμητική επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος υπολογιστικής ρευστομηχανικής απαιτεί στην αρχή την περιγραφή της γεωμετρίας του προβλήματος και στη συνέχεια την κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος, το οποίο συντίθεται από πεπερασμένα στοιχεία ή όγκους στους οποίους βασίζεται η επίλυση, (Brebba & Ferrante, 1983) [113]. Η κατασκευή υπολογιστικού πλέγματος είναι η βασικότερη εργασία, πριν την επίλυση του προβλήματος. Στα τελευταία ιδίως χρόνια, η ανάπτυξη της τεχνικής της κατασκευής υπολογιστικών δικτύων αποτελεί αυτοτελές γνωστικό αντικείμενο.

Το στάδιο αυτό αφορά την υποδιαίρεση του πεδίου ροής σε έναν αριθμό μικρότερων, μη αλληλεπικαλυπτόμενων πεδίων τα οποία αποκαλούνται (*cells/elements*), δηλαδή ένα πλέγμα (*grid*) αποτελούμενο από κελία τα οποία συνδέονται μεταξύ του με κόμβους (*node*). Υπάρχει πληθώρα κελίων για την κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος όπως εξάεδρα (*hexahedra*), τετράπλευρα (*quadrilateral*), τρίγωνα (*triangle*) η επιλογή εξαρτάται από το πρόβλημα που έχει να αντιμετωπιστεί κάθε φορά. Συνηθίζεται στην περίπτωση τρισδιάστατου πλέγματος (3D) να χρησιμοποιούνται εξάεδρα, συνδυασμός εξάεδρων και

σφηνοειδών στοιχείων, συνδυασμός τετράεδρων και πολυεδρικών στοιχείων, πυραμοειδή και τέλος πολυεδρικά. Αντίστοιχα στην περίπτωση δισδιάστατου πλέγματος (2D) τα στοιχεία που επιλέγονται είναι τετράπλευρα ή τρίγωνα.



**Εικόνα 4-1: Γεωμετρία στοιχείων υπολογιστικού πλέγματος.**<sup>[114]</sup>



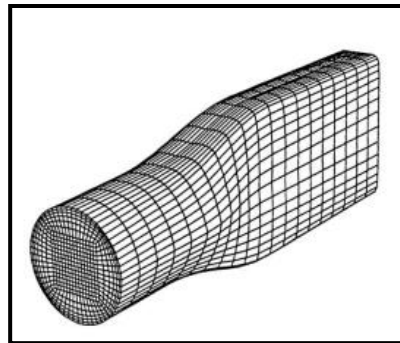
**Εικόνα 4-2: Στοιχεία υπολογιστικού πλέγματος.**<sup>[121]</sup>

Η πυκνότητα του πλέγματος εξαρτάται από το επιθυμητό επίπεδο ακριβείας μιας και οι πιο πολυπλοκότερες ροές, για παράδειγμα η επίλυση οριακού στρώματος

απαιτούν πολύ πυκνό πλέγμα. Η αύξηση του αριθμού των κελίων οδηγεί σε πιο ακριβή αποτελέσματα όμως ταυτόχρονα αυξάνει το υπολογιστικό κόστος, η ανάλυση όμως περιορίζεται από την διάθεση υπολογιστικής ισχύς και τον απαιτούμενο χρόνο. Έτσι επιλέγουμε επιλεκτική πύκνωση δηλαδή περιοχές που μας απασχολούν περισσότερο για την εξαγωγή αποτελεσμάτων όπως αυτές που έχουν μεγάλες μεταβολές της ταχύτητας, της πίεσης, της θερμοκρασίας η γενικότερα μεταβλητών που μεταβάλλονται στο εκάστου πρόβλημα. Η δημιουργία πλέγματος είναι λοιπόν θέμα εμπειρίας και σωστής κατανόησης του έκαστου προβλήματος που επιλύεται.

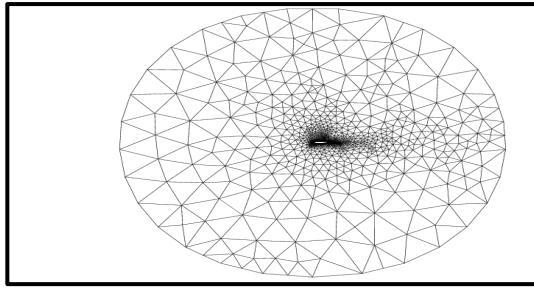
Τα πλέγματα διακρίνονται σε :

- **Δομημένα (structured)**: χαρακτηρίζονται από την απλή συνδεσιμότητα των υπολογιστικών στοιχείων, αποτελούνται από επίπεδα στοιχεία με τέσσερις πλευρές (τετράπλευρα) ή στοιχεία στο χώρο με έξι επιφάνειες (εξάεδρα). Έχουν υψηλή ακρίβεια και είναι πιο αποτελεσματικά όσο αφορά τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο και την μνήμη.



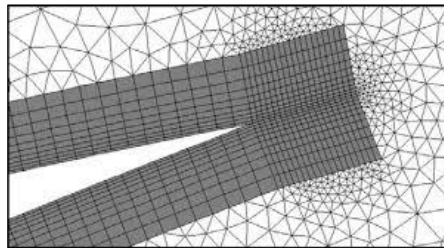
**Εικόνα 4-3: Γεωμετρική απεικόνιση δομημένου πλέγματος (structured).** [13]

- **Μη δομημένα(unstructured)**: χαρακτηρίζονται από χαμηλή ακρίβεια και ποιότητα του πλέγματος, δυσκολία σύγκλισης και αυξημένες υπολογιστικές απαιτήσεις, αποτελούνται από στοιχεία διαφόρων μορφών (συνδυασμός τριγώνων και τετράπλευρων στα δισδιάστατα και τετραδίκων με εξαεδρικά στα τρισδιάστατα). Συνίσταται η χρήση τους μόνο σε περίπλοκες γεωμετρίες όπου δεν είναι δυνατή η χρήση δομημένων πλεγμάτων.



**Εικόνα 4-4:** Γεωμετρική απεικόνιση μη δομημένου πλέγματος (unstructured). [120]

- **Υβριδικά (Hybrid):** πρόκειται για τα πλέγματα που προκύπτουν από τον συνδυασμό δομημένων και μη δομημένων πλεγμάτων.



**Εικόνα 4-5:** Γεωμετρική απεικόνιση υβριδικού πλέγματος (Hybrid). [120]

#### 4.1.8 Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Grid quality)

Η σωστή διακριτοποίηση της γεωμετρίας είναι ένα από τα βασικότερα στάδια για την επίλυση ενός προβλήματος προσομοίωσης. Γενικά επιδιώκουμε την δημιουργία πλεγμάτων υψηλής ποιότητας καθώς αυτά μας παρέχουν ταχύ ρυθμό σύγκλισης, ακρίβεια λύσης, μικρό υπολογιστικό κόστος. Για την αξιολόγηση του πλέγματος που δημιουργούμε έχουμε στην διάθεση μας τα ακόλουθα κριτήρια:

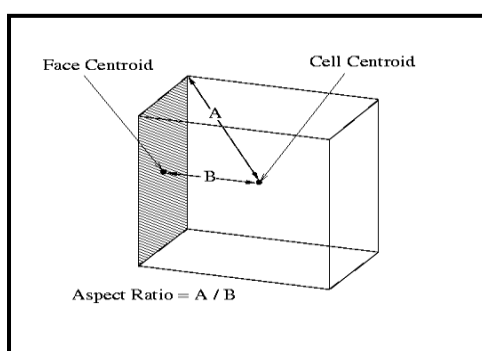
- **Ποιότητα στοιχείου (Element quality)**

Η ποιότητα στοιχείου βασίζεται στην αναλογία του όγκου προς το άθροισμα του τετραγώνου των μηκών ακμής για τα στοιχεία 2D γεωμετρίας ή την τετραγωνική ρίζα του κύβου του αθροίσματος του τετραγώνου των μηκών ακμής για τα στοιχεία 3D

γεωμετρίας, κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1, η τιμή 1 δείχνει έναν τέλειο κύβο ή τετράγωνο ενώ μια τιμή 0 υποδηλώνει ότι το στοιχείο έχει μηδενικό ή αρνητικό όγκο.

- **Αναλογία διαστάσεων (aspect ration):**

Η αναλογία διαστάσεων σε ένα κελί του πλέγματος, είναι η μέγιστη απόσταση μια όψης του από το κέντρο του, προς την ελάχιστη απόσταση ανάμεσα σε δυο κόμβους του. Στην περίπτωση τετραγώνων και ισόπλευρων τριγώνων (για διδιάστα το πρόβλημα). Η ιδεατή αναλογία διαστάσεων πρέπει να διατηρείται στην τιμή 1.

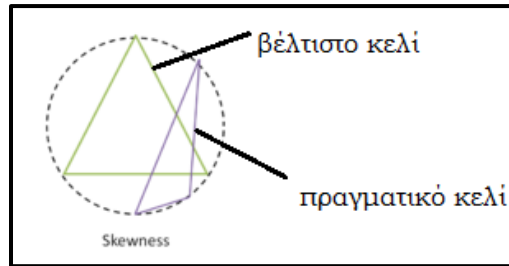


**Εικόνα 4-6: Αναλογία διαστάσεων (aspect ration).** [11]

- **Λοξότητα όγκου (skewness):**

Λοξότητα όγκου καλείται η σύγκριση του όγκου που περικλείεται από κάθε κελί του πλέγματος, σε σχέση με τον όγκο βέλτιστου κελίου που δύναται να αντικαταστήσει το πραγματικό. Ως βέλτιστο κελί ορίζεται το κελί του οποίου οι πλευρές αποτελούνται από ισογώνια στοιχεία, ισόπλευρα τρίγωνα στην περίπτωση χρήσης τετραέδρων ή ορθογώνια παραλληλόγραμμα στην περίπτωση χρήσης εξάεδρων. Πρέπει να διατηρείται κάτω από 0.95, με μια μέση τιμή που είναι σημαντικά χαμηλότερη, μία μέγιστη τιμή άνω του 0.95 μπορεί να οδηγήσει σε δυσκολίες.

$$\text{Max Skewness} < 0.95 \text{ Averaged Skewness} < 0.33$$



**Εικόνα 4-7: Λοξότητα όγκου skewness.** [112]

- **Ορθογωνική ποιότητα (orthogonal quality):**

Ως ορθογωνική ποιότητα ορίζεται ο λόγος του μήκους των πλευρών κάθε στοιχείου που συγκροτεί το υπολογιστικό πλέγμα, με επιθυμητή τιμή κοντά στη μονάδα. Κελιά με ορθογωνική ποιότητα πλησίον του μηδενός αποτελούν κελιά κακής ποιότητας. Η ορθογωνική ποιότητα του κελιού πρέπει να διατηρείται μεταξύ των τιμών 0 και 1, η βέλτιστη δυνατή τιμή θεωρείται το 1.

Η ποιότητα του πλέγματος είναι άμεσα συνυφασμένη με τη αξιόπιστη λήψη αποτελεσμάτων, οπότε συμπεραίνουμε ότι η αξιολόγηση των κελιών του πλέγματος με τα παραπάνω κριτήρια κρίνεται αναγκαία.

#### 4.1.9 Καθορισμός παραμέτρων προβλήματος (συνοριακές, αρχικές συνθήκες).

Στο συγκεκριμένο στάδιο καθορίζεται από τον χρήστη η φυσική διατύπωση του προβλήματος, επιλέγοντας τις ιδιότητες του ρευστού, τα φυσικά μοντέλα για τα διάφορα φαινόμενα που εξετάζει, την εφαρμογή των αρχικών οριακών και αρχικών συνθηκών και τέλος τον καθορισμό των ρυθμίσεων του επιλύτη και της απαιτούμενης ακρίβειας. Το στάδιο αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό, δεδομένου ότι η ακρίβεια της προσομοίωσης συνδέεται άμεσα με την επιλογή του διαθέσιμου φυσικού μοντέλου.

Όλα τα προβλήματα που επιλύονται με την μέθοδο CFD ορίζονται μέσω των συνοριακών και αρχικών συνθηκών που τα διέπουν. Οι συνοριακές και αρχικές συνθήκες είναι αυτές που διαφοροποιούν ένα πρόβλημα ρευστομηχανικής από τα



υπόλοιπα, καθώς οι εξισώσεις Navier-Stokes ισχύουν για όλα τα προβλήματα ροής, μέσω αυτών των συνθηκών λοιπόν εξασφαλίζεται η μοναδικότητα της λύσης.

#### 4.1.10 Διαδικασία επίλυσης

Η διαδικασία του προς επίλυση προβλήματος είναι επαναληπτική. Είναι αναγκαίο όλες οι προς επίλυση μεταβλητές να πάρουν μια αρχική τιμή πριν τον υπολογισμό τους, οι αρχικές τιμές αποτελούν ένα είδος προσέγγισης της πραγματικής τιμής και όσο πιο ρεαλιστικές είναι τόσο βελτιώνουν την ευστάθεια της λύσης και επιτυγχάνεται η σύγκλιση, επιλογή των σωστών αρχικών συνθηκών αποτελεί εξίσου σημαντική με τον καθορισμό των συνοριακών συνθηκών. Μόλις ξεκινήσουν οι επαναλήψεις οι τιμές των υπολοίπων των εξισώσεων διατήρησης μειώνονται και βαθμιαία κατευθυνόμαστε στην σύγκλιση. Κατά την σύγκλιση όλες οι διακριτοποιημένες εξισώσεις ικανοποιούνται σε όλα τα κελία σύμφωνα με το προκαθορισμένο βαθμό ακριβείας και η λύση δεν αλλάζει όσο και οι επαναλήψεις να συνεχίζονται.

Μια ποιοτική σύγκλιση που εξασφαλίζει ότι τα βασικά στοιχεία της ροής έχουν υπολογιστεί, επιτυγχάνεται με μια μείωση κατά τρεις τάξεις μεγέθους. Πολλές φορές μπορεί να μην επιτυγχάνουμε σύγκλιση και οι τιμές των μεταβλητών να συνεχίζουν να αλλάζουν, καταφεύγουμε στην μείωση του κριτηρίου σύγκλισης της λύσης με νέο κριτήριο. Οι κατάλληλες τιμές των κριτηρίων εξαρτώνται από την εφαρμογή και την εμπειρία του χρήστη.

Συμπεραίνουμε λοιπόν πως η ποιότητα των αποτελεσμάτων εξαρτάται άμεσα από την σύγκλιση που θα επιτευχθεί, η σύγκλιση όμως εξαρτάται από την δημιουργία ενός αρτίου υπολογιστικού πλέγματος, τον καθορισμό όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικών αρχικών τιμών και την σχετική αύξηση των κριτηρίων σε τιμές αποδεκτές που να μην οδηγούν σε απόκλιση από την πραγματική λύση.

#### 4.1.11 Μοντελοποίηση τη τύρβης

Στο λογισμικό του Fluent υπάρχουν διαφορετικά μοντέλα για την μοντελοποίηση των τυρβώδων ροών. Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία.

#### 4.1.12 Το μοντέλο Standard k-ε

Το κανονικό μοντέλο k-ε (standard k-ε) είναι το πιο ευρέως διαδεδομένο μοντέλο για την προσομοίωση τυρβωδών ροών, επειδή είναι υπολογιστικά ευσταθές ακόμα και στην περίπτωση πολύπλοκων ροϊκών φαινομένων. Ένα από τα αρνητικά του στοιχεία είναι ότι δεν αποδίδει καλά σε ροές με μεγάλες μεταβολές στην πίεση, ισχυρή αποκόλληση και μεγάλες κλίσεις των ροϊκών γραμμών. Η πρώτη μεταβλητή είναι η κινητική ενέργεια τύρβης (k) και η δεύτερη (ε) είναι ο ρυθμός απόσβεσης της τύρβης.

Ακολουθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν αυτό το μοντέλο.

Το τυρβώδες ιξώδες δίνεται από τον τύπο:  $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$  όπου  $C_\mu$  είναι μια σταθερά.

Οι εξισώσεις μεταφοράς για το  $k$  και το  $\varepsilon$  είναι :

$$I. \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho k u_1) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$$

$$II. \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho \varepsilon u_1) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$$

Η φυσική σημασία των όρων των ανώτερων εξισώσεων είναι η εξής :

$$\begin{aligned} & \frac{\text{ρυθμός}}{\text{μεταβολής του } k/\varepsilon} + \frac{\text{μεταφορά του } k/\varepsilon}{\text{λόγω της κίνησης}} \\ & = \frac{\text{μεταφορά του } k/\varepsilon}{\text{με διάχυση}} + \frac{\text{ρυθμός παραγωγής}}{\text{του } k/\varepsilon} - \frac{\text{ρυθμός καταστροφής}}{\text{του } k/\varepsilon} \end{aligned}$$

- $G_k$ : αντιπροσωπεύει την παράγωγη κινητικής ενέργειας λόγω των παραγώγων των μέσων ταχυτήτων.

- $G_b$ : αφορά την παράγωγη κινητικής ενέργειας λόγω άνωσης.
- $\gamma_M$ : έχει να κάνει με την συμπίεστικότητα της ροής.
- $C_{1\varepsilon}C_{2\varepsilon}C_{3\varepsilon}$  είναι σταθερές και έχουν τιμές:

$C_{1\varepsilon} = 1.44$	$C_{2\varepsilon} = 1.92$	$C_{3\varepsilon} 0.09$
---------------------------	---------------------------	-------------------------

- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$  είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για το  $k$  και  $\varepsilon$  αντίστοιχα και οι έχουν τιμές:

$\sigma_k = 1$	$\sigma_\varepsilon = 1.3$
----------------	----------------------------

- $S_\varepsilon$  είναι όροι πηγών.

Αυτές οι προκαθορισμένες τιμές έχουν προσδιοριστεί από πειράματα με αέρα και νερό για θεμελιώδεις στροβιλώδεις ροές, έχουν βρεθεί ότι δουλεύουν καλά για ένα ευρύ φάσμα ροών. Παρά το γεγονός ότι οι προεπιλεγμένες τιμές του μοντέλου είναι σταθερές μπορούν να αλλάξουν άμα χρειαστεί.

#### 4.1.13 Το μοντέλο k-ε RNG

Το μοντέλο k-ε RNG αποτελεί μια τροποποίηση του κανονικού μοντέλου k-ε (standard k-ε), το συγκεκριμένο μοντέλο παράγει βελτιωμένα αποτελέσματα για ροές με στροβιλισμούς, για υψηλές και ιδιαίτερα για χαμηλές τιμές του αριθμού Re καθώς και για περιπτώσεις όπου υπάρχει αποκόλληση της ροής, είναι πιο ακριβές και εφαρμόσιμο σε μεγαλύτερο εύρος ροών από το Standard k-ε. Μειονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι δεν είναι τόσο ευσταθές όσο το μοντέλο Standard k-ε.

Οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το μοντέλο είναι παρόμοιες με αυτές του μοντέλου Standard k-ε με την εξαίρεση ενός επιπλέον όρου στην εξίσωση του  $\varepsilon$ , για την αλληλεπίδραση μεταξύ της απόσβεσης της τύρβης και της μέσης διάτμησης της

ροής. Οι σταθερές σε αυτό το μοντέλο δεν είναι υπολογισμένες πειραματικά αλλά προκύπτουν από την τεχνική RNG.

$C_{1\varepsilon} = 1.42$	$C_{2\varepsilon} = 1.68$	$C_{3\varepsilon} = 0.0845$	$\sigma_k = 0.7179$	$\sigma_\varepsilon = 0.7179$	$\beta = 0.012$
---------------------------	---------------------------	-----------------------------	---------------------	-------------------------------	-----------------

#### 4.1.14 Το μοντέλο k-ε Realizable

Το μοντέλο k-ε Realizable έχει τα ίδια πλεονεκτήματα με το μοντέλο k-ε RNG, είναι όμως πιο ακριβές και παρέχει ευκολότερη σύγκλιση, είναι κατάλληλο για ροές με στροβιλότητα, οριακά στρώματα με έντονα ανασχετικές κλίσεις πίεσης, αποκόλληση της ροής και επανακυκλοφορία.

Το μοντέλο k-ε Realizable διαφέρει με το μοντέλο Standard k-ε σε δυο σημαντικά σημεία αρχικά στην διατύπωση του τυρβώδους ιξώδους και στην τροποποιημένη εξίσωση μεταφοράς ε.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho\varepsilon u_1) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon$$

Και το τυρβώδες ιξώδες υπολογίζεται από την σχέση  $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$  αλλά το  $C_\mu$  δεν είναι σταθερό είναι συνάρτηση μεγεθών της μέσης ροής.

#### 4.1.15 Το μοντέλο k-ω standard

Το μοντέλο k-ω standard παρουσιάζει πολύ καλά αποτελέσματα για τον υπολογισμό τύρβης κοντά στα τοιχώματα, για σχετικά μικρούς αριθμούς Re. Είναι κατάλληλο για ροές με έντονα ανασχετικές κλίσεις πίεσης και είναι ιδιαίτερα δημοφιλές σε εφαρμογές αεροδυναμικής και στροβιλομηχανών.

Στο ήδη υπάρχων σύστημα εξισώσεων έχουμε την προσθήκη δυο επιπλέον εξισώσεων μια για τον υπολογισμό της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k και μια για τον υπολογισμό του ειδικού αριθμού απόσβεσης ω οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως ο λόγος ε προς k. Το ω καθορίζει την κλίμακα της τύρβης ενώ το k την ενέργεια της

Ακολουθούν οι εξισώσεις που περιγράφουν αυτό το μοντέλο.

Το τυρβώδες ιξώδες δίνεται συναρτήσει της κινητικής ενέργειας της τύρβης και της συχνότητας και περιγράφεται από την εξίσωση  $\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$ . Οι εξισώσεις μεταφοράς που χαρακτηρίζουν αυτό το μοντέλο είναι οι εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_K - \beta' \rho k \omega$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} G_k - \beta_1 \rho k \omega^2$$

- $G_k$ : αφορά την παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας λόγω των κλίσεων των μέσων ταχυτήτων.
- $\Gamma_k, \Gamma_\omega$ : αντιπροσωπεύουν την ενεργή διάχυση των  $k$  και  $\omega$  και δίνονται από τις εξισώσεις.

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_\varepsilon}{\sigma_k}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_\varepsilon}{\sigma_\omega}$$

- $\beta', \beta_1, \alpha_1, \sigma_k, \sigma_\omega, \varepsilon$ : είναι σταθερές..Στην παρούσα μελέτη χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες προκαθορισμένες τιμές του Fluent.[11]

$\beta = 0.09$	$\beta_1 = 0.075$	$\alpha_1 = 5/9$	$\sigma_k = 0.5$	$\sigma_\omega = 0.5$	$\varepsilon = \beta' \rho k \omega$
----------------	-------------------	------------------	------------------	-----------------------	--------------------------------------

#### 4.1.16 Το μοντέλο k- $\omega$ SST

Το μοντέλο k- $\omega$  SST είναι κατάλληλο για ροές με χαμηλούς αριθμούς Re, παρέχει πολύ ακριβή αποτελέσματα για τον υπολογισμό της τύρβης στις περιοχές αποκόλλησης της ροής όπου επικρατούν ανασχετικές κλίσεις πίεσης και είναι ιδανικό για την ανάλυση οριακών στρωμάτων με υψηλή ακρίβεια. Ένα από τα μειονεκτήματα αυτού του μοντέλου είναι ότι οι λύσεις παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία στην τιμή  $\omega$  στις περιοχές της ελεύθερης ροής. Πρόκειται για ένα υβριδικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιεί το μοντέλο k- $\omega$  για τον υπολογισμό της τύρβης στο εσωτερικό πεδίο που εξετάζεται μέχρι τα όρια των τοιχωμάτων, ενώ σταδιακά χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μορφή του μοντέλου k- $\varepsilon$  για να

περιγράφει την συμπεριφορά των τυρβωδών τάσεων στις περιοχές της ελεύθερης ροής.

Το τυρβώδες ιξώδες περιγράφεται από την εξίσωση  $\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{a^* a_1 \omega}\right]}$

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο αυτό είναι οι ακόλουθες :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \beta' \rho k \omega \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} G_k - \beta_1 \rho k \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega iz}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \nu}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Ο όρος  $F_1$  αποτελεί μια συνάρτηση η οποία είναι υπεύθυνη για ομαλή μετάβαση από το ένα μοντέλο στο άλλο, είναι ίσος με το ένα πάνω σε στερεά τοιχώματα, οπότε ενεργοποιείται το μοντέλο k- $\omega$  ενώ είναι μηδέν στην ελεύθερη ροή, όπου η χρήση του k- $\epsilon$  είναι πιο αποτελεσματική, ενδιάμεσα η τιμή της εξαρτάται από τις τοπικές βαθμίδες στον μεταβλητών[11].

$\beta' = 0.09$	$\alpha_1 = 5/9$	$\sigma_k = 0.85$	$\sigma_\omega = 1.168$
-----------------	------------------	-------------------	-------------------------

Όλες οι πληροφορίες εξισώσεις και στοιχεία για τα ροϊκά μοντέλα έχουν ληφθεί από το εγχειρίδιο χρήσης του προγράμματος εξομοιώσεις Ansys Fluent [11]

#### 4.1.17 Οριακό στρώμα (boundary layer)

Συμφώνα με την θεωρία του οριακού στρώματος, το ρευστό προσεγγίζει την πλάκα με ομοιόμορφη ταχύτητα  $U_\infty$ . Όταν ένα πραγματικό ρευστό έρθει σε επαφή με στερεή επιφάνεια η ταχύτητα του ρευστού πάνω από το τοίχωμα είναι μηδενική, εξαιτίας του ιξώδους. Σε κάποια απόσταση από την επιφάνεια η ταχύτητα αποκτά

πάλι την σταθερή τιμή  $U_\infty$ . Η περιοχή του πεδίου ροής που ορίζεται από τις δύο αυτές οριακές τιμές της ταχύτητας 0 και  $U_\infty$  αποκαλείται **οριακό στρώμα**. Η θεωρία το οριακού στρώματος πρακτικά μας βοηθάει στην κατανόηση της διαφοράς μεταξύ πραγματικών και ιδεατών ρευστών, η ουσιαστική διαφορά μεταξύ αυτών των δυο ροών είναι η παρουσία ιξώδων δυνάμεων. Το πεδίο ροής ενός πραγματικού ρευστού λοιπόν μπορεί να χωριστεί σε δυο περιοχές, αυτή μακριά από το οριακό στρώμα που οι δυνάμεις αδράνειας και πίεσης διαδραματίζουν κύριο ρόλο στη ανάπτυξη της ροής, και σε αυτή εντός οριακού στρώματος όπου οι ιξώδεις δυνάμεις είναι υπεύθυνες για την διαμόρφωση της ροής.

Σημαντικό ρόλο στην μελέτη ροών γύρω από στερεά σώματα παίζουν και τα χαρακτηριστικά μεγέθη του οριακού στρώματος:

### **1. Πάχος οριακού στρώματος (boundary layer thickness): $\delta$**

Το πάχος του οριακού στρώματος, ορίζεται ως η κάθετη απόσταση από το στερεό όριο μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα ροής εντός του οριακού στρώματος γίνει ίση με την εξωτερική ταχύτητα της ροής  $U$ . Το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται με, την αύξηση της απόστασης  $x$  από το χείλος προσβολής, την αύξηση του ιξώδους του ρευστού, την ελάττωση της πυκνότητας του ρευστού και την ελάττωση της ταχύτητας του ελεύθερου ρεύματος.

$$\delta = y_u = 0.99U$$

### **2. Πάχος μετατόπισης (displacement thickness): $\delta_1$**

Το πάχος μετάθεσης ή μετατόπισης, ορίζεται ως η κάθετη απόσταση κατά την οποία μετατίθεται η εξωτερική ροή (επειδή η ταχύτητα στο οριακό στρώμα ελαττώνεται) για να διατηρηθεί η συνέχεια της μάζας στο οριακό στρώμα πάχους  $\delta$ . Η επιβράδυνση του ρευστού μέσα στο οριακό στρώμα έχει σαν συνέπεια την μείωση της παροχής σε σχέση με την παροχή που θα υπήρχε εάν η πλάκα δεν βρισκόταν στην πορεία του ελεύθερου ρεύματος. Η αρχή διατήρησης της μάζας επιβάλλει μια προς τα πάνω μετατόπιση των ροϊκών

γραμμών, ώστε να αυξάνονται οι διατομές και να διατηρείτε σταθερή η παροχή.

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

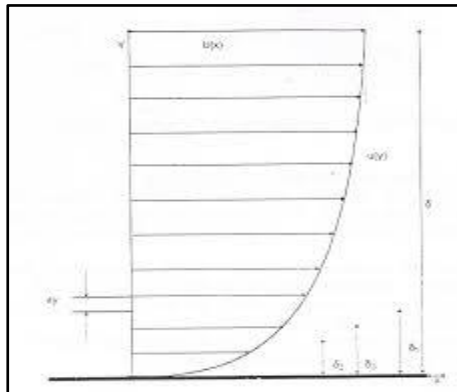
### 3. Πάχος απώλειας ορμής (momentum thickness): $\delta_2$

Το πάχος ορμής, ορίζεται το πάχος ενός ιδεατού στρώματος ρευστού, ταχύτητα ίση με του ελεύθερου ρέματος, για το οποίο η ορμή είναι ίση με την αντίστοιχη μείωση αυτής διάμεσου του οριακού στρώματος, λόγω επιβράδυνση της ροής.

$$\delta_2 = \frac{u}{U} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

### 4. Πάχος απώλειας κινητικής ενέργειας (energy thickness): $\delta_3$

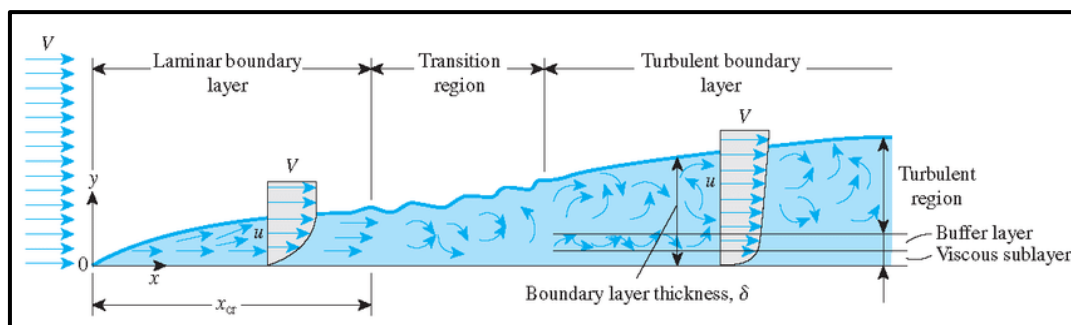
Στην περίπτωση της μόνιμης ροής έχουμε την ύπαρξη του πάχους απώλειας ενέργειας αντί του πάχους μετάθεσης και του πάχους απώλειας ορμής, όπου ορίζεται ως το ιδεατό πάχος στρώματος ενέργειας ίσης με την απώλεια στο πραγματικό οριακό στρώμα πάχους  $\delta$ .



**Εικόνα 4-8: Γραφική απεικόνιση των χαρακτηριστικών μεγεθών του οριακού στρώματος.**[125]



Το οριακό στρώμα δύναται να χωριστεί στην περιοχή κοντά στο τοίχωμα σε τρία στρώματα. Το στρώμα που έρχεται σε άμεση επαφή με το τοίχωμα ονομάζεται **υπόστρώμα στρωτής ροής (viscous sub layer)**, στο στρώμα αυτό η ροή είναι σχεδόν στρωτή και το μοριακό ιξώδες διαδραματίζει κυρίαρχο ρόλο στην μεταφορά ορμής, θερμότητας και μάζας. Στην περιοχή αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι οι διατμητικές τάσεις είναι σταθερές και ίσες με την διατμητική τάση στο τοίχωμα. Το επόμενο στρώμα αποκαλείται **στρώμα απόσβεσης ή μεταβατικό στρώμα (buffer layer)**, όπου οι επιπτώσεις του μοριακού ιξώδους και της τύρβης είναι εξίσου σημαντικές. Η έκταση αυτού του στρώματος εξαρτάται από την ύπαρξη αύξησης πίεσης κατά την διεύθυνση  $x$ , από την ύπαρξη ή όχι μεταφοράς θερμότητας και τις διαταραχές της ταχύτητας του ελεύθερου ρεύματος. Το τελευταίο στρώμα ονομάζεται **στρώμα τυρβώδους ροής (fully turbulent region)** όπου η τύρβη παίζει το σημαντικότερο ρόλο καθώς οι μεγάλες κλίσεις της μέσης ταχύτητας προκαλούν μεγάλη παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας και άρα ταχεία αύξηση της τύρβης, το στρώμα τυρβώδους ροής μπορεί να αναπτυχθεί αμέσως μετά την πλάκα αν η τραχύτητα της επιφάνειας της είναι μεγάλη. Τέλος η έκταση της εξαρτάτε από τον αριθμό Reynolds.



**Εικόνα 4-9: Απεικόνιση της ροής εντός Οριακό Στρώμα.**[119]

#### 4.1.18 Μοντελοποίηση οριακού στρώματος

Μια ροή ενός πραγματικού ρευστού επηρεάζεται σημαντικά από τη ύπαρξη τοιχωμάτων, η συνθήκη μη ολίσθησης στο τοίχωμα έχει σαν άμεσο αποτέλεσμα την μεταβολή της ταχύτητας και κατ' επέκταση τον επηρεασμό της τύρβης. Η μοντελοποίηση της περιοχής κοντά στο τοίχωμα επιδρά σημαντικά στην πιστότητα

και ποιότητα των αποτελεσμάτων, ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου τα τοιχώματα αποτελούν την κυρία πηγή ύπαρξης τύρβης και εμφάνισης ανακυκλοφοριών στην ροή, για αυτό το λόγο πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην μοντελοποίηση κοντά στο τοίχωμα για την εγκυρότητα της προσομοίωσης και των αποτελεσμάτων μας.

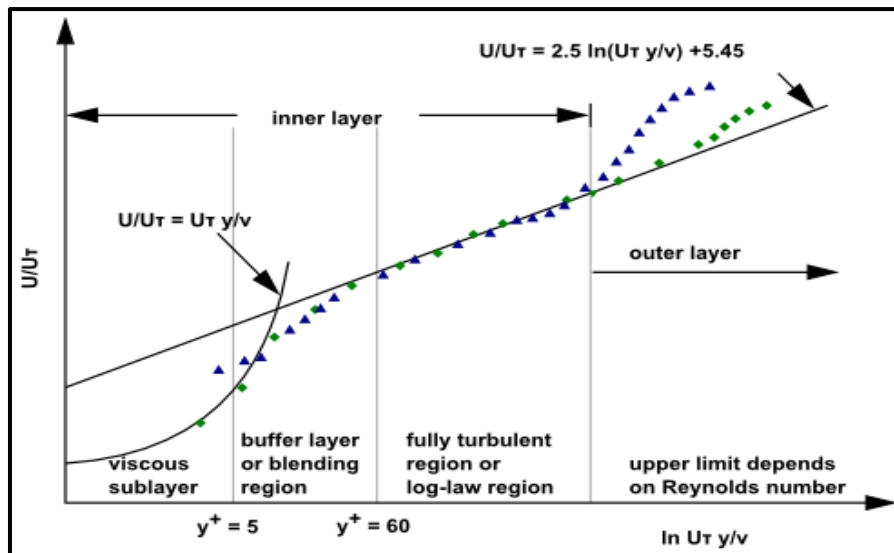
Το οριακό στρώμα κατά μήκος του άξονα  $x$  μπορεί να διαιρεθεί σε τρία στρώματα

- Υπόστρωμα στρωτής ροής (viscous sub layer)
- Στρώμα απόσβεσης ή μεταβατικό στρώμα (buffer layer)
- Στρώμα τυρβώδους ροής (fully turbulent region)

Οι μαθηματικές σχέσεις που χαρακτηρίζει τα τρία παραπάνω στρώματα προκύπτουν από την ακόλουθη διαδικασία.

Στο στρώμα της στρωτής ροής η διατμητική τάση είναι σταθερή και ίση με την διατμητική τάση στο τοίχωμα όποτε  $\tau_w = \mu \frac{du}{dy}$  (4.2.1) με την ολοκλήρωση της σχέσης ως προς το  $y$ , καταλήγουμε στην σχέση  $U = \frac{\tau_w y}{\mu} + c$  (4.2.2), εξ' ορισμού όμως η ταχύτητα πάνω στην επιφάνεια ενός στερεού σώματος είναι μηδέν  $c = 0$ , άρα  $U = \frac{\tau_w y}{\mu}$  (4.2.3). Η εξίσωση (4.2.3) μπορεί να γραφτεί  $U = \frac{\tau_w y}{\mu} \rightarrow U = \frac{\tau_w y \rho}{\mu \rho} \rightarrow U = \frac{\tau_w y}{\nu \rho}$  (4.2.4). Ο συνδυασμό των μεταβλητών  $\frac{\tau_w}{\rho}$  έχει μονάδες  $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$  δηλαδή ταχύτητα στο τετράγωνο, για αυτό το λόγο ορίζουμε ένα καινούργιο μέγεθος όπου ονομάζεται διατμητική ταχύτητα  $U_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$  (4.2.5). Από τον συνδυασμό των σχέσεων προκύπτει  $U / U_\tau = \frac{y}{\nu} U_\tau$  (4.2.6) τα μεγέθη σε αυτή την εξίσωση είναι αδιαστατοποιημένα.

- Αδιάστατη ταχύτητα :  $U / U_\tau$  και συμβολίζεται με  $U^+$
- Αδιάστατη απόσταση :  $\frac{y}{\nu} U_\tau$  και συμβολίζεται με  $y^+$



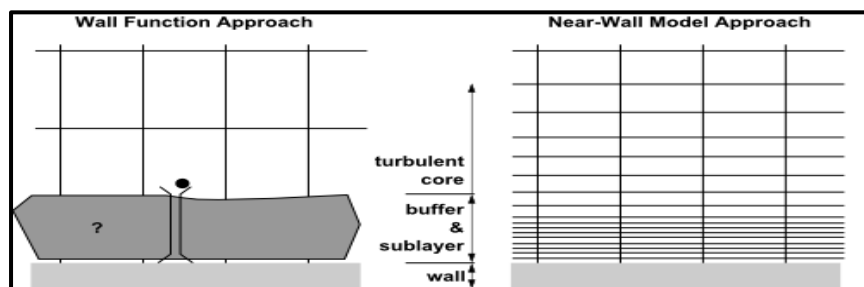
**Διάγραμμα 4-1: Λογαριθμικό διάγραμμα της αδιάστατης ταχύτητας ως προς το αδιάστατο ύψος.**[116]

Για την μοντελοποίηση της περιοχής κοντά στο τοίχωμα υπάρχουν δυο προσεγγίσεις.

Στην πρώτη προσέγγιση παραλείπονται από την επίλυση το στρώμα στρωτής ροής (viscous sub layer) και το στρώμα απόσβεσης ή μεταβατικό στρώμα (buffer layer), ουσιαστικά πρόκειται για τις δυο περιοχές όπου το μοριακό ιξώδες κατέχει τον κυρίαρχο ρόλο. Σε αυτή την περίπτωση γίνεται χρήση ημι-εμπειρικών τύπων που ονομάζονται συναρτήσεις τοιχώματος (**wall functions**) οι οποίες αναλαμβάνουν την σύνδεση των περιοχών που επηρεάζονται από το μοριακό ιξώδες και της περιοχής που έχουμε πλήρη αναπτυγμένη ροή. Βασικό μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι το ενδεχόμενο παρουσίας λανθασμένων αποτελεσμάτων σε περιπτώσεις ροών στις οποίες οι συνθήκες ροής παρεκκλίνουν αρκετά από τις ιδανικές συνθήκες που έχουν αρχικά θεωρηθεί. Το Fluent στην προσέγγιση αυτή μας παρέχει την δυνατότητα επιλογής δυο διαφορετικών συναρτήσεων τοιχώματος i) **τυπικές συναρτήσεις τοιχώματος**, ii) **συναρτήσεις τοιχώματος μη-ισορροπίας**. Οι τυπικές συναρτήσεις τοιχώματος αποδίδουν καλά σε απλές διαμητικές ροές και οι συναρτήσεις τοιχώματος μη-ισορροπίας βελτιώνουν τα αποτελέσματα σε ροές με σημαντικές μεταβολές της πίεσης και αποκολλήσεις. Οι τυπικές συναρτήσεις τοιχώματος είναι η εξ' ορισμού επιλογή στο Fluent, ωστόσο οι υποθέσεις της

σταθερής διάτμησης και της τοπικής ισορροπίας είναι αυτές που περιορίζουν περισσότερο το εύρος εφαρμογών των τυπικών συναρτήσεων τοιχώματος. Όταν οι ροές κοντά σε ένα τοίχωμα υπόκεινται σε ισχυρές πιέσεις και όταν οι ροές βρίσκονται σε έντονη κατάσταση μη-ισορροπίας, η πιστότητα των αριθμητικών αποτελεσμάτων είναι πιθανόν να μην είναι ικανοποιητική. Οι συναρτήσεις τοιχώματος μη-ισορροπίας συνιστώνται για χρήση σε πολύπλοκες ροές που περιλαμβάνουν διαχωρισμό, επανασύνδεση και πρόσκρουση όπου η μέση ροή και ο στροβιλισμός υποβάλλονται σε σοβαρές διακυμάνσεις πίεσης.

Η επόμενη προσέγγιση που παρέχεται από το fluent καλείται **near wall treatment** σε αυτή την προσέγγιση επιλύονται και οι περιοχές που επηρεάζονται από το μοριακό ιξώδες με την δημιουργία πλέγματος μέχρι τα τοιχώματα, ουσιαστικά πρόκειται για μια διζωνική μέθοδο στην οποία υπολογίζεται ο τοπικός αριθμός Re για κάθε στρώμα. Ισχυρό πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι η ακρίβεια αποτελεσμάτων έναντι της παραπάνω προσέγγισης.



**Εικόνα 4-10: προσεγγίσεις για την μοντελοποίηση της περιοχής κοντά στο τοίχωμα.**[16]

Η επιλογή προσέγγισης εξαρτάται με τι το ακριβώς θέλουμε να επιτύχουμε στην προσομοίωση, εάν μας ενδιαφέρουν πολύ οι δυνάμεις στα τοιχώματα περισσότερο από τη ανάμιξη της ροής στο μέσο του πεδίου τότε επιλέγουμε τη προσέγγιση «Near-Wall treatment», ενώ αν μας ενδιαφέρει το αντίθετο, τότε επιλέγουμε τη προσέγγιση με τις συναρτήσεις τοιχώματος «Wall Function Approach».

Η δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος πρέπει να βασίζεται στην προσέγγιση όπου επιλέγεται, ο παράγοντας  $y^+$  διαδραματίζει κύριο ρόλο στην διαδικασία αυτή.

Συμφώνα με το manual του Ansysn Fluent επισημαίνονται τα ακόλουθα: i) Το κέντρο κάθε κελίου πρέπει να βρίσκεται εντός της πλήρους τυρβώδους ζώνης, ισχύει  $30 < y^+ < 300$  ενδείκνυται  $y^+ \approx 30$  στην προσέγγιση των συναρτήσεων τοιχωμάτων ii) η τοποθέτηση κελίων στην μεταβατική ζώνη  $5 < y^+ < 30$  πρέπει να αποφεύγεται για όλα τα μοντέλα iii) Στην προσέγγιση «Near Wall Treatment» προκειμένου να επιλυθεί το οριακό στρώμα, τα κελία θα πρέπει να είναι τοποθετημένα στο υπόστρωμα στρωτής ροής δηλαδή  $y^+ < 5$ , ενδείκνυται  $y^+ \approx 1$ .

Για την λήψη αξιόπιστων αποτελεσμάτων είναι απαραίτητη η σωστή μοντελοποίηση των γειτονικών περιοχών των τοιχωμάτων. Ο παράγοντας  $y^+$  είναι καθοριστικός για την κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος, ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται.

Στο **Πίνακα 4-1** παρουσιάζεται μια συνοπτική περιγραφή των χαρακτηριστικών των μοντέλων τύρβης που αναφέραμε.

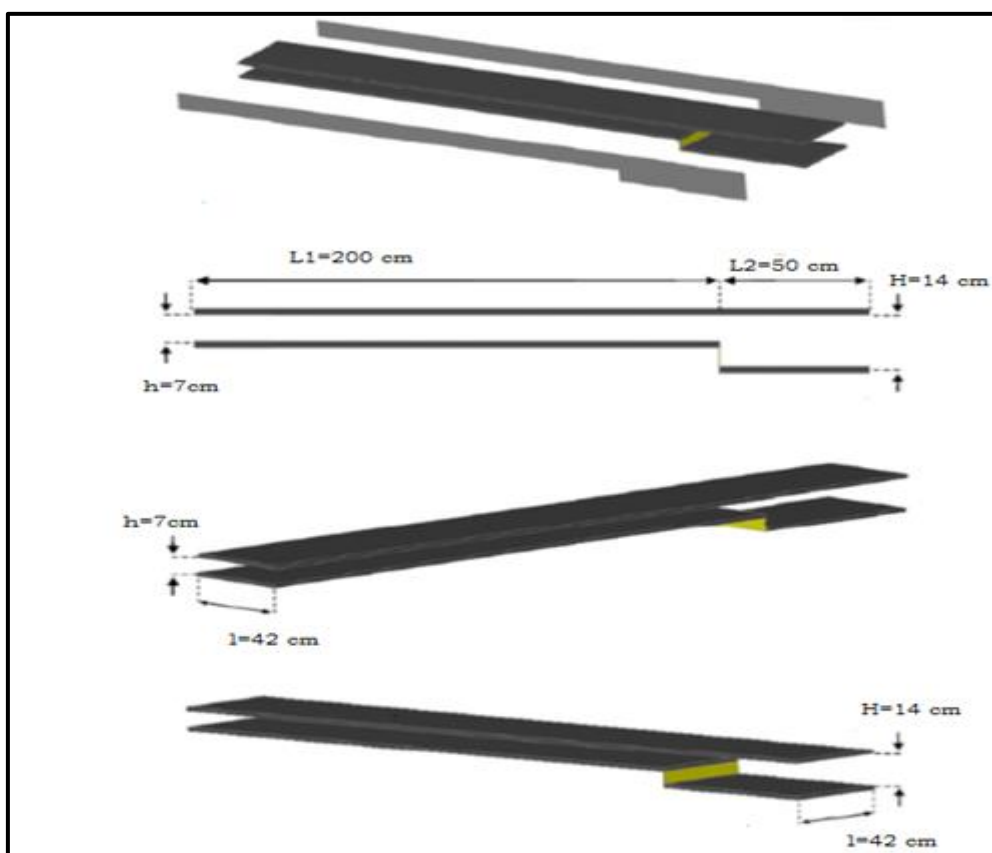
Πίνακας 4-1:Συνοπτική περιγραφή των μοντέλων τύρβης.[21]

Μοντέλο		
Standard k-ε	Χαρακτηριστικά	Ευσταθές, απλό και ακριβές για απλές ροές
	Χρήση	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Σε απλές ροές ή για αρχική προσέγγιση ενός προβλήματος.</li> <li>• Δεν συνίσταται για ροές με μεγάλες κλίσεις πίεσης, Αποκόλληση, καμπυλότητα και στροβιλότητα.</li> <li>• Ανακριβής πρόβλεψη εξέλιξης δεσμών ρευστού.</li> </ul>
	Μοντελοποίηση Τοιχωμάτων	Με χρήση WT ή scalable wall functions, οποιαδήποτε τιμή του $y^+$ . Αλλιώς, $y^+ > 30$
RNG k-ε	Χαρακτηριστικά	Παραλλαγή του Standard k-ε. Οι σταθερές του προκύπτουν αναλυτικά, όχι πειραματικά .Πιο ακριβές.
	Χρήση	Βελτιωμένα αποτελέσματα για ροές με στροβιλισμούς, αποκόλλησης και υψηλούς ρυθμούς παραμόρφωσης.
	Μοντελοποίηση Τοιχωμάτων	Με χρήση WT ή scalable wall functions, οποιαδήποτε τιμή του $y^+$ . Αλλιώς, $y^+ > 30$ .
Realizable k-ε	Χαρακτηριστικά	Παραλλαγή του Standard k-ε. Πιο ακριβές.
	Χρήση	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ακριβής πρόβλεψη εξέλιξης δεσμών ρευστού.</li> <li>• Αποτελεσματικότερο του Standard k-ε για ροές με στροβιλότητα, οριακά στρώματα με μεγάλες ανασχετικές κλίσεις πίεσης, αποκόλληση και επανακυκλοφορία.</li> </ul>
	Μοντελοποίηση Τοιχωμάτων	Με χρήση WT ή scalable wall functions, οποιαδήποτε τιμή $y^+$ του. Αλλιώς, $y^+ > 30$ .
k-ω SST	Χαρακτηριστικά	Συνδυάζει την λειτουργία του standard k-ω κοντά στα τοιχώματα και του k-ε στην ελεύθερη ροή
	Χρήση	Ίδια πλεονεκτήματα με το standard k ω, δίχως να είναι απαραίτητη η χρήση εξαιρετικά πυκνού πλέγματος. Καλύτερη απόδοση σε ροές με οριακό στρώμα, ελεύθερης διάτμησης χαμηλών αριθμών $Re$ , επίσης για ροές με ανασχές κλίσεις πίεσης και αποκόλληση.
	Μοντελοποίηση Τοιχωμάτων	$y^+ \sim 1$

## 5 Προσομοίωση μόνιμης ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση

### 5.1 Γεωμετρία

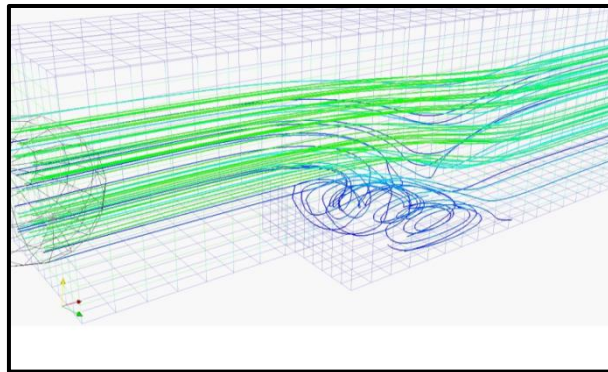
Για να φτάσει το προς επίλυση πρόβλημα στο στάδιο του επιλύτη και ακολούθως στο στάδιο του μετά-επεξεργαστή, του προγράμματος Ansys fluent, απαιτείται να ολοκληρωθεί η εισαγωγή των δεδομένων. Μέρος των δεδομένων αποτελεί και η γεωμετρία. Το πρόβλημα που καλείται να επιλυθεί στην παρούσα εργασία απαιτεί το σχεδιασμό του καναλιού, εντός του οποίου λαμβάνει χώρα η προς μελέτη ροή, το οποίο σχεδιάστηκε σύμφωνα με τις διαστάσεις της πειραματικής συσκευής που βρίσκεται στο εργαστήριο «θέρμανσης ψύξης και κλιματισμού» του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου (πρώην Ανώτατου Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδας). Έτσι σχεδιάστηκε κανάλι ορθογώνιας διατομής του οποίου οι διαστάσεις απεικονίζονται παρακάτω.



Εικόνα 5-1: Τρισδιάστατη απεικόνιση της πειραματικής συσκευής.

Στην παρούσα εργασία επιλέχθηκε η γεωμετρία να σχεδιαστεί σε δυο διαστάσεις, ύστερα από βιβλιογραφική έρευνα σε προηγούμενες υπολογιστικές και πειραματικές μελέτες, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι δεν παρατηρείται κάποια ουσιώδης μεταβολή στη ροή κατά μήκος του άξονα Z, που να επηρεάζει τα αποτελέσματα, έτσι για την μείωση του υπολογιστικού κόστους και χρόνου αποφεύχθηκε η σχεδίαση κατά μήκος του άξονα Z. Άμεση απορία των παραπάνω, είναι η απουσία μεταβολών κατά μήκος του άξονα Z, αυτό που μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση είναι να αποτυπώσουμε την εικόνα που σχηματίζεται από τις ροϊκές γραμμές στο δισδιάστατο υπολογιστικό πεδίο, αυτή η εικόνα θα επαναλαμβάνεται κατά μήκος του άξονα Z μέχρι το τέλος του καναλιού. Παρά το γεγονός ύπαρξης πληθώρας ερευνών όπου μελετούν τρισδιάστατες γεωμετρίες, για τους λόγους που αναφέρθηκαν, επιλέχθηκε στην παρούσα εργασία η σχεδίαση δισδιάστατης γεωμετρίας. Όλα αυτά μπορούν να γίνουν κατανοητά με την **Εικόνα 5-2**, όπου απεικονίζει τις ροϊκές γραμμές και είναι ευδιάκριτο ότι μορφή αυτών που παρατηρείτε στο επίπεδο x-y παρατηρείτε και κατά μήκος του άξονα Z.

Ιδέα της δισδιάστατης επίλυσης της ροής επικυρώθηκε από Driver. D και Seegmiller.H το 1985



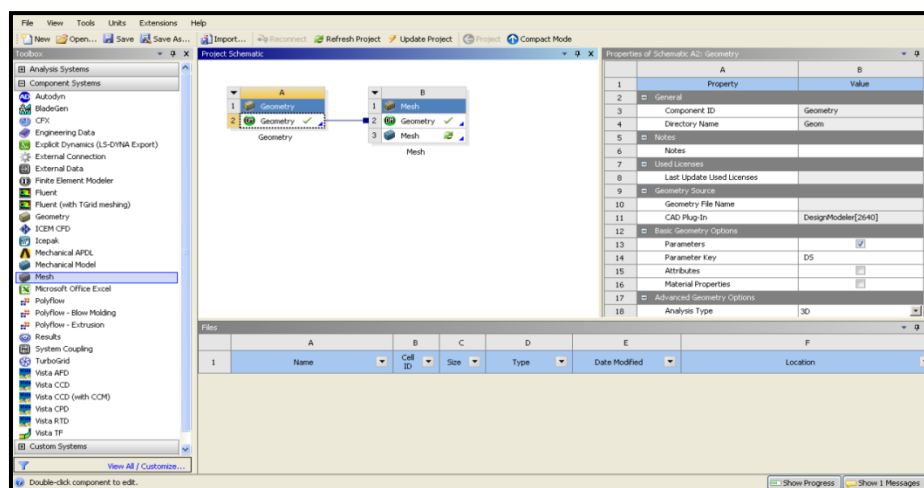
**Εικόνα 5-2:Ροϊκές γραμμές σε τρισδιάστατο υπολογιστικό πεδίο.**[118]



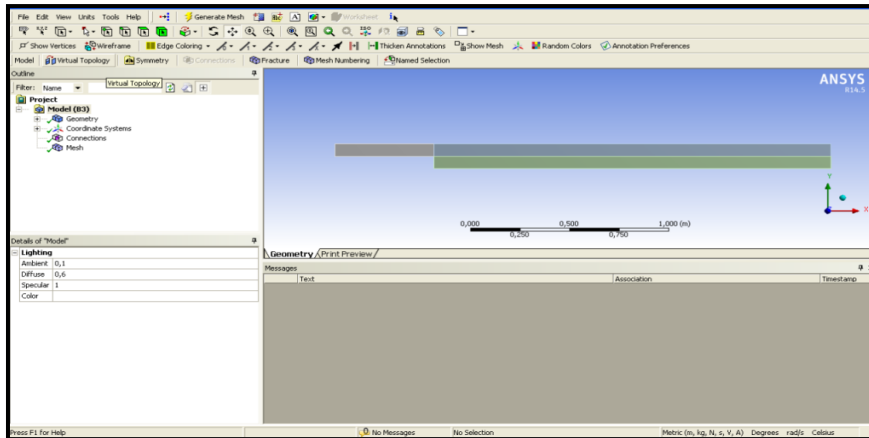
## 5.2 Διακριτοποίηση

Ένα από τα στάδια εισαγωγής δεδομένων αποτελεί και η δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος, όταν ολοκληρωθεί και αυτό το στάδιο το πρόβλημα έχει πλέον οριστεί και είναι σε μορφή κατάλληλη για την επεξεργασία από τον επιλύτη.

Για την διακριτοποίηση του υπολογιστικού πεδίου, χρησιμοποιήθηκαν τετράπλευρα κελία εφόσον είναι δισδιάστατο και σύμφωνα με το Fluent τα προτεινόμενα κελία για την διακριτοποίηση δισδιάστατων προβλημάτων είναι τα τετράπλευρα ή τα τριγωνικά. Η μοντελοποίηση των περιοχών κοντά στο τοίχωμα επιδρά σημαντικά στην πιστότητα και ποιότητα των αποτελεσμάτων, στην περίπτωση αυτή που μελετάμε, τα τοιχώματα του καναλιού αποτελούν την κυρία πηγή ύπαρξης τύρβης και εμφάνισης ανακυκλοφοριών στην ροή, για αυτό το λόγο το πλέγμα κοντά στα τοιχώματα επιλέχτηκε να είναι πιο πυκνό, ώστε να υπολογιστούν οι διατμητικές τάσεις που προκαλούνται στο ρευστό από τα τοιχώματα του αγωγού, (Wall Shear Stress) και να μελετηθούν οι ανακυκλοφορίες που δημιουργούνται μετά το εμπόδιο και στο επάνω τοίχωμα.



Εικόνα 5-3: Παράθυρο εκκίνησης του Mesher.



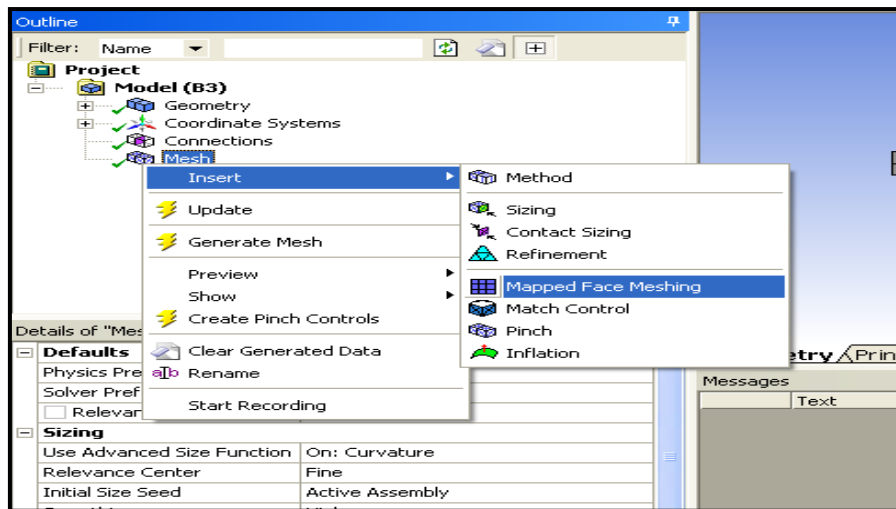
**Εικόνα 5-4: Παράθυρο δημιουργίας mesh στο Mesher.**

Από τα πρώτα βήματα που πρέπει να κάνουμε μόλις εμφανιστεί στην οθόνη μας το περιβάλλον εργασίας για την δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος είναι να επιλέξουμε το εικονίδιο του **Mesh** και να ρυθμίσουμε τα πεδία που επισημαίνονται, όπως βλέπουμε στην **Εικόνα 5-5**.

Details of "Mesh"	
<b>Defaults</b>	
Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
<b>Sizing</b>	
Use Advanced Size Function	On: Curvature
Relevance Center	Fine
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	High
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal Angle	Default (18,0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	Default (3,6554e-004 m)
<input type="checkbox"/> Max Face Size	Default (3,6554e-002 m)
<input type="checkbox"/> Max Size	Default (7,3107e-002 m)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20 )
Minimum Edge Length	7,e-002 m

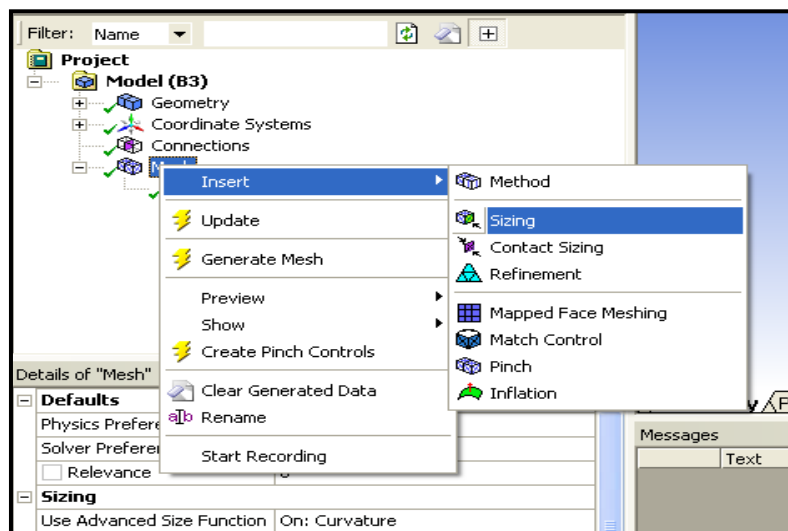
**Εικόνα 5-5: Απεικόνιση αλλαγών.**

Σε αυτό το σημείο κρίνεται χρήσιμη η δημιουργία ενός πλέγματος σύνδεσης, αυτό το είδος της σύνδεσης, ονομάζεται **Mapped Face Meshing**. Η απόφαση να δημιουργήσουμε ένα πλέγμα σύνδεσης προέχεται από την ανάγκη δημιουργίας ενός δομημένου πλέγματος.



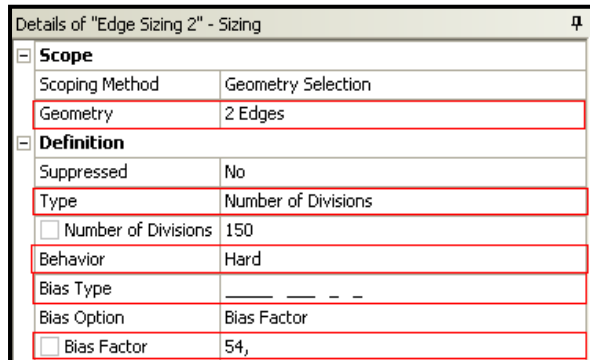
Εικόνα 5-6: Mapped Face Meshing.

Το επιθυμητό πλέγμα έχει συγκεκριμένο αριθμό τμημάτων τόσο στην διεύθυνση του άξονα  $x$  όσο και στην διεύθυνση του άξονα  $z$ . Με σκοπό να έχουμε τον επιθυμητό αριθμό τμημάτων, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το **Edge Sizing**.



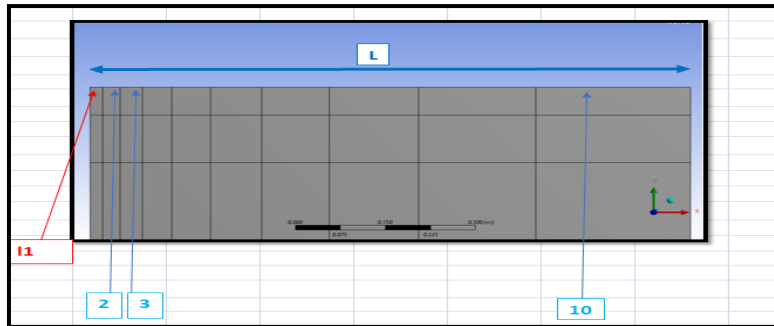
Εικόνα 5-7: Edge Sizing.

Αφού επιλέξουμε τις πλευρές όπου επιθυμούμε να τις χωρίσουμε σε συγκεκριμένο αριθμό τμημάτων, εφαρμόζουμε τις αλλαγές στα πεδία όπου επισημαίνονται στην **Εικόνα 5-8**. Για κάθε πλευρά ο αριθμός των υποδιαιρέσεων, οι συντελεστές Bias Factor και Bias Type διαφοροποιούνται, ανάλογα με το αποτέλεσμα που επιθυμούμε.



**Εικόνα 5-8:Ορισμός number of divisions, Bias type και Bias factor.**

Για την σωστή μοντελοποίηση του οριακού στρώματος το πλέγμα κοντά στα τοιχώματα επιλέχτηκε να είναι πιο πυκνό, αυτό επιτυγχάνεται με την τεχνική **Bias Factor**, η συγκεκριμένη τεχνική μας παρέχει την δυνατότητα το πλέγμα να είναι πιο πυκνό στις περιοχές ενδιαφέροντος και να αραιώνει καθώς απομακρυνόμαστε από αυτές, σαφώς με αυτή την τεχνική κερδίζουμε υπολογιστικό κόστος και χρόνο. Για τον υπολογισμό του μήκους του πρώτου στοιχείου του πλέγματος δίνεται από το manual του πρόγραμμα εξομοίωσης Ansys Fluent η εξής εξίσωση :  $L = \sum_0^i l_1 r^i$  και ο συντελεστής Bias Factor υπολογίζεται από την εξίσωση  $b_f = r^{(n-1)}$  όπου: ( **L1**: μήκος του πρώτου στοιχείου, **L**: μήκος της ακμής, **L 1...10**: μήκος του εκάστοτε στοιχείου **b<sub>f</sub>**: Bias factor **n**: αριθμός υποδιαιρέσεων **r**: ρυθμός ανάπτυξης ).



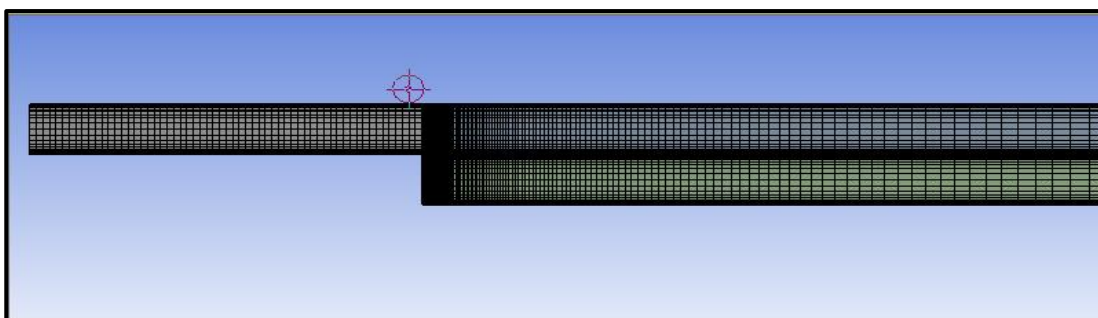
**Εικόνα5-9: Τεχνική δημιουργίας υπολογιστικού πλέγματος στις περιοχές κοντά στα τοιχώματα.**

Στην παρούσα εργασία τα τοιχώματα αποτελούν την κυρία πηγή ύπαρξης τύρβης και εμφάνισης ανακυκλοφοριών στην ροή, για αυτό το λόγο πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην μοντελοποίηση κοντά στο τοίχωμα για την εγκυρότητα της προσομοίωσης και των αποτελεσμάτων μας. Για να εξασφαλίσουμε την ποιότητα των αποτελεσμάτων μας, επιλεγούμε την επαλήθευση τους μέσω του παράγοντα  $y^+$ , αυτός ο παράγοντας θα μας εξασφαλίσει και την ποιότητα του πλέγματος καθώς η τιμή του εξαρτάτε από την απόσταση του πρώτου κελίου από τα τοιχώματα, έτσι επιλέχτηκε η απόσταση του πρώτου κελίου από το τοιχώματα να ληφθεί ίση με 0,001 μέτρα, αυτή η τιμή μας εξασφαλίζει ότι το  $y^+$  θα λαμβάνει τις αποδεκτές τιμές δηλαδή  $y^+ < 5$ . Έτσι έχοντας ως δεδομένη την απόσταση του πρώτου κελίου από την επιφάνεια των τοιχωμάτων, υπολογίζουμε για κάθε περίπτωση τον συντελεστή **Bias factor** και επιλέγουμε το κατάλληλο **Bias Type**.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπολογισμού του συντελεστή Bias factor για την περίπτωση των τοιχωμάτων του καναλιού που βρίσκονται μετά το Step.

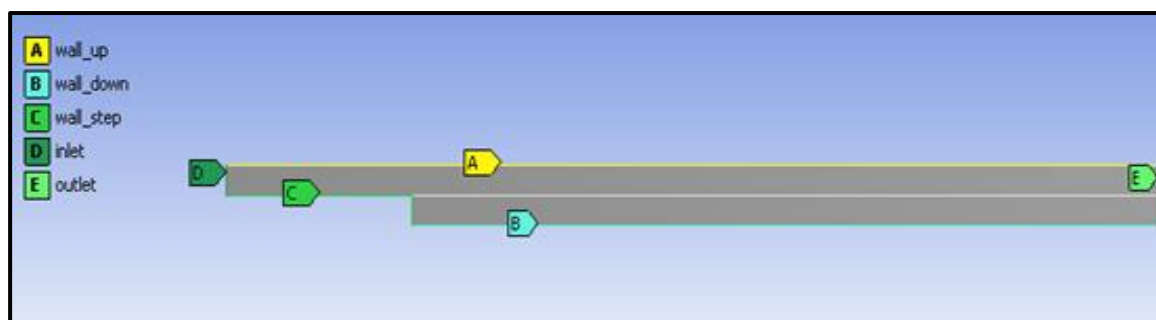
**Πίνακας 5-1: Υπολογισμός Bias factor**

Edge Sizing		Value	Units
<b>Edge Length</b>	L	<b>2,00</b>	m
<b>Growth rate</b>	r	1,030	-
<b>Bias factor</b>	bf	<b>54</b>	-
<b>Number of division (Value Max =10000)</b>	n	<b>120</b>	-
<b>Length of first element</b>	l1 =	0,001	m



**Εικόνα5-10:Υπολογιστικό πλέγμα.**

Πρώτου αποχωρίσουμε από το παράθυρο του Mesher, θα ονομάσουμε τις πλευρές τις γεωμετρίας ώστε να θέσουμε αργότερα συνοριακές συνθήκες για την ροή.

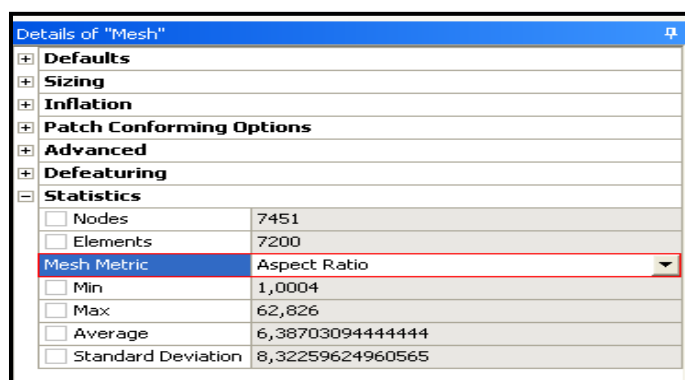


**Εικόνα5-11:Ονομασίες των γεωμετρικών ορίων.**

Η ποιότητα του πλέγματος είναι άμεσα συνυφασμένη με τη αξιόπιστη λήψη αποτελεσμάτων οπότε συμπεραίνουμε ότι η αξιολόγηση των κελιών του πλέγματος κρίνεται αναγκαία. Το πρόγραμμα εξομοίωσης Ansys Fluent παρέχει την δυνατότητα ελέγχου της ποιότητας των κελιών μέσω ορισμένων κριτηρίων. Για την αξιολόγηση των κελιών λοιπόν, είναι διαθέσιμα πλήθος κριτηρίων, όπως η **Αναλογία διαστάσεων (aspect ration)**,η **Λοξότητα όγκου (skewness )** και η **Ορθογώνια ποιότητα (orthogonal quality)**. Οι τιμές των παραπάνω κριτηρίων πρέπει να διατηρούνται εντός κάποιων αποδεκτών ορίων τα οποία είναι αντίστοιχα για τα παραπάνω κριτήρια, η τιμή για το κριτήριο **αναλόγια διαστάσεων** πρέπει να διατηρείται στην τιμή 1, για την **λοξότητα όγκου** πρέπει να διατηρείται κάτω από 0,95, με μια μέση τιμή που είναι σημαντικά χαμηλότερη, μία μέγιστη τιμή άνω του

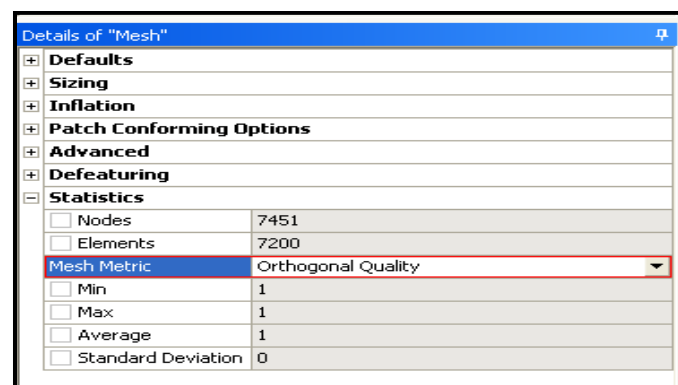
0,95 μπορεί να οδηγήσει σε δυσκολίες και τέλος για την ορθογωνική ποιότητα πρέπει να διατηρείται κοντά στην μονάδα.

Για όλα τα πλέγματα που δημιουργήθηκαν έχουν εξαχθεί και ελεγχθεί οι τιμές των παραπάνω κριτηρίων, οι τιμές ήταν σε συνάφεια με αυτές που υπαγορεύονται από το manual του πρόγραμμα εξομοίωσης Ansys Fluent και έχουν αναφερθεί παραπάνω. Επομένως εξάγεται το συμπέρασμα ότι από άποψη ποιότητας η διακριτοποίηση είναι επαρκής.



Details of "Mesh"	
<input type="checkbox"/> Defaults	
<input type="checkbox"/> Sizing	
<input type="checkbox"/> Inflation	
<input type="checkbox"/> Patch Conforming Options	
<input type="checkbox"/> Advanced	
<input type="checkbox"/> Defeaturing	
<input type="checkbox"/> Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	7451
<input type="checkbox"/> Elements	7200
<input type="checkbox"/> Mesh Metric	Aspect Ratio
<input type="checkbox"/> Min	1,0004
<input type="checkbox"/> Max	62,826
<input type="checkbox"/> Average	6,38703094444444
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	8,32259624960565

Εικόνα 5-12: Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Aspect Ratio).



Details of "Mesh"	
<input type="checkbox"/> Defaults	
<input type="checkbox"/> Sizing	
<input type="checkbox"/> Inflation	
<input type="checkbox"/> Patch Conforming Options	
<input type="checkbox"/> Advanced	
<input type="checkbox"/> Defeaturing	
<input type="checkbox"/> Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	7451
<input type="checkbox"/> Elements	7200
<input type="checkbox"/> Mesh Metric	Orthogonal Quality
<input type="checkbox"/> Min	1
<input type="checkbox"/> Max	1
<input type="checkbox"/> Average	1
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	0

Εικόνα 5-13: Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (Orthogonal Quality).

Details of "Mesh"		
+	Defaults	
+	Sizing	
+	Inflation	
+	Patch Conforming Options	
+	Advanced	
+	Defeaturing	
-	Statistics	
<input type="checkbox"/>	Nodes	7451
<input type="checkbox"/>	Elements	7200
	Mesh Metric	Skewness
<input type="checkbox"/>	Min	1,3057293693791E-10
<input type="checkbox"/>	Max	1,30956306766733E-10
<input type="checkbox"/>	Average	1,30600328721728E-10
<input type="checkbox"/>	Standard Deviation	0

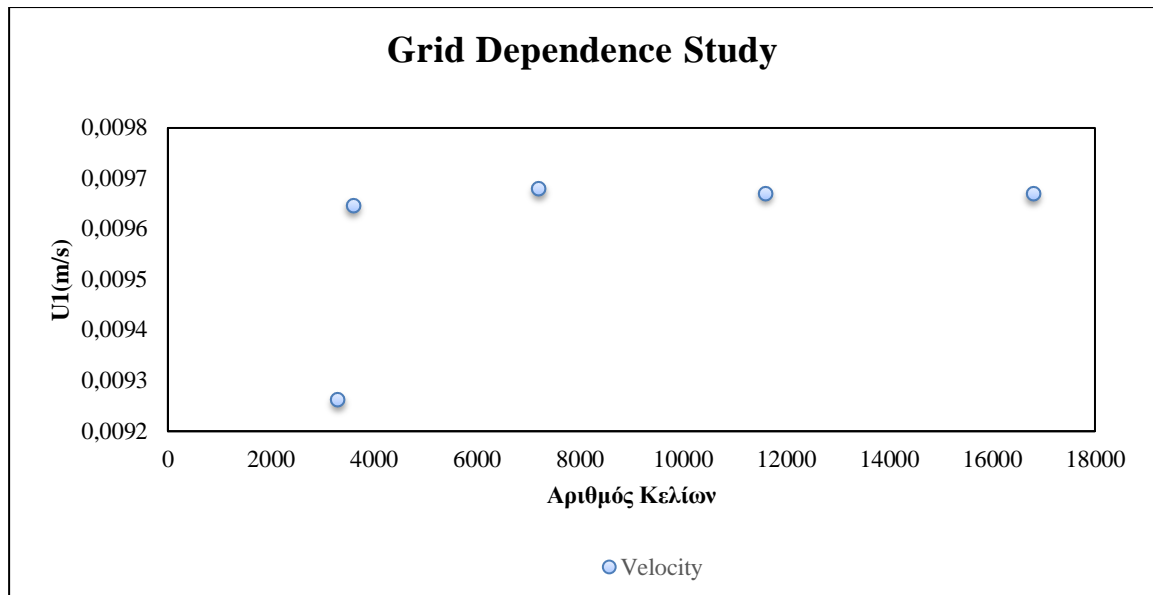
Εικόνα 5-14:Αξιολόγηση ποιότητας πλέγματος (skewness).

### 5.3 Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος (mesh independence)

Η κατασκευή ενός αρτίου υπολογιστικού πλέγματος είναι απαραίτητη για τη ακριβή προσομοίωση της υπό εξέταση ροής, μιας και η χρήση ενός πλέγματος με πιθανά λάθη ενδέχεται να δημιουργήσει όχι μόνο προβλήματα στην σύγκλιση στον επιλυτή αλλά και σε λάθος λύση. Το πρόβλημα αυτό, μπορεί να αντιμετωπιστεί με την πραγματοποίηση έλεγχου ανεξαρτησίας πλέγματος (**mesh independence**). Στην διαδικασία έλεγχου ανεξαρτησίας υπολογιστικού πλέγματος, η πυκνότητα αυτού αυξάνεται σε όλες τις διευθύνσεις και επαναλαμβάνεται η προσομοίωση, στόχος είναι η εύρεση εκείνου του πλέγματος που θα έχει τον ελάχιστο αριθμό κελίων και θα παρέχει σωστά αποτελέσματα.

Στην παρούσα εργασία, για την πραγματοποίηση έλεγχου ανεξαρτησίας πλέγματος, εξετάζετε η εξάρτηση της πυκνότητας αυτού από την μέγιστη ταχύτητα της ροής, σε απόσταση 0,2 m από το εμπόδιο.





Διάγραμμα 5-1: Εξάρτηση της λύσης από την πυκνότητα του πλέγματος.

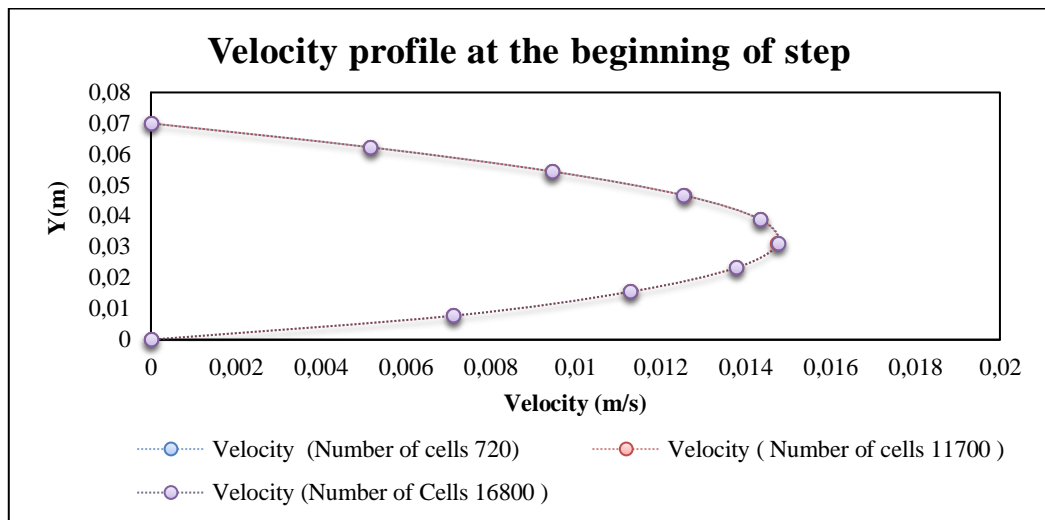
Πίνακας 5-2: Υπολογισμός της ταχύτητας σε απόσταση 0,2 από το εμπόδιο

Πλέγμα	Αριθμός κελιών	Ταχύτητα Εισόδου	Ταχύτητα
<i>Πρώτο</i>	3300	0,01	0,0093
<i>Δεύτερο</i>	3600	0,01	0,0096
<i>Τρίτο</i>	7200	0,01	0,0097
<i>Τέταρτο</i>	11600	0,01	0,0097
<i>Πέμπτο</i>	16800	0,01	0,0097

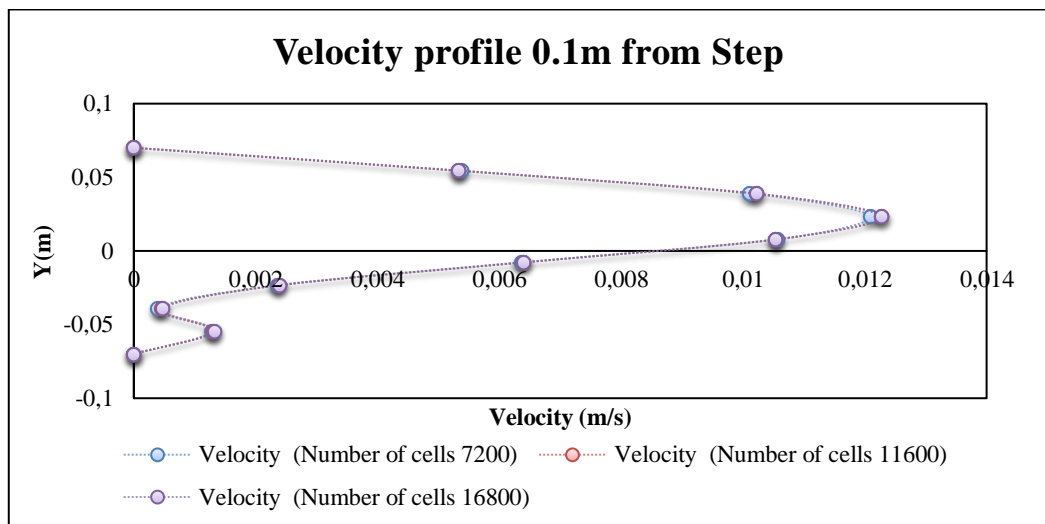
Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, η τιμή της μέγιστης ταχύτητας της ροής σε απόσταση 0,2 m από το εμπόδιο αυξάνεται με την αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος, μέχρι περίπου τα  $7,2 \cdot 10^3$  κελιά, από αυτό τον αριθμό κελίων και μετά η τιμή της μέγιστης ταχύτητας της ροής σταθεροποιείται. Σε αυτό το σημείο κρίνεται αναγκαία η επιλογή ανάμεσα στα τρία τελευταία υπολογιστικά πλέγματα, επιλέγεται το πλέγμα με αριθμό κελίων  $7,2 \cdot 10^3$ , γιατί διαθέτει τον ελάχιστο αριθμό κελίων από τα τρία τελευταία πλέγματα και έτσι κατοχυρώνεται εξοικονόμηση υπολογιστικού κόστους και χρόνου.

Όπως προέκυψε από τον παραπάνω έλεγχο ανεξαρτησίας τα τρία τελευταία υπολογιστικά πλέγματα δεν παρουσιάζουν αξιοσημείωτες μεταβολές στις λύσεις

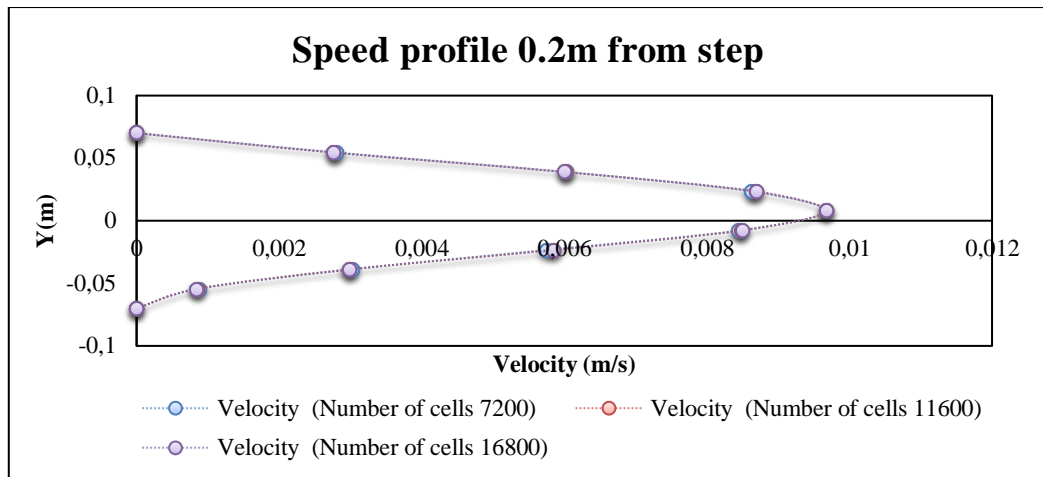
τους, όμως ελέγχτηκε μόνο η μέση ταχύτητα σε συγκεκριμένη θέση, έτσι πραγματοποιείτε έλεγχος των προφίλ ταχυτήτων εντός του καναλιού στις θέσεις, στην αρχή του εμπόδιου και μετά το εμπόδιο σε απόσταση 0.1m και 0.2m αντιστοίχως.



**Διάγραμμα 5-2: Προφίλ ταχύτητας στην αρχή του step.**



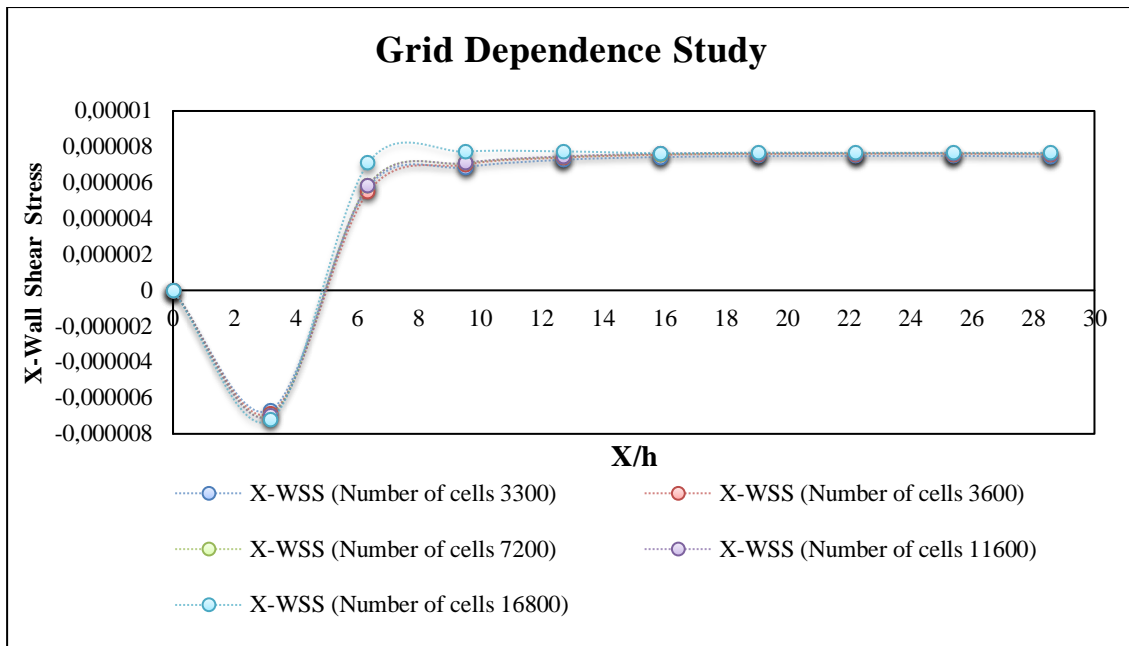
**Διάγραμμα 5-3: Προφίλ ταχύτητας σε απόσταση 0,1 m από το step.**



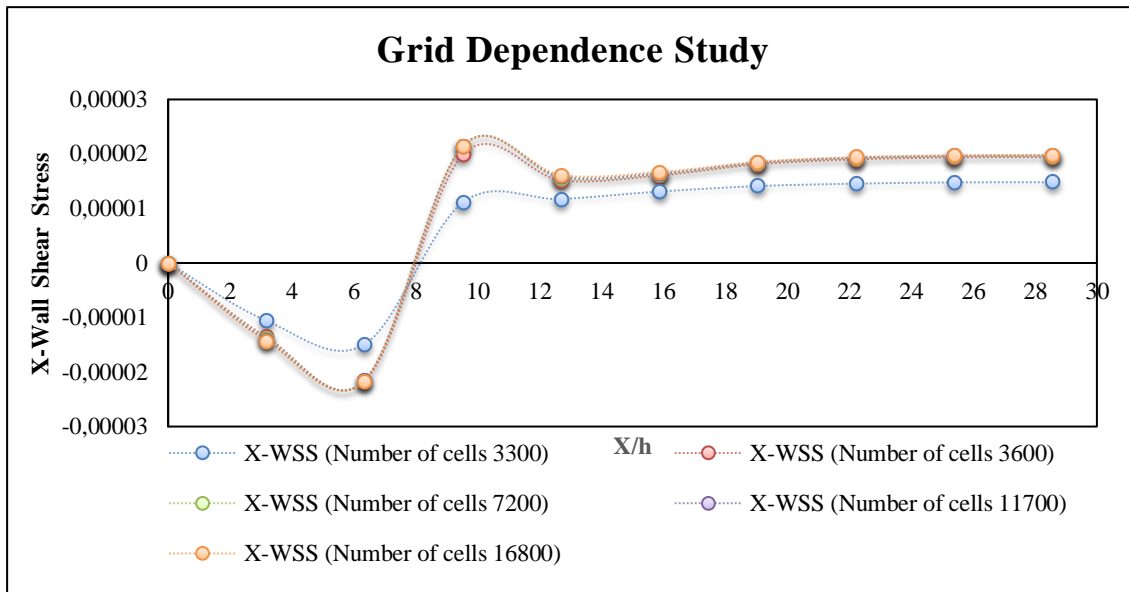
**Διάγραμμα5-4:Προφίλ ταχύτητας σε απόσταση 0,2 m από το step.**

Από τα τρία παραπάνω διαγράμματα είναι ευδιάκριτο ότι τα προφίλ των ταχυτήτων δεν παρουσιάζουν καμία αξιοσημείωτη διάφορα και ταυτίζονται για τις θέσεις όπου επιλέχθηκαν να εξεταστούν, άρα η επιλογή του υπολογιστικού πλέγματος με αριθμό κελιών  $7,2 \cdot 10^3$  είναι η πλέον βέλτιστη.

Για τον υπολογισμό του μήκους επανασύνδεσης, υπολογίζετε η διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού μετά το εμπόδιο, έτσι ένας επιπλέον έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος με εξεταζόμενο μέγεθος την διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα το καναλιού εξασφαλίζει την πλέον βέλτιστη επιλογή του υπολογιστικού πλέγματος.



**Διάγραμμα 5-5: Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού για στρωτή ροή  $Re=200$ .**



**Διάγραμμα 5-6: Διατμητική τάση στο κάτω τοίχωμα του καναλιού για τυρβώδη ροή  $Re=500$ .**

Στο παρακάτω πίνακα έχουν καταγράψει, οι τιμές των κριτηρίων που οι δεδομένες τιμές του χαρακτηρίζουν το υπολογιστικό πλέγμα ως ποιοτικό, για το υπολογιστικό πλέγμα που επιλεγεί ύστερα από τη μελέτη έλεγχου ανεξαρτησίας.

Πίνακας 5-3: Ποιότητα επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος

	Aspect Ratio	Orthogonal quality	Skewness
<b>Min</b>	1,00	1,00	1,3057E-10
<b>Max</b>	62,826	1,00	1,3095E-10
<b>Average</b>	6,387	1,00	1,306E-10

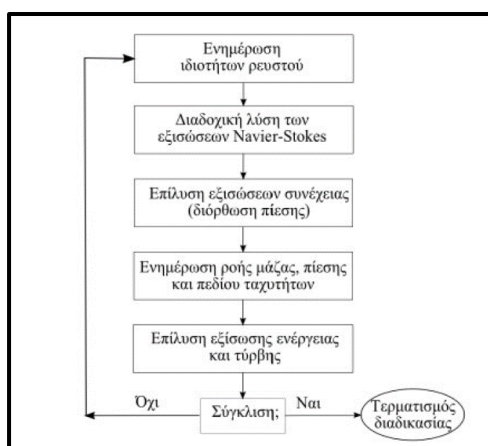
- **Price Range For Skewness**  
 $0 < \text{Skewness} < 1$ ,  $\text{MaxSkewness} < 0,95$  **Averaged Skewness**  $< 0.33$
- **Price Range For Max Orthogonal Quality**  
 $0 < \text{Max Orthogonal Quality} < 1$
- **Acceptable price for Aspect ration**  
**Min=1**

## 5.4 Επίλυση

### 5.4.1 Επιλογή επιλύτη

Το λογισμικό του fluent παρέχει την δυνατότητα επιλογής του αλγορίθμου επίλυσης, ανάμεσα σε i) **Pressure Based Solver** και ii) **Density Based Solver**. Ο πρώτος αλγόριθμος χρησιμοποιεί εξισώσεις με βάση την πίεση, η ταχύτητα υπολογίζεται από τις εξισώσεις Navier - Stokes, ο υπολογισμός της πυκνότητας γίνεται με βάση την εξίσωση της συνεχείας ενώ το πεδίο της πίεση καθορίζεται από τις καταστατικές εξισώσεις. Αρχικά είχε αναπτυχθεί για συμπιεστές ροές υψηλών ταχυτήτων, λόγω της εκ νέου διαμόρφωσης του είναι εφαρμόσιμος σε ένα μεγάλο φάσμα ροών από συμπιεστές ροές χαμηλών ταχυτήτων μέχρι συμπιεστές ροές υψηλών ταχυτήτων. Ο δεύτερος αλγόριθμος χρησιμοποιεί εξισώσεις με βάση την πυκνότητα, το πεδίο της πίεσης υπολογίζεται από την επίλυση εξίσωσης η οποία προέρχεται από τις εξισώσεις συνέχειας και ορμής. Ο αλγόριθμος **Density Based Solver** εφαρμόζεται κυρίως σε συμπιεστές ροές υψηλών ταχυτήτων. Και οι δυο μέθοδοι έχουν διαμορφωθεί εκ νέου για λειτουργούν για μεγάλο φάσμα διαφορετικών συνθηκών ροής, είναι ευέλικτοι, απαιτούν λιγότερη μνήμη και παρέχουν αξιόπιστα αποτελέσματα.

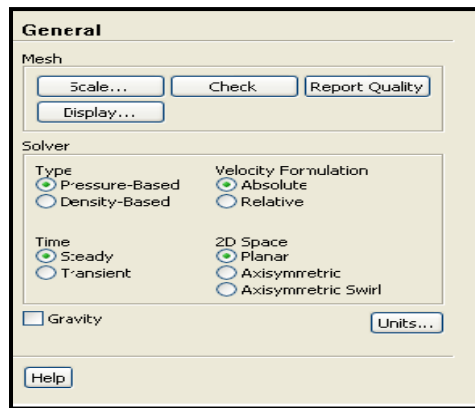
Στους επιλύτες με βάση την πίεση είναι διαθέσιμοι οι αλγόριθμοι: α) **Segregated Solver** β) **Coupled Solver**. Στους **Segregated Solver** η επίλυση των εξισώσεων γίνεται διαδοχικά και οι λύσεις της προηγούμενης εξίσωσης μεταβιβάζονται στην επόμενη. Στους **Coupled Solver** οι εξισώσεις λύνονται ταυτόχρονα. Για το πρόβλημα της παρούσας εργασίας χρησιμοποιήθηκε ο **pressure based – segregated solver**. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος απαιτεί λιγότερη μνήμη στον υπολογιστή επειδή για τις διακριτοποιημένες εξισώσεις απαιτείται να αποθηκεύονται μόνο μια φορά. Η σύγκλιση όμως είναι σχετικά πιο αργή από άλλους αλγόριθμους που λύνουν παράλληλα τις εξισώσεις.



**Εικόνα 5-15: Αλγόριθμος επίλυτη Pressure – Based Segregate.**

Σε αυτό το στάδιο επίλυσης καθορίζουμε το χρόνο ως σταθερό (**steady**) ή μεταβαλλόμενο (**transient**), πρακτικά σε αυτό το σημείο γίνεται ο καθορισμός της ροής ως μόνιμη ή μεταβαλλόμενη.

Η επιλογές για την επίλυση του προβλήματος της παρούσας εργασίας απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα.



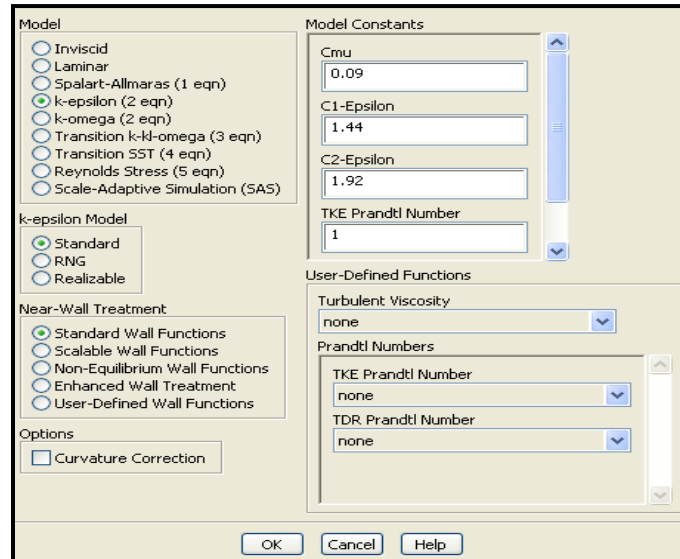
**Εικόνα5-16:Επιλογή επιλύτη.**

#### 5.4.2 Επιλογή ροϊκού μοντέλου

Η επιλογή του ροϊκού μοντέλου αποτελεί από τα σημαντικότερα στάδια της επίλυσης. Κάθε μοντέλο που μπορούμε να επιλέξουμε από την βιβλιοθήκη του Fluent είναι κατάλληλο για συγκεκριμένες συνθήκες ροών για αυτό η γνώση των ιδιοτήτων της προς επίλυσης ροής είναι απαραίτητες για την επιλογή του μοντέλου προσομοίωση. Τυχόν λάθος επιλογή μοντέλου μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα την αδυναμία σύγκλισης της λύσης αλλά και μη αξιόπιστα και λανθασμένα αποτελέσματα.

Στην παρούσα εργασία εξετάζονται ως προς την ορθότητα των αποτελεσμάτων τους, τα ροϊκά μοντέλα

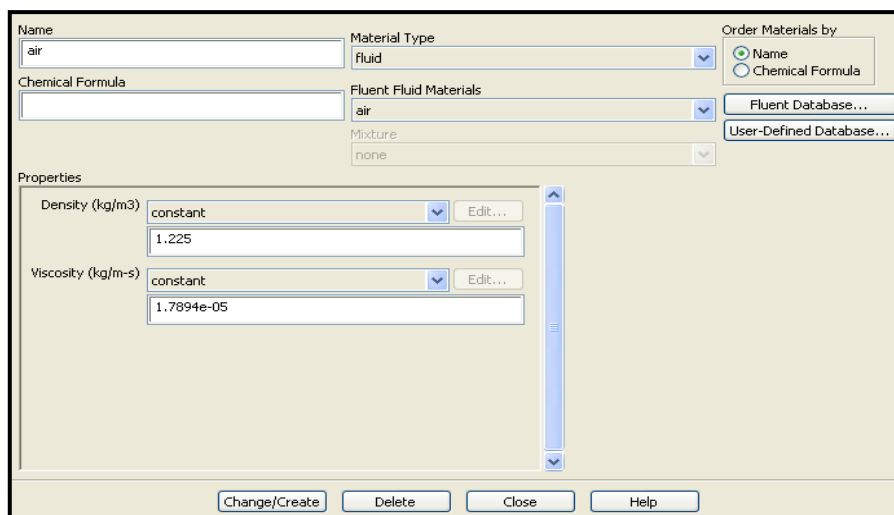
- Laminar
- K-e RNG (Enhance Wall Treatment )
- K-e RNG ( non equilibrium )
- K-e standard
- K- $\omega$  SST



**Εικόνα 5-17:Επιλογή μοντέλου προσομοίωσης.**

### 5.4.3 Καθορισμός ιδιοτήτων υλικών

Στο σημείο αυτό παρέχεται η δυνατότητα καθορισμού των ιδιοτήτων του ρευστού όπου θα ρέει στο κανάλι μας αλλά και τις ιδιότητες του υλικού από το οποίο αποτελούνται τα τοιχώματα του καναλιού.



**Εικόνα 5-18:Καθορισμός ιδιοτήτων αέρα.**

Πυκνότητα  $\rho=1,225 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$  Δυναμικό ιξώδες  $\mu=1,810^{-5} [kg/ms]$



#### 5.4.4 Συνοριακές συνθήκες

Για να οριστεί η ροή είναι απαραίτητη η σωστή επιλογή συνοριακών συνθηκών, στην παρούσα εργασία απαιτείται ο ορισμός των φυσικών συνοριακών συνθηκών πίεσης και ταχύτητας, οι τιμές τους προκύπτουν από την θεωρία. Στην είσοδο του υπολογιστικού πεδίου ορίστηκε η συνοριακή συνθήκη **Velocity inlet** στην έξοδο του πεδίου ορίστηκε η συνοριακή συνθήκη **Pressure outlet** στην οποία δόθηκε η τιμή της ατμοσφαιρικής πίεσης  $P = 101325 \text{ Pa}$ . Τέλος στις επιφάνειες του καναλιού ορίστηκε συνοριακή συνθήκη μη ολίσθησης **Wall** (non-slip wall condition). Οι συνοριακές συνθήκες συνοψίζονται στον **Πίνακα 5-4**.

**Πίνακας 5-4: Συνοριακές συνθήκες.**

<b>Είσοδος</b>	<b>Velocity inlet</b>	
<b>Έξοδος</b>	Pressure outlet	$P=101325\text{Pa}$
<b>Επιφάνειες καναλιού</b>	Wall (non-slip condition)	-

Το κανάλι που χρησιμοποιήθηκε έχει διαστάσεις:

- Ύψος εισόδου:  $h=7 \text{ cm}$
- Ύψος εξόδου:  $H=14 \text{ cm}$
- Ύψος εμποδίου:  $S=7 \text{ cm}$
- Μήκος πριν το εμπόδιο:  $L_1=50 \text{ cm}$
- Μήκος μετά το εμπόδιο:  $L_2=200 \text{ cm}$

Στην είσοδο του καναλιού ορίστηκε συνθήκη εισόδου **Velocity inlet** οπότε απαιτείται ο υπολογισμός της ταχύτητας εισόδου.

Ο αριθμός  $Re$  για το παρόν πρόβλημα ορίζεται :  $Re = \frac{\rho U_b D}{\mu}$  (5.4.1) όπου:

- ✓  $\rho$ : η πυκνότητα του αέρα  $[\text{kg}/\text{m}^3]$
- ✓  $U_b$ : η μέση ταχύτητα εισόδου  $[\text{m}/\text{s}]$
- ✓  $D$ : η υδραυλική διάμετρος  $[\text{m}]$

Η υδραυλική διάμετρος ορίζεται  $D = 4 \frac{A}{C}$  όπου

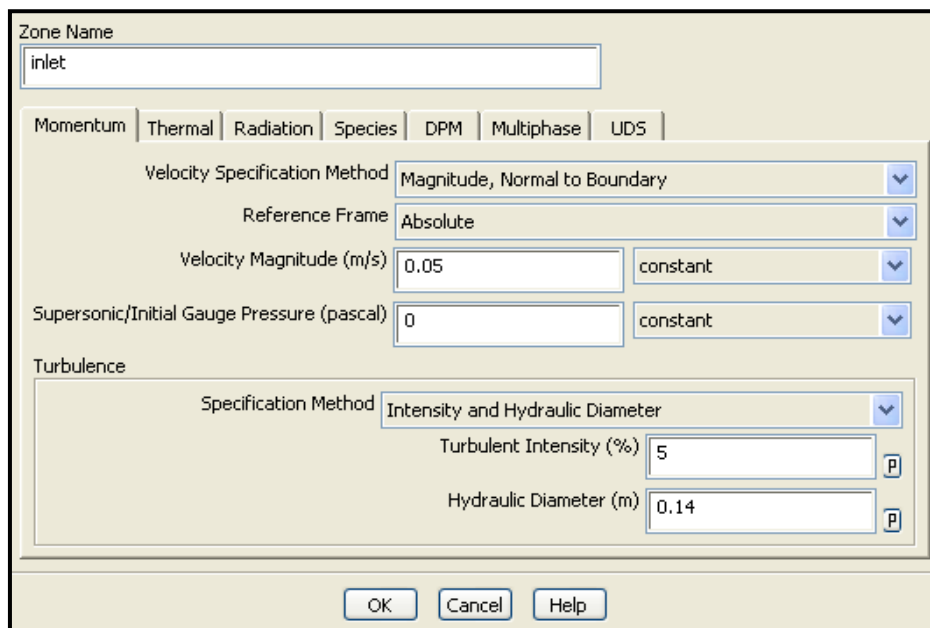
- ✓ A:η επιφάνεια διατομής
- ✓ C:η βρεχόμενη περιμετρος,

Άρα για την παρούσα εργασία  $D=2h$  (5.4.2)

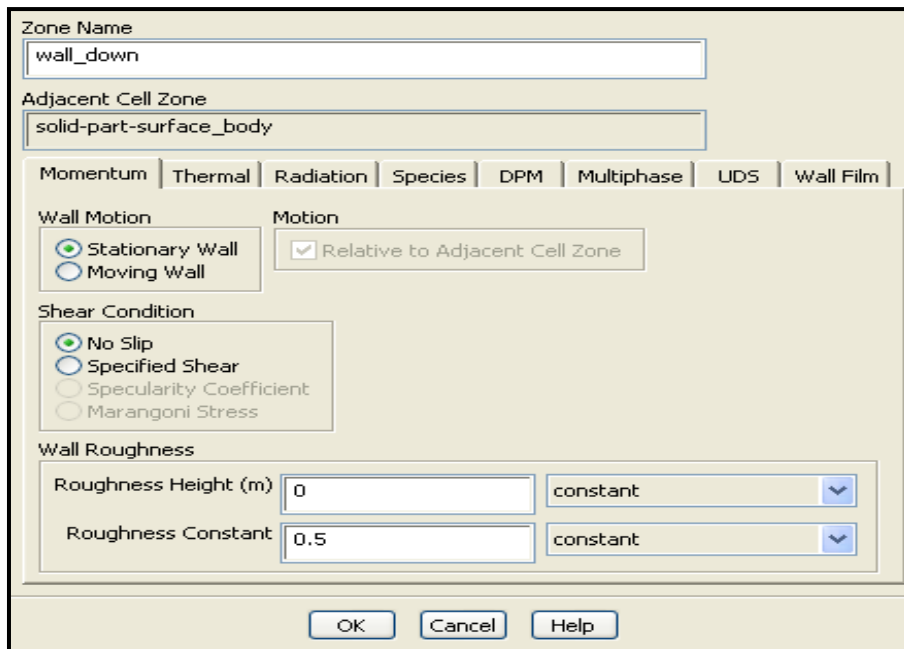
- ✓  $\mu$ :το δυναμικό ιξώδες του αέρα [ $kg/ms$ ]

Η εξίσωση (5.4.1) γίνεται  $Re = \frac{\rho U_b 2h}{\mu} \rightarrow U_b = \frac{Re \mu}{\rho 2h}$  (5.4.3)

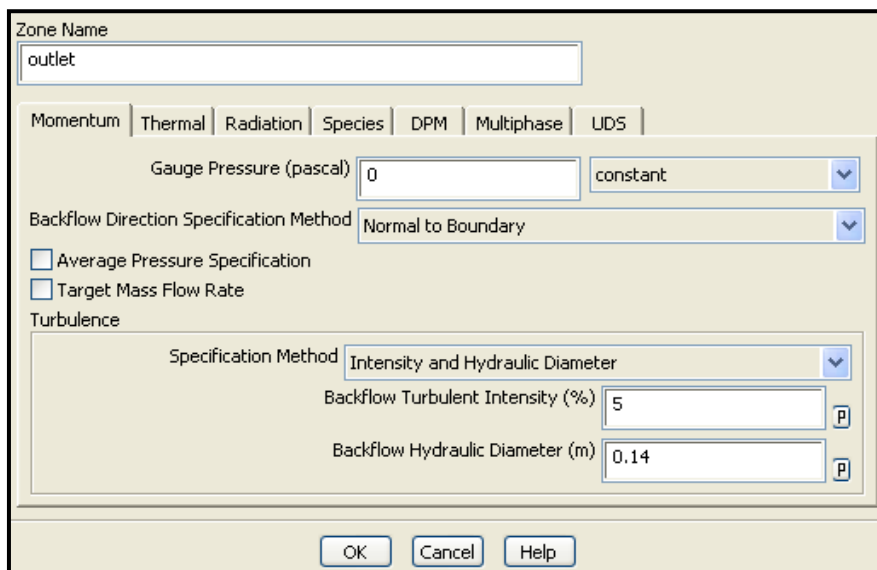
Από την εξίσωση (5.4.3) υπολογίζεται η ταχύτητα εισόδου η οποία εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds και τα γεωμετρικά στοιχεία του καναλιού εξαιτίας αυτής της εξάρτησης θα δούμε παρακάτω ότι η ταχύτητα εισόδου αλλάζει για κάθε προσομοίωση της ροής.



**Εικόνα 5-19:Ορισμός συνθηκών στην είσοδο του καναλιού.**



**Εικόνα 5-20:Ορισμός συνθηκών στα τοιχώματα του καναλιού.**



**Εικόνα 5-21:Ορισμός συνθηκών στην έξοδο του καναλιού.**

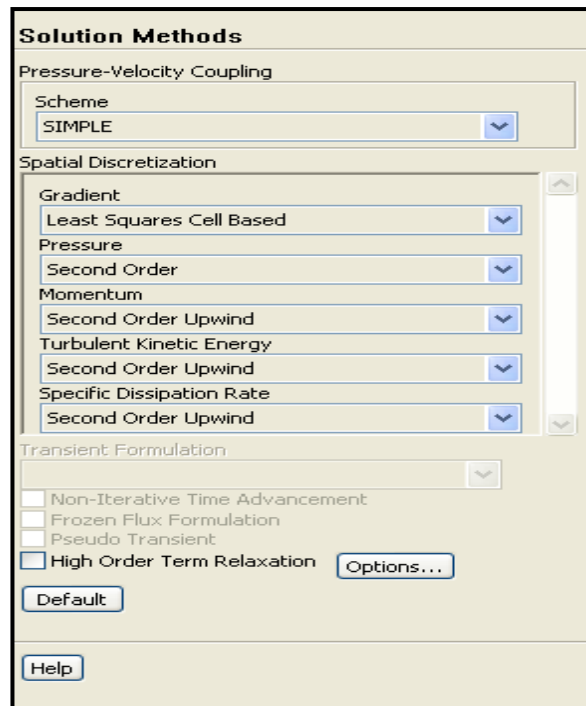
#### 5.4.5 Καθορισμός μεθόδου επίλυσης

Η σύνδεση πίεσης – ταχύτητας επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο μεταφράζεται η διατήρηση της μάζας στον Segregated λύτη. Υπάρχουν, λοιπόν, τρεις διαθέσιμες μέθοδοι. Η μέθοδος **SIMPLE** είναι η σταθερή (default) μέθοδος που διαθέτει το πρόγραμμα και χαρακτηρίζεται ως αρκετά ευσταθής. Στην περίπτωση που η ροή είναι εξαιρετικά απλή και επιθυμείται ταχύτερη σύγκλιση, για παράδειγμα στην περίπτωση στρωτής ροής χωρίς άλλα φυσικά μοντέλα, προτιμάται η μέθοδος **SIMPLEC**. Ωστόσο, η ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος είναι η **PISO**, η οποία είναι εξαιρετικά χρήσιμη για μη μόνιμες ροές ή για πλέγματα που έχουν κελιά με υψηλή ασυμμετρία (skewness).

Η διακριτοποίηση των κλίσεων και των βαθμίδων είναι απαραίτητη αφού οι κλίσεις δεν χρειάζονται μόνο για τον υπολογισμό των τιμών ενός βαθμωτού μεγέθους στις πλευρές των κελιών, αλλά και για τον υπολογισμό δευτερευόντων όρων διάχυσης και παραγώγους ταχύτητας. Οι κλίσεις υπολογίζονται στο Fluent σύμφωνα με τις μεθόδους **Green-Gauss Cell-Based** η οποία είναι η λιγότερο υπολογιστικά απαιτητική και η οποία μπορεί να έχει λάθος στη διάχυση. Ακόμα υπάρχει η μέθοδος **Green Gauss Node-Based** η οποία είναι περισσότερο ακριβής, είναι υπολογιστικά απαιτητική, ελαχιστοποιεί τα λάθη στη διάχυση και συνίσταται για μη δομημένα πλέγματα. Τέλος υπάρχει δυνατότητα χρησιμοποίησης της μεθόδου **Least Squares Cell-Based**, η οποία έχει την ίδια ακρίβεια και τις ιδιότητες με τη μέθοδο **Green Gauss Node-Based** για τις κλίσεις αλλά είναι λιγότερο απαιτητική.

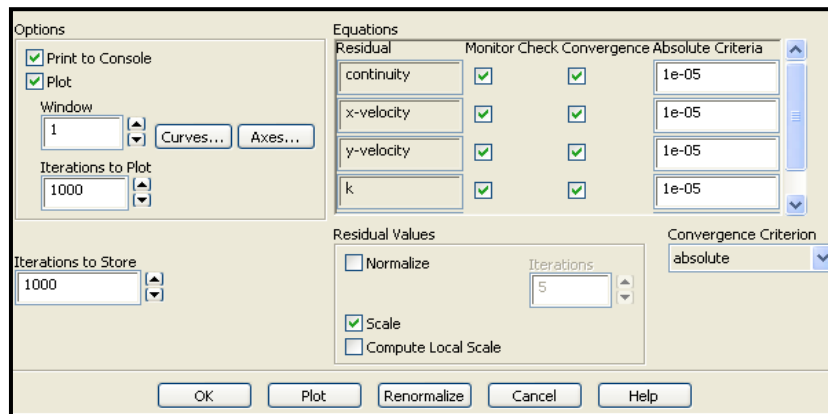
Στην μέθοδο των πεπερασμένων όγκων οι τιμές από τις εξισώσεις που επιλύονται, αποθηκεύονται στο κέντρο κάθε κελιού. Για να μπορεί να ορισθούν οι ιδιότητες του ρευστού σε όλο το υπολογιστικό πεδίο πρέπει να είναι γνώστες και οι τιμές στις έδρες των κελιών, αυτό επιτυγχάνεται με την μέθοδο της παρεμβολής. Το Fluent προσφέρει έναν αριθμό από σχήματα παρεμβολής για τον υπολογισμό της πυκνότητας που επιγραμματικά αναφέρονται παρακάτω. Το σχήμα παρεμβολής **First-Order Upwind Scheme**, προσφέρει εύκολη σύγκλιση αλλά σχετικά χαμηλή ακρίβεια (ακρίβεια πρώτου βαθμού). Η επιλογή **Power Law Scheme** προσφέρει ίσως μεγαλύτερη ακρίβεια, αλλά για ροές με σχετικά χαμηλό αριθμό Reynolds. Προκειμένου να πετύχουμε ακρίβεια δευτέρου βαθμού χρησιμοποιείται η επιλογή

**Second Order Upwind Scheme.** Η μέθοδος αυτή επιλέγεται απαραίτητα σε περιπτώσεις όπου το υπολογιστικό πλέγμα αποτελείται από τριγωνικά/ τετραεδρικά κελιά με μοναδικό μειονέκτημα την πιο αργή σύγκλιση σε περίπτωση που η ροή δεν είναι ευθυγραμμισμένη με το πλέγμα. Σε περίπτωση που το πλέγμα αποτελείται από τετραπλευρικά και εξαεδρικά κελιά, κατάλληλο για την παρεμβολή είναι το σχήμα **Quadratic Upwind Interpolation (QUICK)**.



**Εικόνα 5-22: Καθορισμός μεθόδου επίλυσης.**

#### 5.4.6 Καθορισμός κριτηρίου σύγκλισης



**Εικόνα 5-23:Καθορισμός κριτηρίου σύγκλισης.**

Σε γενικές γραμμές για επίλυση μόνιμης ροής, η λύση θεωρείται ότι έχει συγκλίνει όταν τα υπόλοιπα έχουν ικανοποιήσει κάποιο συγκεκριμένο όριο ανοχής, συνήθως επιλέγεται να είναι μεγαλύτερο του  $10^{-3}$  και μικρότερο από το  $10^{-7}$ .

#### 5.4.7 Αρχικοποίηση επιλυτή

**Solution Initialization**

Initialization Methods

Hybrid Initialization  
 Standard Initialization

Compute from

inlet

Reference Frame

Relative to Cell Zone  
 Absolute

Initial Values

Gauge Pressure (pascal)  
0

X Velocity (m/s)  
0.05

Y Velocity (m/s)  
0

Turbulent Kinetic Energy (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)  
9.375001e-06

Specific Dissipation Rate (1/s)  
0.5704255

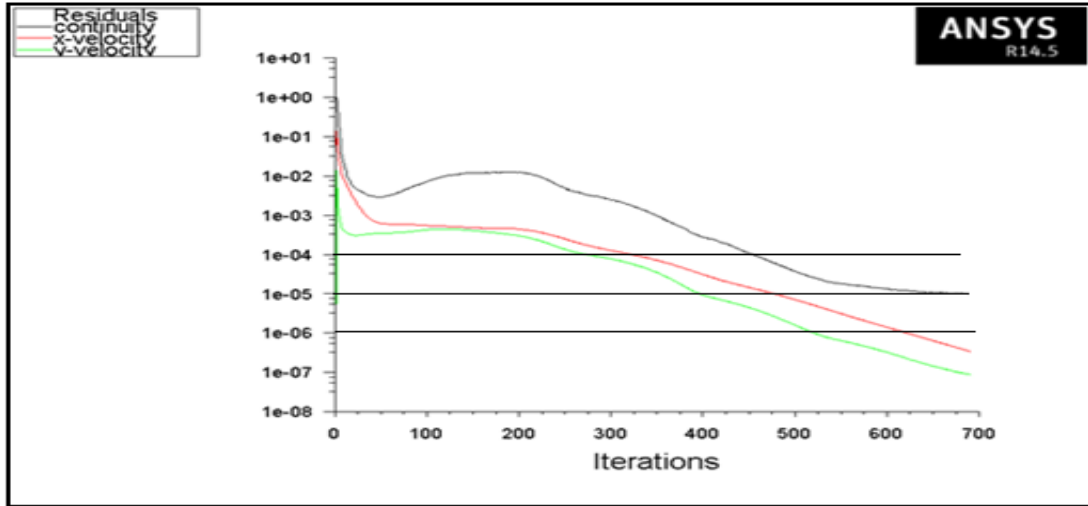
Initialize Reset Patch...  
Reset DPM Sources Reset Statistics

**Εικόνα 5-24: Αρχικοποίηση επιλυτή.**

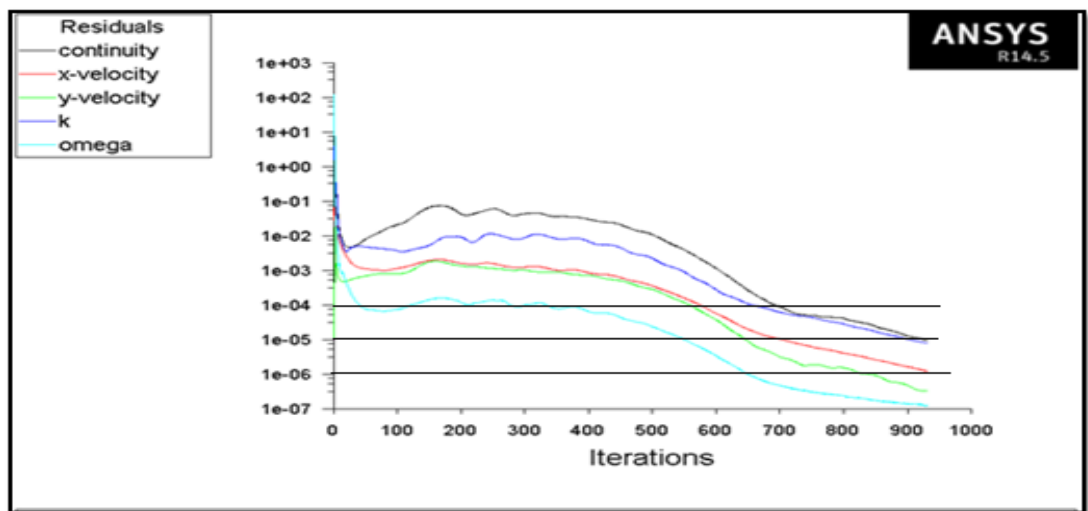
Για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων εξετάζουμε :

1. Residuals: οι τιμές τους πρέπει να έχουν φτάσει το βέλτιστο κριτήριο σύγκλισης που έχει τεθεί από τον χρήστη
2. Παρακολούθηση των αποτελεσμάτων κατά την διάρκεια της λύσης
3. Επαλήθευση ότι η ισχύει η αρχή διατήρησης μάζας
4. Επαλήθευση της τιμής του παράγοντα  $\gamma^+$  ( για τυρβώδη ροη)

Ενδεικτικά παρακάτω παρουσιάζεται η επαλήθευση των αποτελεσμάτων από δυο περιπτώσεις ροϊκών μοντέλων και διαφορετικών συνθηκών.



Εικόνα 5-25:Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για μοντέλο Laminar και  $Re = 200$  με κριτήριο σύγκλισης  $10^{-5}$ .



Εικόνα 5-26:Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για μοντέλο k- $\omega$  SST και  $Re = 500$  με κριτήριο σύγκλισης  $10^{-5}$ .



685	1.0398e-05	3.7094e-07	9.3003e-08
686	1.0291e-05	3.6581e-07	9.1973e-08
687	1.0361e-05	3.5918e-07	9.1578e-08
688	1.0179e-05	3.5403e-07	9.0458e-08
689	1.0182e-05	3.4969e-07	9.0903e-08
! 690	solution is converged		
690	9.9681e-06	3.4423e-07	8.8419e-08

Εικόνα 5-27: Καταγραφή των residuals για μοντέλο Laminar και  $Re = 200$ .

iter	continuity	x-velocity	y-velocity	k	omega	time/iter
925	1.0308e-05	1.3248e-06	3.4161e-07	8.4208e-06	1.3040e-07	0:00:02 75
926	1.0422e-05	1.3111e-06	3.4131e-07	8.3503e-06	1.2171e-07	0:00:02 74
927	1.0271e-05	1.2969e-06	3.3950e-07	8.2805e-06	1.2210e-07	0:00:01 73
928	1.0063e-05	1.2876e-06	3.3875e-07	8.2116e-06	1.2701e-07	0:00:15 72
! 929	solution is converged					
929	9.9365e-06	1.2723e-06	3.3727e-07	8.1346e-06	1.1881e-07	0:00:12 71

Εικόνα 5-28: Καταγραφή των residuals για μοντέλο k- $\omega$  SST και  $Re = 500$ .

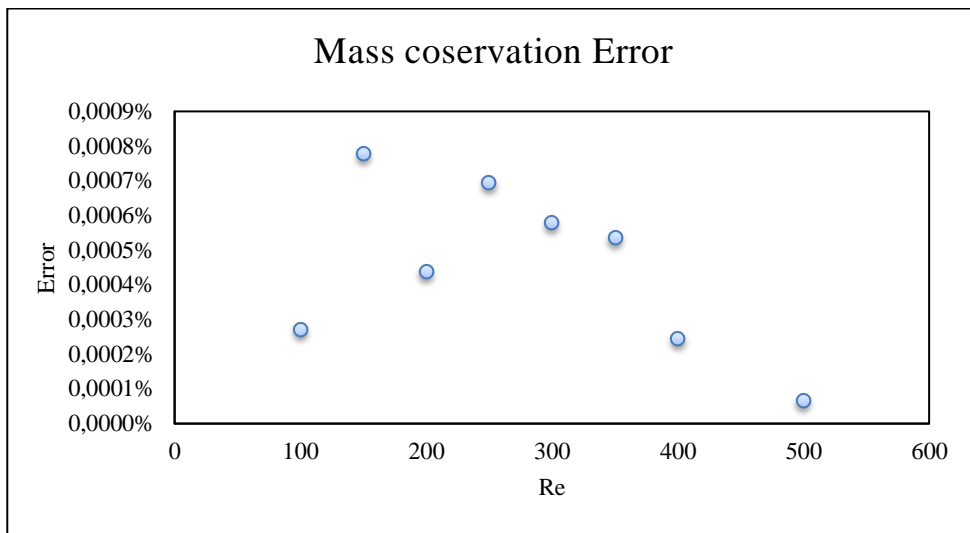
Πίνακας 5-5: Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για μοντέλο Laminar και  $Re = 200$ .

Mass Flow Rate	(kg/s)
Inlet	1,72E-03
Outlet	-1,72E-03
Net	-1.05E-09

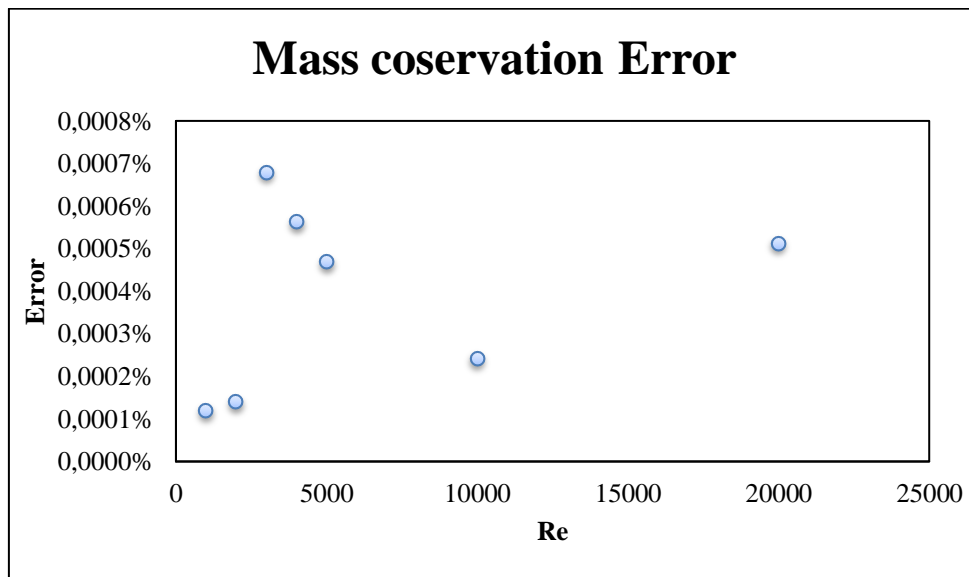
Πίνακας 5-6: Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για μοντέλο k- $\omega$  SST και  $Re = 500$ .

Mass Flow Rate	(kg/s)
Inlet	4,29E-03
Outlet	-4,29E-03
Net	-3.259629E-09

Στον Πίνακα 5-5 και στον Πίνακα 5-6 φαίνεται η διαφορά μεταξύ της ροής μάζας στην είσοδο και της ροής μάζας στην έξοδο, είναι τις τάξης του  $10^{-9}$ . Για να θεωρηθεί η λύση σωστή η διαφορά μεταξύ της ροής μάζας στην είσοδο και της ροής μάζας στην έξοδο πρέπει να είναι της τάξης του 1%.



**Διάγραμμα 5-7: Σφάλμα διατήρησης μάζας.**

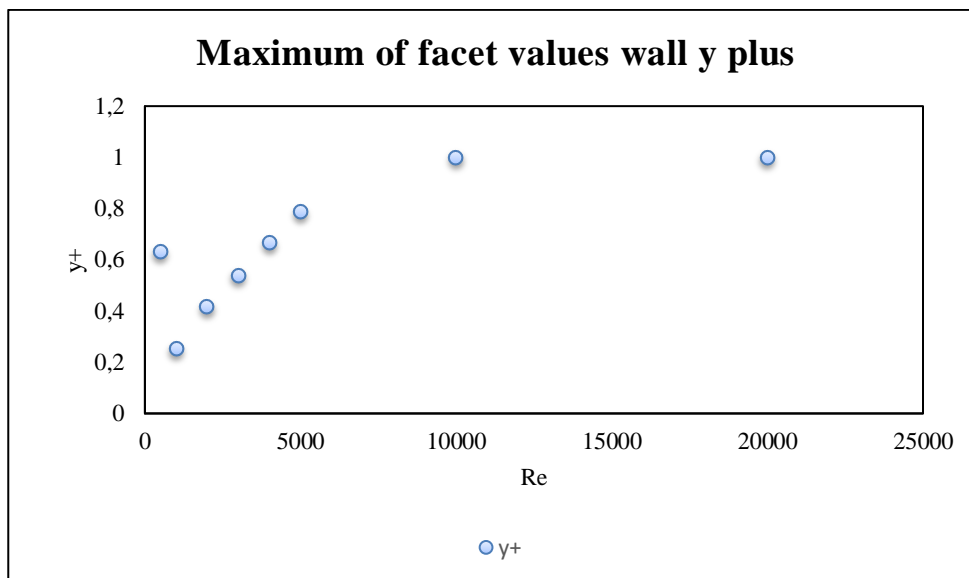


**Διάγραμμα 5-8: Σφάλμα διατήρησης μάζας.**

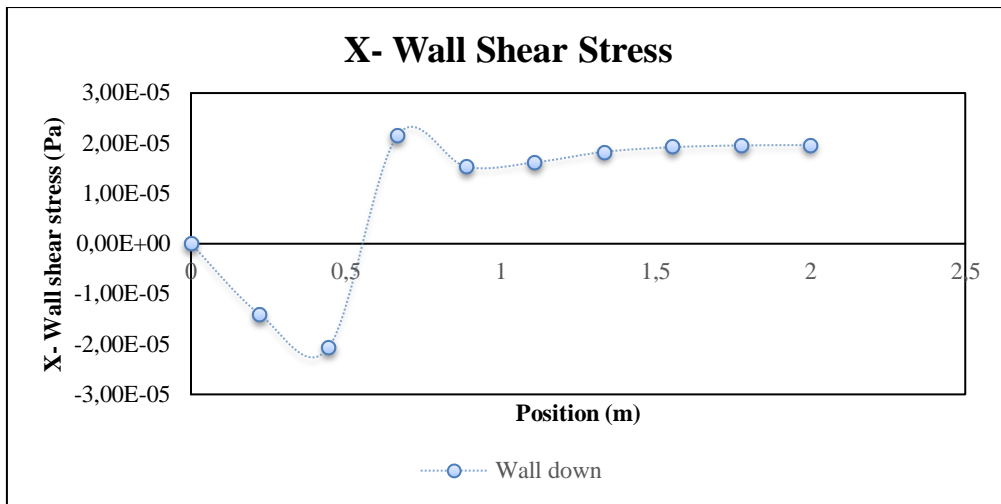
**Πίνακας 5-7:Υπολογισμός του παράγοντα  $y^+$  για μοντέλο k- $\omega$  SST και  $Re = 500$ .**

Maximum of facet values Wall Plus	
Wall down	0.14200249
Wall step	0.63219219
Wall up	0.6329237
Net	0.6321937

Ο παράγοντας  $y^+$  αποτελεί ιδιαίτερα σημαντικός, καθώς επιδεικνύει την ποιότητα του πλέγματος και συνεπώς την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μας, η αποδεκτή τιμή του παράγοντα  $y^+$  διαφοροποιείτε για κάθε μοντέλο, στον **Πίνακα 4-1** αναγράφονται οι αποδεκτές τιμές του παράγοντα  $y^+$  για κάθε ένα από τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν. Στον **Πίνακας 5-7** βλέπουμε ότι η μέγιστη τιμή του παράγοντα  $y^+$  είναι 0,632 για την περίπτωση του μοντέλου k- $\omega$  SST και  $Re = 500$  η τιμή είναι αποδεκτή  $y^+ \sim 1$ .



**Διάγραμμα 5-9:Μέγιστη τιμή του παράγοντα  $y^+$**



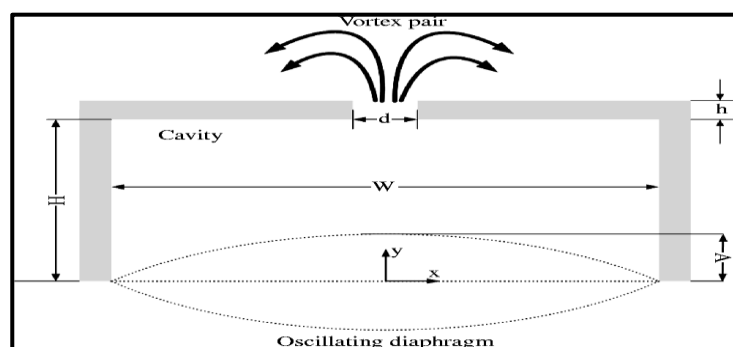
**Διάγραμμα5-10: Κατανομή διατμητικής τάσης του τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$  SST και Re=500.**



## 6 Προσομοίωση παλμικής ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση- Active flow control (Synthetic jet)

### 6.1 Synthetic Jet Ενεργητικός έλεγχος (active flow control)

Τα Synthetic Jet αποτελούν μια μέθοδο ενεργητικού ελέγχου, ο οποίος στοχεύει στην τροποποίηση της ροής μέσω εξαναγκασμένης ανάμιξης της με δευτερεύοντα ρεύματα, ουσιαστικά από συγκεκριμένες θέσεις εισέρχονται ή εξέρχονται από το πεδίο ροής ρεύματα ρευστού, η εισαγωγή ή εξαγωγή ρευμάτων ρευστού επιτυγχάνεται μέσω οπών που είναι τοποθετημένες στην γεωμετρία, η ακριβής θέση επιλέγεται με παραμετρική βελτιστοποίηση. Συγκεκριμένα η λειτουργία των synthetic jet βασίζεται στην περιοδική εναλλαγή μεταξύ των φάσεων της αναρρόφησης και της έγχυσης κατά τρόπο ώστε η παροχή μάζας δια μέσου του ακροφυσίου δέσμης να παραμένει μηδενική ανά περίοδο. Βασική αρχή της μεθόδου είναι δημιουργία περιοδικών παλμών παροχής αποτελούμενη από το ρευστό της κυρία ροής, το οποίο αναρροφάται και εκτοξεύεται με μεγάλη ταχύτητα, λόγω της ύπαρξης διαφράγματος που κινείται περιοδικά μέσα στο θάλαμο συγκέντρωσης του ρευστού. Η ροή εκτόξευσης προκαλεί σχηματισμό στροβίλων που πολλαπλασιάζονται κατά μήκος του άξονα  $y$ , μια ανεπαρκής ταχύτητα διάδοσης θα αναγκάσει τους στροβίλους να επιστρέψουν πίσω στην κοιλότητα κατά τη διάρκεια της αναρρόφησης.



Εικόνα 6-1: Synthetic jet.[16]

- $d_c$ : πλάτος κοιλότητας (cavity width)
- $h_c$ : ύψος κοιλότητας (cavity depth)
- $h_o$ : ύψος στομίου (orifice depth)

- $d_o$ : πλάτος στομίου (orifice width)
- $A$ : πλάτος ταλάντωσης τοιχώματος (amplitude of diaphragm movement)

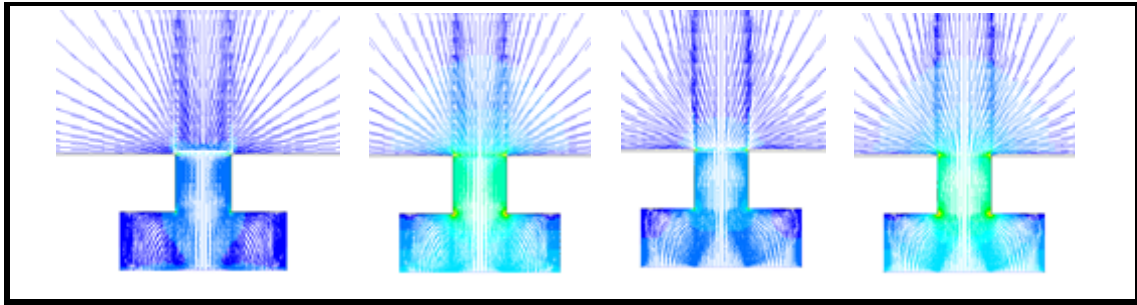
### 6.1.1 Γεωμετρία

Όπως έχει αναφερθεί για να φτάσει το προς επίλυση πρόβλημα στο στάδιο του επιλυτή και ακολούθως στο στάδιο του μετά-επεξεργαστή, του προγράμματος Ansys Fluent, απαιτείται να ολοκληρωθεί η εισαγωγή των δεδομένων. Μέρος των δεδομένων αποτελεί και η γεωμετρία. Η γεωμετρία του jet, δεν ήταν δεδομένη όπως στην περίπτωση του καναλιού όπου σχεδιάστηκε σύμφωνα με τις διαστάσεις τις πειραματικής συσκευής που βρίσκεται στο εργαστήριο «θέρμανσης ψύξης και κλιματισμού» του πανεπιστήμιου Πελοποννήσου (πρώην Ανωτάτου Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδας) Έτσι, αρχικά επιλέχθηκαν διαστάσεις που να είναι σε «αρμονία» με τις διαστάσεις του καναλιού, δηλαδή της τάξης των εκατοστών. Η τακτική που ακολουθήθηκε είναι να προσομοιωθεί πρώτα η λειτουργία του jet, ώστε να εξασφαλιστεί ότι έχουν ληφθεί σωστές διαστάσεις, που θα επιφέρουν την αναμενόμενη λειτουργία αυτού. Η πρώτη παραδοχή για την γεωμετρία με διαστάσεις που να είναι σε «αρμονία» με τις διαστάσεις του καναλιού αποδείχτηκε εσφαλμένη και αυτό γιατί δεν παρατηρήθηκε σχηματισμός στροβίλων που να πολλαπλασιάζονταν κατά μήκος του άξονα  $y$ , καθώς οι μεγάλες διαστάσεις του στομίου δεν επέτρεπαν την αύξηση της ταχύτητας στην έξοδο του στόμιου, με αποτέλεσμα την επιστροφή των στροβίλων πίσω στην κοιλότητα κατά τη διάρκεια της αναρρόφησης. Έτσι επιλέχθηκαν μικρότερες διαστάσεις.

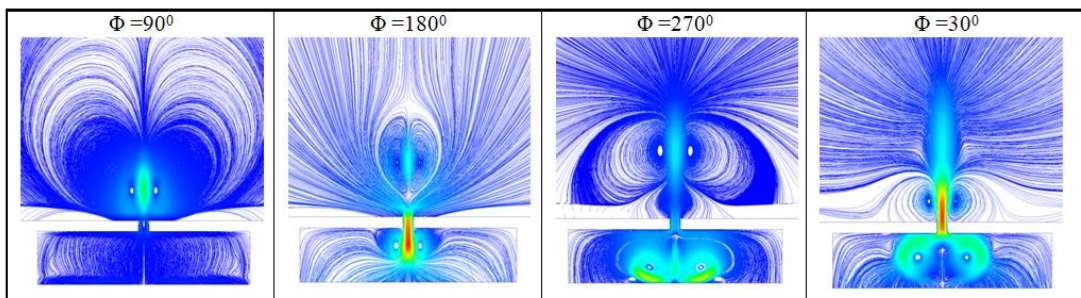
**Πίνακας 6-1: Καταγραφή διαστάσεων των γεωμετριών του jet.**

<b>ΠΡΩΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>				
<b>Πλάτος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος στομίου</b>	<b>Πλάτος στομίου</b>
$d_c=20\text{cm}$	$d_c=20\text{cm}$	$h_c=5\text{cm}$	$h_o=1\text{cm}$	$d_o=1\text{cm}$
<b>ΔΕΥΤΕΡΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ</b>				
<b>Πλάτος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος κοιλότητας</b>	<b>Ύψος στομίου</b>	<b>Πλάτος στομίου</b>
$d_c=20\text{mm}$	$d_c=20\text{mm}$	$h_c=5\text{mm}$	$h_o=1\text{mm}$	$d_o=1\text{mm}$

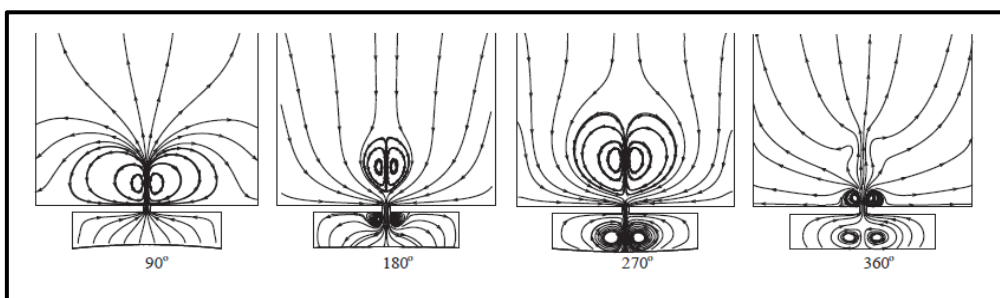
Στις εικόνες **Εικόνα 6-2** και **Εικόνα 6-3** απεικονίζονται ροϊκές γραμμές για την πρώτη και δεύτερη γεωμετρία jet που εξετάστηκε (και τελικά επιλέχθηκε) και στην **Εικόνα 6-4** οι ροϊκές γραμμές προγενέστερης μελέτης της βιβλιογραφίας.



**Εικόνα 6-2:** Απεικόνιση ροϊκών γραμμών για την πρώτη γεωμετρία του jet ( $f=150$  Hz  $A=0.5$  mm).



**Εικόνα 6-3:** Απεικόνιση ροϊκών γραμμών για την δεύτερη γεωμετρία του jet ( $f=150$  Hz  $A=0.5$  mm).

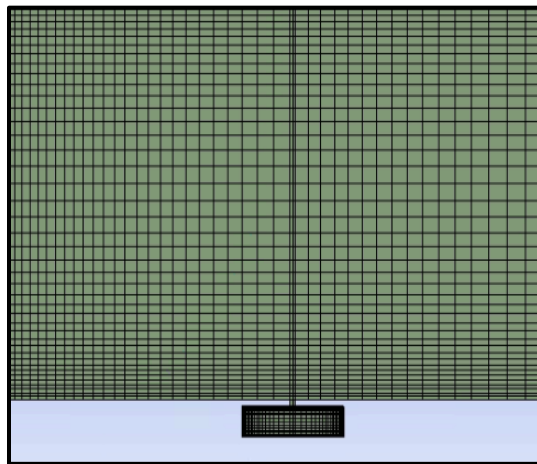


**Εικόνα 6-4:** Απεικόνιση ροϊκών γραμμών ( $f=150$  Hz  $A=0.5$  mm).<sup>[15]</sup>



### 6.1.2 Διακριτοποίηση

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την διακριτοποίηση της γεωμετρίας είναι ταυτόσημη με αυτή που ακολουθήθηκε στο **Κεφάλαιο 5.5**, εδώ παρουσιάζεται στην **Εικόνα 6-5** το τελικό υπολογιστικό πλέγμα.



**Εικόνα 6-5:** Υπολογιστικό πλέγμα (synthetic jet).

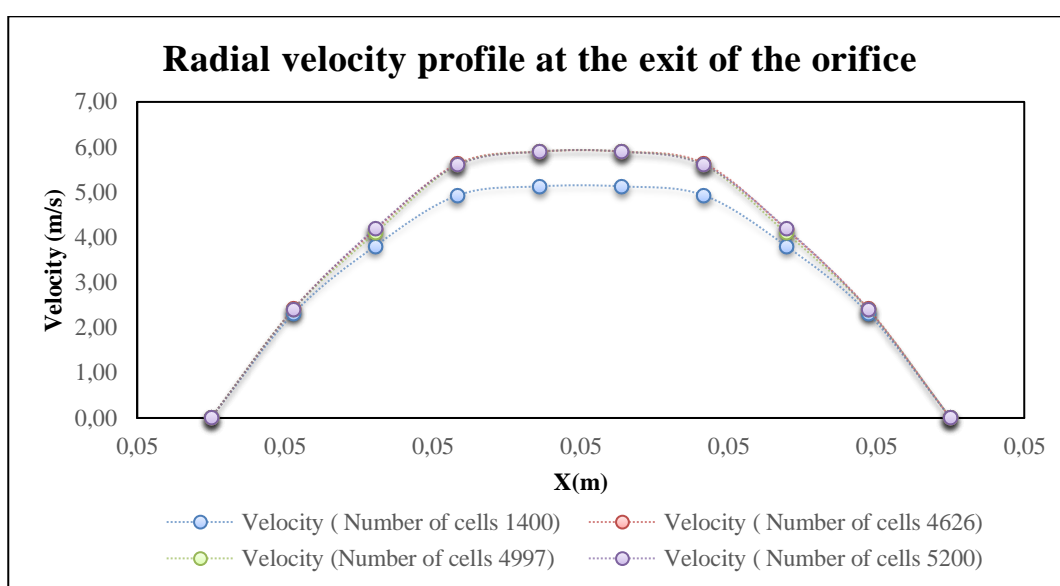
### 6.1.3 Έλεγχος ανεξαρτησίας πλέγματος synthetic jet

Το πρόβλημα, χρήσης ενός πλέγματος με πιθανά λάθη, που ενδέχεται να δημιουργήσει όχι μόνο προβλήματα στην σύγκλιση στον επιλυτή αλλά και σε λάθος λύση, μπορεί να αντιμετωπιστεί με την πραγματοποίηση έλεγχου ανεξαρτησίας πλέγματος (**mesh independence**). Έτσι και στην περίπτωση εξέτασης μόνο της λειτουργίας του jet καταφύγαμε σε έλεγχο ανεξαρτησίας πλέγματος.

Για την πραγματοποίηση έλεγχου ανεξαρτησίας πλέγματος, εξετάζετε η εξάρτηση της πυκνότητας αυτού από την ταχύτητα της ροής στην έξοδο του στομίου.

Πίνακας 6-2:Αριθμός κελιών υπολογιστικού πλέγματος.

Πλέγμα	Αριθμός κελιών
<i>Πρώτο</i>	1400
<i>Δεύτερο</i>	4626
<i>Τρίτο</i>	5200



Διάγραμμα 6-1:Προφίλ ταχύτητας στην έξοδο του στομίου του Jet.

Από το δίσγραμμα είναι ευδιάκριτο ότι τα προφίλ των ταχυτήτων δεν παρουσιάζουν καμία αξιοσημείωτη διάφορα από τα  $4,626 \cdot 10^3$  κελιά και πάνω, και μάλιστα ταυτίζονται. Σε αυτό το σημείο κρίνετε αναγκαία η επιλογή ανάμεσα στα τρία τελευταία υπολογιστικά πλέγματα, επιλέγετε το πλέγμα με αριθμό κελιών  $5,2 \cdot 10^3$ , γιατί διαθέτει τον μέγιστο αριθμό κελίων που θα δώσει αξιόπιστα αποτελεσμάτων, θα μπορούσε να επιλεχτεί αυτό το πλέγμα με αριθμό κελιών  $4,626 \cdot 10^3$ , καθώς όμως δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά στον αριθμό των κελίων πού θα επιφέρει μια αξιοσημείωτη, εξοικονόμηση χρόνο επιλύουμε το πιο πυκνό πλέγμα.

Στο παρακάτω πίνακα έχουν καταγράψει, οι τιμές των κριτηρίων που οι δεδομένες τιμές του χαρακτηρίζουν ένα πλέγμα υπολογιστικό ως ποιοτικό, για το υπολογιστικό πλέγμα που επιλεχτεί ύστερα από τη μελέτη έλεγχου ανεξαρτησίας.

**Πίνακας 6-3: Ποιότητα επιλεγμένου υπολογιστικού πλέγματος**

	<b>Aspect Ration</b>	<b>Orthogonal quality</b>	<b>skewness</b>
<b>Min</b>	1,00	1,00	1,3057E-010
<b>Max</b>	59,857	1,00	1,3079E-010
<b>Average</b>	4,3825	1,00	1,3058E-010

- **Price Range For Skewness**  
Max Skewness<0.95 Averaged Skewness<0.33
- **Price Range For Max Orthogonal Quality**  
0<Max Orthogonal Quality<1
- **Acceptable price for Aspect ration**  
Min=1

#### 6.1.4 Επίλυση

Το κάτω τοίχωμα διαμορφώνεται ως κινούμενο τοίχωμα ακολουθώντας μια ημιτονοειδή συνάρτηση  $y(t) = \Delta h \sin(\omega t)$  (6.5.1), σε κάθε χρονικό βήμα η κατακόρυφη μετατόπιση του υπολογιστικού πλέγματος υπολογίζεται από την σχέση,

$$\Delta y(t) = u(t)\Delta t \quad (6.5.2)$$

Και αντίστοιχα η ταχύτητα δίνεται από την σχέση

$$u(t) = \frac{d}{dt} y(t) \rightarrow u(t) = \Delta h \omega \cos(\omega t) \quad (6.5.3)$$

Όπου

- ✓  $\Delta h$  : το πλάτος ταλάντωσης του τοιχώματος [m]
- ✓  $\omega$ : η γωνιακή συχνότητα [rad/s] ( $\omega = 2\pi f$ )

- ✓ t: ο χρόνος

Ουσιαστικά λοιπόν θα προσομοιώσουμε την παλμική κίνηση του τοιχώματος στην βάση του synthetic jet. Για να προσομοιώσουμε παλμική κίνηση στο fluent πρέπει να δημιουργήσουμε ένα αρχείο το οποίο να περιέχει ένα κώδικα γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού (C++) ο οποίος θα ορίζει την χρονικά μεταβλημένη ταχύτητα. Έτσι Θα προσεγγίσουμε τη ταχύτητα του τοιχώματος με συνιμιτονοειδή (στο Fluent UDF) συνάρτησης  $u(t) = A 2\pi f \cos(2\pi ft)$ (6.5.4) όπου:

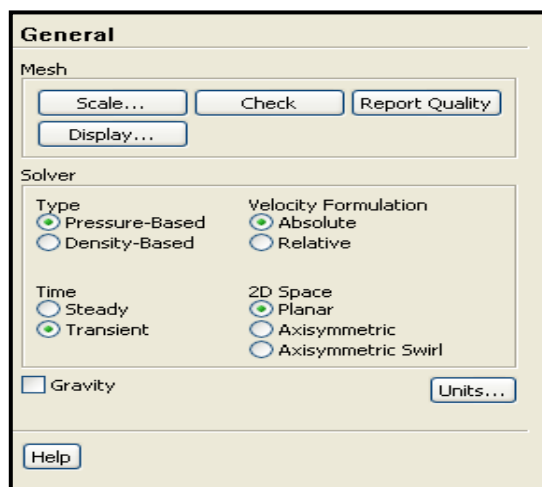
- ✓ A : το πλάτος ταλάντωσης του τοιχώματος [m]
- ✓ f: η συχνότητα ταλάντωσης [Hz]
- ✓ t: ο χρόνος

Παρακάτω βλέπουμε τον κώδικα που γράψαμε έτσι ώστε να μας δίνει τις κατάλληλες συνθήκες στη είσοδο του synthetic jet.

```
#include "udf.h"
DEFINE_PROFILE(velocity, thread, position)
{
face_t f;
real t = CURRENT_TIME;
{
F_PROFILE(f, thread, position) = 2*3.14*0.0005*150*cos(2*3.14*150*t);
}
end_f_loop(f, thread)
}
```

Η διαδικασία επίλυσης έχει ακριβώς τα ίδια βήματα με αυτά που ακολουθούνται στο **Κεφάλαιο 5 στην Παράγραφο 5-4** για αυτό σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούν τα βήματα που διαφέρουν.

### 6.1.5 Επιλογή επιλύτη



**Εικόνα 6-6:Επιλογή επιλύτη**

Η αλλαγή που παρατηρείται εδώ σε σχέση με την επίλυση της μόνιμης ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση είναι ότι εδώ μοντελοποιείται μια μη-μόνιμη ροή βασικό χαρακτηριστικό της οποίας είναι η μεταβολή της σε σχέση με το χρόνο.

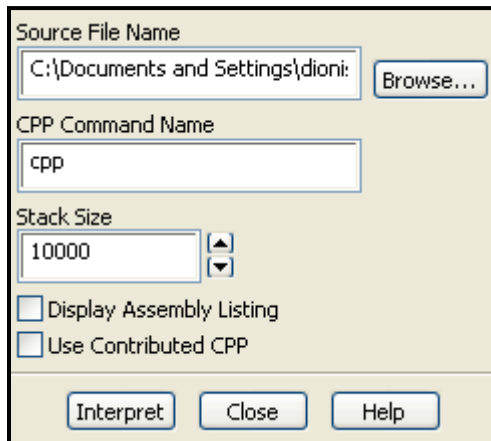
*Time*→*Transient*.

### 6.1.6 Συνοριακές συνθήκες

Για να οριστεί η ροή είναι απαραίτητη η σωστή επιλογή συνοριακών συνθηκών, στην παρούσα εργασία απαιτείτε ο ορισμός των φυσικών συνοριακών συνθηκών ταχύτητας, Στην είσοδο του υπολογιστικού πεδίου, που οριστικέ, η ταλαντευόμενη μεμβράνη δόθηκε η συνοριακή συνθήκη **Velocity inlet**. Στις επιφάνειες του synthetic jet ορίστηκε συνοριακή συνθήκη μη ολίσθησης **Wall** (non-slip wall condition). Οι συνοριακές συνθήκες συνοψίζονται στον *Πίνακα 6-1*.

**Πίνακας6-4:Συνοριακές συνθήκες.**

<b>Ταλαντευόμενη μεμβράνη</b>	<b>Velocity inlet</b>	$V = 2\pi f A \cos(2\pi f t)$
<b>Επιφάνειες καναλιού</b>	<b>Wall(non-slip condition)</b>	-



**Εικόνα 6-7:Εισαγωγή UDF εξίσωσης.**

Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να αναλυθεί μια καινούργια έννοια που εισάγεται ο αριθμός Strouhal.

Ο **αριθμός Strouhal (St)** είναι ένας αδιάστατος αριθμός που περιγράφει μηχανισμούς ταλαντευόμενης ροής και χρησιμοποιείται κυρίως για την εύρεση της συχνότητας απόσπασης των δινών, ορίζεται :

$$St = \frac{fL}{U_0}$$

όπου:

- ✓  $f$ : είναι η συχνότητα απόρριψης των στροβίλων (απόσπασης των δινών)
- ✓  $L$ : είναι το χαρακτηριστικό μήκος (για παράδειγμα η υδραυλική διάμετρος ή το πάχος της αεροτομής )
- ✓  $U_0$ : είναι η μέση ταχύτητα εμφύσησης

θεωρούμε αριθμό  $Re=180$  που ορίζεται για την ροή στο jet  $Re = \frac{U_0 \rho h_0}{\mu}$  που :

- ✓  $\rho$ : η πυκνότητα του αέρα  $[kg/m^3]$
- ✓  $U_0$ : η μέση ταχύτητα εμφύσησης  $[m/s]$
- ✓  $h_0$ : Ύψος στομίου  $[m]$

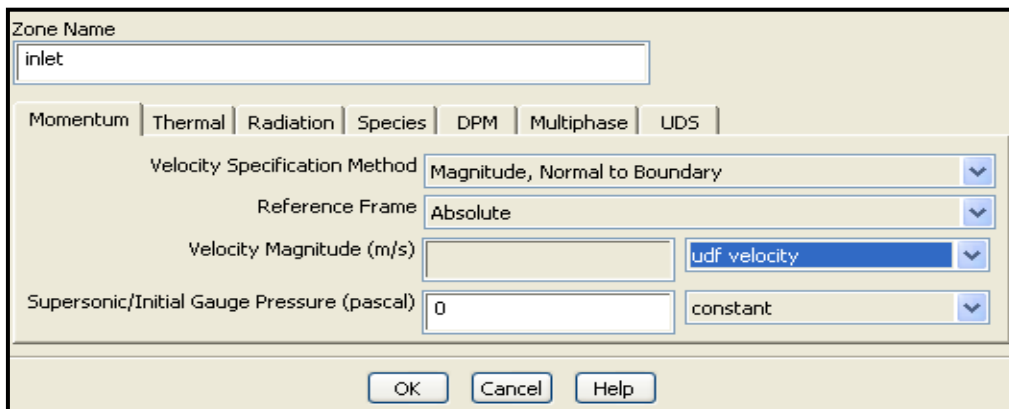
✓  $\mu$ : το δυναμικό ιξώδες του αέρα [ $kg/ms$ ]

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς την μέση ταχύτητα προκύπτει η εξίσωση  $U_0 = \frac{Re \mu}{\rho 2h}$ .

Στον παρακάτω πίνακα είναι τα αποτελέσματα από τις αντικαταστάσεις στις παραπάνω εξισώσεις.

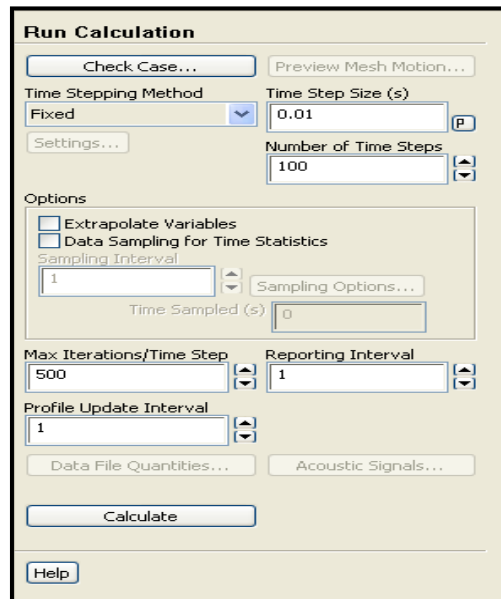
**Πίνακας 6-5:Υπολογισμός αριθμού Strouhal.**

<b>Orifice width</b>	-	0,001
f	-	150Hz
T	$(T = 1/f)$	0,07sec
<b>Reynolds</b>	-	180
<b>U<sub>0</sub></b>	$U_0 = \frac{Re\mu}{\rho 2h}$	2,7
<b>St</b>	$St = fL/U$	0,05



**Εικόνα6-8:Ορισμόςσυνθηκώνστηνείσοδοτουjet.**

### 6.1.7 Επίλυση



**Εικόνα 6-9:Ορισμός υπολογιστικών επαναλήψεων, χρονικού βήματος και αριθμός χρονικών βημάτων.**

Οι παράμετροι στην παραπάνω εικόνα συναντώνται για πρώτη φορά και είναι ιδιαίτερα σημαντικοί για την μοντελοποίηση της μη μόνιμης ροής οπότε κρίνεται αναγκαία η ανάλυση τους.

- **Time step:** η διάρκεια του χρονικού βήματος προσομοίωσης σε δευτερόλεπτα
- **Number of time steps:** ο αριθμός των χρονικών βημάτων
- **Max iteration/time step:** ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ανά χρονικό βήμα.

Η επιλογή των τιμών στην εικόνα έγινε μετά από διαδικασία πραγματοποίησης μερικών προσομοιώσεων μέχρι να βρούμε την λύση που θα συνέκλινε ,θα είχε την μεγαλύτερη ακρίβεια καθώς και τον μικρότερο δυνατό αριθμό Courant. Αρχικά επιλέξαμε να προσομοιώσουμε με χρονικό βήμα 0,001 και αριθμό χρονικών βημάτων 14 στην συνέχεια προσομοιώσαμε με χρονικό βήμα 0,0001 και αριθμό χρονικών βημάτων 140, συγκρίναμε τα αποτελέσματα ,είδαμε πως υπήρχαν κάποιες διαφορές και κυρίως ο αριθμός Courant δεν ήταν πάνω από 1. Έτσι επιλέχτηκαν για αυτή την προσομοίωση χρονικό βήμα  $2 \cdot 10^{-6}$  και αριθμός χρονικών βημάτων 7000, αυτό σημαίνει πως η προσομοίωση γίνεται για 0,014 sec χρόνος που αντιπροσωπεύει 4 αναρροφήσεις και 4 εγχύνεις κατά την λειτουργία του Jet.



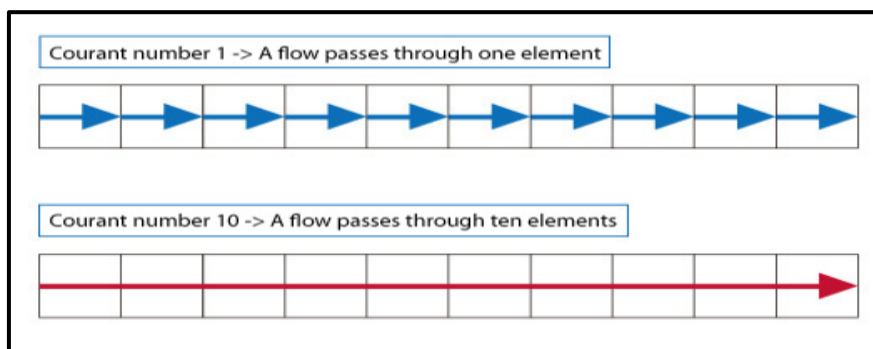
### 6.1.7.1 Αριθμός Courant

Ο αριθμός Courant είναι μια παράμετρος που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του χρονικού βήματος και ορίζεται :

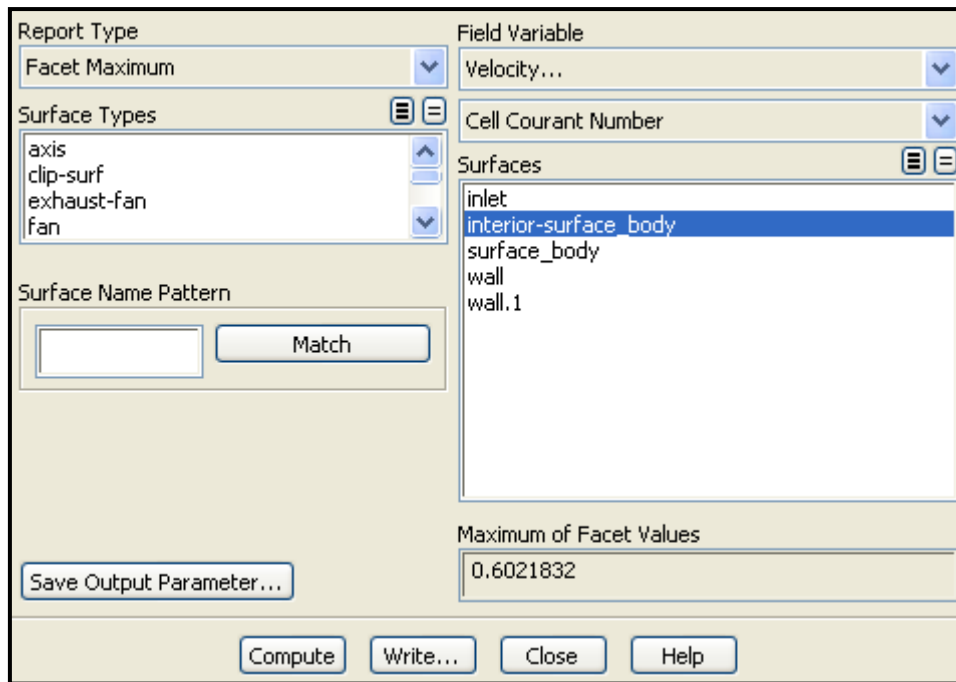
$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta L}$$

- ✓ C:Αριθμός Courant
- ✓ u:Ταχύτητα ροής (m/s)
- ✓ Δt:Time step (sec)
- ✓ ΔL:Element width (m)

Ο αριθμός courant σχετίζεται με τον αριθμό των κελιών από τα οποία περνά η ροή σε ένα μόνο time step, αν για παράδειγμα ο αριθμός Courant είναι 1, η ροή από ένα συγκεκριμένο element μετακινείται στο γειτονικό στοιχείο σε ένα μόνο βήμα, αν ο Courant αριθμός είναι 10 η ροή διέρχεται από 10 element σε ένα timestep όπως φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.



**Εικόνα 6-10: Απεικόνιση της συσχέτιση του αριθμού Courant με την διάρκεια του χρονικού βήματος προσομοίωσης.[125]**



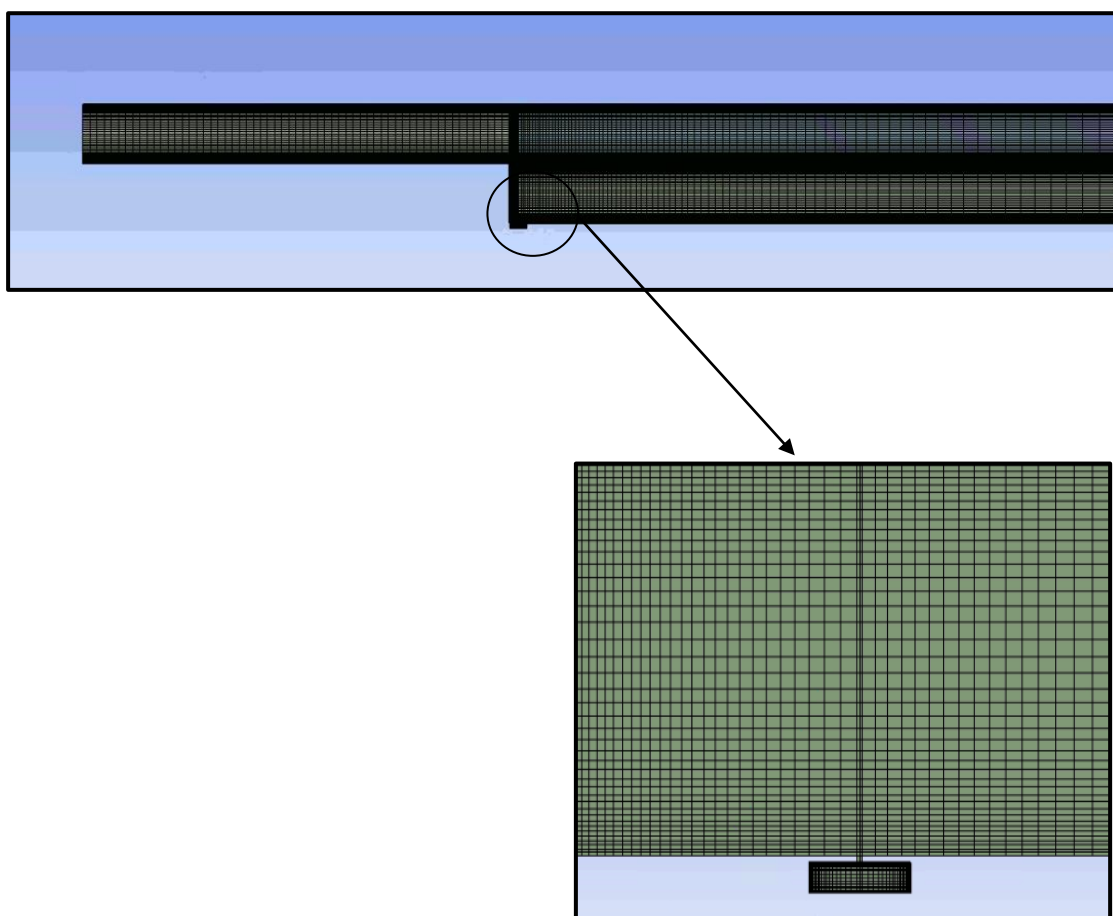
**Εικόνα6-11:Αριθμός Courant προσομοίωσης jet.**

Από τον ορισμό του αριθμού courant, γίνεται αντιληπτή η σημαντικότητα του ρόλου του στις χρονικά μεταβαλλόμενες προσομοιώσεις καθώς βοηθά στον ορισμό του χρονικού βήματος αυτών, έτσι ώστε η τιμή του να διατηρείται μικρότερη και ίση της μονάδας. Στην παρούσα προσομοίωση φροντίσαμε να διατηρήσουμε την τιμή αυτού, μικρότερη της μονάδας όπως φαίνεται στην **Εικόνα 6-11**.

## 6.2 Προσομοίωση της ροής στο κανάλι με την ύπαρξη του ενεργητικού ελέγχου synthetic jet

### 6.2.1 Γεωμετρία-Διακριτοποίηση

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την διακριτοποίηση της γεωμετρίας είναι ίδια με αυτή που ακολουθήθηκε στο *Κεφάλαιο 5.5*, εδώ παρουσιάζεται στην *Εικόνα 6-13* το τελικό υπολογιστικό πλέγμα το οποίο διαθέτει 21436 κελία..



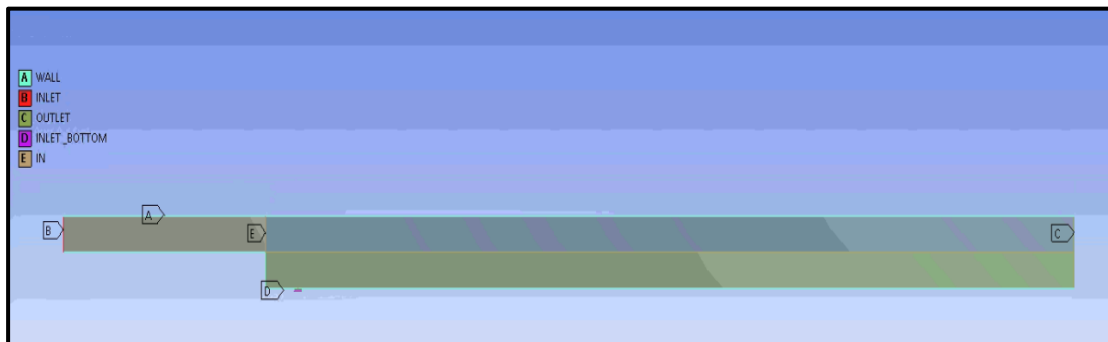
**Εικόνα 6-12:Υπολογιστικό πλέγμα (backward facing step with synthetic jet).**

Το jet έχει τοποθετηθεί σε απόσταση 1 cm από το step.

	Aspect Ration	Orthogonal quality	Skewness
<b>Min</b>	1,00	1,000	1,3057e-010
<b>Max</b>	93,076	1,000	1,7121e-002
<b>Average</b>	11,792	1,000	3,2545e-006

- **Price Range For Skewness**  
 $0 < \text{Skewness} < 1$  ,  $\text{Max Skewness} < 0.95$   $\text{Averaged Skewness} < 0.33$
- **Price Range For Max Orthogonal Quality**  
 $0 < \text{Max Orthogonal Quality} < 1$
- **Acceptable price for Aspect ration**

**Min = 1**



**Εικόνα 6-13:Ονομασίες των γεωμετρικών ορίων.**

Στην εικόνα φαίνονται οι ονομασίες των πλευρών που αργότερα θα τεθούν ως συνοριακές συνθήκες.

### 6.2.2 Επιλογή ροϊκού μοντέλου

Η προσομοίωση της ροής στο κανάλι με εφαρμογή ενεργητικού έλεγχου επιλέχτηκε να πραγματοποιηθεί στο εύρος των αριθμών  $Re$  που αντιστοιχούν σε τυρβώδη ροή, συγκεκριμένα για τον αριθμό  $Re$  10000. Επιλέχτηκε λοιπόν να χρησιμοποιηθεί όπως καις την περίπτωση της χρονικά μόνιμης ροής, το ροϊκό μοντέλο κ- $\omega$  SST που αποτέλεσε το βέλτιστο για την τυρβώδη περιοχή

### 6.2.1 Συνοριακές συνθήκες

Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι συνοριακές συνθήκες που έχουν οριστεί. Λεπτομερές για τον ορισμό των συνοριακών συνθηκών παρουσιάζονται στο **Κεφάλαιο 6** στις **Παραγράφους 6.1.6** και **5.4.4**.

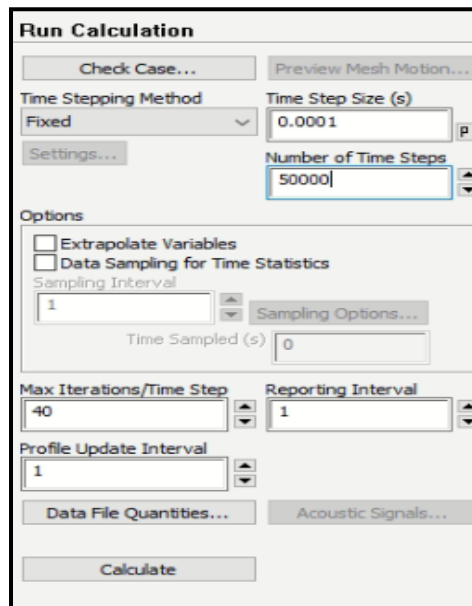
**Πίνακας 6-6: Συνοριακές συνθήκες**

<b>Είσοδος</b>	<b>Velocity inlet</b>	
<b>Έξοδος</b>	Pressure outlet	P=101325Pa
<b>Επιφάνειες καναλιού</b>	Wall(non-slip condition)	-
<b>Ταλαντευόμενη μεμβράνη</b>	Velocity inlet	$V = 2\pi f A \cos(2\pi ft)$

**Πίνακας 6-7 Υπολογισμός αριθμού Strouhal**

<b>Orifice width</b>	-	0,001
f	-	90Hz
T	$(T = 1/f)$	0,01 sec
<b>Reynolds</b>	-	160
<b>U<sub>0</sub></b>	$U_0 = \frac{Re\mu}{\rho 2h}$	2,4
<b>St</b>	$St = fL/U$	0,04

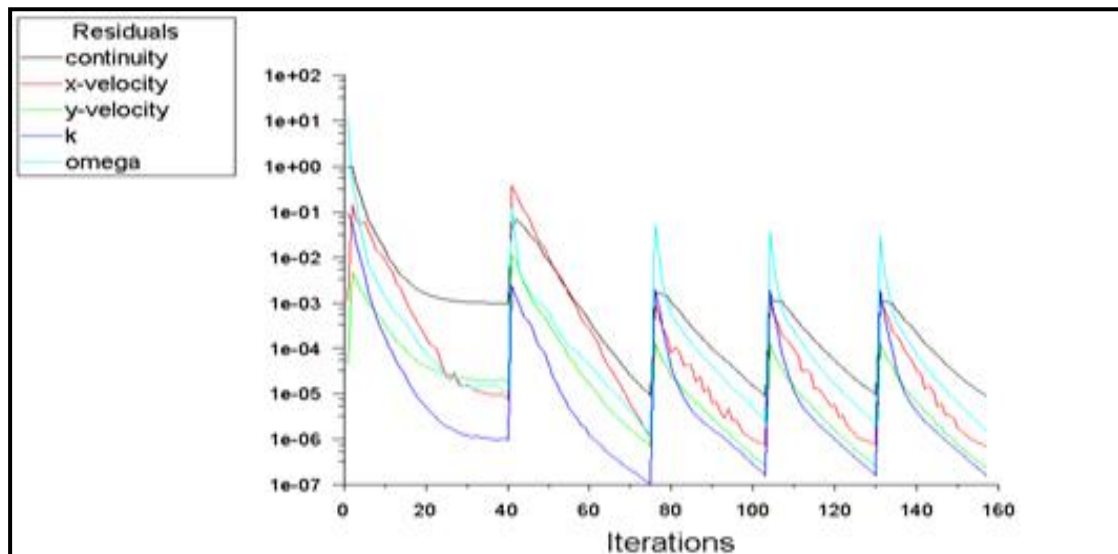
## 6.2.2 Επίλυση



**Εικόνα 6-14:** Ορισμός υπολογιστικών επαναλήψεων, χρονικού βήματος και αριθμός χρονικών βημάτων.

Η επιλογή των τιμών στην εικόνα έγινε μετά από διαδικασία πραγματοποίησης μερικών προσομοιώσεων μέχρι να βρούμε την λύση που θα συνέκλινε ,θα είχε την μεγαλύτερη ακρίβεια καθώς και τον μικρότερο δυνατό αριθμό Courant. Αρχικά επιλέξαμε να προσομοιώσουμε με χρονικό βήμα 0,001 και αριθμό χρονικών βημάτων 5000 στην συνέχεια προσομοιώσαμε με χρονικό βήμα 0,0001 και αριθμό χρονικών βημάτων 50000, συγκρίναμε τα αποτελέσματα ,είδαμε πως δεν υπήρχαν κάποιες διαφορες και κυρίως ο αριθμός Courant δεν ήταν πάνω από 1. Έτσι επιλέχτηκαν για αυτή την προσομοίωση χρονικό βήμα  $2 \cdot 10^{-5}$  και αριθμός χρονικών βημάτων 50000. Επίσης να σημειωθεί ότι αρχικά είχε δημιουργηθεί ένα πολύ ποιο αραιό πλέγμα αλλά η αδυναμία του να μας επιφέρει την επιθυμητή ακρίβεια, σύγκλιση και σε αποδεκτά πλαίσια τον αριθμό courant δημιουργήθηκε ένα πυκνό πλέγμα και επιλέχθηκε μεγαλύτερο χρονικό βήμα.

### 6.2.3 Επαλήθευση των αποτελεσμάτων



**Εικόνα 6-15:** Μεταβολή της ακρίβειας σύγκλισης συναρτήσει του αριθμού των επαναλήψεων για χρονικά μη μόνιμη ροή, για μοντέλο k- $\omega$  SST με κριτήριο σύγκλισης  $10^{-5}$ .

Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε την μορφή των Residual από την λύση των εξισώσεων για την περίπτωση μη-χρονικά μόνιμης ροής, επίσης παρατηρείτε η επίτευξη σύγκλισης για κάθε χρονικό βήμα σύμφωνα με κριτήριο σύγκλισης όπου έχει οριστεί.  $10^{-5}$

```

Flow time = 0.01s, time step = 10
1 more time step

Updating solution at time level N... done.
iter continuity x-velocity y-velocity k omega time/iter
! 353 solution is converged
353 8.2441e-06 1.0940e-06 3.0195e-07 2.2983e-06 8.9792e-07 0:00:06 40
354 2.7920e-03 1.3225e-02 5.2060e-04 6.0134e-03 1.6126e-02 0:00:05 39
355 4.2100e-03 8.0380e-03 3.5574e-04 3.0486e-03 5.6297e-03 0:00:04 38
356 4.2880e-03 5.1999e-03 2.2786e-04 2.5910e-03 4.2750e-03 0:00:03 37
357 4.8509e-03 1.6639e-03 1.5623e-04 2.2946e-03 3.5722e-03 0:00:02 36
358 3.2235e-03 6.4520e-04 9.8809e-05 1.8621e-03 2.1596e-03 0:00:02 35
359 2.9029e-03 3.0175e-04 6.8535e-05 1.5354e-03 1.5646e-03 0:00:01 34
360 2.3314e-03 1.7031e-04 4.9627e-05 1.4025e-03 1.2178e-03 0:00:01 33
361 1.8046e-03 1.3643e-04 3.8779e-05 1.2655e-03 8.9114e-04 0:00:01 32
362 1.3730e-03 1.8797e-04 3.2414e-05 1.0611e-03 5.9511e-04 0:00:01 31
363 1.0921e-03 8.7718e-05 2.3054e-05 8.9706e-04 4.0196e-04 0:00:01 30
iter continuity x-velocity y-velocity k omega time/iter
364 8.4206e-04 8.2273e-05 1.8557e-05 7.5992e-04 2.5952e-04 0:00:00 29
365 6.6225e-04 4.8771e-05 1.4469e-05 6.3281e-04 1.9060e-04 0:00:00 28
366 5.3395e-04 6.5408e-05 1.1974e-05 5.1658e-04 1.4803e-04 0:00:00 27
367 4.3916e-04 2.9719e-05 8.7305e-06 4.0745e-04 1.1827e-04 0:00:00 26
368 3.5108e-04 2.1299e-05 6.7711e-06 3.0833e-04 8.9836e-05 0:00:00 25
369 2.8060e-04 2.4334e-05 5.4380e-06 2.3517e-04 6.6549e-05 0:00:00 24
370 2.2159e-04 1.4382e-05 4.1832e-06 1.7662e-04 4.9000e-05 0:00:00 23
371 1.7732e-04 1.4975e-05 3.3540e-06 1.3127e-04 3.6463e-05 0:00:00 22
372 1.4060e-04 8.9307e-06 2.6580e-06 9.8353e-05 2.8157e-05 0:00:00 21
373 1.1131e-04 9.6729e-06 2.1474e-06 7.0870e-05 2.2726e-05 0:00:00 20
374 8.7310e-05 5.9004e-06 1.7095e-06 5.0462e-05 1.8004e-05 0:00:00 19
iter continuity x-velocity y-velocity k omega time/iter
375 6.9086e-05 8.3113e-06 1.4073e-06 3.5046e-05 1.3886e-05 0:00:00 18
376 5.5173e-05 3.9426e-06 1.0776e-06 2.4161e-05 1.0999e-05 0:00:00 17
377 4.5012e-05 3.8608e-06 8.7070e-07 1.6853e-05 8.4747e-06 0:00:03 16
378 3.6605e-05 2.5319e-06 7.0376e-07 1.2073e-05 6.6580e-06 0:00:02 15
379 2.9549e-05 2.6407e-06 5.7950e-07 9.4048e-06 5.1609e-06 0:00:02 14
380 2.3558e-05 2.2170e-06 4.7795e-07 8.2252e-06 3.9624e-06 0:00:01 13
381 1.8770e-05 1.8457e-06 3.9210e-07 6.9357e-06 3.1182e-06 0:00:01 12
382 1.4873e-05 1.5243e-06 3.2582e-07 5.6303e-06 2.4233e-06 0:00:01 11
383 1.1978e-05 1.2575e-06 2.7242e-07 4.5750e-06 1.8951e-06 0:00:01 10
! 384 solution is converged
384 9.8914e-06 1.0422e-06 2.2935e-07 3.5657e-06 1.4676e-06 0:00:00 9
Flow time = 0.011s, time step = 11

```

**Εικόνα 6-16:**Καταγραφή των residuals για μοντέλο K- $\omega$  SST για συχνότητα λειτουργίας jet 90 Hz και ταχύτητα κυρίως ροής 1m/s.

**Πίνακας 6-8:**Υπολογισμός της ροής μάζας στην είσοδο και στην έξοδο για συχνότητα λειτουργίας jet 90 Hz και ταχύτητα κυρίως ροής 1m/s.

Mass Flow Rate	(kg/s)
Inlet	-0,08487658
Outlet	-0,084877
Net	1,03E-07
Mass conservation error	0,000121%

Στον Πίνακας 6-8 φαίνεται η διαφορά μεταξύ της ροής μάζας στην είσοδο και της ροής μάζας στην έξοδο.





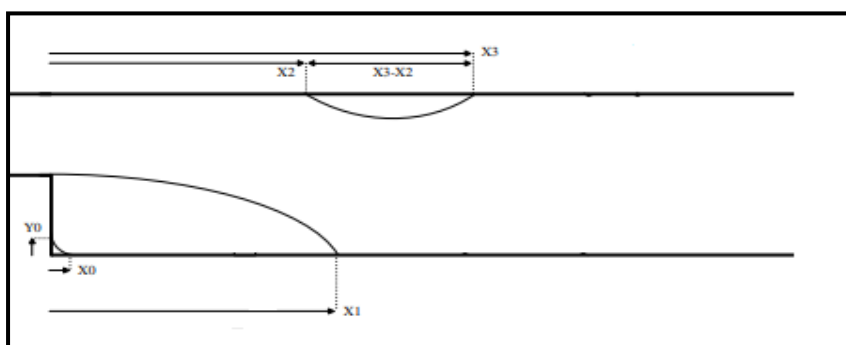
## 7 Υπολογιστικά αποτελέσματα

Όπως έχει αναφερθεί σε ροή σε βαθμίδα κατάβασης παρατηρούνται ανακυκλοφορίες στην ροή, με βασικότερες αυτές μετά το step το κάτω τοίχωμα του καναλιού, βέβαια για κάποιους αριθμούς Reynolds κάνει εμφάνιση άλλη μια ανακυκλοφορία στο επάνω τοίχωμα του καναλιού, έτσι γνωρίζουμε πριν την εξαγωγή των υπολογιστικών αποτελεσμάτων για την ύπαρξη αυτών ανακυκλοφοριών, και θα μπορούσε κάποιος να χαρακτηρίσει την ροή τυρβώδη εξαιτίας της ύπαρξής τους. Μόνο από την ύπαρξη ανακυκλοφοριών δεν μπορεί να χαρακτηριστεί μια ροή τυρβώδης, οπότε επιλέγεται να ερευνηθεί μέχρι ποιον αριθμό Reynolds η ροή σε βαθμίδα κατάβασης είναι στρωτή, καθώς δεν μπορούμε να αποδεχτούμε ότι η κρίσιμη τιμή του αριθμού Reynolds κατά την οποία μεταβαίνει σε τυρβώδη είναι 2100 γιατί αφορά την περίπτωση των ευθύγραμμων λείων αγωγών κυκλικής διατομής.

Ύστερα από βιβλιογραφική ανασκόπηση παρατηρήθηκε ότι ροή σε μια βαθμίδα κατάβασης είναι στρωτή για το εύρος των αριθμών Reynolds  $100 \leq Re \leq 400$  μεταβατική για  $500 \leq Re \leq 3000$  και τυρβώδης για το  $Re > 3000$ , έτσι επιλέγεται να επαληθεύουν αυτά τα εύρη και στην γεωμετρία που εξετάζεται στην παρούσα εργασία με την εξέταση των βασικών μεγεθών όπως μήκη ανακυκλοφορίας και σημεία αποκόλλησης και επανασύνδεσης. Τα αποτελέσματα που ακολουθούν αφορούν την μελέτη όλων των ανακυκλοφοριών που εμφανίζονται στην διάρκεια της ροής στο κανάλι. Έτσι θα υπολογιστούν τα μήκη επανασύνδεσης και τα σημεία αποκόλλησης και επανασύνδεσης της ροής, όπου από εδώ και στο εξής θα έχουν τον συμβολισμό που παρατηρείτε στην εικόνα **Εικόνα 7-1**. Για να είναι εύκολα συγκρίσιμα τα μήκη από εδώ και στο εξής θα παρουσιάζονται κανονικοποιημένα με το μήκος εισόδου  $X_r = X_1/h$

Πίνακας 7-1: Επεξήγηση συμβολισμών

Σύμβολα μη κανονικοποιημένων μεγεθών	Σύμβολα κανονικοποιημένων μεγεθών
$X_l$	$X_r$ <i>μήκος βασικής ανακυκλοφορίας στο κάτω τοίχωμα</i>
$X_2$	$X_a$ <i>μήκος έναρξης της ανακυκλοφορίας στο άνω τοίχωμα</i>
$X_3$	$X_b$ <i>μήκος επανασύνδεσης της ροής στο άνω τοίχωμα</i>
$X_0$	$X_c$ <i>μήκος δευτερεύουσας ανακυκλοφορίας στο κάτω τοίχωμα</i>



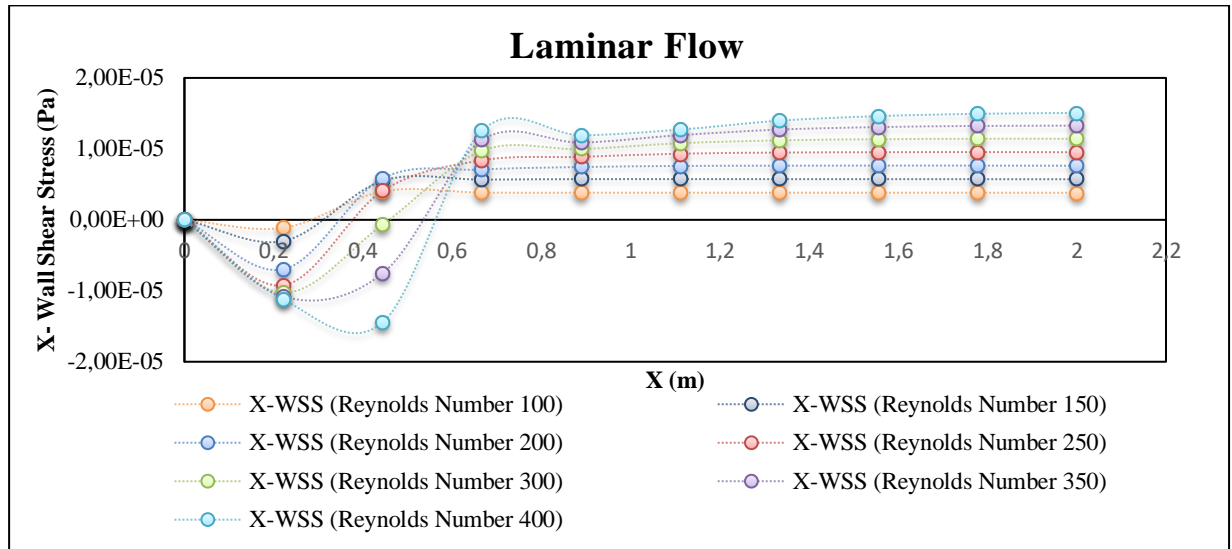
Εικόνα 7-1: Απεικόνιση του συμβολισμού των μήκων ανακυκλοφορίας της ροής.

### 7.1 Υπολογιστικά αποτελέσματα στρωτής ροής για $100 \leq Re \leq 400$

Οι προσομοιώσεις έχουν χωριστεί σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με τον αριθμό Reynolds που μελετάμε, η πρώτη κατηγορία αφορά αυτή της στρωτής ροής, σκοπός είναι η επαλήθευση της θεώρησης από την βιβλιογραφία, ότι η ροή για αυτό το εύρος Reynolds παραμένει στρωτή, με την γεωμετρία του προβλήματος που μελετάτε.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα για το εύρος των αριθμών Reynolds 100 έως 400. Ποιο αναλυτικά στο **Διάγραμμα 7-1** απεικονίζονται τα διαγράμματα της τοιχωματικής διατμητικής τάσης για κάθε ένα αριθμό Reynolds, στον **Πίνακα 7-1** είναι καταγεγραμμένα τα μήκη ανακυκλοφορίας. Για τον υπολογισμό του μήκους επανασύνδεσης εξετάζουμε το **Διάγραμμα 7-1** που εξαιτίας της ύπαρξης της ανακυκλοφορίας η τοιχωματική διατμητική τάση γίνεται αρνητική

για ένα διάστημα αυτό το διάστημα αντιστοιχεί στο μήκος επανασύνδεσης και το σημείο που αυτή σταμάτα να είναι αρνητική αντιστοιχεί με το σημείο επανασύνδεσης.

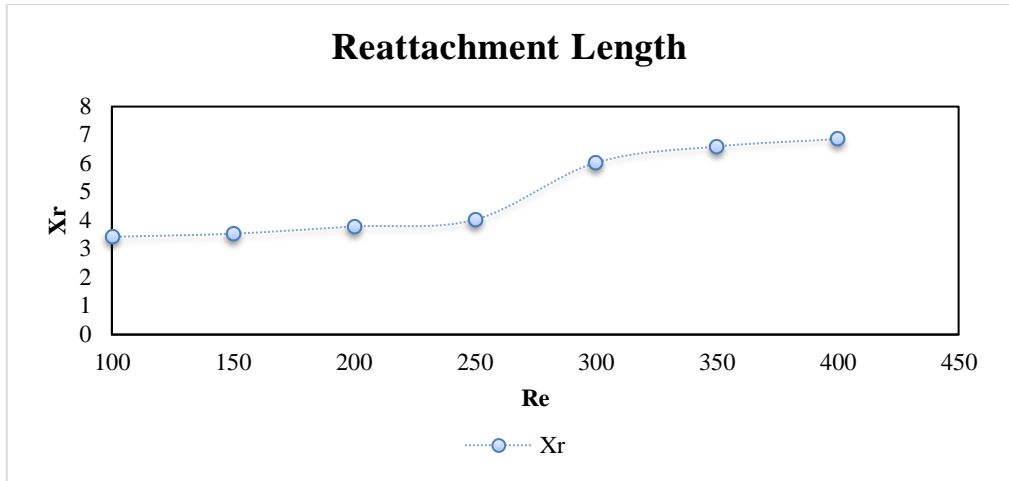


**Διάγραμμα 7-1: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο Laminar ( $100 \leq Re \leq 400$ ).**

**Πίνακας7-2:Μήκος ανακυκλοφορίας για τους αριθμούς Reynolds του εύρους  $100 \leq Re \leq 400$ .**

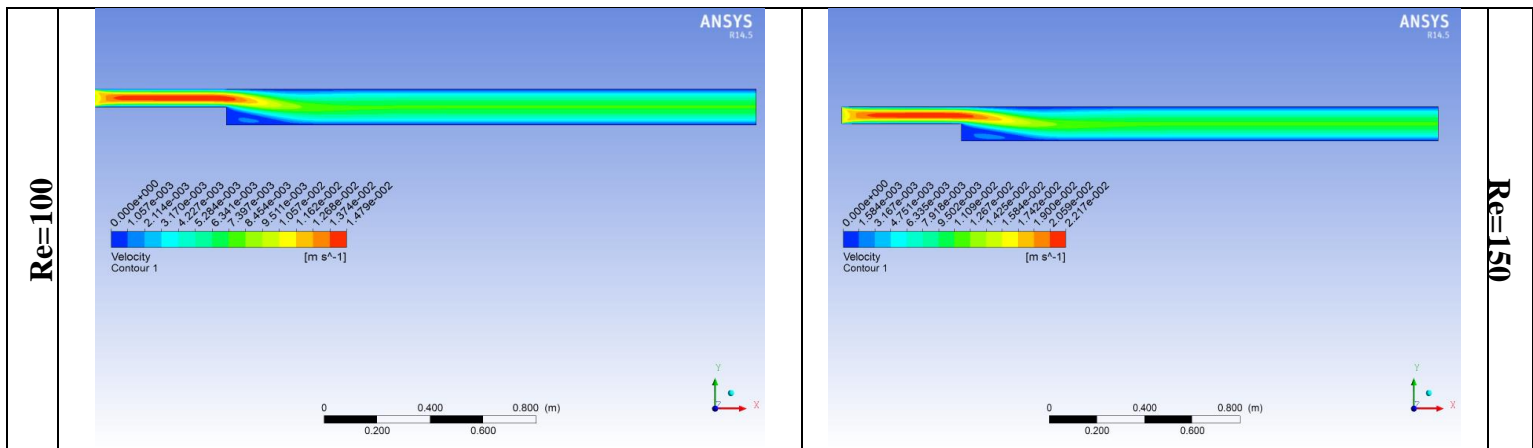
Reynolds	Xr
100	3.43
150	3.54
200	3.79
250	4.03
300	6.03
350	6.60
400	6.86

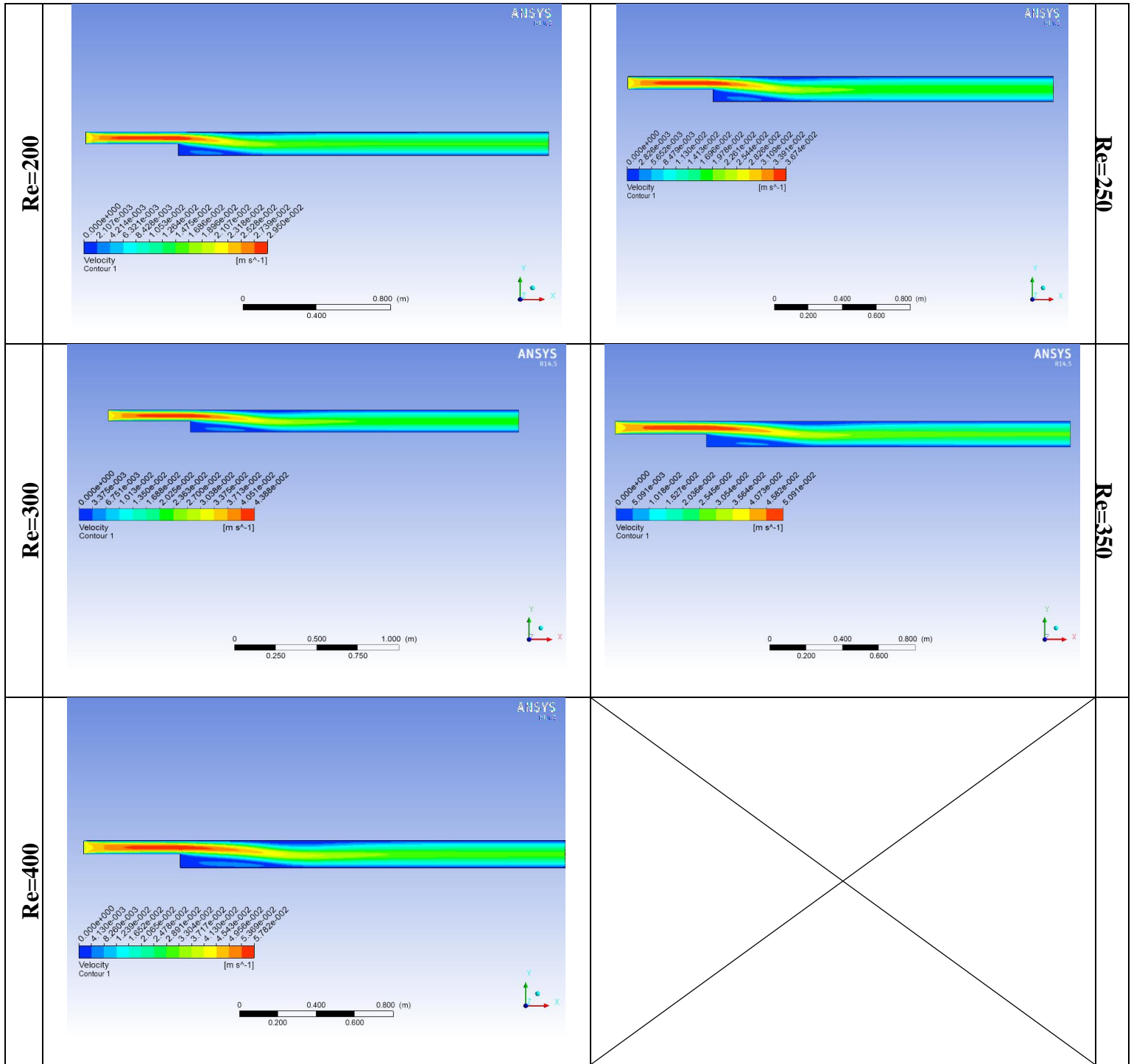
Στο **Διάγραμμα 7-2** απεικονίζεται η επίδραση της αύξησης του αριθμού Reynolds στο βασικό μήκος επανασύνδεσης της ροής, από την γραφική απεικόνιση είναι ευδιάκριτο ότι η με την αύξηση του αριθμού Reynolds αυξάνεται μη γραμμικά και το μήκος επανασύνδεσης.



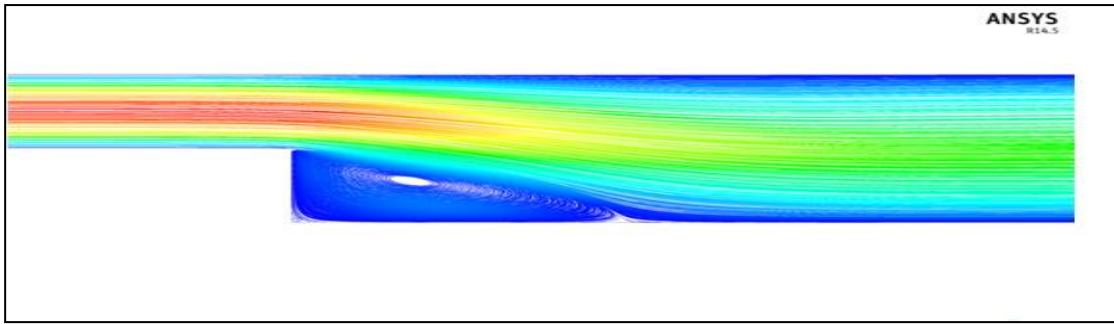
**Διάγραμμα7-2: Επίδραση του Reynolds στο μήκος ανακυκλοφορίας.**

Εκτός από την καταγραφή των αποτελεσμάτων για το μήκος επανασύνδεσης όπου αποτελεί το βασικότερο στοιχείο προς διερεύνηση για την ροή στο κανάλι, σκοπός ήταν και η απόδειξη ότι για το δεδομένο εύρος αριθμού Reynolds του πολυλογιστικό μοντέλο «στρωτής ροής» (laminar) ανταποκρίνεται και επιτρέπει το χαρακτηρισμό της ροής ως στρωτή, όπως αναφέρεται για αυτό το εύρος στην βιβλιογραφία από πειραματικές μελέτες.

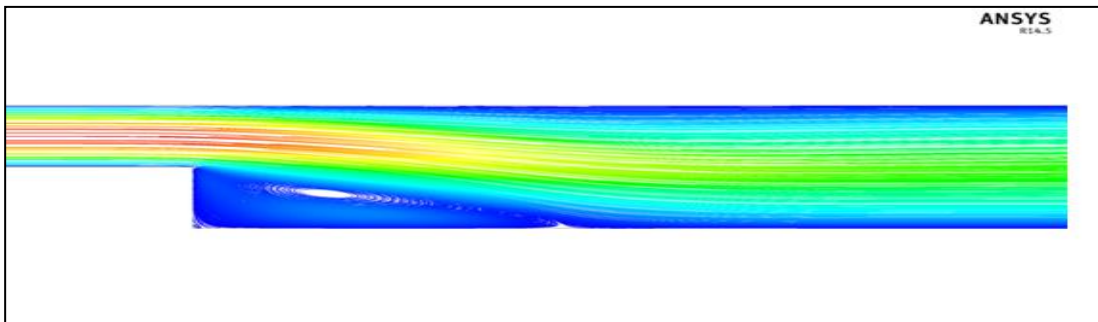




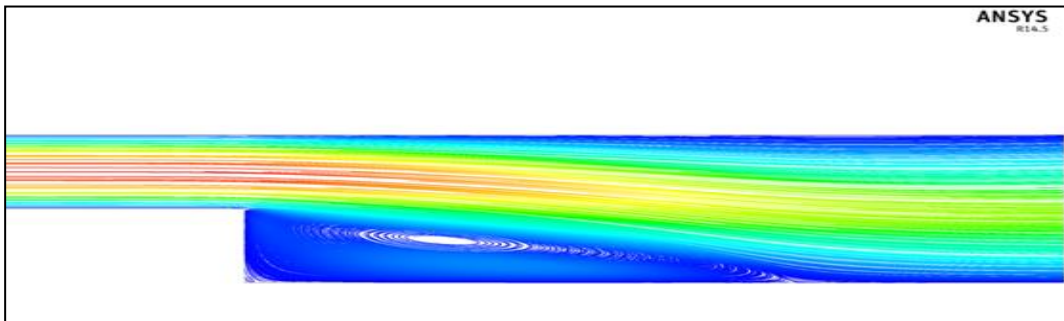
Εικόνα 7-2: Velocity contour



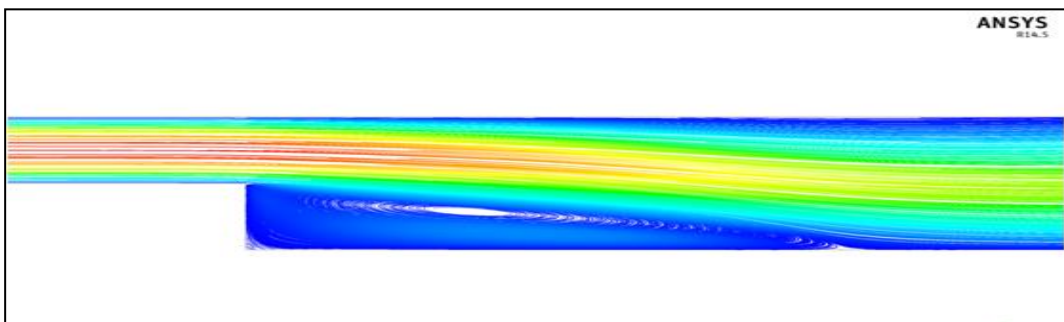
**Εικόνα7-3: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=100$**



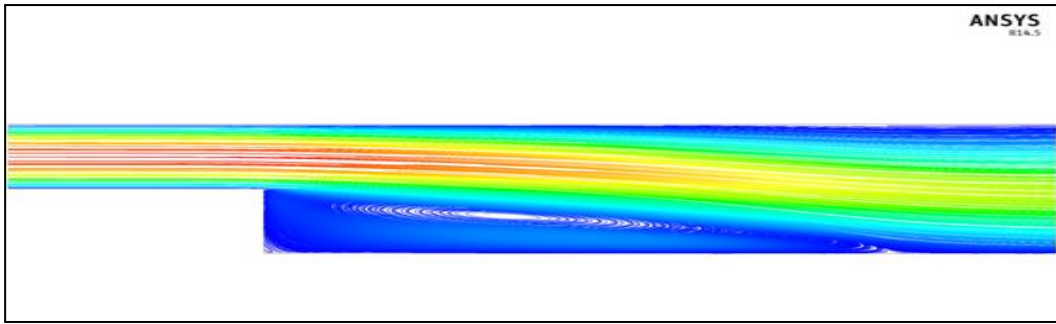
**Εικόνα7-4: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=150$ .**



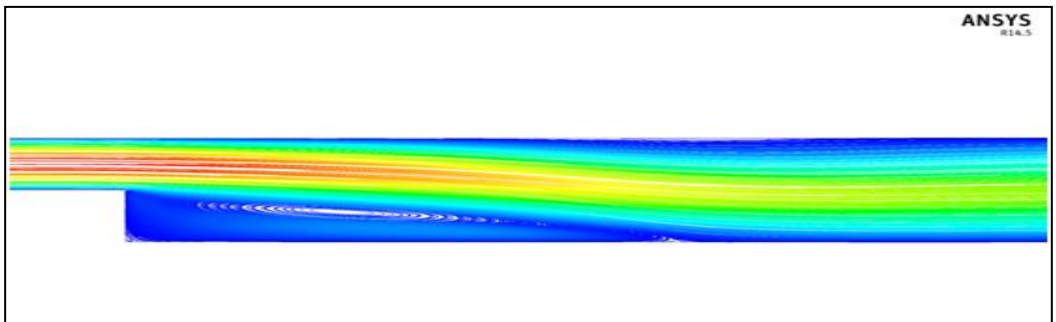
**Εικόνα7-5: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=200$ .**



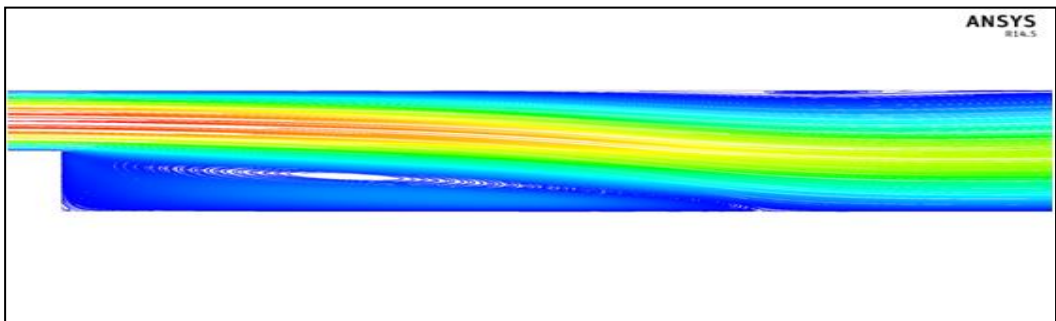
**Εικόνα7-6: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=250$ .**



**Εικόνα7-7: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=300$ .**



**Εικόνα7-8: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=350$ .**



**Εικόνα7-9: Ροικές γραμμές ταχύτητας για  $Re=400$ .**



## 7.2 Υπολογιστικά αποτελέσματα για μεταβατική και τυρβώδη ροή $500 \leq Re \leq 4000$

### 7.2.1 Επιλογή ροϊκού μοντέλου

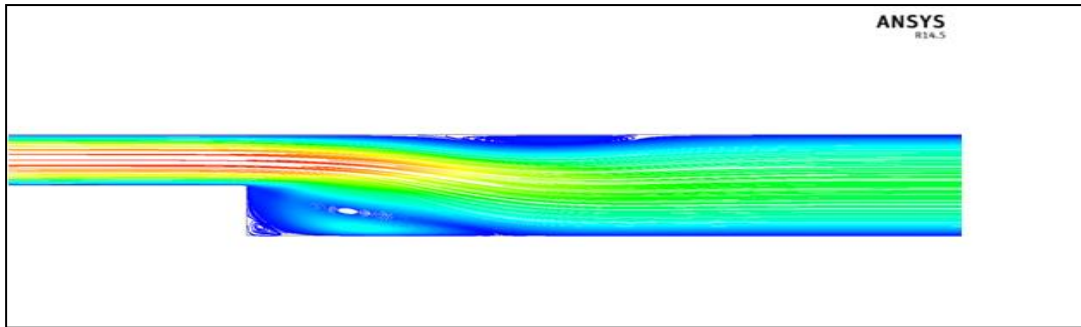
Για την μοντελοποίηση των μεταβατικών και τυρβωδών ροών υπάρχουν πληθώρα ροϊκών μοντέλων, στόχος μας ήταν εκτός από την επαλήθευση των αποτελεσμάτων και για αυτό το εύρος με τα ήδη υπάρχοντα της βιβλιογραφίας, και η εύρεση του βέλτιστου υπολογιστικού μοντέλου που θα προσφέρει σύγκλιση στην λύση και τα βέλτιστα υπολογιστικά αποτελέσματα. Να αναφερθεί ότι η επιλογή ροϊκού μοντέλου αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία, που απαιτεί ερεύνα και κατανόηση του εκάστοτε προς επίλυση προβλήματος, μια λάθος επιλογή θα επιφέρει λάθος υπολογιστικά αποτελέσματα.[3], [4] Για την επιλογή του κατάλληλου μοντέλου καταφύγαμε σε βιβλιογραφική έρευνα, τα μοντέλα όπου άλλοι ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει για την ροή εντός κανελιού με διαμόρφωση είναι:

- k-ε RNG ( Enhance Wall Treatment )
- k-ε RNG ( non-equilibrium )
- k-ε standard
- K-ω SST

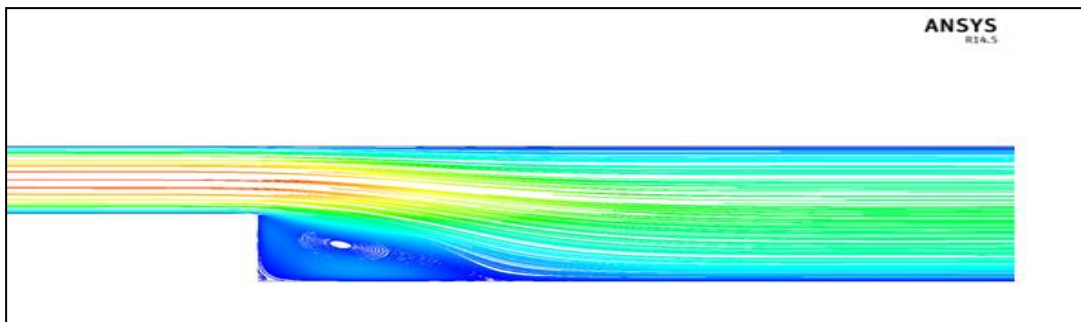
Το μήκος επανασύνδεσης είναι μια συνηθισμένη παράμετρος για τον προσδιορισμό της ικανότητας ενός τυρβώδους ροϊκού μοντέλου να προσομοιώσει σωστά την ροή σε ένα κανάλι με απότομη διεύρυνση. Στον πίνακα **Πίνακας 7-2** δείχνουμε την σύγκριση του μήκους επανασύνδεσης που υπολογίστηκε από διαφορετικά τυρβώδη ροϊκά μοντέλα στην παρούσα εργασία.

**Πίνακας 7-3 : Καταγραφή του μήκους επανασύνδεσης για κάθε ένα από τα προς εξέταση τυρβώδη ροϊκά μοντέλα.**

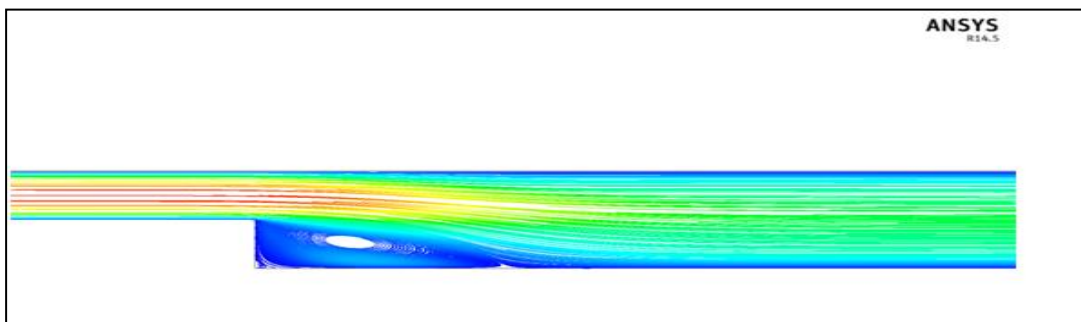
Re	Xr			
	k-ε RNG Enhanced Wall Treatment	k-ε RNG Non Equilibrium	k-ε Standard	k-ω SST
<b>400</b>	Laminar flow with reattachment length 6,86			
<b>500</b>	3,43	2,71	3,60	7,71
<b>1000</b>	3,57	2,86	4,00	6,86
<b>2000</b>	4,00	3,60	4,30	8,29
<b>3000</b>	5,00	4,00	4,80	8,86
<b>4000</b>	5,71	4,29	5,00	9,00



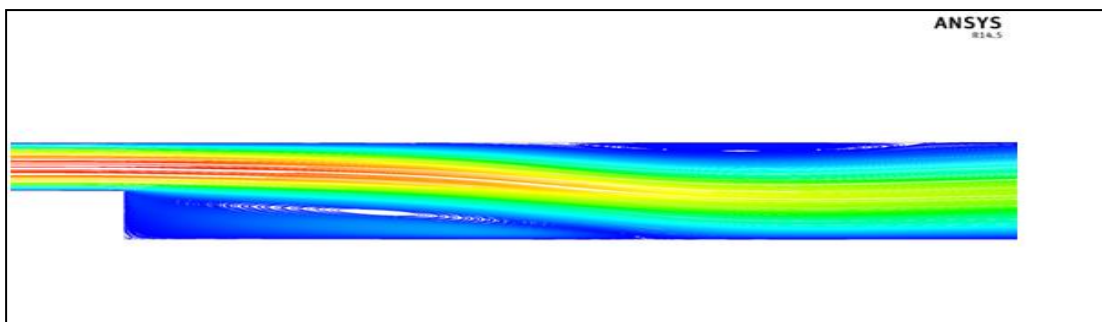
**Εικόνα7-10:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=500$  και ροϊκό μοντέλο k-ε RNG Enhanced Wall Treatment.**



**Εικόνα7-11:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=500$  και ροϊκό μοντέλο k-ε RNG Non Equilibrium.**



**Εικόνα7-12:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=500$  και ροϊκό μοντέλο k-ε Standard.**

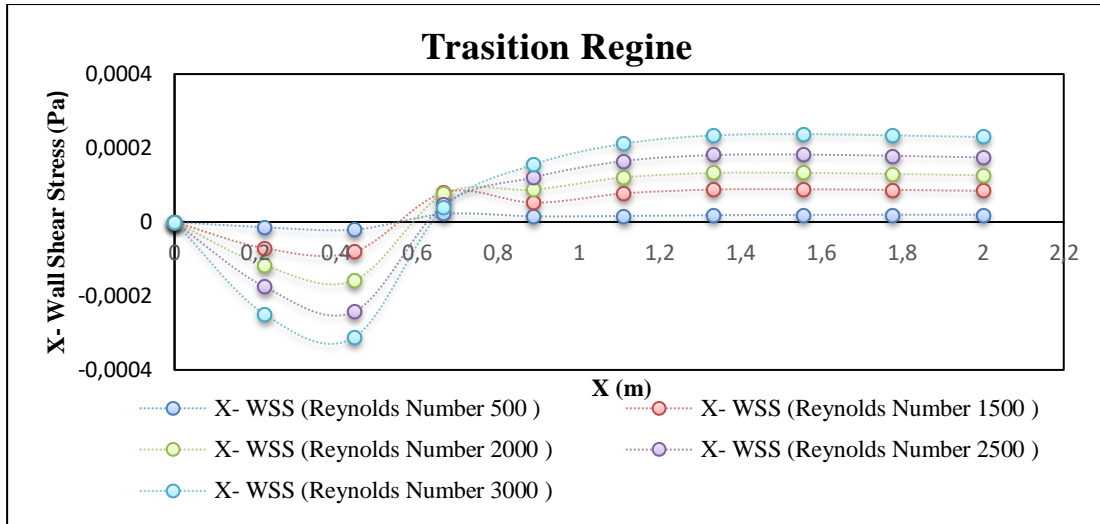


**Εικόνα7-13:Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=500$  και ροϊκό μοντέλο k-ω SST.**

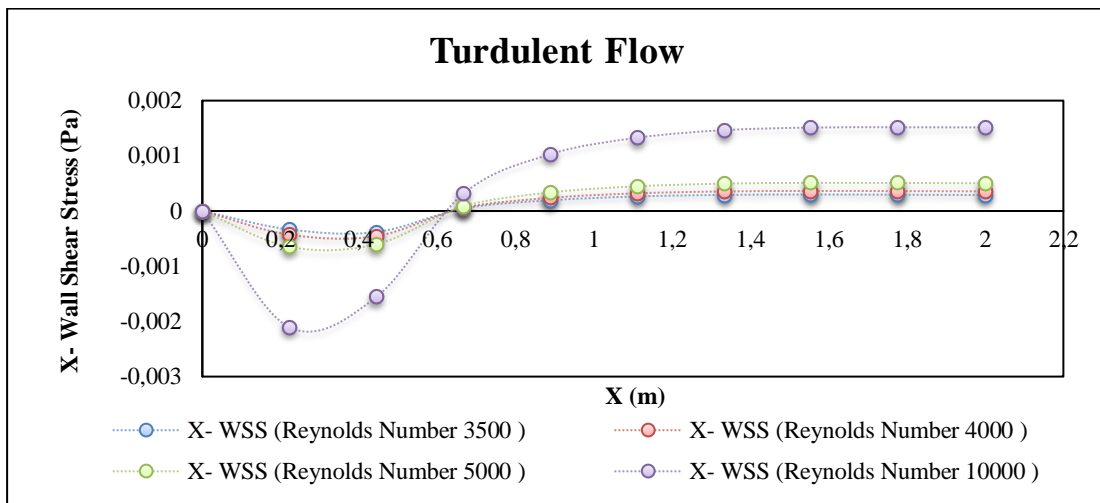
Όπως παρατηρείται τόσο από τις παραπάνω εικόνες αλλά και από τον πίνακα **Πίνακας 7-3** η χρήση του μοντέλου k-ε δεν επιτρέπει την σωστή καταγραφή της ανάπτυξης της κύριας περιοχής επανακυκλοφορίας, ωστόσο το μοντέλο k-ω SST φαίνεται σύμφωνα με την βιβλιογραφία [3],[4], ότι παρέχει μια καλή ποιοτική περιγραφή και έχει προβλέψει σωστά το μήκος επανασύνδεσης. Με την αύξηση του αριθμού Re αναμένεται και αύξηση του μήκους επανασύνδεσης για την βασική ανακυκλοφορία στο κάτω τοίχωμα του καναλιού κάτι που δεν παρατηρείτε με τη χρήση των ροϊκών μοντέλων k-ε έτσι απορρίφθηκαν και καταλήξαμε στην χρήση του μοντέλου k-ω SST. Πρόκειται για ένα υβριδικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιεί το μοντέλο k-ω για τον υπολογισμό της τύρβης στο εσωτερικό πεδίο που εξετάζεται μέχρι τα όρια των τοιχωμάτων, ενώ σταδιακά χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μορφή του μοντέλου k-ε για να περιγράψει την συμπεριφορά των τυρβωδών τάσεων στις περιοχές της ελεύθερης ροής.

#### 7.2.1 Υπολογιστικά αποτελέσματα

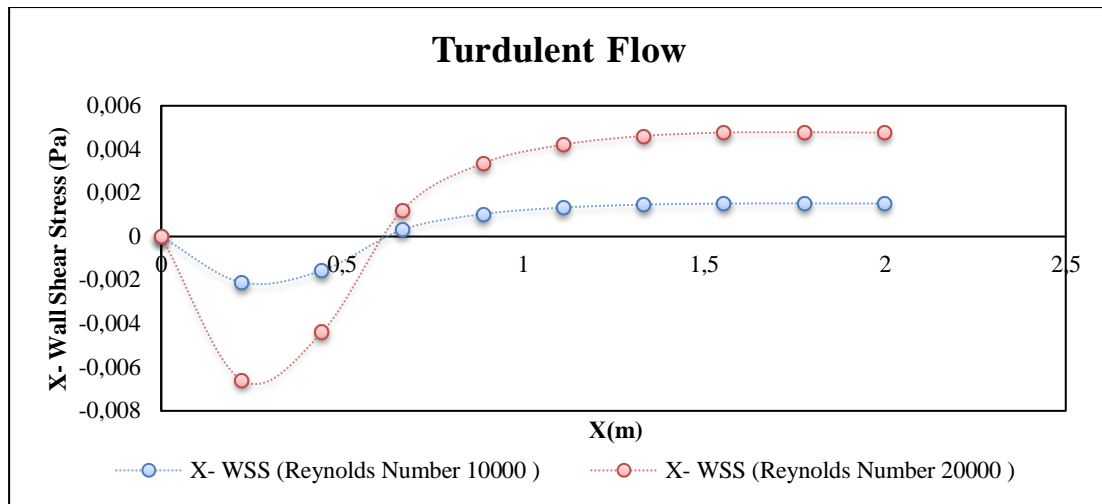
Παρακάτω παρουσιάζονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα για το εύρος των αριθμών Reynolds 500 έως 4000 από το ροϊκό μοντέλο k-ω SST. ποιο αναλυτικά στο **Διάγραμμα 7-3** και στο **Διάγραμμα 7-4** απεικονίζονται τα διαγράμματα της διατμητικής τάσης του τοιχώματος για κάθε ένα αριθμό Reynolds και στον **Πίνακα 7-1** είναι καταγεγραμμένα τα μήκη ανακυκλοφορίας. Για τον υπολογισμό του μήκους ανακυκλοφορίας εξετάζουμε το **Διάγραμμα 7-3** και το **Διάγραμμα 7-4**, που εξαιτίας της ύπαρξης της ανακυκλοφορίας η διατμητική τάση του τοιχώματος γίνεται αρνητική για ένα διάστημα αυτό το διάστημα αντιστοιχεί στο μήκος ανακυκλοφορίας και το σημείο που αυτή σταμάτα να είναι αρνητική αντιστοιχεί με το σημείο επανασύνδεσης.



**Διάγραμμα7-3: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$  SST ( $500 \leq Re \leq 3000$ ).**



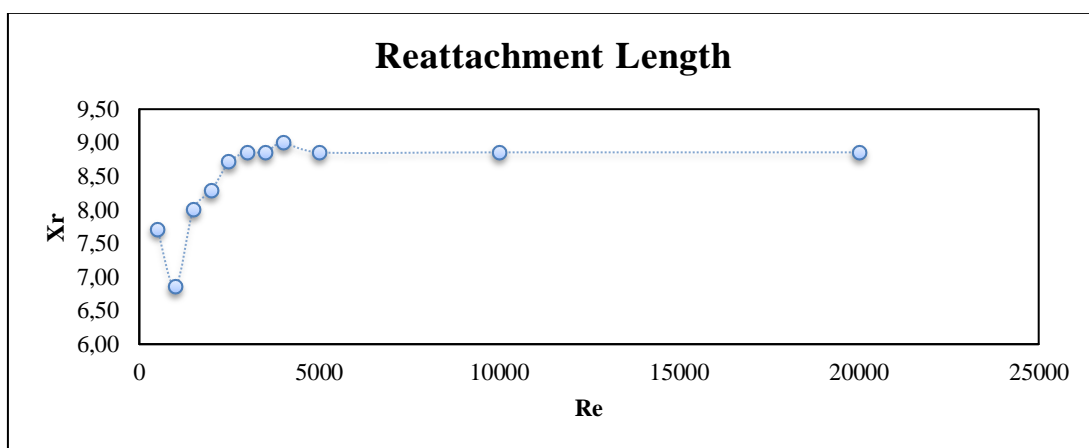
**Διάγραμμα7-4: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$  SST ( $3500 \leq Re \leq 5000$ ).**



**Διάγραμμα 7-5: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$  SST ( $10000 \leq Re \leq 20000$ )**

**Πίνακας7-4:Μήκος επανακυκλοφορίας για τους αριθμούς Reynolds εύρους  $500 \leq Re \leq 20000$ .**

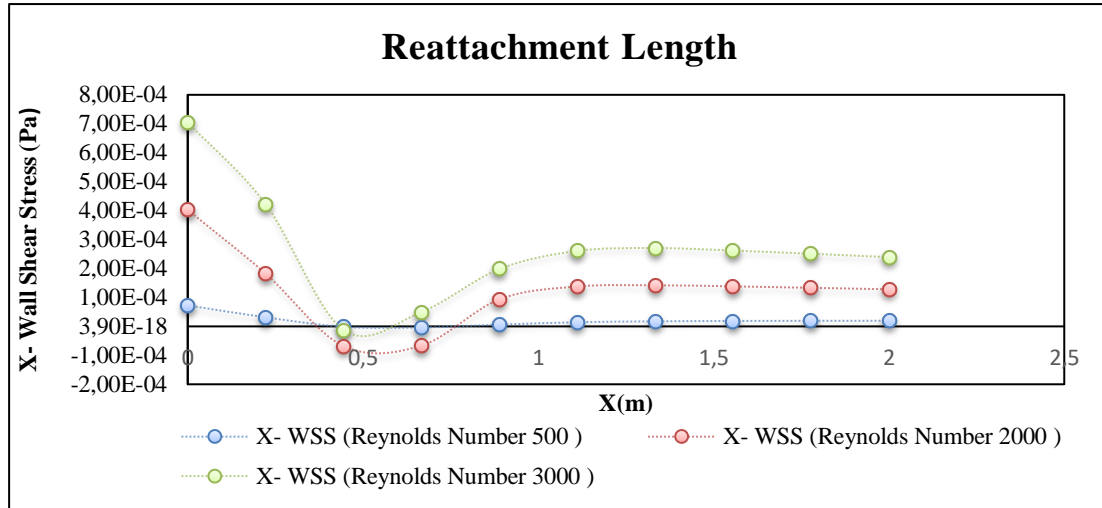
Reynolds	Xr	Reynolds	Xr
<b>500</b>	7,71	<b>3500</b>	8,86
<b>1000</b>	6,86	<b>4000</b>	9,00
<b>1500</b>	8,00	<b>5000</b>	8,86
<b>2000</b>	8,29	<b>10000</b>	8,86
<b>2500</b>	8,71	<b>20000</b>	8,86
<b>3000</b>	8,86		



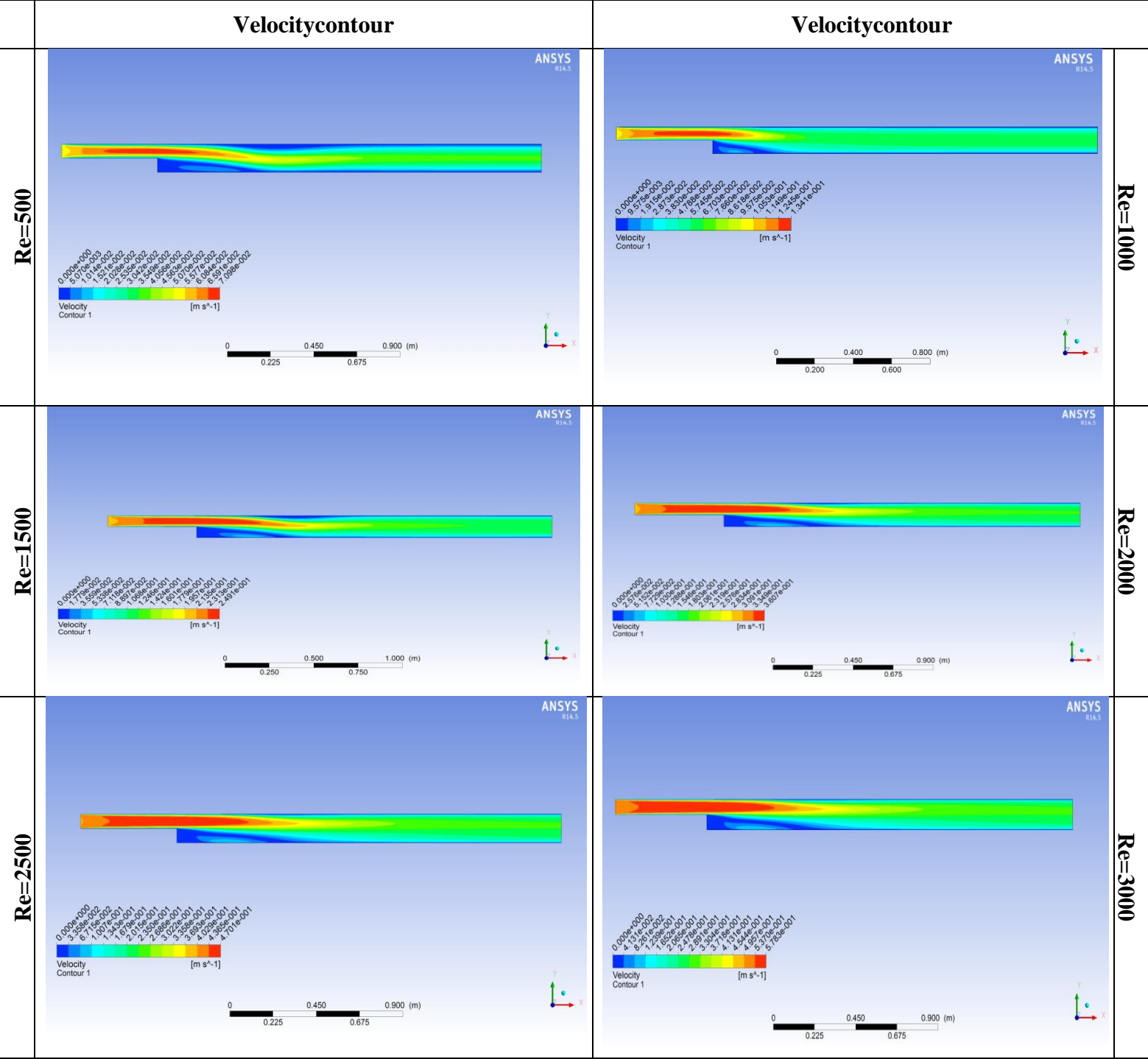
**Διάγραμμα7-1:Επίδραση του Reynolds στο μήκος ανακυκλοφορίας.**

Βασικό χαρακτηριστικό της περιοχής μεταβατικής ροής για Re από 500 έως 3000 είναι η ύπαρξη της ανακυκλοφορίας στο επάνω τοίχωμα, στο *Διάγραμμα 7-6*

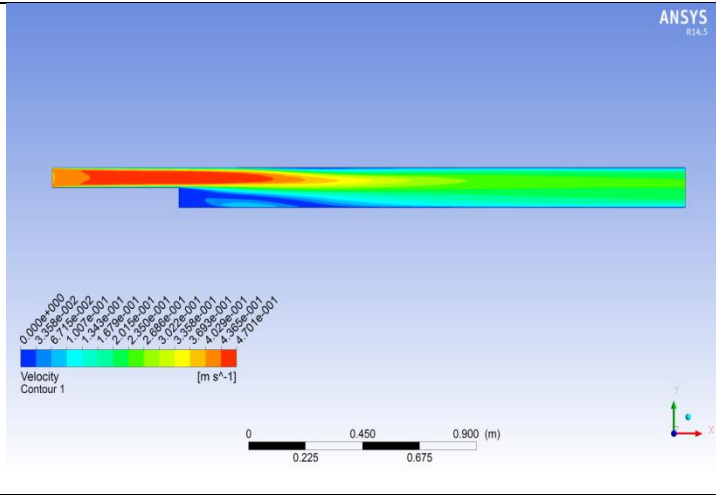
καταγράφεται η κατανομή της διατμητικής τάσης στο άνω τοίχωμα για την εύρεση του μήκους έναρξης και επανασύνδεσης και αυτής της ανακυκλοφορίας .



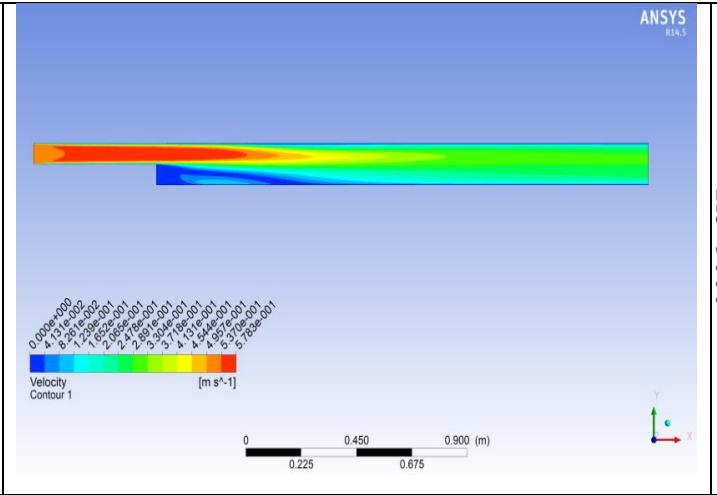
**Διάγραμμα7-6: Κατανομή διατμητικής τάσης του άνω τοιχώματος (wss) για το μοντέλο k- $\omega$  SST ( $500 \leq Re \leq 3000$ ).**



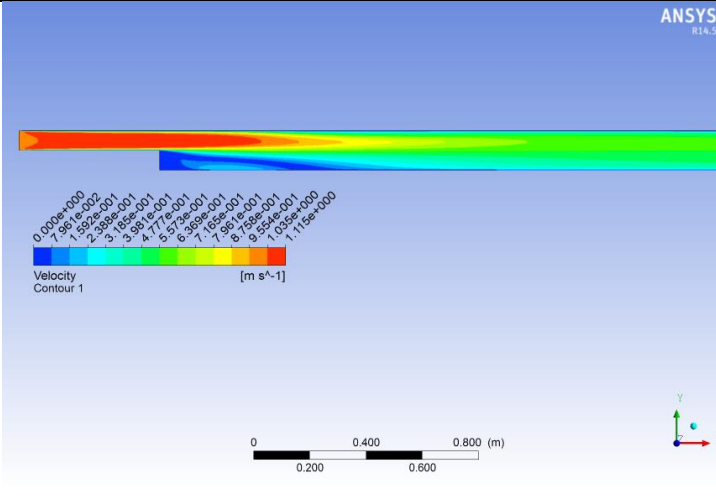
Re=4000



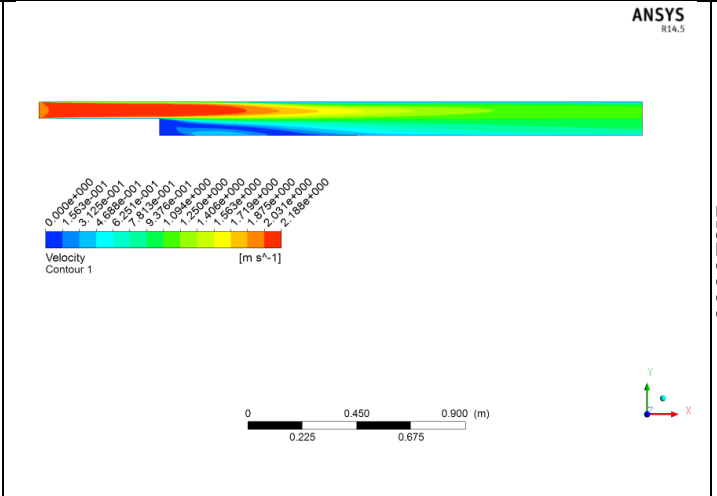
Re=5000



Re=10000

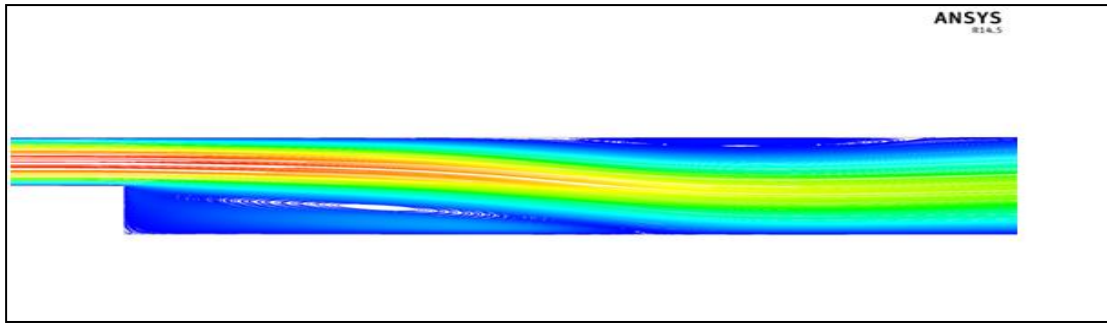


Re20000

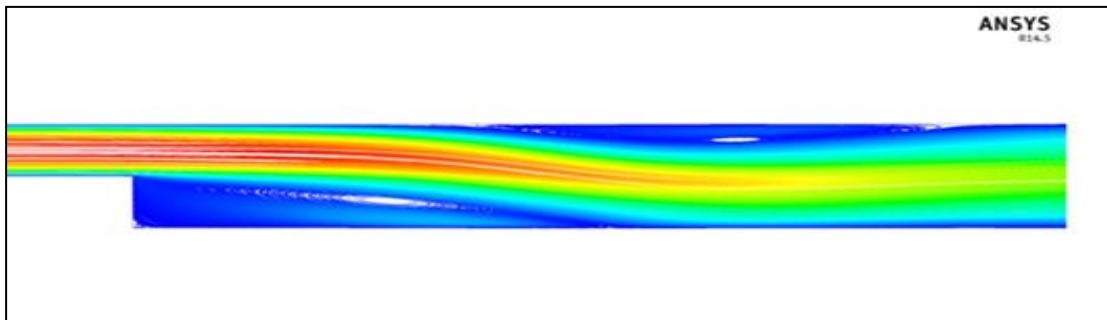


Εικόνα 7-14: Velocity contours .

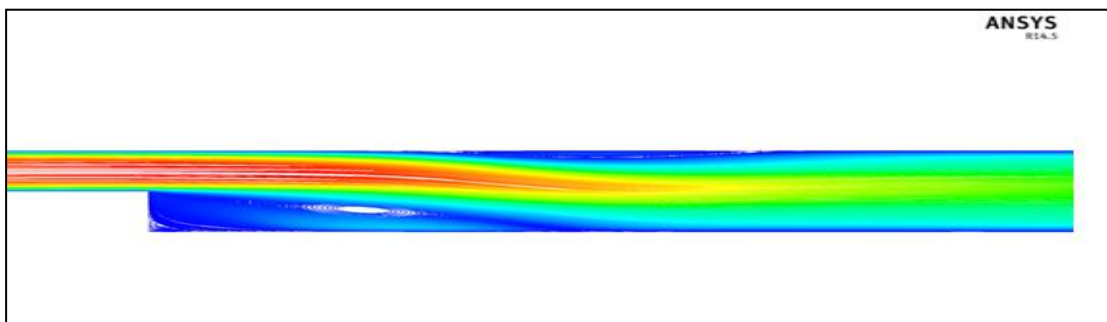




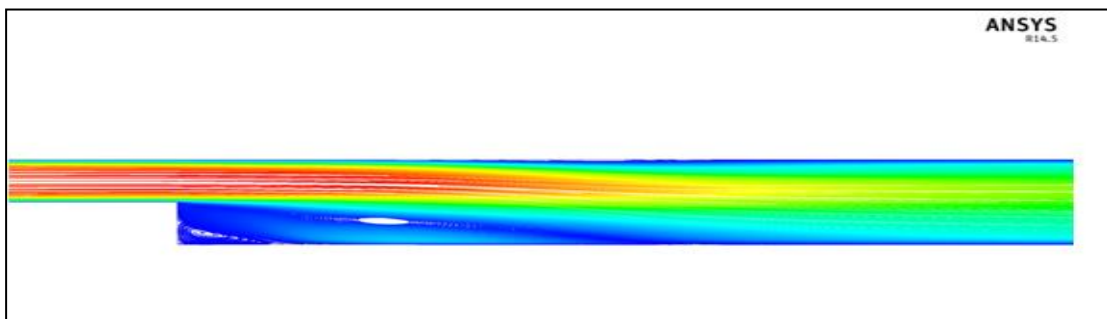
**Εικόνα 7-15: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=500$ .**



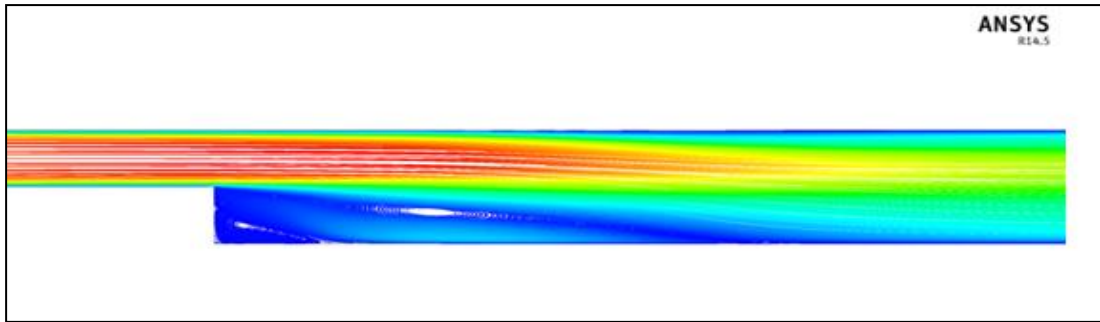
**Εικόνα 7-16: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=1000$ .**



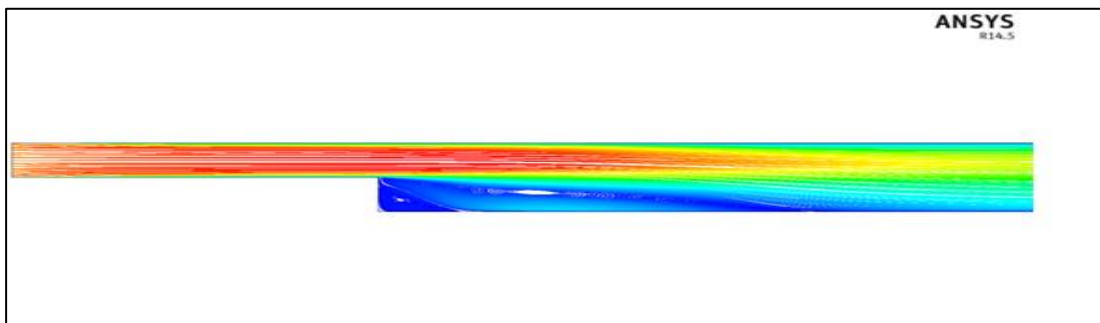
**Εικόνα 7-17: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=2000$ .**



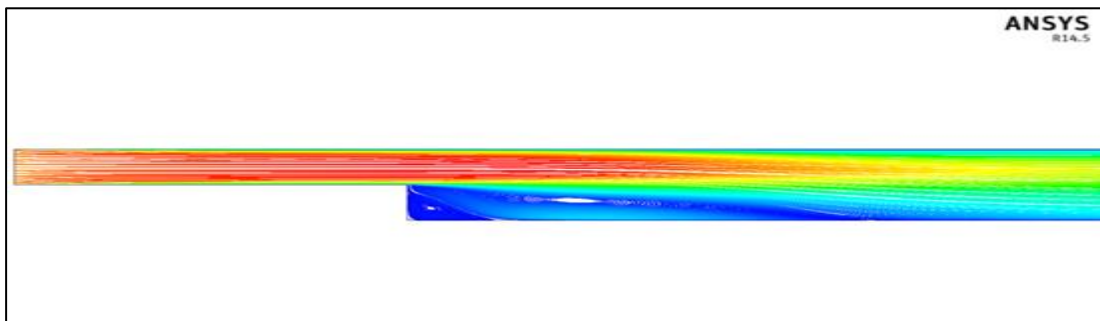
**Εικόνα 7-18: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=3000$ .**



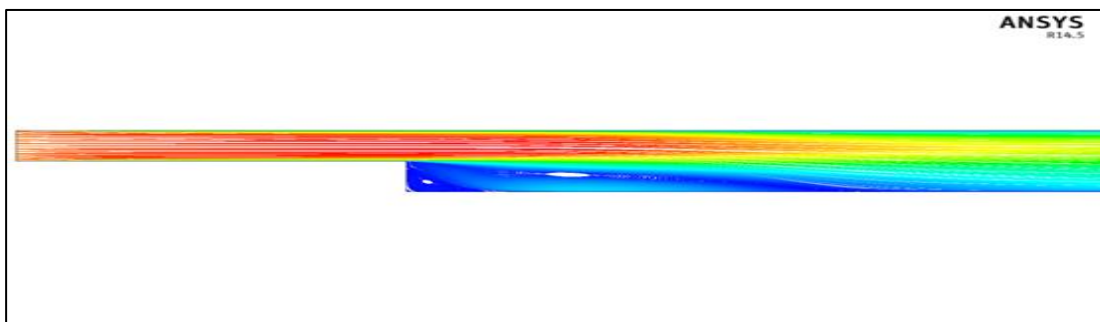
**Εικόνα 7-19: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=4000$ .**



**Εικόνα 7-20: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=5000$ .**



**Εικόνα 7-21: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=10000$ .**



**Εικόνα 7-22: Ροϊκές γραμμές ταχύτητας για  $Re=20000$ .**

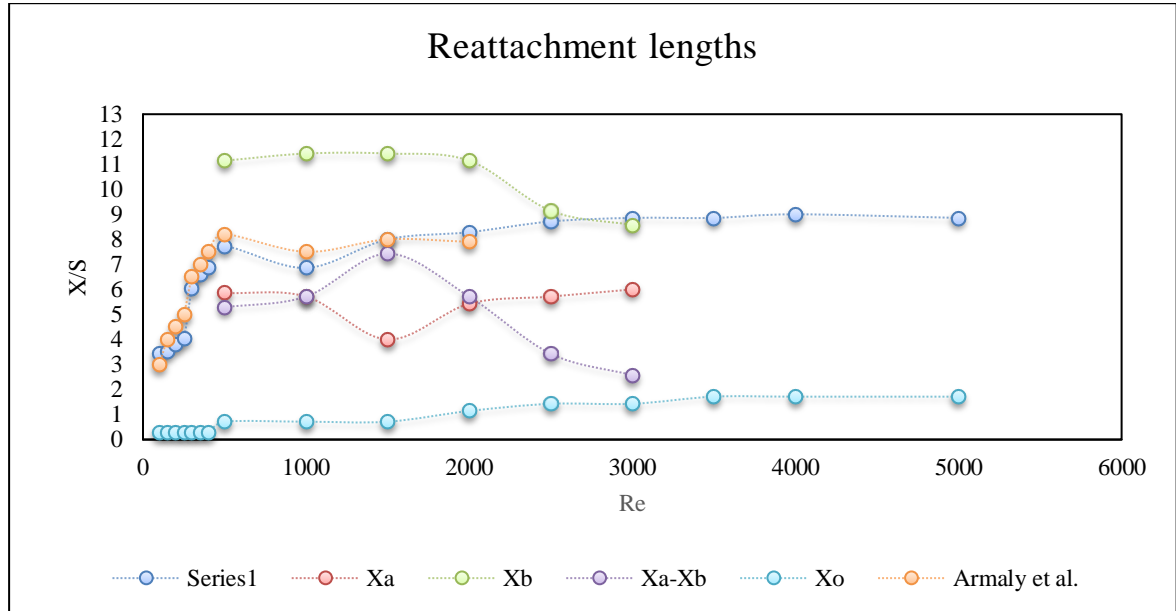
Στο καταγράφονται **Πίνακας 7-4** τα αποτελέσματα για όλους τους αριθμούς Reynolds που έχουν εξεταστεί την παρούσα εργασία.

**Πίνακας7-5:Μήκηανακυκλοφορίαςγια $100 \leq Re \leq 5000$ .**

Re	$X_r$	$X_a$	$X_b$	$X_a-X_b$	$X_c$
<b>LaminarFlow</b>					
<b>100</b>	3,43	-	-	-	0,29
<b>150</b>	3,54	-	-	-	0,29
<b>200</b>	3,79	-	-	-	0,29
<b>250</b>	4,03	-	-	-	0,29
<b>300</b>	6,03	-	-	-	0,29
<b>350</b>	6,60	-	-	-	0,29
<b>400</b>	6,86	-	-	-	0,29
<b>TransitionRegime</b>					
<b>500</b>	7,71	5,86	11,14	5,29	0,71
<b>1000</b>	6,86	5,71	11,43	5,71	0,71
<b>1500</b>	8,00	4,00	11,43	7,43	1,14
<b>2000</b>	8,29	5,43	11,14	5,71	1,43
<b>2500</b>	8,71	5,72	9,142	3,43	1,43
<b>TurbulentFlow</b>					
<b>3000</b>	8,86	6	8.57	2.57	1,86
<b>3500</b>	8,86	-	-	-	1,86
<b>4000</b>	9,00	-	-	-	1,86
<b>5000</b>	8,86	-	-	-	1,86
<b>10000</b>	8,86	-	-	-	1,86
<b>20000</b>	8,86	-	-	-	1,86

Στον παραπάνω πίνακα καταγράφονται τα μήκη που χαρακτηρίζουν τις ανακυκλοφορίες που εμφανίζονται στο κανάλι. Στην πρώτη στήλη έχει καταγραφεί για όλους τους αριθμούς Re το μήκος της βασικής ανακυκλοφορίας στο κάτω τοίχωμα του καναλιού, παρατηρείτε μια γενική αύξηση αυτού μέχρι των αριθμό Re 3000 από εκεί και έπειτα μένει ανεπηρέαστο από την αύξηση της ταχύτητας. Στις τρεις επόμενες στήλες έχουν καταγραφεί τα μήκη που χαρακτηρίζουν την ανακυκλοφορία που εμφανίζεται στο επάνω τοίχωμα του καναλιού αυτή κάνει την εμφάνιση της μόνο στο εύρος των αριθμών Re από 500 έως 3000 που η ροή είναι μεταβατική, παρατηρείτε σταθερό το μήκος επανασύνδεσης αυτής και μεταβάλλεται μόνο το σημείο έναρξης της όπου αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μεταβολή της διαφοράς αυτών των δυο μηκών. Τέλος στην τελείται στήλη έχει καταγραφεί για όλους του αριθμούς το μήκος της ανακυκλοφορία που εμφανίζεται στην γωνία του

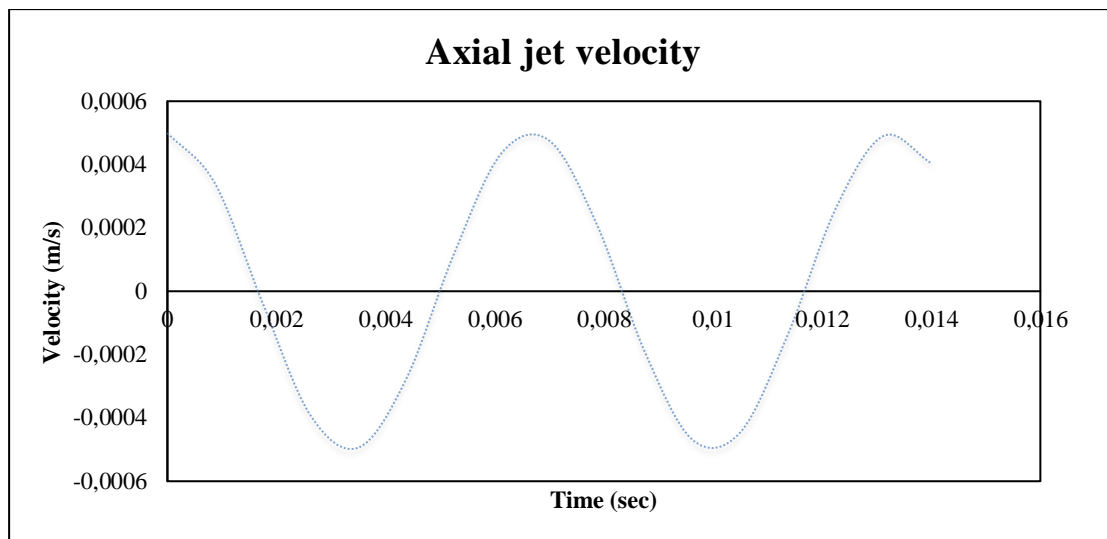
κάτω τοιχώματος, παρατηρείτε σταθερή τιμή αυτού για την στρωτή ροή και αυξήσει και σταθεροποίηση αυτού στην μεταβατική και τυρβώδη ροή.



**Διάγραμμα7-7: Μήκη αποκόλλησης και επανασύνδεσης της ροής συναρτήσει του αριθμού Reynolds Number.**

### 7.3 Υπολογιστικά αποτελέσματα synthetic jet

Όπως ήδη έχει αναφερθεί επιλέξαμε και την προσομοίωση της ροής ενός synthetic jet χωρίς την ύπαρξη δευτερεύουσας ροής, παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα.



**Διάγραμμα 7-8: Διάγραμμα ταχύτητας για το χρονικό διάστημα δυο περιόδων.**

Στο παραπάνω διάγραμμα απεικονίζεται η μορφή της συνημιτονοειδούς κίνησης της κινουμένης μεμβράνης στο θάλαμο συγκέντρωσης του ρευστού.

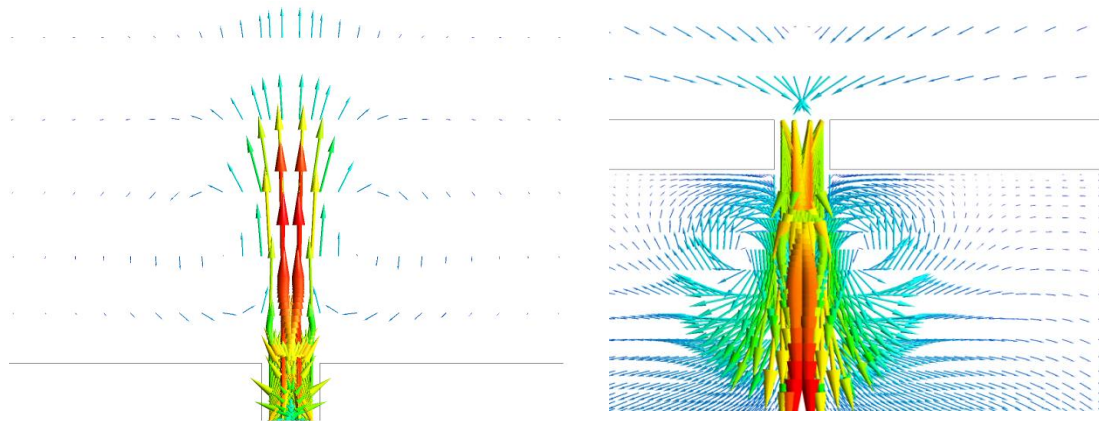
Τα διαγράμματα απεικονίζουν την ταχύτητα διάμεσου του jet στις θέσεις:

1. στο διάφραγμα,
2. στην έξοδο της κοιλότητας
3. και στην έξοδο του στομίου

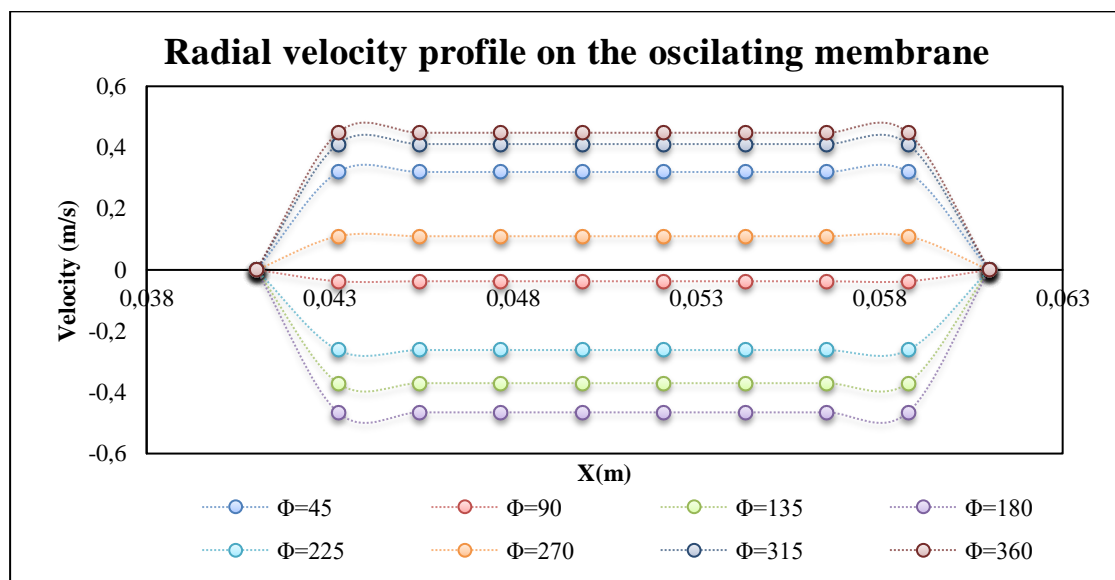
για το χρονικό διάστημα μιας περιόδου, χωρισμένη στα υποδιαστήματα

- |            |             |
|------------|-------------|
| 1. $T/8$ , | 5. $5T/8$ , |
| 2. $T/4$   | 6. $3T/4$ , |
| 3. $3T/8$  | 7. $7T/8$   |
| 4. $T/2$ , | 8. $T$      |

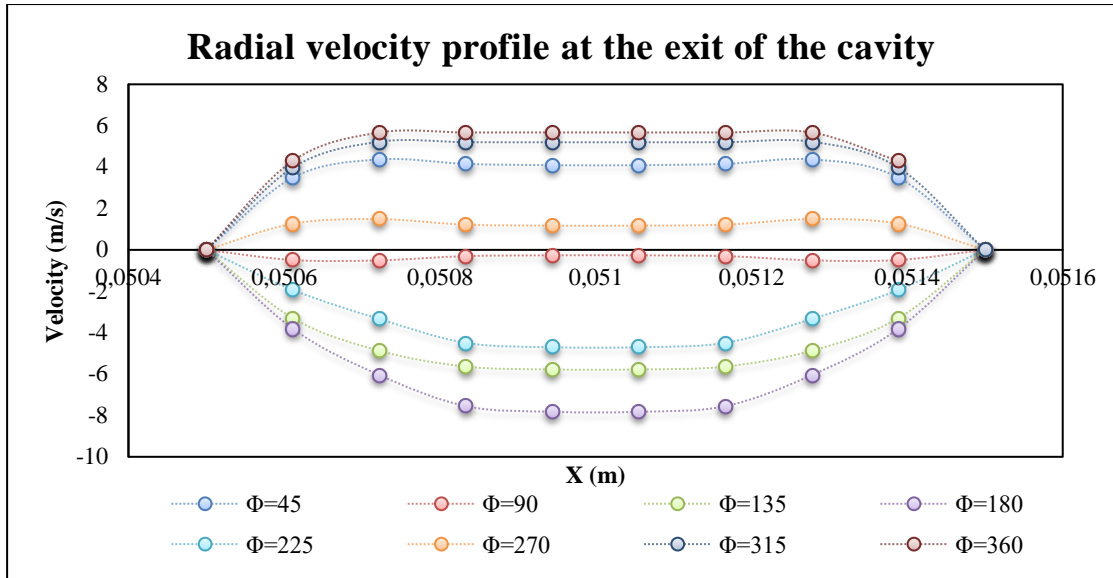
Στα διαγράμματα καταγράφεται η κίνηση που σε κάθε χρονικό διάστημα δημιουργεί το διάφραγμα, κατά την διάρκεια μιας περιόδου. Συγκεκριμένα παρατηρείται εναλλαγή κίνησης προς τα πάνω και προς τα κάτω από τον οριζόντιο άξονα του διαφράγματος. Μέχρι το χρονικό διάστημα  $T/4$  παρατηρείται κίνηση προς τα πάνω, από το χρονικό διάστημα  $T/4$  μέχρι  $T/2$  παρατηρείται κίνηση προς τα κάτω και τέλος από  $T/2$  και μέχρι την ολοκλήρωση της περιόδου κίνηση προς τα πάνω.



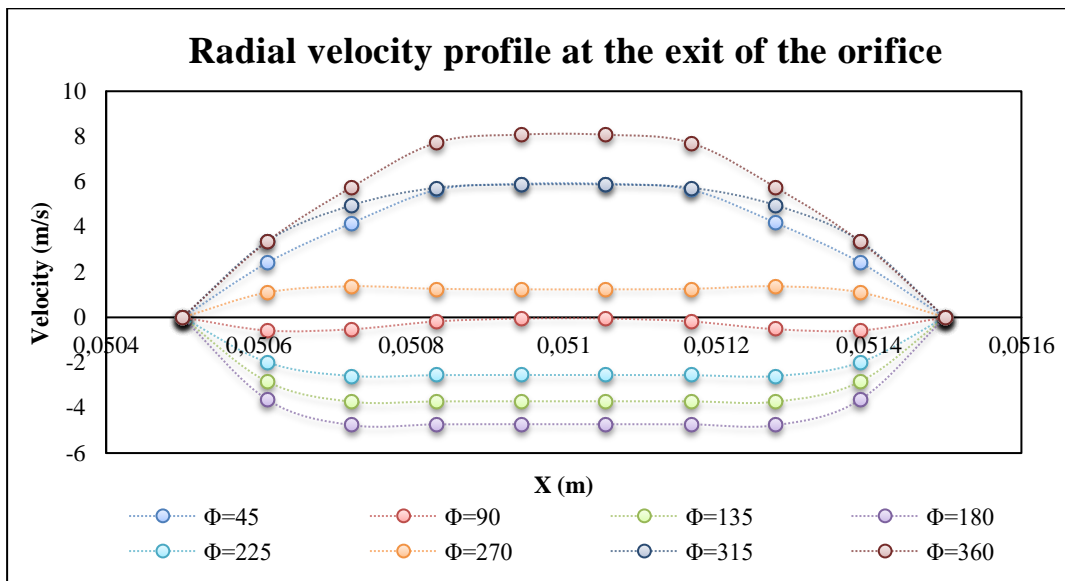
**Εικόνα7-23:** Απεικόνιση των διανυσμάτων ταχύτητας για μια χρονική στιγμή έκφυσης και μια αναρρόφησης της ροής.



**Διάγραμμα7-9:** Κατανομή ακτινικής ταχύτητας στην ταλαντευόμενη μεμβράνη.



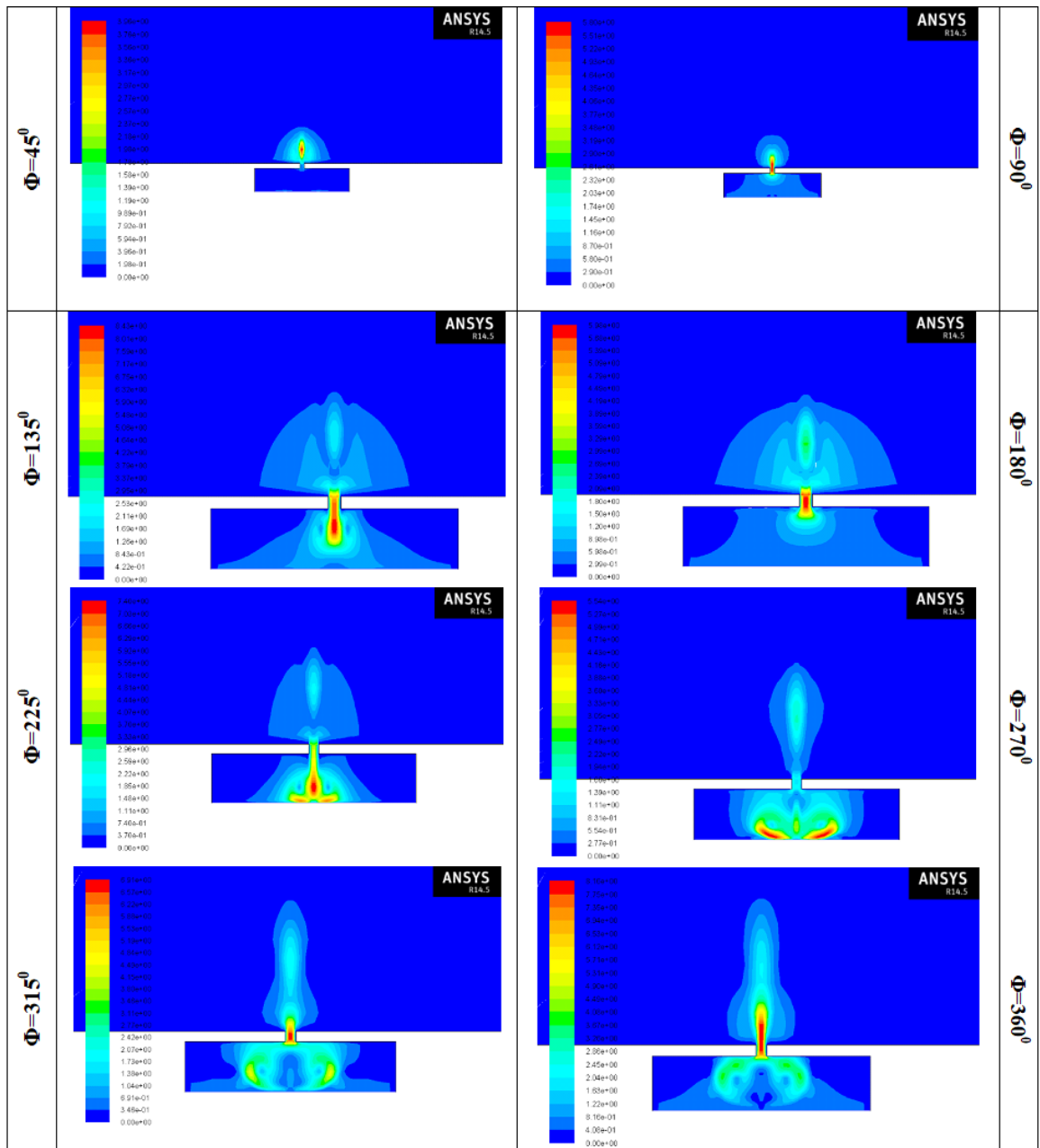
**Διάγραμμα7-10: Κατανομή ακτινικής ταχύτητας στην έξοδο της κοιλότητας.**



**Διάγραμμα7-11:Κατανομή ακτινικής ταχύτητας στην έξοδο του στομίου.**

Στα διαγράμματα έχουν καταγραφεί οι εγκάρσιες κατανομές ταχύτητας σε χρονικά διαστήματα ενός κύκλου κίνησης του διαφράγματος του jet, δηλαδή μιας περιόδου. Για την προς επάνω κίνηση του διαφράγματος κυριαρχούν πολύ μεγάλα μεγέθη ταχύτητας πάνω από το κέντρο του στομίου ενώ οι ταχύτητες, στις άκρες του στομίου πέφτουν απότομα. Για την προς τα κάτω κίνηση του διαφράγματος το προφίλ ταχύτητας γίνεται περισσότερο εμβολικό με μειωμένη ελάχιστα ταχύτητα που απλώνεται ποιο ομοιόμορφα πάνω από την έξοδο του στομίου.[25]

Πίνακας 7-6: Velocity contours

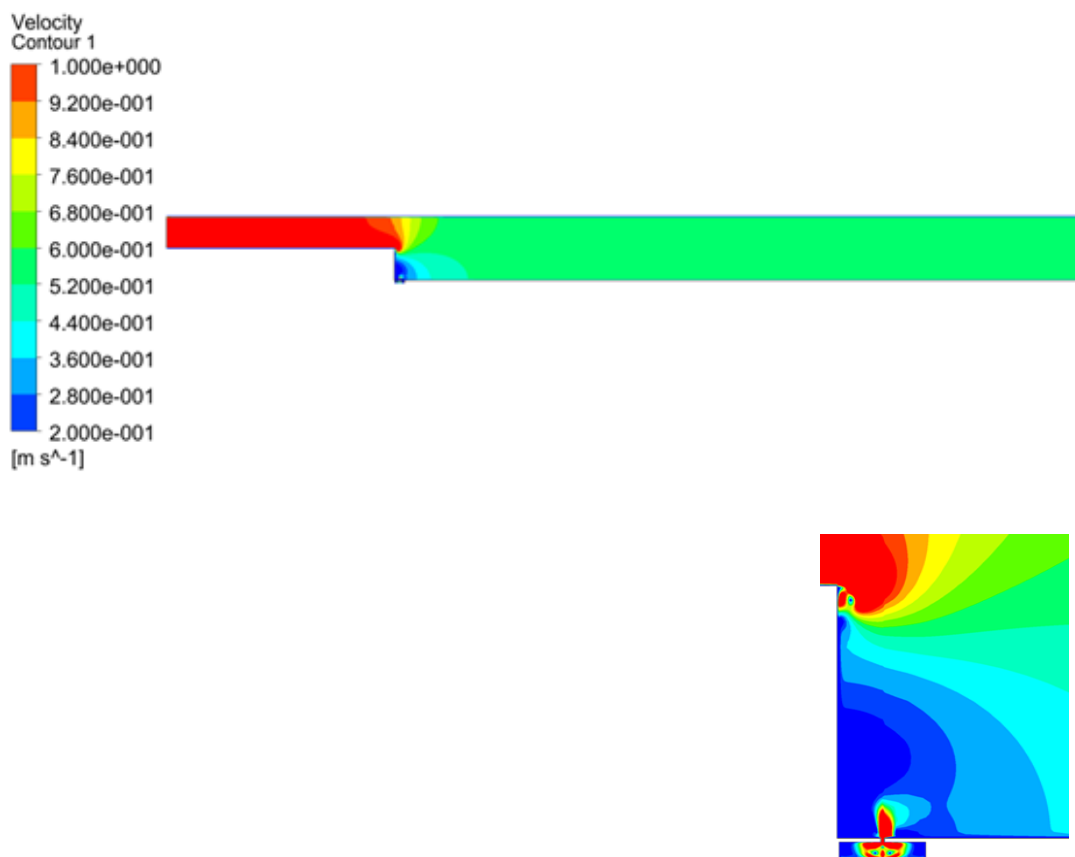




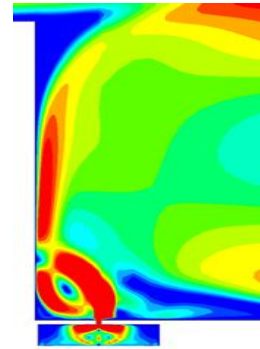
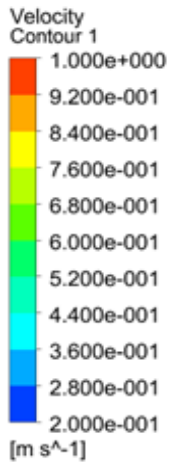
#### 7.4 Υπολογιστικά αποτελέσματα από την εφαρμογή ενεργητικού ελέγχου (synthetic jet) στο κανάλι.

Στις παρακάτω εικόνες απεικονίζονται οι κατανομές των διανυσμάτων ταχύτητας για συγκεκριμένα χρονικά διάστημα που βοηθούν στην κατανόηση της ανάπτυξης της ροής αλλά και στο πως επιδρά η λειτουργία του synthetic jet στην κυρίως ροή. Η συχνότητα λειτουργίας του jet είναι 90 Hz, ο αριθμός Strouhal,  $St=0.03$  και η ταχύτητα της κυρίως ροής 1 m/s.

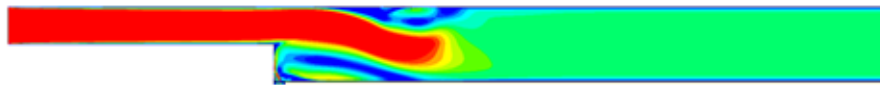
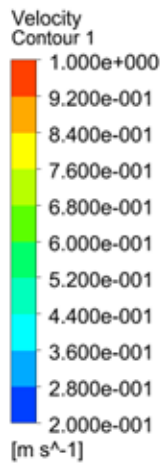
**t=0.01sec**

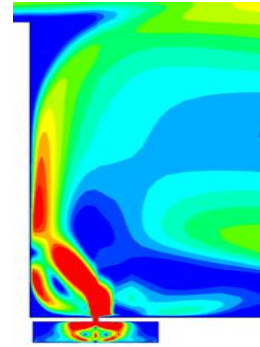


**t=0.5sec**

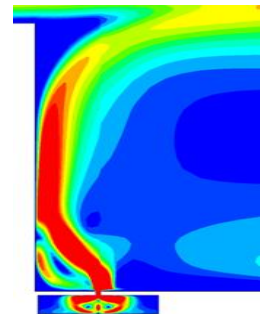
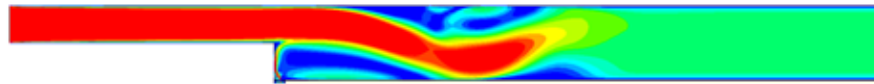
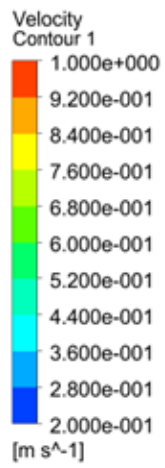


**t=1sec**

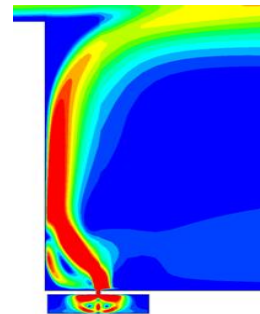
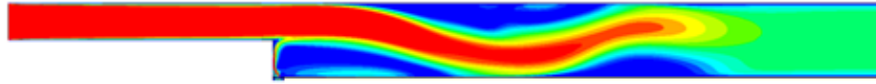
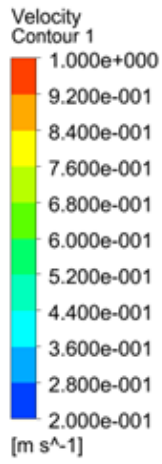




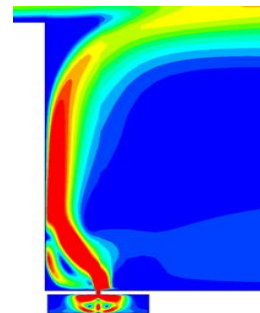
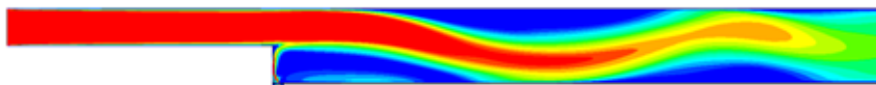
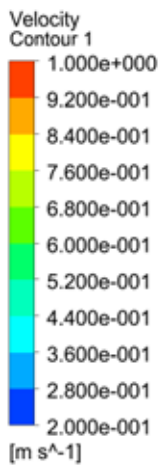
t=1.5sec



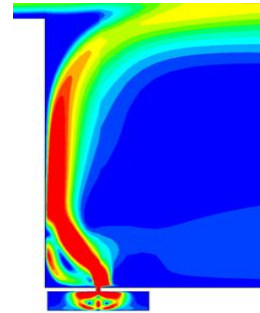
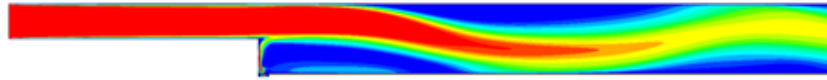
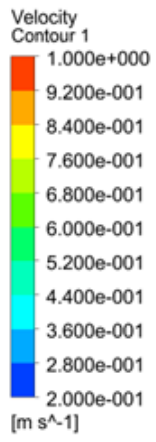
t=2sec



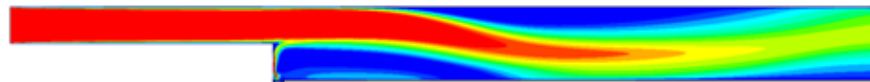
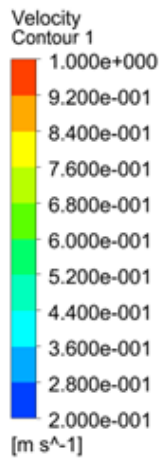
t=2.5sec

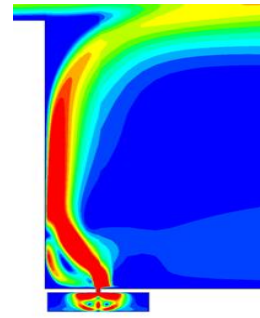


t=3sec

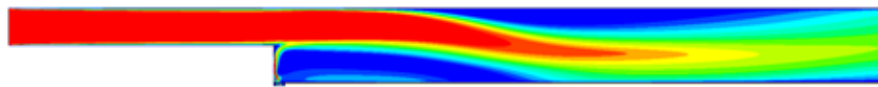
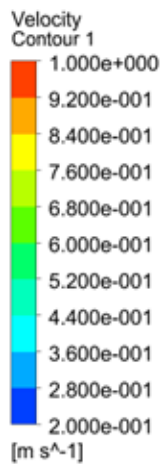


t=3.5sec

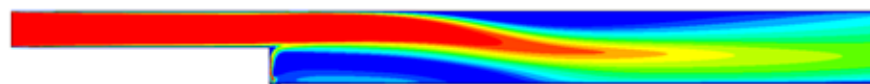
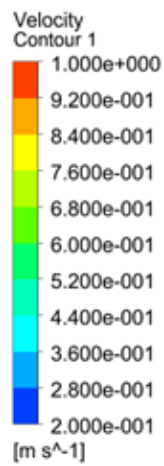


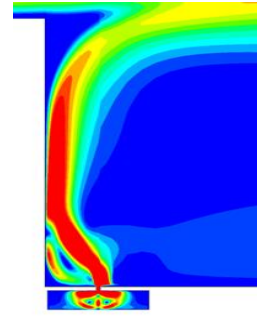


t=4sec

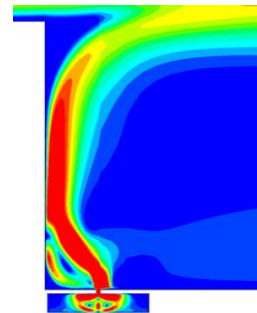
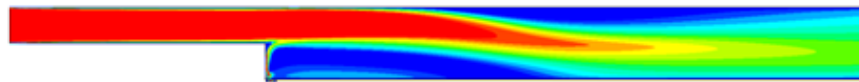
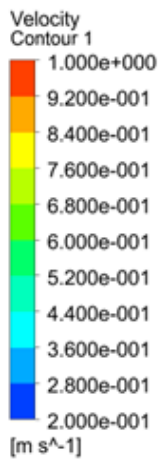


t=4.5sec

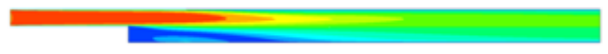
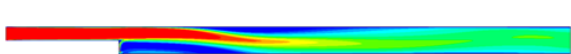
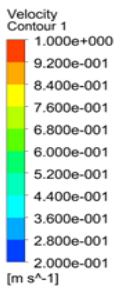




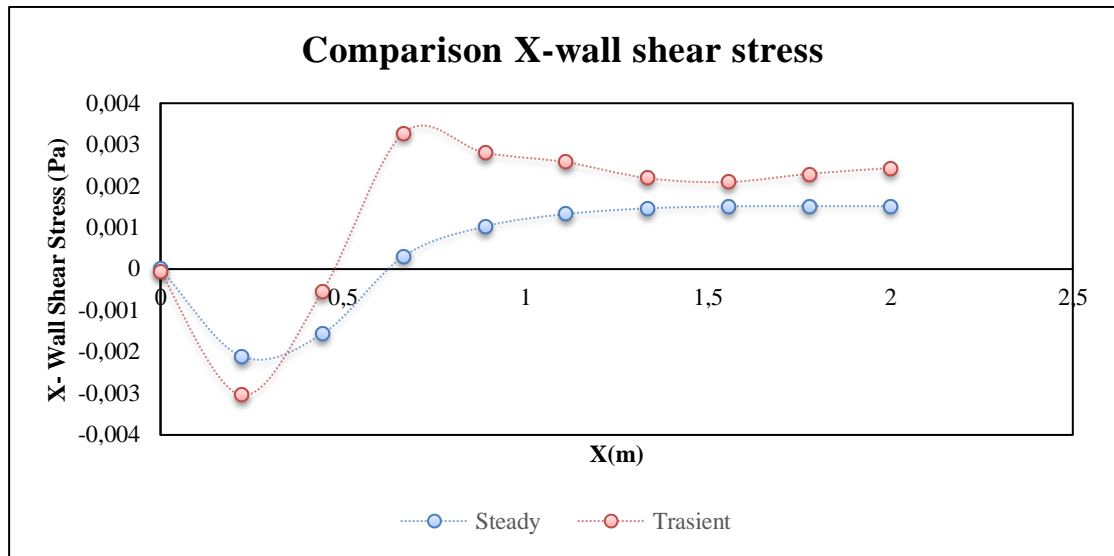
t=5sec



**Εικόνα7-24: Velocitycontours για συχνότητα λειτουργίας jet 90Hz και ταχύτητα κυρίως ροής1m/s.**



**Εικόνα 7-25: Σύγκριση της ροής με (αριστερά) και χωρίς (δεξιά) την ύπαρξη του synthetic jet**



**Διάγραμμα 7-12: Κατανομή διατμητικής τάσης του κάτω τοιχώματος (wss) με και χωρίς την εφαρμογή synthetic jet.**

Με την εφαρμογή του ενεργητικού ελέγχου έχει επιτευχθεί η απαλοιφή της ανακυκλοφορίας στην γωνία του κάτω τοιχώματος του καναλιού αλλά και μειώσει της βασικής ανακυκλοφορίας κατά 30%.





## 8 Συμπεράσματα και προτάσεις βελτίωσης

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 7 συμπεραίνουμε ότι η ροή σε ένα κανάλι με απότομη διεύρυνση μπορεί να χαρακτηριστεί, στρωτή για το εύρος  $Re$  από 100 έως 400 (σαφώς και αριθμούς  $Re$  μικρότερους του 100 αλλά στην παρούσα εργασία μελετήθηκε αυτό το εύρος), μεταβατική για το εύρος  $Re$  500 έως 3000 και τέλος τυρβώδης για αριθμούς  $Re \geq 3500$ . Καταλήξαμε ότι για το εύρος που αντιπροσωπεύει την στρωτή ροή, το ροϊκό μοντέλο *Laminar* αποτελεί το πλέον βέλτιστο και για τις περιοχές της μεταβατικής και τυρβώδης ροής το βέλτιστο ροϊκό μοντέλο είναι το *k- $\omega$  SST*. Το μοντέλο στο οποίο καταλήξαμε πρόκειται για ένα υβριδικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιεί το μοντέλο *k- $\omega$*  για τον υπολογισμό της τύρβης στο εσωτερικό πεδίο που εξετάζεται μέχρι τα όρια των τοιχωμάτων, ενώ σταδιακά χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μορφή του μοντέλου *k- $\epsilon$*  για να περιγράψει την συμπεριφορά των τυρβωδών τάσεων στις περιοχές της ελεύθερης ροής, οπότε ο συνδυασμός αυτός που παρέχει το μοντέλο *k- $\omega$  SST* δίνει τα βέλτιστα αποτελέσματα για την μελέτη μας.

Παρατηρήσαμε την εξάρτηση του μήκους ανακυκλοφορίας και του σημείου επανασύνδεσης από τον αριθμό  $Re$ , η αύξηση του οποίου οδηγεί σε μια μη γραμμική αύξηση του μήκους ανακυκλοφορίας και άρα του σημείου επανασύνδεσης.

Διαπιστώσαμε το ρολό που διαδραματίζουν οι μικρές διαστάσεις στην λειτουργία του *synthetic jet* όπου επιτρέπουν των σχηματισμό στροβίλων που πολλαπλασιάζονται κατά μήκος του άξονα  $y$ , και όχι την επιστροφή των στροβίλων πίσω στην κοιλότητα κατά τη διάρκεια της αναρρόφησης.

Μελετήσαμε την αυτόνομη λειτουργία ενός *synthetic jet* και παρατηρήσαμε για την προς επάνω κίνηση του διαφράγματος να κυριαρχούν πολύ μεγάλα μεγέθη ταχύτητας πάνω από το κέντρο του στομίου ενώ οι ταχύτητες, στις άκρες του στομίου πέφτουν απότομα, για την προς τα κάτω κίνηση του διαφράγματος το προφίλ ταχύτητας γίνεται ποιο εμβολικό με μειωμένη ελάχιστη ταχύτητα, που απλώνεται ποιο ομοιόμορφα πάνω από την έξοδο του στομίου.

Και καταλήξαμε ότι με την εφαρμογή ενεργητικού ελέγχου στο κανάλι επιτυγχάνεται απαλοιφή της δεύτερης ανακυκλοφορίας και μείωση της βασικής κατά 30%.

### **Προτάσεις για βελτίωση**

Μια πολύ ενδιαφέρουσα πρόταση είναι η πειραματική μελέτη της ροής σε κανάλι με απότομη διεύρυνση της ροής σε synthetic jet αλλά και ποσό μάλλον ο συνδυασμός αυτών των δυο

Ένα άλλο κομμάτι που θα μπορούσε κανείς να μελετήσει είναι η εξάρτηση της ανακυκλοφορίας και του σημείου επανασύνδεσης από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του καναλιού.

Επίσης θα μπορούσε να μελετηθεί η ροή διαφορετικών ρευστών σε κανάλι με απότομη διεύρυνση

Ενδιαφέρον θα είχε η εφαρμογή παθητικού ελέγχου αλλά και άλλων μεθόδων ενεργητικού ελέγχου.

Τέλος ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα είχε η μελέτη της λειτουργίας του jet με διαφορετικές συχνότητες αλλά και οι τοποθέτηση του σε άλλες θέσεις ή και συνδυασμό περισσοτέρων οπών.

## Βιβλιογραφία

- [1] Ajay Pratap Singh, AkshoyRanjan Paul, PritanshuRanjan, Investigation of reattachment length for a turbulent flow over a backward facing step for different step angle, Department of Applied Mechanics, Motilal Nehru National Institute of Technology, Allahabad, INDIA.
- [2] Anne Veia, Modelling of Adaptive Geometry Flow Control Solutions in CFD, Norwegian University of Science and Technology, Department of Energy and Process Engineering, 2012.
- [3] Anwar-ul-Haque, Fareed Ahmad, Shunsuke Yamada and Sajid Raza Chaudhry, Assessment of Turbulence Models for TurbulentFlow over Backward Facing Step, Proceedings of the World Congress on Engineering 2007 Vol II WCE 2007, July 2 - 4, 2007, London, U.K.
- [4] B.F. Armaly, F. Dursts, J. C. F. Pereira and B. Schonung, Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow, Institute of Hydromechanics, Section I11 : Mechanics of Turbulent Flows, University of Karlsruhe, KaiserstraBe 12, D-7500 Karlsruhe, F.R.G, 1983.
- [5] C. A. Saleel\*, A. Shaija, S. Jayaraj, On Simulation of Backward Facing Step Flow Using Immersed Boundary Method, Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, American Journal of Fluid Dynamics 2013.
- [6] Deepak Jagannatha a, Ramesh Narayanaswamy a & TilakT.Chandratilleke, Analysis of a Synthetic Jet-Based Electronic Cooling Module, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology, Department of Mechanical Engineering , Curtin University of Technology, Perth, Australia, 2009.
- [7] ErcanErturk, Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step, Part I: High Reynolds number solutions, Gebze Institute of Technology, Energy Systems Engineering Department, Gebze, Kocaeli 41400, Turkey, 2007
- [8] G. Biswas\* M. Breuer F. Durst , Backward-Facing Step Flows for Various Expansion Ratios at Low and Moderate Reynolds Numbers, Erlangen, Germany, May 2004.
- [9] H. Nowruzzi, S. Salman Nourazar and H. Ghassemi, On the Instability of Two Dimensional Backward-Facing Step Flow using Energy Gradient Method, Department of Maritime Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Tehran, Iran, Mechanical Engineering Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, Tehran, Iran, 2017.
- [10] M. Sherry, D.LoJacono, J.Sheridan, An experimental investigation of the recirculation zone formed downstream of a forward facing step, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2010.
- [11] Mohammad A. Hossain, Md. Taibur Rahman, ShakerurRidwan, Mohammad A. Hossain, Md. Taibur Rahman, ShakerurRidwan, Department of Mechanical Engineering The University of Texas at El paso El paso, TX, USA
- [12] Mohammad A. Hossain, Md. Taibur Rahman, ShakerurRidwan, Numerical Investigation of Fluid Flow Through A 2D Backward Facing Step Channel, Department of Mechanical Engineering The University of Texas at El paso El paso, TX, USA, October – 2013.

- [13] Saeed Sadegh, Pardad petro Danesh, Ansys Fluent Guide Advanced Fluent User-Defined Functions,2011.
- [14] Sertac Cadirci and Hasan Gunes, Active Flow Control With An Oscillating Backward Facing Step, Department of Mechanical Engineering, Istanbul Technical University 34437 Gumussuyu Istanbul, Turkey,2012.
- [15] Xiaoyong Maa, Zhaolin Fanb, Xingya Daa, Dynamic Mesh Method for Two-Dimensional Synthetic Jet, International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation, China Aerodynamics Research and Development Center.
- [16] Yunus Çengel, John M. Cimbala, Fluid Mechanics Fundamentals and Applications, edition 4, McGraw-Hill College, English 2017.
- [17] Βασίλειος-Αλέξανδρος Α. Χατζηελευθερίου, Υπολογιστική μελέτη ροής μη-νευτωνικών ρευστών μέσα σε μ-αγωγό με διαμόρφωση, πτυχιακή εργασία, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης Πολυτεχνική Σχολή Τμήμα Χημικών Μηχανικών Εργαστήριο Τεχνολογίας Χημικών Εγκαταστάσεων, Θεσσαλονίκη 2016.
- [18] Γεώργιος Λαμπαδάς, Ιωάννης Δημητρόπουλος, μελέτη προσομοίωσης ροής αέρα σε πρότυπη πειραματική συσκευή ροής, Ανώτατο Εκπαιδευτικό Ίδρυμα δυτικής Ελλάδας Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Τ.Ε, Πάτρα 2014.
- [19] Δημήτρης Γ. Παπανικας, Εφαρμοσμένη Ρευστομηχανική, 4<sup>η</sup> έκδοση, εκδόσεις mediaguru Πάτρα - Αθήνα 2010.
- [20] Ιωάννης Χ. Θεοδώρου, Ρήγας Αθανάσιος, Υπολογιστική προσομοίωση στρωτής ροής ρευστού σε απότομη εκτόνωση αγωγού, Πτυχιακή εργασία, Ανώτατο Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Τ.Ε, Πειραιάς, 2017.
- [21] Σαμαρτζής Παναγιώτης, Αριθμητική ανάλυση της ροής και βελτιστοποίηση της γεωμετρίας ακροφυσίου υδροστροβίλου δράσης, Διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών τομέας ρευστών εργαστήριο υδροδυναμικών μηχανών, Αθήνα 2014.
- [22] Σωκράτης Δεμεσούκας, Ενεργητικός έλεγχος της ροής σε αεροτομές – υπολογιστική μοντελοποίηση εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών τομέας ρευστών.
- [23] Soulis, Ioannis, Υπολογιστική Υδραυλική Μηχανική, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, 2015
- [24] Κ. Κανάκης , σημειώσεις του μαθήματος γενικές τεχνικές γνώσεις Αθήνα
- [25] P.Strzelczyk , P Gil Rezeszow University of Technology Properties of velocity in the vicinity of sythetic jet generator ,2016

## Διαδικτυακή βιβλιογραφία

- [I1] [http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/main\\_pre.htm](http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/main_pre.htm)
- [I2] <https://www.feacomp.com/>
- [I3] [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/wb2\\_help/wb2\\_help.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/wb2_help/wb2_help.html)
- [I4] <https://philon.cheng.auth.gr/philon/site/cfd/cfd.htm>
- [I5] <https://ocw.aoc.ntua.gr/modules/document/file.php/METAL100/Ph-Met-II-7-AOC.pdf>
- [I6] [https://www.researchgate.net/figure/The-layers-formed-in-the-near-wall-region-ANSYS-Fluent-Theory-Guide-Chapter-4\\_fig4\\_330541852](https://www.researchgate.net/figure/The-layers-formed-in-the-near-wall-region-ANSYS-Fluent-Theory-Guide-Chapter-4_fig4_330541852)
- [I7] <https://mediasrv.aua.gr/eclass/modules/video/file.php?course=EFP177&id=249>
- [I8] [http://wwwmdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal\\_dvd\\_only/aero/fprops/pipeflow/node12.html](http://wwwmdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/fprops/pipeflow/node12.html)
- [I9] <http://courseware.mech.ntua.gr/ml22034/pdfs/6-1.pdf>
- [I10] <https://ocw.aoc.ntua.gr/modules/document/file.php/METAL100/Ph-Met-II-7-AOC.pdf>
- [I11] <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/ug/node167.htm>
- [I12] [https://en.wikipedia.org/wiki/Types\\_of\\_mesh](https://en.wikipedia.org/wiki/Types_of_mesh)
- [I13] [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/flu\\_ug/flu\\_ug\\_GridExamples.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/flu_ug/flu_ug_GridExamples.html)
- [I14] [https://www.google.com/search?biw=1920&bih=937&tbm=isch&sa=1&ei=qSsKXbOcJY2egQaugZ7IAg&q=unstructured+mesh+ansys&oq=unstructured+mesh+ansys&gs\\_l=img.3..0i24.47603.47982..48899...0.0..0.336.553.2-1j1.....0....1..gws-wiz-img.2mBb5hkTs1U#imgrc=2Khcg3XSB8D3OM:](https://www.google.com/search?biw=1920&bih=937&tbm=isch&sa=1&ei=qSsKXbOcJY2egQaugZ7IAg&q=unstructured+mesh+ansys&oq=unstructured+mesh+ansys&gs_l=img.3..0i24.47603.47982..48899...0.0..0.336.553.2-1j1.....0....1..gws-wiz-img.2mBb5hkTs1U#imgrc=2Khcg3XSB8D3OM:)
- [I15] <https://docplayer.gr/1149702-Anemoleshi-athinon-simeioseis-toy-mathimatos-genikes-tehnikes-gnoseis-athina-noemvrios-2012-k-kanakis.html>
- [I16] [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/flu\\_th/flu\\_th\\_sec\\_turb\\_near\\_wall\\_overview.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/flu_th/flu_th_sec_turb_near_wall_overview.html)
- [I17] <https://mediasrv.aua.gr/eclass/modules/video/file.php?course=EFP177&id=249>
- [I18] [https://www.google.com/search?biw=1920&bih=937&tbm=isch&sa=1&ei=69EQXcDPLNeq1fAP25GCgAc&q=bacward+facing+step&oq=bacward+facing+step&gs\\_l=img.3...28761.36569..36888...0.0..0.194.2387.0j19.....0....1..gws-wiz-img.....0.0j0i67j0i5i30j0i30j0i24j0i10i24.aKTIVIP8fVo#imgrc=vJvuTNo8QhnL8M:](https://www.google.com/search?biw=1920&bih=937&tbm=isch&sa=1&ei=69EQXcDPLNeq1fAP25GCgAc&q=bacward+facing+step&oq=bacward+facing+step&gs_l=img.3...28761.36569..36888...0.0..0.194.2387.0j19.....0....1..gws-wiz-img.....0.0j0i67j0i5i30j0i30j0i24j0i10i24.aKTIVIP8fVo#imgrc=vJvuTNo8QhnL8M:)
- [I19] <https://physics.stackexchange.com/questions/281281/about-the-definition-of-boundary-layer>
- [I20] [https://www.google.com/search?q=unstructured+mesh+ansys&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiB-5PNNoYlJAhUqyaYKHaTPC4UQ\\_AUIECgB&biw=1920&bih=937#imgrc=bkmW4yels-Bt7M:](https://www.google.com/search?q=unstructured+mesh+ansys&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiB-5PNNoYlJAhUqyaYKHaTPC4UQ_AUIECgB&biw=1920&bih=937#imgrc=bkmW4yels-Bt7M:)
- [I21] <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/udf/node12.htm>

- [I22] <https://pdfs.semanticscholar.org/1802/28486ee44d3f35a59a1434353feb6c7023a0.pdf>
- [I23] <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00221686.2015.1026952?journalCode=tjhr20>
- [I24] [https://www.eng.auth.gr/~chemtech/foititika/xd/mathima/ch\\_01\\_intro\\_a4.pdf](https://www.eng.auth.gr/~chemtech/foititika/xd/mathima/ch_01_intro_a4.pdf)
- [I25] <https://www.slideshare.net/Marcushuynh66/cfx12-08-transient>