

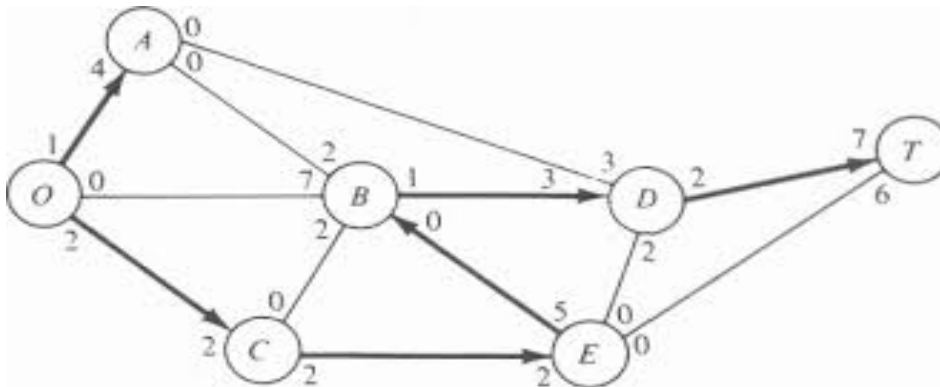
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ Κ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

# ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ- ΜΕΛΕΤΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΙΚΤΥΩΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ



**ΕΚΠΟΝΗΣΗ:**

**ΑΣΗΜΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ**

**ΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**ΤΣΕΤΣΕΝΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

**ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:**

**ΜΙΧΑΛΗΣ ΦΩΤΕΙΝΟΠΟΥΛΟΣ**

ΠΑΤΡΑ-2017

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|  |    |
|--|----|
| ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....  | 4  |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....  | 5  |
| 1.1 Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....   | 5  |
| 1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....   | 6  |
| 1.3 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....                             | 8  |
| 1.4 ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....                            | 9  |
| 1.5 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ<br>.....           | 10 |
| 1.6 ΒΑΣΙΚΕΣ ΦΑΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....                      | 10 |
| 1.7 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....                                     | 12 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....  | 13 |
| 2.1 Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ<br>ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....      | 13 |
| 2.2 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....   | 15 |
| 2.3 ΤΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ .....                                   | 17 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....  | 19 |
| 3.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ.....   | 19 |
| 3.1.1 Μαθηματικό μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού .....                           | 20 |
| 3.1.2 Παραδείγματα γραμμικού προγραμματισμού .....                                 | 21 |
| 3.1.3 Μέθοδος simplex .....  | 23 |
| 3.1.4 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα γραμμικού προγραμματισμού .....                | 29 |
| 3.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ .....  | 30 |
| 3.2.1 Βασικά χαρακτηριστικά προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού .....            | 31 |
| 3.2.2 Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού.....                                    | 33 |
| 3.2.3 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα δυναμικού προγραμματισμού.....                 | 38 |
| 3.3 ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....   | 39 |
| 3.3.1 Βασικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων λήψης αποφάσεων στις επιχειρήσεις .... | 40 |
| 3.3.2 Αποφάσεις σε συνθήκες αβεβαιότητας .....                                     | 41 |
| 3.3.3 Κριτήρια για λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας.....                    | 42 |
| 3.3.4 Παράδειγμα Θεωρίας Αποφάσεων.....  | 43 |
| 3.3.5 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα θεωρίας αποφάσεων.....                         | 46 |
| 3.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....   | 47 |

|   |    |
|---|----|
| 3.4.1 Μέσα που χρησιμοποιεί και προβλήματα που εφαρμόζεται η Προσομοίωση .....  | 48 |
| 3.4.2 Παραδείγματα προσομοίωσης (simulation) .....  | 49 |
| 3.4.3 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα προσομοίωσης.....   | 50 |
| 3.5 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ.....  | 51 |
| 3.5.1 Προβλήματα που βρίσκουν λύση στη θεωρία παιγνίων .....  | 52 |
| 3.5.2 Παράδειγμα Θεωρίας Παιγνίων .....   | 52 |
| 3.5.3 Πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα θεωρίας παιγνίων.....   | 53 |
| 3.6 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ.....   | 54 |
| 3.6.1 Σκοπός και χαρακτηριστικά των ουρών αναμονής.....   | 55 |
| 3.6.2 Παράδειγμα Ουρών αναμονής .....   | 56 |
| 3.6.3 Πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα ουρών αναμονής.....   | 56 |
| 3.7 ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΚΤΥΩΝ .....  | 57 |
| 3.7.1 Προβλήματα που βρίσκουν λύση στη Θεωρία Δικτύων .....   | 59 |
| 3.7.2 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα θεωρίας δικτύων.....  | 61 |
| 3.7.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΩΝ.....   | 62 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....   | 63 |
| 4.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΜΕΘΟΔΩΝ PERT/CPM .....  | 63 |
| 4.2 ΟΡΙΣΜΟΣ PERT/CPM .....  | 64 |
| 4.2 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑ- ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ PERT.....  | 69 |
| 4.3 ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΔΙΚΤΥΩΝ .....   | 70 |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....   | 71 |
| 5.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΚΤΥΩΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ<br>PERT/CPM.....   | 71 |
| 5.1.1 ΒΗΜΑ 1 <sup>ο</sup> : ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΣΕ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ.....  | 74 |
| 5.1.2 ΒΗΜΑ 2 <sup>ο</sup> : ΑΠΕΙΚΟΝΗΣΗ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ.....  | 76 |
| 5.1.3 ΒΗΜΑ 3 <sup>ο</sup> : ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ «ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΧΡΟΝΩΝ», «ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br>ΕΝΑΡΞΗΣ», «ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΛΗΞΗΣ»..... | 81 |
| 5.1.4 ΒΗΜΑ 4 <sup>ο</sup> : ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ «ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΧΡΟΝΩΝ», «ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br>ΕΝΑΡΞΗΣ», «ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΛΗΞΗΣ».....   | 83 |
| 5.1.5 ΒΗΜΑ 5 <sup>ο</sup> : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ «ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΘΩΡΙΟΥ ΔΡΑΣΗΣ» ΚΑΙ<br>ΕΥΡΕΣΗ «ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ».....                | 85 |
| 5.1.6 ΒΗΜΑ 6 <sup>ο</sup> : ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ.....   | 87 |
| 5.1.7 ΒΗΜΑ 7 <sup>ο</sup> : ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ.....  | 90 |
| 5.1.8 ΒΗΜΑ 8 <sup>ο</sup> : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ, ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ<br>ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ .....                  | 92 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.1.9 ΒΗΜΑ <sup>9</sup> : ΑΠΕΙΚΟΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΣΕ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT .....             | 97  |
| 5.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΗΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ<br>ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ..... | 99  |
| 5.2.1 ΒΗΜΑ 1 <sup>ο</sup> : ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΥΣΗΣ.....                                      | 107 |
| 5.2.2 ΒΗΜΑ 2 <sup>ο</sup> : ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....                               | 108 |
| 5.2.3 ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ.....                     | 109 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....   | 111 |

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το θέμα αυτής της πτυχιακής εργασίας είναι η επιστήμη της Επιχειρησιακής Έρευνας και πως μέσα από την επιστήμη αυτή μπορούμε να λύσουμε ακόμα και τα πιο μεγάλα προβλήματα στην παραγωγική και επιχειρηματική δραστηριότητα αλλά και προβλήματα που αφορούν όλους τους τομείς και τις επιστήμες. Στα παρακάτω κεφάλαια θα αναλύσουμε πως δημιουργήθηκε η επιχειρησιακή έρευνα, πως εξελίχθηκε και πως έφτασε σήμερα να είναι μία απο τις σημαντικότερες επιστήμες στη λήψη αποφάσεων και στην λύση απλών αλλά και σύνθετων προβλημάτων.

Επίσης αναλύονται οι μέθοδοι τις οποίες χρησιμοποιεί η Επιχειρησιακή Έρευνα όπως η θεωρία των αποφάσεων, η προσομοίωση, η θεωρία παιγνίων, οι ουρές αναμονής, ο γραμμικός και δυναμικός προγραμματισμός και η ανάλυση δικτύου, αναφέροντας παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση των μεθόδων, καθώς και τα πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα που τις καθορίζουν.

Στο πρακτικό κομμάτι της εργασίας επικεντρώναστε στην τελευταία μέθοδο,την δικτυωτή ανάλυση, με τη βοήθεια ενός αριθμητικού παραδείγματος, η οποία μας βοηθάει στην ανέγερση και ολοκλήρωση κάποιου έργου, αναλύοντας τις επιμέρους εργασίες,τρόπους μείωσης του κόστους και της χρονικής διάρκειας, ποιές εργασίες μπορούμε να επισπεύσουμε και ποιές να καθυστερίσουμε. Επίσης συνεχίζοντας το παραδειγμά μας, εξετάζουμε τους τρόπους μεγιστοποίησης του κέρδους της ίδιας επιχείρησης από την πώληση των προϊόντων της, χρησιμοποιώντας την μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού και κάνουμε πειράματα αλλάζοντας κάποια δεδομένα για να δούμε τι θα συμβεί.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### 1.1 Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Σύμφωνα με την Ετερεία Επιχειρησιακής Έρευνας στην Αγγλία, η επιχειρησιακή έρευνα είναι η εφαρμογή της σύγχρονης επιστήμης πάνω σε πολύπλοκα προβλήματα που προκύπτουν στην ευθύνη και διοίκηση μεγάλων συστημάτων, αποτελούμενων από ανθρώπους, μηχανές, υλικά και κεφάλαια στις επιχειρήσεις. Η χαρακτηριστική της μεθοδολογία συνίσταται στην ανάπτυξη επιστημονικού μοντέλου υπό μελέτη συστήματος που περιλαμβάνει μετρήσεις τυχαίων παραγόντων και με το οποίο προβλέπει και συγκρίνει τα αποτελέσματα εναλλακτικών αποφάσεων, στρατηγικών και ελέγχων.

Ένας άλλος ορισμός είναι: 'επιχειρησιακή έρευνα είναι η εφαρμογή σύγχρονων μεθόδων λήψης αποφάσεων επιστημονικά θεμελιωμένων, οι οποίες σκοπό έχουν την πιο αποτελεσματική χρησιμοποίηση των υπαρχόντων οικονομικών πόρων σε τεχνολογία, κεφαλαιακό εξοπλισμό, και ανθρώπινο δυναμικό με βάση αντικειμενικά προκαθορισμένους στόχους. Οι ορισμοί αυτοί, όπως και παλαιότερες προσπάθειες, είναι τόσο γενικοί, ώστε μπορούν εξίσου καλά να ισχύει και για πολλούς άλλους επιστημονικούς τομείς. Για το λόγο αυτό ο καλύτερος ίσως τρόπος για ν' αντιληφθούμε τη φύση της επιχειρησιακής έρευνας είναι να εξετάσουμε τα εξέχοντα χαρακτηριστικά της.

Όπως φανερώνει το όνομά της, η επιχειρησιακή έρευνα σημαίνει 'έρευνα στις επιχειρήσεις'. Αυτό μας λέει κάτι, τόσο για την προσέγγιση όσο και για το πεδίο εφαρμογής της. Έτσι, η επιχειρησιακή έρευνα χρησιμοποιείται σε προβλήματα που έχουν σχέση με τον τρόπο διοίκησης και συντονισμού των λειτουργιών ή δραστηριοτήτων μέσα σ' ένα οργανισμό. Η φύση του οργανισμού ουσιαστικά δεν έχει σημασία και στην πραγματικότητα η επιχειρησιακή έρευνα έχει πλατιά εφαρμοστεί σε επιχειρήσεις, βιομηχανίες, στο στρατό, στη δημόσια διοίκηση και υπηρεσίες, στα νοσοκομεία, κ.ά. Η έκταση της εφαρμογής της είναι ασυνήθιστα μεγάλη, ενώ η διαδικασία εφαρμογής της ξεκινά με την αναγνώριση και διατύπωση του προβλήματος και συνεχίζεται με την κατασκευή ενός (μαθηματικού)μοντέλου, που προσπαθεί να συνοψίσει την ουσία του πραγματικού προβλήματος. Κατόπιν γίνεται η υπόθεση ότι το μοντέλο αυτό αποτελεί μια ικανοποιητικά ακριβή απεικόνιση των βασικών χαρακτηριστικών της υπό μελέτη κατάστασης, έτσι ώστε τα συμπεράσματα (λύσεις) που προκύπτουν από το μοντέλο να ισχύουν και για το πραγματικό πρόβλημα. Στη συνέχεια, η υπόθεση αυτή τροποποιείται και επαληθεύεται με τον κατάλληλο πειραματισμό. Επομένως, κατά μια έννοια, η επιχειρησιακή έρευνα ασκεί δημιουργική επιστημονική έρευνα στις θεμελιώδεις ιδιότητες των επιχειρήσεων. Όμως, υπάρχει και κάτι περισσότερο από αυτό. Ειδικότερα, η επιχειρησιακή έρευνα ασχολείται με την πρακτική διοίκηση των οργανισμών. Έτσι, για να επιτύχει, πρέπει να δώσει θετικά και κατανοητά συμπεράσματα στο λήπτη των αποφάσεων, όταν αυτός τα χρειάζεται. Συνοπτικά, οι

παρακάτω φάσεις δίνουν μια γενικήεικόνα της επιστημονικής διαδικαστικής προσέγγισης της επιχειρησιακής έρευνας. Συνήθως απαιτούνται ανακυκλώσεις αυτών των φάσεων σε πραγματικές εφαρμογές.

Η επιχειρησιακή έρευνα χρησιμοποιεί τεχνικές και άλλες μαθηματικές επιστήμες όπως η μαθηματική μοντελοποίηση και η στατιστική ανάλυση για να φτάσει στη βέλτιστη ή κοντά στη βέλτιστη λύση σε προβλήματα λήψης αποφάσεων και συχνά συνδέεται με τον καθορισμό του μεγίστου (κέρδους ή απόδοσης) ή του ελάχιστου (της απώλειας, του κινδύνου ή του κόστους).

Επομένως σκοπός της είναι να βοηθήσει τη διοίκηση να καθορίσει την πολιτική και τις ενέργειες, που θα ακολουθήσει ώστε να πετύχει τα βέλτιστα αποτελέσματα στην λήψη των αποφάσεων, με επιστημονικό τρόπο.



Εικόνα 1.Επιχειρησιακή Έρευνα

## 1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Ως επίσημη πειθαρχία, η επιχειρησιακή έρευνα ξεκίνησε από τις προσπάθειες των στρατηγικών σχεδιαστών κατά την διάρκεια του Β' Παγκόσμιου πόλεμου. Στη Βρετανία και τις ΗΠΑ συγκροτήθηκαν επιστημονικές ομάδες με σκοπό την έρευνα των στρατιωτικών τους επιχειρήσεων όπως, η οργάνωση της αεράμυνας της Βρετανίας και οργάνωση νηοπομπών για καλύτερη προστασία από επιθέσεις υποβρυχίων. Κατά την μεταπολεμική περίοδο η επιχειρησιακή έρευνα αναπτύχθηκε στην προσπάθεια ανασυγκρότησης των χωρών που είχαν

εμπλακεί στον πόλεμο και στην ανάγκη για καλύτερη δυνατή αξιοποίηση των περιορισμένων διαθέσιμων πόρων που είχαν. Οι τεχνικές άρχισαν να εφαρμόζονται ευρύτερα σε προβλήματα στις επιχειρήσεις, την βιομηχανία και την κοινωνία. Από τότε η επιχειρησιακή έρευνα έχει επεκταθεί σ' ένα πεδίο που χρησιμοποιείται ευρέως στις βιομηχανίες που κυμαίνονται από πετροχημικές έως αεροπορικές εταιρίες, την χρηματοδότηση, υλικοτεχνική υποδομή, την κυβέρνηση, την μετάβαση σε μια έμφαση στην ανάπτυξη των μαθηματικών μοντέλων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση και βελτιστοποίηση πολύπλοκων συστημάτων καθώς έχει γίνει μία περιοχή της ενεργού ακαδημαϊκής και βιομηχανικής έρευνας.

Στον Β' Παγκόσμιο πόλεμο, η επιχειρησιακή έρευνα ορίστηκε ως «μία επιστημονική μέθοδος για την παροχή εκτελεστικού τμήματος με μια ποσοτική βάση για τις αποφάσεις σχετικά με τις εργασίες υπό τον έλεγχο τους». Πριν από την επίσημη έναρξη του τομέα, η έγκαιρη δραστηριοποίηση στην επιχειρησιακή έρευνα πραγματοποιήθηκε από άτομα όπως ο Charles Babbage με την έρευνα που είχε πραγματοποιήσει σχετικά με το κόστος μεταφοράς και διαλογής του ταχυδρομείου που οδήγησε την Αγγλία στην καθολική `Penny Post` το 1840, όπως και μελέτες σχετικά με την δυναμική συμπεριφορά των σιδηροδρομικών οχημάτων για την υπεράσπιση του GWR. Ο Percy Bridgman χρησιμοποίησε την επιχειρησιακή έρευνα για να λύσει προβλήματα της φυσικής το 1920.

Μετά το τέλος του Β' Παγκοσμίου πολέμου η επιχειρησιακή έρευνα γνώρισε ραγδαία ανάπτυξη και από τότε ένας μεγάλος αριθμός μεθοδολογιών και αλγορίθμων επιχειρησιακής έρευνας έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση διαφόρων κατηγοριών επιχειρηματικών προβλημάτων και ειδικότερα σε περίπλοκα προβλήματα που προκύπτουν κατά τη διοίκηση και διαχείριση μεγάλων συστημάτων ανθρώπων, μηχανών, υλικών ή χρημάτων στη γεωργία, βιομηχανία, επιχειρήσεις κλπ. Κάθε μια χωριστά ή συνδυασμένες μεταξύ τους ανάλογα με την φύση του προβλήματος, οι τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προαναφερθέντων προβλημάτων.

Μπορούμε να προσδιορίσουμε δύο τουλάχιστον άλλους παράγοντες, που έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στη γρήγορη ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου. Ο πρώτος ήταν η αξιόλογη πρόοδος που έγινε αρχικά στην βελτίωση των

τεχνικών της επιχειρησιακής έρευνας. Μετά τον πόλεμο πολλοί από τους επιστήμονες που συμμετείχαν στις ομάδες επιχειρησιακής έρευνας ή που είχαν ακούσει γι' αυτή παρακινήθηκαν να επιδιώξουν έρευνες σχετικές με τον νέο αυτό τομέα, αποτέλεσμα ήταν σημαντικές πρόοδοι στη μεθοδολογία της επιχειρησιακής έρευνας. Ένα πρώτο παράδειγμα ήταν η μέθοδος simplex για τη λύση των προβλημάτων του γραμμικού προγραμματισμού, που αναπτύχθηκε από τον Dantzig το 1947. Πολλά από τα καθιερωμένα εργαλεία της επιχειρησιακής έρευνας, όπως ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός, η θεωρία ουρών αναμονής και η θεωρία των αποθεμάτων, αναπτύχθηκαν σχετικά καλά πριν το τέλος της δεκαετίας του 1950. Πέρα από τη γρήγορη αυτή ανάπτυξη της θεωρίας της επιχειρησιακής έρευνας, ένας δεύτερος παράγοντας που έδωσε μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας ήταν η εισβολή της επανάστασης των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Συνήθως, χρειάζονται πολλοί υπολογισμοί για να



αντιμετωπιστούν αποτελεσματικά τα πολύπλοκα προβλήματα που εξετάζονται από την επιχειρησιακή έρευνα. Οι υπολογισμοί αυτοί τις περισσότερες φορές είναι αδύνατο να γίνουν με το χέρι. Η ανάπτυξη επομένως των ψηφιακών ηλεκτρονικών υπολογιστών με την ικανότητά τους να κάνουν αριθμητικές πράξεις χιλιάδες ή και εκατομμύρια φορές γρηγορότερα απ' ό τι ο άνθρωπος ήταν ένα σημαντικό όφελος για την επιχειρησιακή έρευνα.

### **1.3 ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

Τα βασικά χαρακτηριστικά<sup>1</sup> της επιχειρησιακής έρευνας είναι τα εξής:

- Αποτελεί νέα μορφή έρευνας που διεξαγόταν προηγουμένως τουλάχιστον συστηματικά. Τα προβλήματα τα οποία αναφέρονται λύνονται με την κοινή λογική ή με απλούς υπολογισμούς. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της είναι ότι δεν μπορεί να λάβει μέρος σε απομονωμένα εργαστήρια ερευνών, όπως η κλασική έρευνα, αλλά μέσα σ' όλο το χώρο που υπάρχουν προβλήματα και έρχονται συχνά σε επαφή και συνεργασία (επιχειρησιακοί ερευνητές) με τα διοικητικά στελέχη που είναι αρμόδια σ' αυτόν τον χώρο.
- Εφαρμόζει επιστημονική μεθοδολογία για την ποσοτική εκτίμηση της βέλτιστης λύσης προβλημάτων με βάση αντικειμενικά κριτήρια. Το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιεί είναι η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων του υπό μελέτη συστήματος.
- Διεξάγεται από μικτές ομάδες επιστημόνων διαφόρων ειδικοτήτων γνωστό με τον +όρο: «διεπιστημονική προσέγγιση». Δηλαδή η χρησιμοποίηση και η συνεργασία πολλών ειδικοτήτων μαζί όπως μαθηματικοί, μηχανικοί, βιολόγοι, οικονομολόγοι, ψυχίατροι. Αυτό ξεκίνησε τον Β' Παγκόσμιο πόλεμο που κατ' ανάγκη έπαιρναν όσους επιστήμονες έβρισκαν για να λύσουν τα προβλήματα όπου αντιμετώπιζαν που ήταν πολλά και δύσκολα. Με το παραμικρό λάθος μπορεί να καταστρεφόταν όλο το σχέδιο και γι' αυτό επινόησαν να χρησιμοποιούν μέλη που να έχουν διαφορετικό υπόβαθρο και τρόπο σκέψης.
- Αναφέρεται σε προβλήματα λήψεως αποφάσεων και ελέγχου οργανωμένων ενεργών συστημάτων ή αλλιώς λειτουργούντων συστημάτων.
- Η επιχειρησιακή έρευνα έχει υιοθετήσει την προσέγγιση του συστήματος (system approach) κατά την οποία η συμπεριφορά ενός από τα μέλη του συστήματος επηρεάζει κατά κάποιο τρόπο την συμπεριφορά των άλλων μελών καθώς και όλο το σύστημα.

---

<sup>1</sup> Ξυροκόστας, Δ. (1999). Επιχειρησιακή έρευνα Αντικείμενο και Μεθοδολογία Γραμμικού προγραμματισμού.

## 1.4 ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Οι κλάδοι – περιοχές εφαρμογής της επιχειρησιακής έρευνας είναι:

- Ναυπηγική – αεροναυπηγική
- Βιομηχανία τροφίμων
- Μεταφορές
- Αυτοκινητοβιομηχανία
- Πληροφορική
- Ηλεκτρονική – πληροφορίες
- Υγεία
- Χρηματιστήριο
- Δημόσιο

Ας μελετήσουμε κάποια παραδείγματα<sup>2</sup> για την καλύτερη κατανόηση των περιοχών εφαρμογής της επιχειρησιακής έρευνας.

- Σχεδιασμός εργοστασίου για την αποδοτική διακίνηση υλικών
- Κατασκευή δικτύων τηλεπικοινωνιών με μικρό κόστος για την ταυτόχρονη παροχή υπηρεσιών με την μεγαλύτερη ποιότητα
- Διαχείριση κυκλοφορικών προβλημάτων (π.χ. καθορισμός μονόδρομων, φαναριών κτλ)
- Σχεδιασμός πλακέτας Η/Υ με στόχο την μείωση του χρόνου παραγωγής και επομένως και του κόστους
- Διαχείριση πρώτων υλών στην εφοδιαστική αλυσίδα ώστε να ανταποκρίνεται η παραγωγή στη ζήτηση
- Αποτελεσματική στρατηγική επικοινωνίας με πελάτες
- Αυτοματοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών – αντικατάσταση ανθρώπων από μηχανές
- Παγκοσμιοποίηση επιχειρησιακών λειτουργιών με σκοπό την ωφέλεια από φθηνά υλικά, εργατική δύναμη κ.τ.λ..

---

<sup>2</sup> [http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction\\_to\\_or.pdf](http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction_to_or.pdf)

“Έλευθέριος Αγγέλης, Επιχειρησιακή Έρευνα, Τμήμα Πληροφορικής ΑΠΘ

## 1.5 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΖΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Τα προβλήματα<sup>3</sup> που μπορεί να αντιμετωπίσει και να επιλύσει η επιχειρησιακή έρευνα είναι:

- **Προγραμματισμός του έργου:** είναι ο προσδιορισμός των μεθόδων εκείνων που σ' ένα σύνθετο έργο επηρεάζουν την συνολική διάρκεια του έργου.
- **Βελτιστοποίηση του δικτύου.** Για παράδειγμα σε μια εγκατάσταση δικτύου επικοινωνιών στόχος είναι να βελτιωθεί η ποιότητα των υπηρεσιών κατά την διάρκεια διακοπών.
- **Προβλήματα μεταφοράς.** Διευκολύνει την διαχείριση των εμπορευματικών και των συστημάτων χορήγησης.
- **Παγκοσμιοποίηση.** Πραγματοποιεί λειτουργίες προκειμένου να επωφεληθεί η επιχείρηση και να βρει τα φθηνότερα υλικά, γη, εργασία και άλλες εισροές.
- **Διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας.** Βοηθάει στην διαχείριση της ροής των πρώτων υλικών και των προϊόντων με βάση την αβεβαιότητα της ζήτησης για τα τελικά προϊόντα.
- **Floorplanning.** Σχεδιάζει την διάταξη του εξοπλισμού σ' ένα εργοστάσιο για να μειώσει την κατασκευή του χρόνου και συνεπώς και την μείωση του κόστους.

## 1.6 ΒΑΣΙΚΕΣ ΦΑΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Οι βασικές φάσεις εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι:

- Αναγνώριση του/των προβλημάτων.
- Καθορισμός των αντικειμενικών στόχων.
- Διατύπωση (έκφραση) του/των προβλημάτων.
- Ανάπτυξη μοντέλων.
- Ανάπτυξη των μεθοδολογιών λύσεων.
- Συγκέντρωση δεδομένων και πληροφοριών.

---

<sup>3</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Operations\\_research#Problems\\_addressed\\_with\\_operational\\_research](http://en.wikipedia.org/wiki/Operations_research#Problems_addressed_with_operational_research) “Operations Research from Wikipedia, the free Encyclopedia,

- Επικύρωση (έλεγχος) των μοντέλων και διαδικασιών.
- Εξέταση δυνατότητας εφαρμογής/εκτέλεσης λύσεων.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της επιχειρησιακής έρευνας είναι η ευρεία της άποψη. Η επιχειρησιακή έρευνα υιοθετεί μian οργανωτική άποψη. Προσπαθεί να ικανοποιήσει τα αντίθετα συμφέροντα των συστατικών μερών ενός οργανισμού κατά τον καλύτερο τρόπο για τον οργανισμό ως σύνολο. Αυτό δεν σημαίνει πως κάθε μελέτη προβλήματος πρέπει να εξετάζει όλες τις απόψεις του οργανισμού, αλλά οι στόχοι που επιδιώκονται πρέπει να συμφωνούν με εκείνους του κυρίου οργανισμού. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό που αναφέρθηκε είναι ότι η επιχειρησιακή έρευνα προσπαθεί να βρει την καλύτερη ή άριστη ή βέλτιστη λύση στο πρόβλημα που εξετάζεται. Η επιδίωξη αυτήσκοπεύει μάλλον να προσδιορίσει την καλύτερη πορεία δράσης, παρά να βελτιώσει απλώς το status quo. Αυτή η 'έρευνα για βελτιστοποίηση' παρόλο που πρέπει να ερμηνεύεται προσεχτικά είναι ένα πολύ σημαντικό θέμα της επιχειρησιακής έρευνας. Όλα τα προηγούμενα χαρακτηριστικά οδηγούν φυσιολογικά σ' ένα άλλο. Είναι φανερό πως δεν πρέπει να περιμένουμε από ένα άτομο να είναι ειδικός σε όλα τα θέματα της επιχειρησιακής έρευνας ή στα προβλήματα που εξετάζονται. Κάτι τέτοιο θα απαιτούσε άτομα που διαθέτουν ποικίλη κατάρτιση και πολλές ειδικότητες. Για μια ειδική μελέτη λοιπόν επιχειρησιακής έρευνας πάνω σε ένα καινούργιο πρόβλημα, είναι συνήθως απαραίτητη χρησιμοποίηση μιας ομάδας. Μια τέτοια ομάδα πρέπει να περιέχει άτομα πολύ καταρτισμένα σχετικά με τα μαθηματικά, στατιστική και θεωρία πιθανοτήτων, οικονομικά διοίκηση επιχειρήσεων, ηλεκτρονικούς υπολογιστές, μηχανολογία και φυσικές επιστήμες, επιστήμες συμπεριφοράς και φυσικά στις ειδικές τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας.

Συνοπτικά η επιχειρησιακή έρευνα ασχολείται με την βέλτιστη λήψη αποφάσεων σε ντετερμινιστικά και πιθανολογικά συστήματα, που προκύπτουν από πραγματικά προβλήματα. Τα προβλήματα αυτά, που απασχολούν την κυβέρνηση, το εμπόριο και τη βιομηχανία, τη μηχανολογία, τα οικονομικά και τις φυσικές και κοινωνικές επιστήμες, χαρακτηρίζονται από την ανάγκη της κατανομής των περιορισμένων πόρων. Η συνεισφορά της επιχειρησιακής έρευνας αναφέρεται κυρίως στα ακόλουθα:

1. Στη διάρθρωση της κατάστασης του πραγματικού προβλήματος σ' ένα μαθηματικό μοντέλο, που συνοψίζει τα ουσιώδη στοιχεία του προβλήματος κατά τρόπο, ώστε να αναζητηθεί μια λύση σχετική με τις επιδιώξεις του λήπτη των αποφάσεων. Αυτόσυμπεριλαμβάνει την εξέταση του προβλήματος μέσα στο γενικό πλαίσιο ολόκληρου του συστήματος.
2. Στη διερεύνηση της δομής τέτοιων λύσεων και την ανάπτυξη συστηματικών διαδικασιών για να βρεθούν οι λύσεις αυτές.
3. Στην ανάπτυξη μιας λύσης, που να συμπεριλαμβάνει και τη μαθηματική θεωρία, εφόσον είναι αναγκαίο, η οποία να δίνει μια βέλτιστη τιμή στο μέτρο αποτελεσματικότητας του συστήματος (ή πιθανόν να συγκρίνει εναλλακτικές πορείες

δράσης).

## 1.7 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η επιχειρησιακή έρευνα έχει κατά τα τελευταία χρόνια μεγάλη επίδραση στη διοίκηση των οργανισμών που συνεχώς αυξάνεται. Τόσο ο αριθμός όσο και η ποικιλία των εφαρμογών της εξακολουθούν να αναπτύσσονται με γρήγορο ρυθμό. Πράγματι, με εξαίρεση την εμφάνιση του ηλεκτρονικού υπολογιστή, αυτή η επίδραση φαίνεται να μην επηρεάζεται από οποιαδήποτε άλλη ανάπτυξη.

Η επιχειρησιακή έρευνα χρησιμοποιείται στους περισσότερους οργανισμούς μεταξύ των οποίων και σε εμπορικές και βιομηχανικές επιχειρήσεις. Τόσο οι μεγάλες εταιρείες όσο και πολλοί από τους μικρούς βιομηχανικούς οργανισμούς διαθέτουν στο μόνιμο προσωπικό τους ομάδες επιχειρησιακής έρευνας. Πολλές βιομηχανίες, όπως βιομηχανίες κατασκευής αεροσκαφών, αυτοκινήτων, μέσων επικοινωνίας, ηλεκτρονικών υπολογιστών, τροφίμων, μεταλλουργίας, μεταλλευμάτων, χαρτιού, πετρελαίου και μέσων μεταφοράς, χρησιμοποίησαν και χρησιμοποιούν πλατιά την επιχειρησιακή έρευνα. Επίσης κυβερνητικές υπηρεσίες, χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί και νοσοκομεία τη χρησιμοποιούν όλο και περισσότερο.

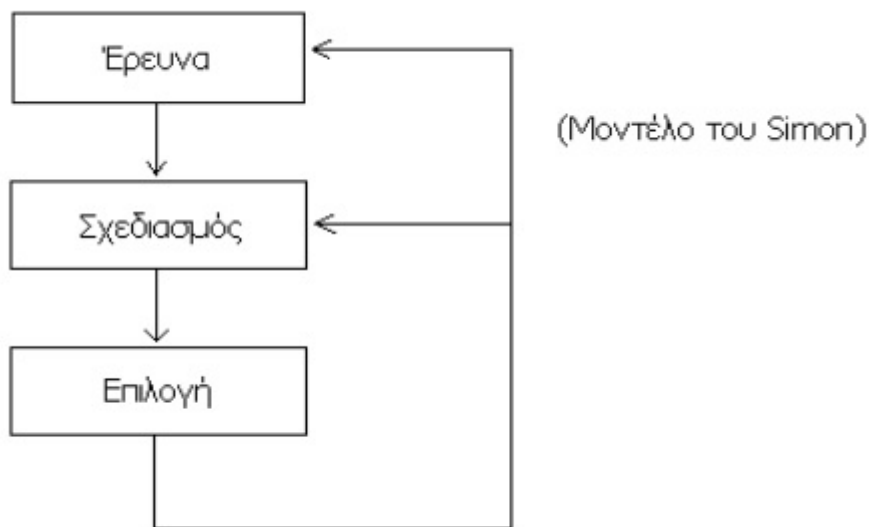
Πιο συγκεκριμένα, ας εξετάσουμε μερικά από τα προβλήματα που έχουν λυθεί με τις τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας. Ο γραμμικός προγραμματισμός έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε προβλήματα κατανομής προσωπικού, μίξης υλικών, μεταφοράς και διανομής και χαρτοφυλάκια επενδύσεων. Ο δυναμικός προγραμματισμός έχει και αυτός εφαρμοστεί με επιτυχία σε προβλήματα προγραμματισμού δαπανών διαφήμισης, κατανομής καναλιών διανομής και σχεδίασης παραγωγής. Η θεωρία ουρών έχει εφαρμοστεί σε προβλήματα κυκλοφορίας, συντήρησης μηχανών, προσδιορισμού δυναμικότητας, σχεδίασης αερομεταφορών, εκπόνησης σχεδίων υδατοφρακτών, σχεδίαση λειτουργίας νοσοκομείων. Άλλες τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας, όπως η θεωρία αποθεμάτων, η θεωρία παιχνιδιών, και η προσομοίωση έχουν χρησιμοποιηθεί σε πολλά άλλα προβλήματα.

Η επιχειρησιακή έρευνα έχει κατά τις τελευταίες τρεις δεκαετίες αξιόλογη επίδραση και στα πανεπιστήμια. Σήμερα, τα περισσότερα πανεπιστήμια έχουν στο πρόγραμμά τους μαθήματα επιχειρησιακής έρευνας και πολλά από αυτά προσφέρουν μεταπτυχιακά πτυχία με εξειδίκευση στην επιχειρησιακή έρευνα. Έτσι, υπάρχουν σήμερα χιλιάδες φοιτητές, που κάθε χρόνο παρακολουθούν μια τουλάχιστον σειρά μαθημάτων πάνω στην επιχειρησιακή έρευνα. Επίσης ένας μεγάλο μέρος της βασικής έρευνας στην επιχειρησιακή έρευνα γίνεται στα πανεπιστήμια.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Οι φάσεις που ακολουθούνται για τη λήψη αποφάσεων παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα και αποτελούνται από την Έρευνα, τον Σχεδιασμό και την Επιλογή της απόφασης (μοντέλο του Simon).



Εικόνα 2. Φάσεις Για Την Λήψη Αποφάσεων

Η βάση για την κατάταξη μιας απόφασης στη θεωρία των αποφάσεων είναι η ποσότητα των διαθέσιμων πληροφοριών σχετικά με την πιθανότητα να προκύψουν βασικές εναλλακτικές επιλογές. Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες προβλημάτων αποφάσεων σε αυτόν τον τομέα:

- η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον **βεβαιότητας** και η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον αβεβαιότητας. Η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον βεβαιότητας σημαίνει ότι για κάθε απόφαση υπάρχει μόνο μία έκβαση και συνεπώς μόνο ένα αποτέλεσμα για κάθε ενέργεια. Η βεβαιότητα δίνει τη δυνατότητα επιλογής της βέλτιστης λύσης μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών.
- Η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον **αβεβαιότητας**, που είναι περισσότερο συνηθισμένο στην πραγματικότητα, σημαίνει ότι υπάρχουν αρκετές εκβάσεις για κάθε ενέργεια μαζί με τη πιθανότητα εμφάνισής της. Λόγω της αβεβαιότητας υπάρχει αδυναμία εφαρμογής κριτηρίων βελτιστοποίησης και πρέπει να καθοριστεί η πιθανότητα κάθε εναλλακτικής επιλογής. Το αναμενόμενο κέρδος προκύπτει ως η

πιθανότητα κάθε εναλλακτικής επιλογής πολλαπλασιασμένη με το κέρδος που αυτή θα αποφέρει.

Οι αποφάσεις μπορεί να είναι:

- είτε **προγραμματιζόμενες**

Οι προγραμματιζόμενες αποφάσεις είναι αυτές των οποίων η διαδικασία λήψης μπορεί να αυτοματοποιηθεί,

- είτε **μη προγραμματιζόμενες**

Οι μη προγραμματιζόμενες είναι αυτές, τμήμα των οποίων αυτοματοποιείται ενώ για τον υπόλοιπο απαιτείται ανθρώπινη παρέμβαση. Όταν οι αποφάσεις είναι μη προγραμματιζόμενες υπεισέρχεται πάντοτε ο ανθρώπινος παράγοντας της υποκειμενικότητας στη λήψη της απόφασης. Σε πολλές περιπτώσεις μάλιστα, η λήψη της απόφασης γίνεται υπό καθεστώς πίεσης, γεγονός που αλλοιώνει περισσότερο την αντικειμενικότητά της.

Ανάλογα με τον τύπο των προβλημάτων, έχουν μελετηθεί διάφορα μοντέλα και έχουν αναπτυχθεί αντίστοιχες τεχνικές για την βελτιστοποίησή τους. Τα μοντέλα λήψης αποφάσεων μπορούν να χωριστούν σε:

- 1) **κλασσικά οικονομικά μοντέλα** τα οποία χαρακτηρίζονται από αποφάσεις βεβαιότητας και στοχεύουν στην μεγιστοποίηση του κέρδους,
- 2) **στρατηγικά μοντέλα** τα οποία χαρακτηρίζονται από αποφάσεις αβεβαιότητας ο στόχος των οποίων μεταβάλλεται συνεχώς και
- 3) **μοντέλα ανθρώπινης συμπεριφοράς** στα οποία υπάρχουν περιπτώσεις που γίνεται συνεχή επανεξέταση της προτεινόμενης απόφασης ακόμα και μετά τη λήψη της και άλλες περιπτώσεις όπου δεν αλλάζει η απόφαση ακόμη και αν στο μέλλον αποδειχθεί ότι υπήρχαν λόγοι αλλαγής της.

Ο όρος Προγραμματισμός σε μια επιχειρηματική μονάδα δηλώνει το σύνολο των διαδικασιών και ενεργειών που απαιτούνται για τη λήψη και υλοποίηση αποφάσεων που οδηγούν στην επίτευξη των στόχων της. Οι λειτουργίες του προγραμματισμού είναι πολυδιάστατες επειδή τα επιχειρησιακά προβλήματα μπορεί κανείς να τα εξετάσει και να τα αναλύσει από πολλές πλευρές. Η πολυδιάστατη φύση των επιχειρηματικών προβλημάτων σε συνδυασμό με το διαρκώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον, στο οποίο λαμβάνει τις αποφάσεις του ο προγραμματισμός, καθιστούν το έργο της λήψης αποφάσεων ιδιαίτερα πολύπλοκο και δύσκολο.

## 2.2 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Οι Διοικήσεις και τα διοικητικά στελέχη των επιχειρήσεων και οργανισμών λαμβάνουν καθημερινά αποφάσεις που αφορούν τόσο τη λειτουργία των επιχειρηματικών μονάδων για τις οποίες είναι υπεύθυνοι όσο και τη στρατηγική τους, καθορίζοντας έτσι την πορεία τους. Η αντιμετώπιση ενός προβλήματος λήψης αποφάσεων περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα<sup>4</sup>.

- ***Αναγνώριση και περιγραφή του προβλήματος.***

Η αναγνώριση του προβλήματος είναι σε πολλές περιπτώσεις το πιο σημαντικό αλλά και το πιο δύσκολο βήμα. Αρχικά πρέπει να βρούμε τις αιτίες που προξενούν το πρόβλημα. Τις περισσότερες φορές ένα πρόβλημα συνδέεται και με άλλα προβλήματα, και επομένως η προσπάθεια του να λύσουμε το πρόβλημα μπορεί να προκαλέσει χειρότερα προβλήματα. Για να αντιμετωπίσουμε αυτό τον κίνδυνο πρέπει να εξετάσουμε την σύνδεση του προβλήματος αυτού με τα υπόλοιπα καθώς και με πιο τρόπο θα επηρεάσει η λύση του ενός στα υπόλοιπα. Για παράδειγμα, η ανεπαρκής παροχή ιατρικής περίθαλψης μιας περιοχής μπορεί να γίνει αντιληπτή από τον μεγάλο αριθμό ασθενών που μεταφέρονται νοσοκομεία άλλων περιοχών, από το μεγάλο χρόνο αναμονής των ασθενών κ.α.. Όλα αυτά είναι τα συμπτώματα του νοσοκομείου. Το βασικό πρόβλημα μπορεί να είναι η μικρή δυναμικότητα του νοσοκομείου σε σχέση με τον πληθυσμό ή ο μη ορθολογικός προγραμματισμός λειτουργίας των εργαστηρίων κ.α..

- ***Σκιαγράφηση των λύσεων.***

Βασική προϋπόθεση για την επίλυση του επιχειρηματικού προβλήματος είναι να γνωρίζει ο λήπτης πότε το πρόβλημα θα έχει επιλυθεί. Δηλαδή να είσαι σε θέση να γνωρίζει με πιο τρόπο μπορεί να επιτευχθεί το πρόβλημα καθώς και τι αναμένει ως λύση. Συνεχίζοντας το προηγούμενο παράδειγμα το πρόβλημα θα μπορούσε να είναι ο προγραμματισμός λειτουργίας των χειρουργείων . Οι υπεύθυνοι θα πρέπει να εξετάσουν κατά πόσο αυτό θα οδηγήσει σε καλύτερα αποτελέσματα ώστε να μειωθεί ο χρόνος αναμονής των ασθενών και να αυξηθεί η εξυπηρέτηση μεγαλύτερου αριθμού περιστατικών.

- ***Καθορισμός των μεταβλητών και των παραμέτρων.***

Ο καθορισμός των μεταβλητών του προβλήματος χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη είναι οι παράγοντες που έχουν την ευθύνη της λήψης αποφάσεων και μπορούν να αλλάξουν (ελεγχόμενες μεταβλητές) ώστε να προκύψει η λύση του προβλήματος. Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι παράγοντες που επηρεάζουν τη λύση του προβλήματος αλλά καθορίζονται από τρίτους ή από το επιχειρηματικό ή οικονομικό περιβάλλον ( μη ελεγχόμενες μεταβλητές – παράμετροι). Σύμφωνα με το προηγούμενο πρόβλημα της έλλειψης ιατρικής περίθαλψης μπορούμε να διαχωρίσουμε τις ελεγχόμενες και τις μη ελεγχόμενες μεταβλητές. Οι ελεγχόμενες μεταβλητές του προβλήματος εξαρτώνται από την διοίκηση που καλείται να πάρει

---

<sup>4</sup> Υψηλάντης Παντελής, Επιχειρησιακή Έρευνα, 2010, 3η Έκδοση, Εκδόσεις Προπομπός



αποφάσεις. Ο διευθυντής του νοσοκομείου μπορεί να πάρει την απόφαση για τον επιπλέον εξοπλισμό που χρειάζεται με σκοπό τη γρηγορότερη εξυπηρέτηση των ασθενών. Άλλες αποφάσεις όπως και η αύξηση των θέσεων του προσωπικού, η δημιουργία νέας πτέρυγας κ.α. δεν ανήκουν στην δικαιοδοσία του διευθυντή αλλά καθορίζονται από μη ελεγχόμενες μεταβλητές. Υπάρχει όμως και η περίπτωση η προηγούμενη λύση να ήταν ελεγχόμενος παράγοντας αν το πρόβλημα αντιμετωπιζόταν στο επίπεδο του εθνικού συστήματος υγείας.

- ***Εντοπισμός των περιορισμών.***

Είναι προφανές από τα προηγούμενα ότι οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων πρέπει επίσης να γνωρίζουν και τους περιορισμούς στους οποίους είναι υποχρεωμένοι να κινηθούν. Στο ίδιο παράδειγμα, αν η λύση που θέλουμε ήταν η επιλογή της προμήθειας νέου ιατρικού εξοπλισμού τότε ο συνολικός προϋπολογισμός του νοσοκομείου, η δυναμικότητα των μονάδων νοσηλείας (χειρουργείων, εργαστηρίων κ.α.), ο αναμενόμενος αριθμός ασθενών που θα εξυπηρετηθούν ορίζεται ως το σύνολο περιορισμών είτε οικονομικών είτε λειτουργικών που θα καθορίσουν τις εναλλακτικές λύσεις του προβλήματος.

- ***Αναζήτηση και συστηματική ανάλυση των εναλλακτικών λύσεων.***

Σύμφωνα με την ορολογία την επιχειρησιακής έρευνας η επιλογή που δίνει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μεταξύ όλων ονομάζεται «βέλτιστη λύση» ή «άριστη λύση». Είναι προφανές ότι ο προσδιορισμός της βέλτιστης λύσης καθορίζεται από ένα συγκεκριμένο σκοπό. Μόνο μ' αυτό τον τρόπο εξετάζονται και συγκρίνονται οι διαφορετικές εναλλακτικές λύσεις μεταξύ τους. Αυτό είναι και το αντικείμενο της επιχειρησιακής έρευνας, να αναπτύξει μεθόδους ανάλογα με την φάση του προβλήματος για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης. Ας εξετάσουμε τώρα ένα άλλο παράδειγμα: την επιλογή στρατηγικής marketing για κάποιο προϊόν. Υπάρχουν διάφορες στρατηγικές που μπορούν να πραγματοποιηθούν για να επιτευχθεί αυτός ο στόχος από τις οποίες πρέπει να επιλεγεί η καλύτερη. Κάποια στρατηγική μπορεί να φέρει μεγαλύτερα κέρδη στην επιχείρηση, κάποια άλλη να αυξήσει το συνολικό μερίδιο της αγοράς κ.α.. Είναι κατανοητό ότι η βέλτιστη λύση από όλες εξαρτάται από το στόχο της επιχείρησης.

- ***Υλοποίηση της επιλεγείσας λύσης.***

Το τελευταίο βήμα της υλοποίησης της βέλτιστης λύσης είναι το πιο δύσκολο απ' όλα όσο παράξενο και αν φαίνεται. Ακόμα και αν η επιλεγείσα λύση είναι η βέλτιστη αν οι υπεύθυνοι δεν πεισθούν για την αποτελεσματικότητα της όλη η προσπάθεια θα αποτύχει, όπως επίσης και ο λάθος χειρισμός υλοποίησης των λύσεων. Ακόμα και μετά την υλοποίηση της λύσεις πραγματοποιούνται έλεγχοι για τυχόν αλλαγές ή βελτιώσεις οι οποίες δεν ήταν αρχικά ορατές.

- ***Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.***

Η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω είναι μία δυναμική διαδικασία. Σ' όλη την διάρκεια της διαδικασίας προκύπτουν στοιχεία που οδηγούν στην καλύτερη

κατανόηση του προβλήματος. Μία λύση που έχει προκύψει απ' όλη την διαδικασία μπορεί να δέχεται βελτιώσεις ως αποτέλεσμα της καλύτερης γνώσης του προβλήματος που αποκτάται σταδιακά στην διάρκεια εφαρμογής των προηγούμενων σταδίων. Αυτό οδηγεί σε μερική ή ολική επανάληψη της διαδικασίας με πιθανή βελτίωση των αποτελεσμάτων. Βέβαια όπως κάθε διαδικασία έτσι και η συγκεκριμένη έχει κόστος εφαρμογής. Συνεπώς, η συνεχής βελτίωση είναι αποδοτική όταν το όφελος καλύπτει το αντίστοιχο κόστος εφαρμογής της διαδικασίας.

Η λήψη αποφάσεων παίζει σημαντικό πόλο τόσο στην επιχειρησιακή έρευνα όσο και στην παραγωγική διαδικασία. Η λήψη αποφάσεων στην παραγωγική διαδικασία περιλαμβάνει κάποια στάδια τα οποία πρέπει να ακολουθήσει κάθε επιχείρηση ώστε να ληφθούν οι καλύτερες αποφάσεις για την βελτιστοποίηση των κερδών της. Αυτά τα στάδια είναι:

- 1) η παρακολούθηση καταστάσεων μέσα στην επιχείρηση και ο εντοπισμός αυτών που χρειάζονται να πάρουμε αποφάσεις για την βελτίωση τους ή την αποφυγή λαθών,
- 2) την δημιουργία περισσότερων από ένα εναλλακτικών λύσεων σε περίπτωση που αποτύχει το αρχικό,
- 3) την αξιολόγηση των λύσεων αυτών με βάση τα κριτήρια που λειτουργεί η επιχείρηση,
- 4) την επιλογή της λύσης εκείνης που πλησιάζει περισσότερο από τις άλλες το άριστο,
- 5) την εφαρμογή του σχεδίου στην κατάσταση που επιλέγουμε και την λήψη της απόφασης.

## 2.3 ΤΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Ορισμένα από τα πεδία<sup>5</sup> που χρησιμοποιούν την επιχειρησιακή έρευνα είναι:

- Μηχανική
- Θεωρία παιγνίων
- Βιομηχανική μηχανική
- Logistics
- Μαθηματική μοντελοποίηση
- Πιθανότητες και στατιστικά στοιχεία
- Διαχείριση έργου ( projectmanagement)
- Προσομοίωση
- Διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας

---

<sup>5</sup> [http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction\\_to\\_or.pdf](http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction_to_or.pdf)

“Ελευθέριος Αγγέλης, Επιχειρησιακή Έρευνα, Τμήμα Πληροφορικής ΑΠΘ”

- Χρηματοοικονομική τεχνική
- Προβλέψεις
- Ανάλυση αποφάσεων κ.α.

Για την επίλυση των διάφορων επιχειρησιακών προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί μεθοδολογίες και τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας. Με τις τεχνικές αυτές μπορούμε να λύσουμε όλων των ειδών τα προβλήματα, όπως επιχειρησιακά, επιχειρηματικά, διοικητικά, εργατικά και πολλά άλλα αφού ανάλογα με το είδος του προβλήματος χρησιμοποιούμε και την ανάλογη μεθοδολογία. Οι μέθοδοι και οι τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας, τα προβλήματα που βρίσκουν λύσεις από αυτές καθώς και παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων θα αναλύσουμε παρακάτω στο επόμενο κεφάλαιο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### 3.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο γραμμικός προγραμματισμός περιλαμβάνεται στις τεχνικές του μαθηματικού προγραμματισμού και είναι η τεχνική στην οποία ο αντικειμενικός στόχος περιγράφεται από μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών του προβλήματος. Ο όρος προγραμματισμός δεν έχει καμία σχέση με τον προγραμματισμό των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Στην περίπτωση του γραμμικού προγραμματισμού έχει τη σημασία του προγραμματισμού της λειτουργίας ενός συστήματος για τη λήψη αποφάσεων έτσι ώστε να βελτιστοποιείται η απόδοση του. Τα συστήματα του πραγματικού επιχειρηματικού περιβάλλοντος είναι τόσο πολύπλοκα και μεγάλων διαστάσεων ώστε για να εφαρμοστούν οι τεχνικές του γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η βέλτιστη λύση σε προβλήματα είναι απαραίτητη η χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή και κατάλληλων λογισμικών.

Προβλήματα τα οποία λύνονται με τον γραμμικό προγραμματισμό είναι όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς και αφορούν τη βέλτιστη κατανομή των περιορισμένων πόρων. Επίσης χρησιμοποιείται συχνά για να προσδιορίσει το βέλτιστο σχέδιο λειτουργίας μιας παραγωγικής διαδικασίας. Προβλήματα δηλαδή, καθορισμού των ποσοτήτων που πρέπει να παραχθούν από κάθε προϊόν σε σχέση με ότι βρίσκεται στις αποθήκες με σκοπό τη μεγιστοποίηση του κέρδους. Ο γραμμικός προγραμματισμός ακόμα χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων ενέργειας, προστασίας του περιβάλλοντος, διοίκησης προσωπικού, καθώς και προβλημάτων που αφορούν την ανάθεση πεπερασμένων πόρων σε ανταγωνιστικές απαιτήσεις, όπως για παράδειγμα η κατανομή εργατικού δυναμικού, πρώτων υλών και τεχνολογικού εξοπλισμού σε παραγωγικές διαδικασίες, η κατανομή κεφαλαίου σε επενδυτικά προγράμματα κ.α. κατά τρόπο βέλτιστο και στις βιομηχανίες σε μεγάλη έκταση για τη βελτίωση της οικονομικής εκμετάλλευσής τους. Η λειτουργία του γραμμικού προγραμματισμού σε επιχειρησιακά προβλήματα και συγκεκριμένα σε προβλήματα παραγωγικής δραστηριότητας, γίνεται με την εύρεση της επιθυμητής  $a'$  ύλης για κάθε επιχείρηση, ανάλογα με το αντικείμενο της, στο ελάχιστο δυνατό κόστος και στην εύρεση του καλύτερου προγράμματος λειτουργίας έτσι ώστε να πετυχαίνει τα βέλτιστα αποτελέσματα.

Ο γραμμικός προγραμματισμός έχει την έννοια του σχεδιασμού, ασχολείται με την σχεδίαση των δραστηριοτήτων του συστήματος που περιγράφει έτσι ώστε να προκύψει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Τα προβλήματα του γραμμικού προγραμματισμού ασχολούνται με καταστάσεις όπου ένας αριθμός πηγών όπως είναι ο άνθρωπος, τα μηχανήματα, τα ακίνητα και οι πρώτες ύλες, πρέπει να συνδυαστούν για να παράγουμε τα προϊόντα μας. Στην παραγωγική δραστηριότητα οι πηγές αυτές υπόκεινται σε διάφορους περιορισμούς ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε. Σκοπός του γραμμικού προγραμματισμού είναι από όλους τους συνδυασμούς των πηγών να επιλέξουμε εκείνον που μεγιστοποιεί το κέρδος ή ελαχιστοποιεί

το κόστος της επιχείρησης μας ή του προβλήματος μας. Ο προγραμματισμός μεταφορών, η επιλογή χαρτοφυλακίου και η ανάλυση της παραγωγικότητας είναι κάποια από τα καλύτερα παραδείγματα των εφαρμογών του γραμμικού προγραμματισμού στην επιχειρησιακή έρευνα. Η αρχική μαθηματική διατύπωση καθώς και μια συστηματική διαδικασία του, η μέθοδος Simplex, οφείλεται στον G. B. Dantzig που διατύπωσε το 1947. Νωρίτερα είχαν διαμορφωθεί προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού αλλά ο Dantzig ήταν αυτός που κατασκεύασε το γενικό πλαίσιο και ανακάλυψε τη μέθοδο επίλυσης του.

### 3.1.1 Μαθηματικό μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας του γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση ενός επιχειρησιακού προβλήματος απαιτεί τη δημιουργία μιας μαθηματικής διατύπωσης ή ενός μαθηματικού μοντέλου του συγκεκριμένου επιχειρησιακού προβλήματος. Με τη δημιουργία του μοντέλου μπορεί να επεξεργαστούμε καλύτερα τα δεδομένα του προβλήματος και τους περιορισμούς που μας βάζει και να λύσουμε το πρόβλημα μας πιο γρήγορα και πιο εύκολα και με μεγαλύτερη ακρίβεια. Σε πολλές παραγωγικές επιχειρήσεις χρησιμοποιούνται από κοινού οι περιορισμένοι διαθέσιμοι πόροι της επιχείρησης. Για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα, στόχος της επιχείρησης είναι ο προσδιορισμός των ποσοτήτων παραγωγής κάθε προϊόντος, αξιοποιώντας τη διαθέσιμη ποσότητα των πόρων έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος. Τα δεδομένα και οι περιορισμοί κάθε προβλήματος διατυπώνονται με το μαθηματικό μοντέλο ως εξής:

Βελτιστοποίηση:  $Z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n$

με ικανοποίηση των περιορισμών:

$$\alpha_{11} \cdot x_1 + \alpha_{12} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{1n} \cdot x_n \leq b_1 \quad (1)$$

$$\alpha_{21} \cdot x_1 + \alpha_{22} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{2n} \cdot x_n \leq b_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\alpha_{n1} \cdot x_1 + \alpha_{n2} \cdot x_2 + \dots + \alpha_{nn} \cdot x_n \leq b_m$$

Τα βήματα που ακολουθούμε για να διατυπώσουμε κάθε πρόβλημα με το μαθηματικό μοντέλο είναι τα εξής:

1) **καθορισμός των μεταβλητών του προβλήματος.**

Ως πρώτο βήμα θα πρέπει να ορίσουμε τις μεταβλητές του προβλήματος, τις μεταβλητές απόφασης, οι οποίες συμβολίζουν τα οικονομικά ή φυσικά μεγέθη τα οποία ο λήπτης των αποφάσεων ενδιαφέρεται και θέλει να προσδιορίσει.

2) **το αποτέλεσμα – η αντικειμενική συνάρτηση.**

Το επόμενο βήμα στη διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου είναι η διατύπωση μιας μαθηματικής σχέσης που θα συνδέει τις μεταβλητές με το αποτέλεσμα που επιδιώκουμε να βελτιστοποιήσουμε. Η σχέση αυτή ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση.

3) **η διαδικασία παραγωγής – οι περιορισμοί του προβλήματος.**

Το τρίτο βήμα είναι η μαθηματική διατύπωση των περιορισμών του προβλήματος. Η έννοια των περιορισμών σε ένα τέτοιο πρόβλημα είναι ότι περιγράφουν τις επιχειρησιακές και λειτουργικές συνθήκες με βάση τις οποίες καθορίζονται οι τιμές των μεταβλητών του προβλήματος.

Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού που έχουν δύο ή τρεις μεταβλητές, μπορούν να λυθούν και με την γραφική μέθοδο. Η γραφική μέθοδος λύνει τα προβλήματα της πάνω σε διάγραμμα αξόνων  $x, y$  σχεδιάζοντας τις συναρτήσεις που προκύπτουν από το μαθηματικό μοντέλο και τους περιορισμούς του προβλήματος. Με βάση τις συναρτήσεις αυτές και του που εφάπτονται ή πόσο κυρτές είναι, μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα μας πολύ πιο εύκολα και γρήγορα. Με την γραφική απεικόνιση μπορούμε εύκολα να εντοπίσουμε το σύνολο των εφικτών λύσεων και στη συνέχεια να βρούμε τη βέλτιστη λύση.

Για να μπορέσουμε να λύσουμε το πρόβλημα μας γραφικά, θα πρέπει:

- 1) να σχεδιάσουμε όλους τους περιορισμούς γραφικά
- 2) να βρούμε την εφικτή περιοχή (την κυρτή περιοχή των κορυφών των ευθειών που σχηματίζονται από τους περιορισμούς)
- 3) να βρούμε την άριστη ή βέλτιστη λύση Η μέθοδος αυτή φαίνεται παρακάτω στο δεύτερο παράδειγμα.

### 3.1.2 Παραδείγματα γραμμικού προγραμματισμού

1) **Πρόβλημα κατανομής πόρων**

Ένα εργοστάσιο παράγει καρέκλες και πίνακες ζωγραφικής. Για κάθε μια καρέκλα που παράγει και πουλάει έχει κέρδος 40 € ενώ για κάθε ένα πίνακα 50 €. Για να παραχθεί μια καρέκλα όμως, χρειάζονται οι εξής πόροι: 2 εργατοώρες, 1 ώρα λειτουργίας των μηχανών και 1 μονάδα ξύλου. Για να παραχθεί ένας πίνακας χρειάζονται: 2 εργατοώρες, 1 ώρα

λειτουργίας των μηχανών και 4 μονάδες ξύλου. Το εργοστάσιο διαθέτει 60 εργατοώρες, 75 ώρες λειτουργίας των μηχανών και 84 μονάδες ξύλου για κάθε μέρα παραγωγής των παραπάνω προϊόντων. Πως θα έπρεπε να κατανεμηθούν οι παραπάνω πόροι ώστε το εργοστάσιο να φτάσει στο μέγιστο κέρδος;

Απάντηση:

Ας υποθέσουμε ότι  $x_1$  είναι ο αριθμός των καρεκλών που μπορεί να παραχθεί σε μία μέρα και  $x_2$  ο αριθμός των πινάκων, τότε έχουμε:

$$P=40x_1+50x_2 \quad (1)$$

Περιορισμοί:

$$2x_1+2x_2 \leq 60$$

$$3x_1+x_2 \leq 75$$

$$x_1+4x_2 \leq 84$$

και  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Αν μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση (1) θα έχουμε το μέγιστο κέρδος και οι περιορισμοί μας θυμίζουν πως οι εργατοώρες, οι ώρες λειτουργίας των μηχανών και οι μονάδες ξύλου δεν πρέπει να ξεπερνούν αυτές που ήδη διαθέτει το εργοστάσιο.

Στο παράδειγμα αυτό μπορούμε να δούμε πως παίρνουμε τα δεδομένα ενός προβλήματος και τα μοντελοποιούμε έτσι ώστε να μπορεί να λυθεί πιο εύκολα.

## 2) Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού με γραφική επίλυση<sup>6</sup>

Έχουμε το εξής πρόβλημα με τους περιορισμούς του:

$$X + Y \geq 12$$

$$X + 2 \cdot Y \leq 16$$

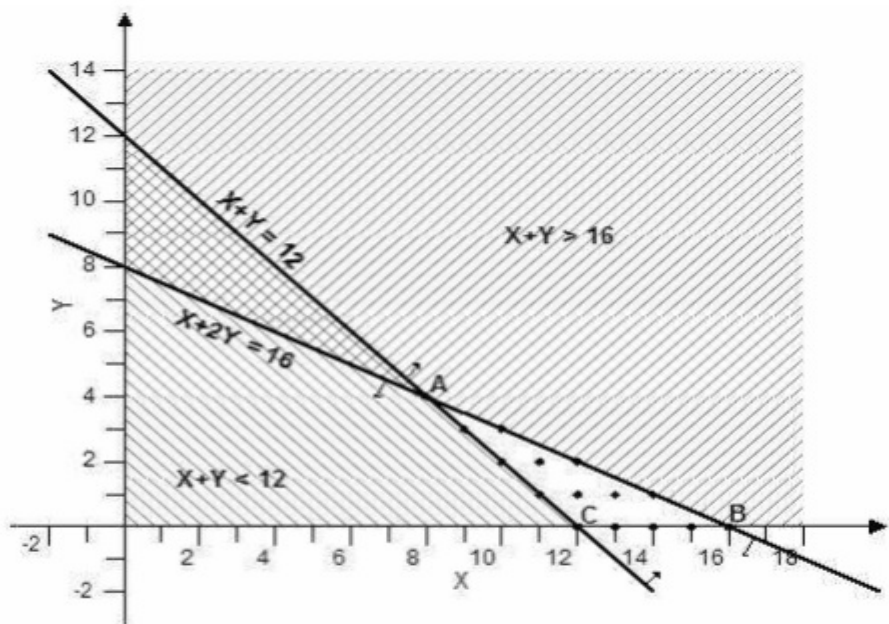
$$X \geq 0, \text{ και } Y \geq 0$$

Να βρεθούν οι εφικτές λύσεις:

Αρχικά σχεδιάζουμε τις ανισότητες του μοντέλου μας σε ένα σύστημα αξόνων (X,Y) α)  $X + Y \geq 12$ , β)  $X + 2 \cdot Y \leq 16$ , γ)  $X \geq 0$ , και  $Y \geq 0$

---

<sup>6</sup> 1 [http://users.teiath.gr/vmouss/ebooks/optimee/sections/section11\\_GrafikiMethodos.html](http://users.teiath.gr/vmouss/ebooks/optimee/sections/section11_GrafikiMethodos.html)



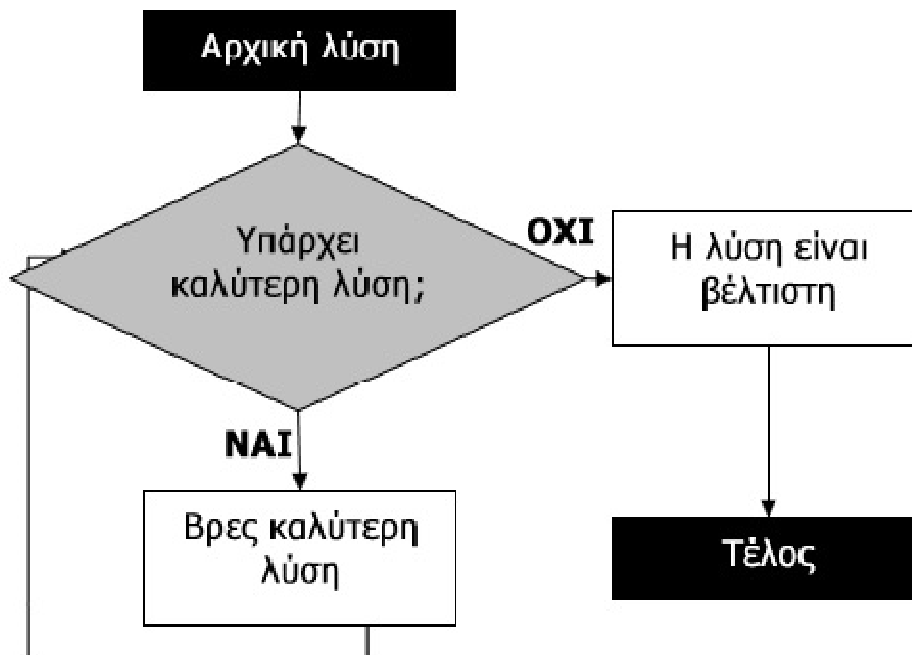
Εικόνα 3. Σύστημα Αξόνων

Στην περιοχή ABC φαίνονται όλες οι αποδεχτές λύσεις του προβλήματος. Αν το πρόβλημα μας είχε συγκεκριμένο σκοπό τότε θα παίρναμε σαν βέλτιστη λύση το σημείο που θα μας ικανοποιούσε. Δηλαδή, αν μας ζητούσε να βρούμε το μέγιστο Y, τότε θα δίναμε ως λύση το σημείο A (8,4) ή αν μας ζητούσε το μέγιστο X+Y, τότε θα δίναμε ως λύση το σημείο B (0,16)

### 3.1.3 Μέθοδος simplex

Ο G.B.Dantzig ήταν ο πρώτος που ανέπτυξε τον αλγόριθμο simplex για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Πρόκειται για μια αλγεβρική διαδικασία με μεγάλο αριθμό βημάτων, η οποία επιλύει ακριβώς, οποιοδήποτε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με εκατοντάδες ή και χιλιάδες ακόμη μεταβλητές και περιορισμούς για να φτάσει τελικά στη βέλτιστη λύση. Η μέθοδος simplex είναι ένας αλγόριθμος, συνεπώς είναι μια επαναληπτική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, επαναλαμβάνοντας την διαδικασία λύσης του όσες φορές χρειαστεί ώστε να φτάσουμε στη βέλτιστη και άριστη λύση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα:





Εικόνα 4. Σχεδιάγραμμα Διαδικασίας Λύσης Προβλημάτων με την simplex

Πηγή Εικόνας:Μαναμσιδης Οδησσεάς

Δημιουργεί βασικές δυνατές λύσεις στα προβλήματα που καλείται να επιλύσει και ταυτόχρονα ελέγχει την αριστότητα τους. Η μέθοδος simplex στηρίζεται σε δύο έννοιες, της εφικτής και της άριστης λύσης.

Η μέθοδος simplex είναι μια μέθοδος που απευθύνεται κυρίως στον κλάδο της βιομηχανίας. Είναι ένας τρόπος παραγωγής ιδεών και λήψης αποφάσεων που αφορούν κυρίως το marketing της κάθε επιχείρησης. Εφαρμόζεται επίσης και σε επιχειρηματικά προβλήματα που προκύπτουν από την έρευνα αγοράς και σχετίζονται με την τροποποίηση και βελτίωση της ποιότητας των προϊόντων που παράγει ή τις υπηρεσίες που προσφέρει μια επιχείρηση με βάση τις προτιμήσεις των πελατών, τον τρόπο λειτουργίας των ανταγωνιστικών επιχειρήσεων του ίδιου κλάδου, το μικρότερο κόστος και ταυτόχρονα το βέλτιστο κέρδος στην παραγωγή του προϊόντος που παράγουμε, ακόμα και τις σχέσεις που έχουν μεταξύ τους οι εργαζόμενοι μέσα στην επιχείρηση. Βάση όσων αναφέραμε παραπάνω, γίνεται ο εντοπισμός του προβλήματος και καθορίζεται ο τρόπος που θα εφαρμόσουμε την μέθοδο simplex ώστε να καταλήξουμε στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Η εφαρμογή της simplex γίνεται με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών και του λογισμικού που χρησιμοποιούν για την επεξεργασία των δεδομένων μας και τη λύση του προβλήματος μας. Η χρήση της simplex με ηλεκτρονικούς υπολογιστές είναι αυτό που την κάνει να δίνει

λύσεις με μεγάλη ταχύτητα ακόμα και στα πιο πολύπλοκα προβλήματα του γραμμικού προγραμματισμού.

Η μέθοδος simplex βοηθάει στη λύση προβλημάτων επιχειρηματικής δραστηριότητας, λαμβάνοντας αποφάσεις και καθορίζοντας την βέλτιστη λύση των προβλημάτων που θα οδηγήσει στο μέγιστο κέρδος ή στο ελάχιστο κόστος παραγωγής. Χρησιμοποιεί τις επαναλήψεις της ακόμα και μετά την εύρεση θετικής λύσης έως ότου φτάσει στη βέλτιστη. Ακόμη, κατά τη λύση ενός προβλήματος, η μέθοδος simplex μας δίνει και πλήθος άλλων οικονομικών πληροφοριών οι οποίες δεν μπορούν να βρεθούν με καμία άλλη τεχνική.

Ο αλγόριθμος simplex για τη λύση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιεί τους λεγόμενους πίνακες simplex, όπως φαίνεται παρακάτω:

|             | $x_1$       | $x_2$       | $\dots$ | $x_n$       |         |
|-------------|-------------|-------------|---------|-------------|---------|
| <b>1</b>    | $a_{11}$    | $a_{12}$    | $\dots$ | $a_{1n}$    | $b_1$   |
| <b>2</b>    | $a_{21}$    | $a_{22}$    | $\dots$ | $a_{2n}$    | $b_2$   |
| $\dots$     | $\dots$     | $\dots$     | $\dots$ | $\dots$     | $\dots$ |
| <b>M</b>    | $a_{m1}$    | $a_{m2}$    | $\dots$ | $a_{mn}$    | $b_m$   |
| $z_i - c_i$ | $z_1 - c_1$ | $z_2 - c_2$ | $\dots$ | $z_n - c_n$ | $f(b)$  |

Πίνακας 1. Πίνακας Simplex

Στον παραπάνω πίνακα υπάρχουν οι γραμμές  $m$  που είναι οι περιορισμοί και οι στήλες  $n$  που είναι οι μεταβλητές του προβλήματος. Σε κάθε γραμμή του πίνακα αντιστοιχεί ένας περιορισμός και σε κάθε στήλη μια μεταβλητή. Τα δεδομένα του πίνακα αλλάζουν συνεχώς καθώς επαναλαμβάνεται ο αλγόριθμος και οι επαναλήψεις σταματούν μόνο όταν βρούμε την άριστη λύση του προβλήματος.

Η στήλη της βάσης δείχνει ποιες στήλες του πίνακα αποτελούν το μοναδιαίο πίνακα. Η επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού με τους πίνακες simplex αποτελεί ένα συστηματικό τρόπο καταχώρησης των δεδομένων του προβλήματος, έτσι ώστε τα βήματα του αλγορίθμου simplex να εκτελούνται με πιο απλό, γρήγορο και αποτελεσματικό τρόπο. Ο αλγόριθμος simplex, βάση της αντικειμενικής συνάρτησης που έχουμε κάθε φορά, ξεκινάει από μια αρχική κορυφή σε ένα σύστημα αξόνων  $x, y$  και πηγαίνει στην αμέσως γειτονική κορυφή μόνο αν υπάρχει βελτίωση στην αντικειμενική μας συνάρτηση. Σε περίπτωση που καμία από τις γειτονικές κορυφές δεν βελτιστοποιεί την αντικειμενική μας συνάρτηση, έχουμε φτάσει στη βέλτιστη λύση του προβλήματος μας. Σημαντικό στοιχείο της μεθόδου simplex είναι ότι εντοπίζει και τις περιπτώσεις όπου το πρόβλημα είναι αδύνατο να λυθεί ή έχει μη πεπερασμένη λύση.

Έστω ότι το πρόβλημα εκφράζεται από το μαθηματικό μοντέλο:

$$\text{αρχ. συνάρτηση μέγιστο } P = 60X_1 + 40X_2$$

περιορισμοί:

$$1) X_1 + X_2 \leq 50$$

$$2) 40X_1 + 20X_2 \leq 1400$$

$$3) X_1, X_2 \geq 0$$

Οι παραπάνω ανισότητες βάση των νέων μεταβλητών γίνονται:

$$1) X_1 + X_2 + S_1 = 50$$

$$2) 40X_1 + 20X_2 + S_2 = 1400$$

Για να καταλάβουμε το ρόλο των νέων μεταβλητών αρκεί να εφαρμόσουμε τα αποτελέσματα  $X_1=20$  και  $X_2=30$

Δημιουργούμε αυτό που αποκαλούμε *Αρχικό Σύστημα της Μεθόδου Simplex*:

$$\alpha) X_1 + X_2 + S_1 = 50$$

$$\beta) 40X_1 + 20X_2 + S_2 = 1400$$

$$\gamma) -60X_1 - 40X_2 + P = 0$$

Για να διευκολύνουμε τους υπολογισμούς της μεθόδου τοποθετούμε το αρχικό σύστημα των τριών εξισώσεων σε μορφή πίνακα:

| B | . | $\mu$ | X   | 1 | X   | 2 | S | 1 | S | 2 | P       |
|---|---|-------|-----|---|-----|---|---|---|---|---|---------|
| S | 1 |       | 1   |   | 1   |   | 1 |   | 0 |   | 5 0     |
| S | 2 |       | 4   | 0 | 2   | 0 | 0 |   | 1 |   | 1 4 0 0 |
| P |   |       | - 6 | 0 | - 4 | 0 | 0 |   | 0 |   | 1 0     |

Πίνακας 2. Αρχικό Σύστημα Των 3<sup>ων</sup> Εξισώσεων

Ο αρχικός πίνακας simplex περιέχει την αρχική βασική εφικτή λύση που είδαμε παραπάνω. Για  $(X_1=0, X_2=0)$  οι τιμές των βασικών μεταβλητών δίνονται στην τελευταία στήλη. Το επόμενο στάδιο περιλαμβάνει τόσα επαναληπτικά βήματα όσα χρειαστεί ώστε να φτάσουμε στη βέλτιστη λύση:

| B | . | $\mu$ | X   | 1 | X   | 2 | S | 1 | S | 2 | P                    |
|---|---|-------|-----|---|-----|---|---|---|---|---|----------------------|
| S | 1 |       | 1   |   | 1   |   | 1 |   | 0 |   | 5 0 50/1 = 50        |
| S | 2 |       | 4   | 0 | 2   | 0 | 0 |   | 1 |   | 1 4 0 0 1400/40 = 35 |
| P |   |       | - 6 | 0 | - 4 | 0 | 0 |   | 0 |   | 1 0                  |

Η αντικατάσταση της μεταβλητής  $S_2$  από την εισερχόμενη  $X_1$  γίνεται ως εξής:

1. διαιρούμε την οδηγό γραμμή με το οδηγό στοιχείο ώστε αυτό να γίνει 1 (αν είναι ήδη 1 τότε το βήμα αυτό παραλείπεται),

|          |          |       |   |   |       |   |   |   |   |   |
|----------|----------|-------|---|---|-------|---|---|---|---|---|
| <b>4</b> | <b>0</b> | 2     | 0 | 0 | 1     | 0 | 1 | 4 | 0 | 0 |
| / 4 0 =  |          |       |   |   |       |   |   |   |   |   |
| <b>1</b> |          | 1 / 2 |   | 0 | 1 / 4 | 0 |   | 3 |   | 5 |

Επομένως ο πίνακας simplex γίνεται:

| <b>B</b> | <b>·</b> | <b>μ</b> | <b>X</b> | <b>X<sub>1</sub></b> | <b>X<sub>2</sub></b> | <b>S<sub>1</sub></b> | <b>S<sub>2</sub></b> | <b>P</b> |   |
|----------|----------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------|---|
| <b>S</b> | <b>1</b> |          | 1        | 1                    | 1                    | 0                    | 0                    | 5        | 0 |
| <b>S</b> | <b>2</b> |          | 1        | 1/2                  | 0                    | 1 / 4                | 0                    | 3        | 5 |
| <b>P</b> |          |          | - 6      | 0                    | - 4                  | 0                    | 0                    | 1        | 0 |

Πίνακας 3. Αποτελέσματα Πίνακα Simplex 1

2. προσθαιρούμε ανάλογα την οδηγό γραμμή στις υπόλοιπες γραμμές, όσες φορές χρειάζεται, για να γίνουν μηδέν τα υπόλοιπα στοιχεία της οδηγού στήλης,

|          |     |   |         |   |   |   |
|----------|-----|---|---------|---|---|---|
| <b>1</b> | 1   | 1 | 0       | 0 | 5 | 0 |
| -        |     |   |         |   |   |   |
| <b>1</b> | 1/2 | 0 | 1 / 4   | 0 | 3 | 5 |
| =        |     |   |         |   |   |   |
| <b>0</b> | 1/2 | 1 | - 1 / 4 | 0 | 1 | 5 |

Και

|            |          |     |         |   |   |       |
|------------|----------|-----|---------|---|---|-------|
| <b>- 6</b> | <b>0</b> | - 4 | 0       | 0 | 1 | 0     |
| + 6 0 ·    |          |     |         |   |   |       |
| <b>1</b>   | 1/2      | 0   | 1 / 4   | 0 | 3 | 5     |
| =          |          |     |         |   |   |       |
| <b>0</b>   | - 1      | 0   | 6 0 / 4 | 0 | 2 | 1 0 0 |

Άρα ο πίνακας simplex γίνεται:

| B | . | μ | X | 1 | X   | 2 | S | 1       | S     | 2 | P |         |
|---|---|---|---|---|-----|---|---|---------|-------|---|---|---------|
| S |   | 1 | 0 |   | 1/2 |   | 1 | - 1 / 4 | 0     | 0 | 1 | 5       |
| X |   | 1 | 1 |   | 1/2 |   | 0 | 1 / 4   | 0     | 0 | 3 | 5       |
| P |   |   | 0 | - | 1   | 0 | 0 | 6       | 0 / 4 | 0 | 1 | 2 1 0 0 |

Πίνακας 4. Αποτελέσματα Πίνακα Simplex 2

3. τοποθετούμε τη μεταβλητή  $X_1$  στις βασικές μεταβλητές και βλέπουμε το αποτέλεσμα στην τελευταία στήλη. Η λύση που παίρνουμε είναι  $X_1=35$ ,  $X_2=0$  και δίνει κέρδος  $P=2100$  που είναι σαφώς καλύτερο από το 0 της αρχικής λύσης. Η παρουσία αρνητικών αριθμών μας δείχνει ότι η λύση μπορεί να βελτιωθεί κι άλλο.

Στο βήμα αυτό επιλέγουμε σαν εισερχόμενη τη μεταβλητή  $X_2$  που αυξάνει το P περισσότερο και σαν εξερχόμενη την  $S_1$  που περιορίζει την  $X_2$ .

| B | . | μ | X | 1 | X   | 2 | S | 1       | S     | 2 | P |         |                         |
|---|---|---|---|---|-----|---|---|---------|-------|---|---|---------|-------------------------|
| S | 1 |   | 0 |   | 1/2 |   | 1 | - 1 / 4 | 0     | 0 | 1 | 5       | $15 / \frac{1}{2} = 30$ |
| X | 2 |   | 1 |   | 1/2 |   | 0 | 1 / 4   | 0     | 0 | 3 | 5       | $35 / \frac{1}{2} = 70$ |
| P |   |   | 0 | - | 1   | 0 | 0 | 6       | 0 / 4 | 0 | 1 | 2 1 0 0 |                         |

Πίνακας 5. Αποτελέσματα Πίνακα Simplex 3

A) κάνουμε 1 το οδηγό στοιχείο διαιρώντας όλη τη γραμμή με αυτό,

|         |       |   |         |   |     |
|---------|-------|---|---------|---|-----|
| 0       | 1 / 2 | 1 | - 1 / 4 | 0 | 1   |
| / 1/2 = |       |   |         |   |     |
| 0       | 1     | 2 | - 2 / 4 | 0 | 3 0 |

Και ο πίνακας simplex γίνεται:

| B | . | μ | X | 1 | X   | 2 | S | 1       | S     | 2 | P |         |
|---|---|---|---|---|-----|---|---|---------|-------|---|---|---------|
| S |   | 1 | 0 |   | 1   |   | 2 | - 2 / 4 | 0     | 0 | 3 | 0       |
| X |   | 1 | 1 |   | 1/2 |   | 0 | 1 / 4   | 0     | 0 | 3 | 5       |
| P |   |   | 0 | - | 1   | 0 | 0 | 6       | 0 / 4 | 0 | 1 | 2 1 0 0 |

Πίνακας 6. Αποτελέσματα Πίνακα Simplex 4

B) κάνουμε 0 τα υπόλοιπα στοιχεία της στήλης προσθαιρώντας ανάλογα την οδηγό γραμμή

|         |       |     |           |   |   |   |
|---------|-------|-----|-----------|---|---|---|
| 1       | 1 / 2 | 0   | 1 / 4 0   | 0 | 3 | 5 |
| - 1/2 · |       |     |           |   |   |   |
| 0       | 1     | 2   | - 2 / 4 0 | 0 | 3 | 0 |
| =       |       |     |           |   |   |   |
| 1       | 0     | - 1 | 2 / 4 0   | 0 | 2 | 0 |

Και

|         |       |     |           |   |         |
|---------|-------|-----|-----------|---|---------|
| 0       | - 1 0 | 0   | 60/40     | 1 | 2 1 0 0 |
| + 1 0 · |       |     |           |   |         |
| 0       | 1     | 2   | - 2 / 4 0 | 0 | 3 0     |
| =       |       |     |           |   |         |
| 0       | 0     | 2 0 | 2         | 1 | 2 4 0 0 |

Και ο πίνακας simplex γίνεται:

| B | · | μ | X | 1 | X | 2 | S | 1       | S | 2 | P |         |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|---|---|---|---------|
| X | 2 |   | 0 | 1 |   | 2 |   | - 2 / 4 | 0 | 0 | 3 | 0       |
| X | 1 |   | 1 | 0 |   | - |   | 1 2 / 4 | 0 | 0 | 2 | 0       |
| P |   |   | 0 | 0 |   | 2 |   | 0       | 2 |   | 1 | 2 4 0 0 |

Πίνακας 7. Αποτελέσματα Πίνακα Simplex 5

Γ) τοποθετούμε τη μεταβλητή  $X_2$  στις βασικές μεταβλητές και διαβάζουμε τη λύση στην τελευταία στήλη. Η λύση που παίρνουμε είναι  $X_1=20$ ,  $X_2=30$  και δίνει κέρδος  $P=2400$ , που είναι καλύτερο από το 2100 της προηγούμενης λύσης. Σε αυτό το σημείο παρατηρούμε την γραμμή του P ότι δεν έχουμε πλέον αρνητικούς αριθμούς. Συνεπώς έχουμε βρει τη βέλτιστη λύση.

### 3.1.4 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα γραμμικού προγραμματισμού

Ο γραμμικός προγραμματισμός έχει και πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα στην χρήση του στα διάφορα προβλήματα, με τα πλεονεκτήματα να υπερτερούν. Με τον γραμμικό προγραμματισμό μπορούμε να λύσουμε προβλήματα οποιασδήποτε διάστασης  $X, Y$  ( $X$  μεταβλητές,  $Y$  περιορισμούς). Μπορούμε να λύσουμε περισσότερα προβλήματα από κάθε άλλη μέθοδο γιατί χρησιμοποιεί και άλλες μεθόδους όπως η γραφική μέθοδος επίλυσης και ο αλγόριθμος simples που θα δούμε παρακάτω. Λύνει όσο το δυνατό λιγότερους κόμβους για να φτάσουμε στη βέλτιστη λύση το συντομότερο και το κυριότερο είναι ότι εφαρμόζεται σε

προβλήματα με τη χρήση H/Y, πράγμα που σημαίνει μεγαλύτερη ταχύτητα επίλυσης προβλημάτων.

Το μειονέκτημα είναι ότι παρότι καλύπτει την πλειοψηφία των προβλημάτων δεν μπορούμε να λύσουμε όλων των κατηγοριών τα προβλήματα με τον γραμμικό προγραμματισμό.

### 3.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο όρος προγραμματισμός σε μια επιχειρηματική μονάδα δηλώνει το σύνολο των διαδικασιών και ενεργειών που απαιτούνται για τη λήψη και υλοποίηση αποφάσεων που οδηγούν στην επίτευξη των στόχων της (Υψηλάντης). Ο προγραμματισμός είναι μια λειτουργία που από τη φύση του μεταβάλλεται συνεχώς, διότι το περιβάλλον που μέσα στο οποίο λαμβάνονται οι αποφάσεις είναι διαρκώς μεταβαλλόμενο (Υψηλάντης).

Σε αντίθεση με τον γραμμικό προγραμματισμό, όπου για την επίλυση των προβλημάτων εφαρμόζεται μια τυποποιημένη μαθηματική διατύπωση και συγκεκριμένοι αλγόριθμοι (Hillier & Lieberman), στα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού δεν υπάρχει ενδεικτικός τρόπος επίλυσης, κάθε περίπτωση απαιτεί διαφορετική προσέγγιση, αν και όλα τα προβλήματα που λύνονται με τη μέθοδο αυτή παρουσιάζουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά (Υψηλάντης).

Ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μια από τις σημαντικότερες μεθόδους της επιχειρησιακής έρευνας. Την εισήγαγε και ανέπτυξε αρχικά ο Richard Bellman στις ΗΠΑ τη δεκαετία του 1950, όντας καθηγητής στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας στο Berkeley και παράλληλα ερευνητής στην εταιρία The Rand Corporation. Έκτοτε έχει γίνει θέμα πολλών θεωρητικών μελετών, καθώς και ένα ιδιαίτερα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση περίπλοκων θεωρητικών και πρακτικών προβλημάτων (Πραστάκος).

Το όνομα του δυναμικού προγραμματισμού προέκυψε ανορθόδοξα από τον Richard Bellman, ο οποίος ψάχνοντας μια ονομασία που να μην περιέχει τις λέξεις έρευνα, 34 μαθηματικά ή οποιαδήποτε άλλη λέξη που να παραπέμπει σε επιστήμη κατέληξε στο όνομα δυναμικός προγραμματισμός (Καρκαζής).

Τα τελευταία 40 χρόνια έχει γίνει σημαντική ερευνητική δουλειά από επιστημονικές ομάδες κάτω από την καθοδήγηση του L.S. Pontryagin στη Σοβιετική Ένωση και του R. Bellman στις ΗΠΑ. Αποτέλεσμα της έρευνας αυτής ήταν η αποκάλυψη της αξίας του δυναμικού προγραμματισμού σαν μέθοδο βελτιστοποίησης στα ακολουθιακά φαινόμενα που συναντώνται πολύ συχνά στα προηγμένα τεχνολογικά προγράμματα και στις οικονομικές αναλύσεις (Βασιλείου).

Η τεχνική του δυναμικού προγραμματισμού στηρίζεται στην συνδυασμένη χρήση της θεωρίας της βελτιστοποίησης και της μαθηματικής έννοιας της αναδρομής σύμφωνα με την οποία κάθε βήμα της διαδικασίας συσχετίζεται με τα προηγούμενα (Μπότσαρης). Το κάθε

βήμα, δηλαδή το κάθε υπο-πρόβλημα, λύνεται παραμετρικά, δηλαδή 35 λαμβάνονται υπόψη όλες οι δυνατές τιμές ορισμένων παραμέτρων ώστε να καλυφθούν όλα τα ενδεχόμενα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το αυξημένο υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας. Μολονότι η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού παρουσιάζει υψηλό κόστος, προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία, άρα ευκολότερη λύση σε σχέση με άλλες μεθόδους (Μηλιώτης).

### 3.2.1 Βασικά χαρακτηριστικά προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού

Τα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού δεν έχουν μια συγκεκριμένη μεθοδολογία με την οποία λύνονται και για αυτό είναι δύσκολο να αναγνωριστούν και να επιλυθούν (Πραστάκος). Παρόλα αυτά υπάρχουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά τα οποία συναντώνται στα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού (Υψηλάντης). Αυτά τα κοινά χαρακτηριστικά είναι το στάδιο απόφασης ή διαδρομής, οι καταστάσεις, οι αποφάσεις, οι μετασχηματισμοί εισόδου-εξόδου, η συνάρτηση αποτελεσμάτων, οι συμβολισμοί και η αρχή βελτιστοποίησης του δυναμικού προγραμματισμού (Υψηλάντης).

- **Στάδιο Απόφασης ή Διαδρομής**

Στάδιο απόφασης είναι το κάθε κομμάτι στο οποίο χωρίζεται ένα πρόβλημα. Στο κάθε στάδιο υπάρχει ένα δεδομένο σύνολο εναλλακτικών αποφάσεων από τις οποίες επιλέγεται η μια λύση που θα επηρεάσει όχι μόνο το αποτέλεσμα του συγκεκριμένου σταδίου αλλά το αποτέλεσμα όλων των σταδίων που ακολουθούν. Το στάδιο απόφασης συμβολίζεται με N (Υψηλάντης).

- **Καταστάσεις ή Θέσεις**

Σε κάθε στάδιο απόφασης το σύστημα που αναλύεται μπορεί να βρίσκεται σε ένα σύνολο δυνατών συνθηκών, ανάλογα με την απόφαση που επιλέχθηκε στο προηγούμενο στάδιο, που ονομάζονται καταστάσεις ή θέσεις (Hillier & Lieberman). Η κατάσταση ή θέση στη οποία μπορεί να βρίσκεται το σύστημα σε ένα συγκεκριμένο στάδιο επηρεάζει την απόφαση που θα ληφθεί στο στάδιο αυτό (Υψηλάντης). Ο αριθμός των καταστάσεων σε ένα στάδιο, ανάλογα με το είδος του προβλήματος, μπορεί να είναι είτε πεπερασμένος είτε άπειρος (Hillier & Lieberman). Η κατάσταση συμβολίζεται με SN (Υψηλάντης).

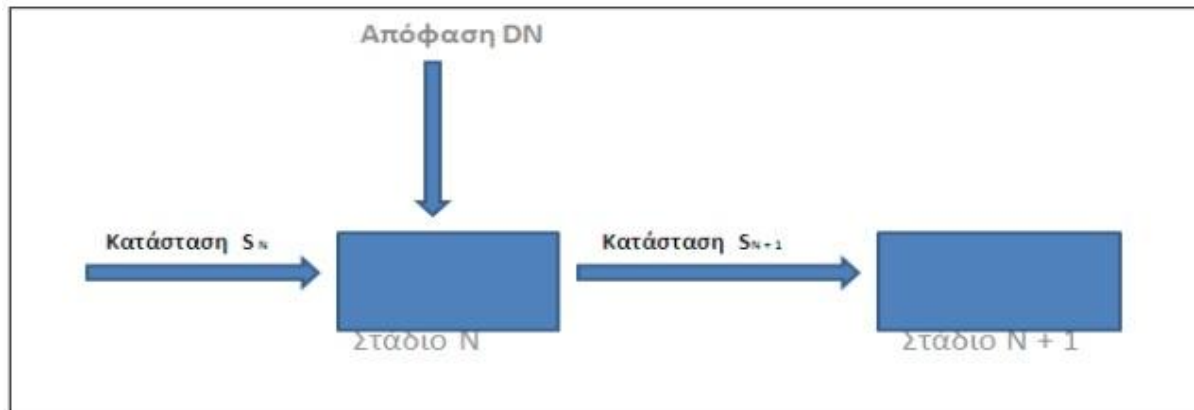
- **Αποφάσεις**

Σε κάθε στάδιο και ανάλογα με την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα εμφανίζεται ένα σύνολο εφικτών πολιτικών που μπορούν να ακολουθηθούν, οι αποφάσεις (Hillier & Lieberman), από τις οποίες πρέπει να επιλέξει την πιο κατάλληλη ο λήπτης αποφάσεων. Το σύνολο των εναλλακτικών αποφάσεων που εμφανίζονται στο κάθε στάδιο απόφασης εξαρτάται από την κατάσταση που βρίσκεται το σύστημα την συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Η απόφαση συμβολίζεται με DN (Υψηλάντης).

- **Μετασχηματισμοί εισόδου - εξόδου**



Ο δυναμικός προγραμματισμός βασίζεται στο γεγονός ότι το κυρίως πρόβλημα χωρίζεται σε υπο-προβλήματα, δηλαδή στάδια, των οποίων οι λύσεις είναι μαθηματικά και λογικά συσχετισμένες και αλληλένδετες (Μπότσαρης). Έτσι, η κατάσταση που θα βρεθεί το σύστημα στο κάθε στάδιο εξαρτάται από την κατάσταση του προηγούμενου σταδίου σε συνδυασμό με την απόφαση που θα ληφθεί στο στάδιο εκείνο (Υψηλάντης).



Εικόνα 5. Αλληλεξάρτηση Αποφάσεων & Καταστάσεων (Υψηλάντης)

Η αλληλεξάρτηση αποφάσεων και καταστάσεων, η οποία απεικονίζεται στην Εικόνα 5, ονομάζεται «μετασχηματισμός εισόδου – εξόδου» και αποτελεί ένα από τα βασικά δομικά στοιχεία στα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού. Πιο αναλυτικά, σε κάθε στάδιο  $N$  του προβλήματος, αν θεωρηθεί δεδομένη μια κατάσταση  $S_N$ , τότε για κάθε απόφαση  $D_N$  που θα ληφθεί ορίζεται μέσω μιας μονοσήμαντης σχέσης η αντίστοιχη κατάσταση  $S_{N+1}$  στην οποία θα βρίσκεται το σύστημα στο επόμενο στάδιο  $N + 1$ . (Υψηλάντης)

Κάθε εφικτός συνδυασμός μιας κατάστασης  $S_N$  και μιας απόφασης  $D_N$  σε κάθε στάδιο  $N$  δημιουργεί ένα οικονομικό αποτέλεσμα για το στάδιο αυτό καθώς και για τα επόμενα, με βάση τη σχέση που αναλύθηκε νωρίτερα. Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να αναφέρεται στην μεγιστοποίηση του κέρδους, την ελαχιστοποίηση του κόστους, την ελαχιστοποίηση της απόστασης, την ελαχιστοποίηση του χρόνου, κ.ά.

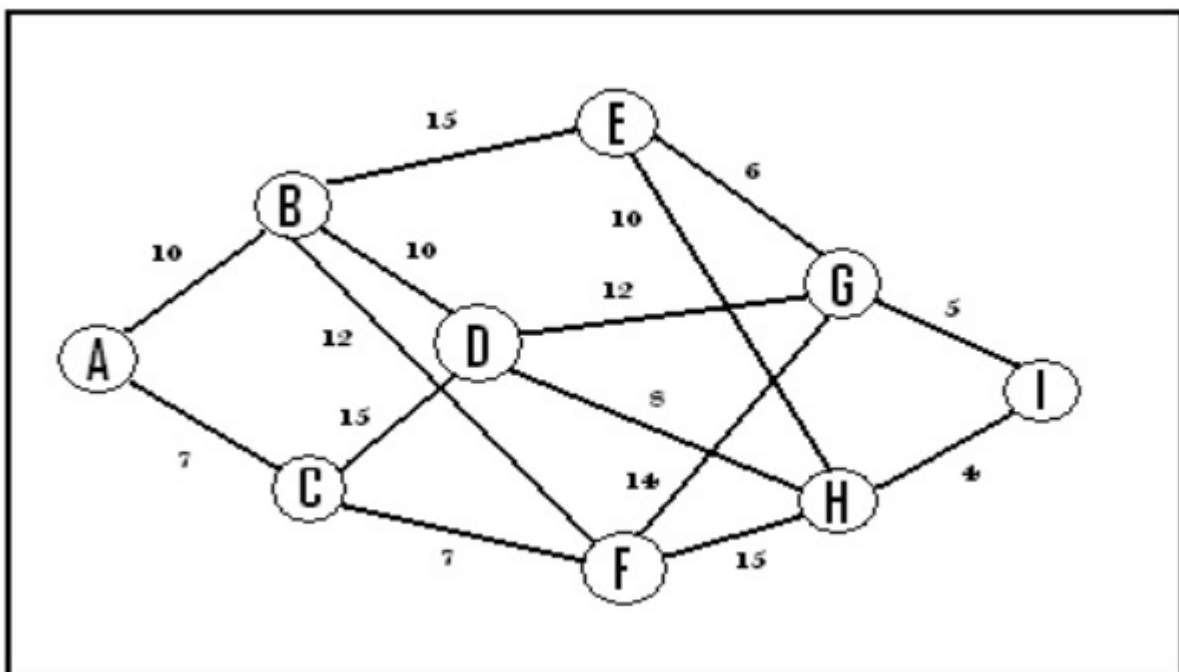
Συμβολίζεται με  $f_N(S_N, D_N)$  η συνάρτηση αποτελεσμάτων που αντιστοιχεί στα στάδια από τα  $N$  ως το τελευταίο στάδιο που προκύπτει από το συνδυασμό της κατάστασης  $S_N$  και της απόφασης  $D_N$ . Θεωρείται ότι στο στάδιο  $N$  βρισκόμαστε σε μια δεδομένη κατάσταση  $S_N$ , όπου υπάρχει ένα πλήθος εναλλακτικών αποφάσεων. Η απόφαση εκείνη που βελτιστοποιεί το αποτέλεσμα στην κατάσταση  $S_N$  συμβολίζεται με  $D_N^*$  και η συνάρτηση η οποία ορίζει το βέλτιστο αποτέλεσμα συμβολίζεται με  $f_N^*(S_N)$ . Στην περίπτωση που το βέλτιστο αποτέλεσμα αποσκοπεί στο κέρδος, η συνάρτηση μετατρέπεται σε  $\max f_N(S_N, D_N)$  ενώ όταν αντιστοιχεί σε κόστος μετατρέπεται σε  $\min f_N(S_N, D_N)$ .

Το αποτέλεσμα στο οποίο αποσκοπεί είναι η βελτιστοποίηση του πρώτου σταδίου με συνάρτηση  $f^*_1(S_1)$ , όπου είναι γνωστή την κατάσταση SN του συστήματος και, όπως έχει αποδειχθεί από τον Bellman, το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου ισοδυναμεί με το αποτέλεσμα των σταδίων από N, N+1, N+2, έως N+v (Πραστάκος).

Η αρχή της βελτιστοποίησης δηλώνει ότι ανεξάρτητα από τον τρόπο που φτάσαμε σε μια κατάσταση ενός σταδίου N και τις αποφάσεις που έχουν ληφθεί μέχρι εκείνο το στάδιο, η απόφαση που θα ληφθεί στο στάδιο αυτό επηρεάζεται μόνο από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα στο στάδιο N (Υψηλάντης, 2006).

### 3.2.2 Παράδειγμα Δυναμικού Προγραμματισμού

Ένας πλανόδιος πωλητής, που ταξιδεύει συνεχώς θέλει να φτάσει από την πόλη που βρίσκεται (πόλη A) σε μια πόλη πολλά χιλιόμετρα μακριά (πόλη I), σκοπεύοντας στη διαδρομή να κάνει τρεις συνολικά στάσεις σε κάποιες από τις πιο κοντινές πόλεις χωρίς να έχει αποφασίσει ποιες θα είναι αυτές. Η κάθε πόλη αποτελεί ένα κόμβο. Στόχος του είναι να προσπαθήσει να φτάσει στην πόλη I έχοντας διανύσει την ελάχιστη δυνατή απόσταση. Προϋπόθεση αποτελεί το γεγονός ότι ο πωλητής μπορεί να επισκεφθεί την κάθε πόλη μόνο μια φορά. Έχοντας λάβει υπόψη του τα χιλιόμετρα που αντιστοιχούν στις αποστάσεις μεταξύ των πόλεων κατέληξε στις εναλλακτικές που εμφανίζονται στο παρακάτω διάγραμμα. (Υψηλάντης)



Διάγραμμα 1. Εναλλακτικές Διαδρομές Πλανόδιου Πωλητή (Υψηλάντης)

Στάδια απόφασης και καταστάσεις

Το πρόβλημα χωρίζεται σε τέσσερα στάδια, το καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε μια στάση του πωλητή. Σε κάθε στάδιο ο πωλητής πρέπει να επιλέξει ποιος θα είναι ο επόμενος κόμβος του ταξιδιού του. Οι επιλογές που υπάρχουν για τον πωλητή στο πρώτο στάδιο είναι να επιλέξει να κατευθυνθεί είτε στην πόλη Β είτε στην πόλη C. Στο δεύτερο στάδιο επιλέγει ανάμεσα στις πόλεις E, D ή F. Αντίστοιχα στο τρίτο στάδιο επιλέγει την πόλη G ή την πόλη H. Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο η επιλογή είναι μια, ο προορισμός, η πόλη I.

Στο κάθε στάδιο ο πωλητής καλείται να λάβει μια απόφαση που αφορά στην επιλογή του επόμενου του κόμβου. Ο κόμβος που βρίσκεται σε κάθε ένα στάδιο του ταξιδιού του δηλώνει την κατάσταση.

### Συνάρτηση αποτελεσμάτων

Στην περίπτωση του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή η συνάρτηση αποτελεσμάτων ορίζεται ως εξής:  $f_N(S_N, D_N)$  = η απόσταση από την πόλη  $S_N$  έως το τέλος της διαδρομής, εφόσον η επόμενη απόφαση για την πόλη που θα επιλεγεί είναι η  $D_N$ . Κάθε εναλλακτική απόφαση σε κάθε στάδιο έχει ως αποτέλεσμα μια διαφορετική απόσταση της συνάρτησης  $f_N(S_N, D_N)$ .

### Επαναληπτική σχέση

Ορίζεται ως  $f^*_N(S_N) = \min\{f_N(S_N, D_N)\}$ , η μικρότερη απόσταση από την πόλη  $S_N$  έως το τέλος της διαδρομής. Αν συμβολιστεί η απόσταση μεταξύ των πόλεων  $S_N$  και  $D_N$  με  $A(S_N, D_N)$ , τότε ισχύει η επαναληπτική σχέση  $f_N(S_N, D_N) = A(S_N, D_N) + f^*_{N+1}(S_{N+1})$ .

Η επαναληπτική σχέση μπορεί να εξηγηθεί από ένα παράδειγμα. Έστω ότι ο πωλητής βρίσκεται στο στάδιο 2, στην πόλη Β και επιλέγει να κατευθυνθεί στο επόμενο στάδιο στην πόλη D. Ποιά είναι η συντομότερη απόσταση από την πόλη Β μέχρι το τέλος της διαδρομής μέσω της πόλης D; Η διαδρομή βάσει της παραπάνω σχέσης χωρίζεται σε δυο τμήματα, από την πόλη Β στην πόλη D και από την πόλη D μέχρι το τέλος. Επομένως, ελάχιστη απόσταση από Β έως το τέλος μέσω D = απόσταση από Β έως D + ελάχιστη απόσταση από D έως το τέλος, ή αλλιώς  $F_2(B, D) = A(B, D) + f_3(D)$ .

Γενικώς, η συνολική βελτιστοποίηση μπορεί να επιτευχθεί ξεκινώντας από το τελευταίο ή το πρώτο στάδιο προσθέτοντας σε κάθε βήμα το προηγούμενο ή το επόμενο αντίστοιχα στάδιο εωσότου καλυφθούν όλα τα στάδια του προβλήματος. Στην περίπτωση του παρόντος προβλήματος θα γίνει η αρχή από το τελευταίο στάδιο αφού περιέχει όλες τις πιθανές καταστάσεις και όλες τις εναλλακτικές αποφάσεις που είναι δυνατό να ληφθούν.

### Υπολογισμός

Η αρχή γίνεται από το στάδιο 4, και θα καταλήξει στο στάδιο 1 όπου θα βρεθεί και η απάντηση. Έτσι, στο στάδιο 4 οι πιθανές καταστάσεις που παρουσιάζονται είναι δυο, ο πωλητής να βρίσκεται είτε στην πόλη G είτε στην πόλη H. Σε όποια πόλη και αν βρίσκεται, στο στάδιο αυτό ο πωλητής έχει μία μόνο δυνατή επιλογή, να ακολουθήσει τη διαδρομή προς την πόλη I. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τους υπολογισμούς του σταδίου 4.

## Στάδιο 4

| Κατάσταση (πόλη ή κόμβος)<br>$S_4$ | Απόφαση<br>$D_4$ | Επόμενη Πόλη<br>$S_5$ | Απόσταση από την επόμενη πόλη $A(S_4, D_4)$ | Μin Απόσταση από επόμενη πόλη ως το τέλος<br>$f_5^*(S_5)$ | Συνολική Απόσταση $f_4(S_4, D_4) = A(S_4, D_4) + f_5^*(S_5)$ |
|------------------------------------|------------------|-----------------------|---|---|--|
| G                                  | [ G , I ]        | I                     | 5   | 0   | $5 \leftarrow^*_4 ( G )$                                     |
| H                                  | [ H , I ]        | I                     | 4   | 0   | $4 \leftarrow^*_4 ( H )$                                     |

Πίνακας 8. Υπολογισμός Σταδίου 4 (Υψηλάντης)

Με  $f_4^*(G)$  και  $f_4^*(H)$  αντίστοιχα, συμβολίζεται η ελάχιστη απόσταση από καθέναν από τους κόμβους του σταδίου 4 έως το τέλος του δικτύου.

Στο στάδιο 3 οι πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής είναι τρεις, πόλη E, D ή F. Σε κάθε πόλη του σταδίου 3 ο πωλητής έχει δυο δυνατές επιλογές, η επόμενη πόλη να είναι είτε η G είτε η H.

Αν βρίσκεται στην πόλη E οι επιλογές του είναι δύο. Να ακολουθήσει τη διαδρομή [E,G] ή τη διαδρομή [E,H]. Στην πρώτη περίπτωση η απόσταση από την πόλη E ως το τέλος της διαδρομής,  $f_3(E,G)$ , ισούται με την απόσταση από την πόλη E στην πόλη G,  $A(E,G)$ , συν τη μικρότερη δυνατή απόσταση από την πόλη G έως το τέλος,  $f_4^*(G)$ , η οποία έχει ήδη υπολογιστεί στον πίνακα 8. Αριθμητικά, ισούται με  $f_3(E,G) = 6 + 5 = 11$ .

Ομοίως εκτελείται η διαδικασία για το [E, H], δίνοντας αποτέλεσμα  $f_3(E,H) = 10 + 4 = 14$ . Συνεπώς, η βέλτιστη διαδρομή για την πόλη E μέχρι το τέλος είναι η [E,G] με  $f_3^*(E) = 11$ .

Αντίστοιχοι υπολογισμοί επαναλαμβάνονται και για τις δυο εναπομείναντες καταστάσεις του τρίτου σταδίου, D και F.

Όλοι οι υπολογισμοί του σταδίου 3 συνοψίζονται στον πίνακα 9.

## Στάδιο 3

| Κατάσταση (πόλη ή κόμβος)<br>$S_3$ | Απόφαση<br>$D_3$ | Επόμενη Πόλη<br>$S_4$ | Απόσταση από την επόμενη πόλη $A(S_3, D_3)$ | Μin Απόσταση από επόμενη πόλη ως το τέλος<br>$F_4^*(S_4)$ | Συνολική Απόσταση $f_3(S_3, D_3) = A(S_3, D_3) + f_4^*(S_4)$ |
|------------------------------------|------------------|-----------------------|---|---|--|
| E                                  | [ E , G ]        | G                     | 6   | 5   | 11 $\leftarrow f_3^*(E)$                                     |
| E                                  | [ E , H ]        | H                     | 1   | 0   | 1  |
| D                                  | [ D , G ]        | G                     | 1   | 2   | 1  |
| D                                  | [ D , H ]        | H                     | 8   | 4   | 12 $\leftarrow f_3^*(D)$                                     |
| F                                  | [ F , G ]        | G                     | 1   | 4   | 19 $\leftarrow f_3^*(D)$                                     |
| F                                  | [ F , H ]        | H                     | 1   | 5   | 19 $\leftarrow f_3^*(D)$                                     |

Πίνακας 9. Υπολογισμός Σταδίου 3 (Υψηλάντης)

Σύμφωνα με τον πίνακα 9, οι συντομότερες διαδρομές μέχρι στιγμής, από τους κόμβους του σταδίου 3 έως τον τελικό προορισμό ορίζονται ως εξής:

- από την πόλη E η επόμενη πόλη θα είναι η G, με συνολική απόσταση 11.
- από την πόλη D η επόμενη πόλη θα είναι η H, με συνολική απόσταση 12.
- από την πόλη F η επόμενη πόλη θα είναι είτε η G είτε η H, αφού σε όποια από τις δυο και να κάνει στάση η συνολική απόσταση ισούται με 19.

Στο στάδιο 2 οι πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής είναι δυο, πόλη B ή C. Σε κάθε πόλη του σταδίου 2 υπάρχει διαφορετικός αριθμός επιλογών, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.

Έτσι, αν ο πωλητής βρίσκεται στην πόλη B μπορεί να κατευθυνθεί προς την πόλη E, την πόλη D ή την πόλη F, ενώ αν βρίσκεται στην πόλη C μπορεί να κατευθυνθεί προς την πόλη D ή την πόλη F.

Με ίδιους υπολογισμούς με τους προηγούμενους, προκύπτει ο πίνακας 10 ο οποίος περιγράφει τις καταστάσεις του σταδίου 2.

## Στάδιο 2

| Κατάσταση (πόλη ή κόμβος)<br>$S_2$ | Απόφαση<br>$D_2$ | Επόμενη Πόλη<br>$S_3$ | Απόσταση από την επόμενη πόλη $A(S_2, D_2)$ | Μin. Απόσταση από επόμενη πόλη ως το τέλος<br>$F_3^*(S_3)$ | Συνολική Απόσταση $f_1(S_2, D_2) = A(S_2, D_2) + f_3^*(S_3)$ |
|------------------------------------|------------------|-----------------------|---|--|--|
| B                                  | [ B , E ]        | E                     | 1 5   | 1 1  | 2 6  |
| B                                  | [ B , D ]        | D                     | 1 0   | 1 2  | 22 $\leftarrow f_3^*(B)$                                     |
| B                                  | [ B , F ]        | F                     | 1 2   | 1 9  | 3 1  |
| C                                  | [ C , D ]        | D                     | 1 5   | 1 2  | 2 7  |
| C                                  | [ C , F ]        | F                     | 7   | 1 9  | 26 $\leftarrow f_3^*(C)$                                     |

Πίνακας 10. Υπολογισμός Σταδίου 2 (Υψηλάντης)

Σύμφωνα με τον πίνακα 10, οι συντομότερες διαδρομές από τους κόμβους του σταδίου 2 μέχρι το τέλος της διαδρομής του πωλητή είναι οι εξής:

- από την πόλη B η επόμενη πόλη θα είναι η D, με συνολική απόσταση 22,
- από την πόλη C η επόμενη πόλη θα είναι η F, με συνολική απόσταση 26.

Στο πρώτο και αρχικό στάδιο ο πωλητής μπορεί να βρίσκεται μόνο σε μια κατάσταση, την πόλη A. Από εκεί μπορεί να κατευθυνθεί είτε στην πόλη B είτε στην πόλη C. Όπως και στα προηγούμενα, αν ακολουθήσει τη διαδρομή [A,B] η απόσταση από την αρχή της διαδρομής μέχρι το τέλος θα ισούται με την απόσταση από την πόλη A στην πόλη B συν τη μικρότερη δυνατή απόσταση από την πόλη B έως το τέλος, συνεπώς,  $f_1(A,B) = A(A,B) + f_3^*(B) \Rightarrow f_1(A,B) = 10 + 22 = 32$ . Ομοίως υπολογίζεται η απόσταση μέχρι το τέλος της διαδρομής εάν επιλέξει την πόλη C.

Οι υπολογισμοί του σταδίου 1 συνοψίζονται στον πίνακα 11.

## Στάδιο 1

| Κατάσταση (πόλη ή κόμβος)<br>$S_1$ | Απόφαση<br>$D_1$ | Επόμενη Πόλη<br>$S_2$ | Απόσταση από την επόμενη πόλη $A(S_1, D_1)$ | Μία Απόσταση από επόμενη πόλη ως το τέλος<br>$F_2^*(S_2)$ | Συνολική Απόσταση $f_1(S_1, D_1) = A(S_1, D_1) + f_2^*(S_2)$ |
|------------------------------------|------------------|-----------------------|---|---|--|
| A                                  | [ A , B ]        | B                     | 1 0   | 2 2   | 3 2 $\leftarrow$ $^*$ $_1$ ( C )                             |
| A                                  | [ A , C ]        | C                     | 7   | 2 6   | 3 3  |

Πίνακας 11. Υπολογισμός Σταδίου 1

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των παραπάνω πινάκων καταδεικνύουν τη λύση του προβλήματος, ενώ το αποτέλεσμα του πίνακα του σταδίου 1 φανερώνει την απάντηση στο ερώτημα πόση συνολική απόσταση θα διανύσει ο πωλητής ακολουθώντας τη συντομότερη διαδρομή.

Πιο αναλυτικά, από τον πίνακα 4 που αντιστοιχεί στο στάδιο 1 διαφαίνεται ότι η βέλτιστη απόφαση για τον πλανόδιο πωλητή είναι να ακολουθήσει τη διαδρομή [A,B]. Επομένως, στο στάδιο 2 ο πωλητής θα βρίσκεται στην πόλη B.

Ο πίνακας 3 υπαγορεύει την κατεύθυνση προς την πόλη D αφού με δεδομένη την κατάσταση του πωλητή στην πόλη B, η πόλη D αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή για τη συνέχεια με τη διαδρομή [B, D]. Επομένως, στο στάδιο 3 ο πωλητής θα βρίσκεται στην πόλη D.

Αμέσως μετά, στο στάδιο 3, ο πωλητής, βάσει του πίνακα 2, θα πρέπει να κατευθυνθεί από τη πόλη D προς την πόλη G, με τη διαδρομή [D, H], η οποία αποτελεί τη βέλτιστη απόφαση του σταδίου 3. Επομένως, στο στάδιο 4 ο πωλητής θα βρίσκεται στην πόλη H.

Τέλος, στο στάδιο 4, δεδομένου ότι ο πωλητής βρίσκεται στην πόλη H, η επιλογή είναι μία και μοναδική, η κατεύθυνση προς την πόλη I, τον τελικό προορισμό, με τη διαδρομή [H,I].

Ολικά, η βέλτιστη διαδρομή ξεκινώντας από την πόλη A και καταλήγοντας στην πόλη I είναι η διαδρομή A-B-D-H-I, με ελάχιστη συνολική απόσταση 32.

### 3.2.3 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα δυναμικού προγραμματισμού

- Είναι ιδανική για προγραμματισμό μέσω υπολογιστή.
- Είναι εφαρμόσιμη σε μια απεριόριστη κλάση προβλημάτων βελτιστοποίησης (μη γραμμικές, χρονικά μεταβαλλόμενες εξισώσεις κατάστασης, αρκετά πολύπλοκος δείκτης απόδοσης). Ακόμα και σε προβλήματα στοχαστικού βέλτιστου ελέγχου.
- Χειρίζεται περιορισμούς γενικής φύσης, οι οποίοι στην ουσία απλοποιούν τη μέθοδο.
- Καταλήγει σε βέλτιστο έλεγχο κλειστού βρόχου. Δυνατότητα offline υπολογισμών.
- Εγγυάται για το ολικό ελάχιστο.
- Μειωμένο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με αυτό της μεθόδου . τασης. Τότε αμικού άμεσης απαρίθμησης.

Για π.χ. έστω ένα βαθμωτό σύστημα με μια μεταβλητή ελέγχου Δοκιμάζουμε από 5 τιμές ελέγχου και 10 τιμές κατάστασης. Τότε μέσω του δυναμικού προγραμματισμού, το πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών είναι ίσο με 50N (γραμμική), ενώ μέσω της άμεσης απαρίθμησης είναι ίσο με (εκθετική).

- Η «κατάρρα της διαστατικότητας» αποτελεί τον πιο περιοριστικό παράγοντα στην εξάπλωση της μεθόδου. Υπερβολικές υπολογιστικές απαιτήσεις, ακόμα και για μικρής τάξης συστήματα.
- Δεν είναι δυνατή πάντα η εύρεση μιας αναλυτικής λύσης.

### 3.3 ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Επιχειρήσεις και οργανισμοί αντιμετωπίζουν προβλήματα λήψης αποφάσεων, σε περιπτώσεις που καλούνται να αξιολογήσουν ένα σύνολο εφικτών εναλλακτικών επιλογών και να επιλέξουν εκείνη που προσδοκούν ότι θα οδηγήσει στο καλύτερο αποτέλεσμα ή στη βέλτιστη λύση όπως ονομάζεται.

Η θεωρία αποφάσεων ασχολείται με την εφαρμογή αλγορίθμων και διάφορων εφαρμογών για τη λήψη αποφάσεων, για τις οποίες δεν γνωρίζουμε τι ενέργειες πρέπει να γίνουν για το λόγο του ότι λαμβάνουμε αποφάσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Οι αποφάσεις που λαμβάνονται μέσα σε επιχειρήσεις έχουν να κάνουν με την ανάγκη αλλαγής της παρούσας κατάστασης σε μια άλλη πιο επιθυμητή. Η καλή πορεία μιας επιχείρησης στην παραγωγή ή την προώθηση των προϊόντων της και η επιτυχία της σε σχέση με τον ανταγωνισμό έχει να



κάνει με την λήψη των καλύτερων αποφάσεων, την δυνατότητα υλοποίησης τους και το πόσο γρήγορα θα το καταφέρει.

Το βασικό στοιχείο στην λήψη αποφάσεων είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης λύσης δηλαδή εκείνης της επιλογής που δίνει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μεταξύ όλων των εναλλακτικών επιλογών. Τα μοντέλα αποφάσεων χρησιμοποιούν πίνακα κερδών/ ζημιών για κάθε εναλλακτική λύση και για τα πολύπλοκα προβλήματα που περιλαμβάνουν λήψη διαδοχικών αλληλοεξαρτώμενων αποφάσεων χρησιμοποιούν δένδροειδή απεικόνιση.

Προβλήματα αποφάσεων προκύπτουν σε όλες τις επιχειρηματικές δραστηριότητες και για διάφορους λόγους, όπως από τη θέση που θα χτιστεί η επιχείρηση, στο πως θα χτιστεί (κατασκευαστικά μέσα), στον εξοπλισμό παραγωγής, στα μεταφορικά μέσα, μέχρι και στα τελικά προϊόντα ή υπηρεσίες που θα παράγει ή θα προσφέρει αντίστοιχα η επιχείρηση. Το πόσο καλύτερα θα πετύχει μια επιχείρηση σε σχέση με τους ανταγωνιστές της, είναι αποτέλεσμα της λήψης και υλοποίησης καλύτερων αποφάσεων από αυτούς.

### **3.3.1 Βασικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων λήψης αποφάσεων στις επιχειρήσεις**

- ***Κριτήριο-α επιλογής***

Για την επιλογή της άριστης απόφασης μεταξύ όλων των εφικτών εναλλακτικών λύσεων, απαιτείται να μειωθεί η απόδοση κάθε εναλλακτικής λύσης. Η λήψη κάποιας απόφασης ανάλογα και με τις περιστάσεις που επικρατούν βασίζεται σε περισσότερα από ένα κριτήρια, όπως: οικονομικά, ποιοτικά, τεχνικά και σε μερικές περιπτώσεις ακόμα και κοινωνικά.

Ο λήπτης επιχειρηματικών αποφάσεων καλείται να προσδιορίσει τα κριτήρια με βάση τα οποία θα αξιολογήσει τις εναλλακτικές λύσεις και θα επιλέξει τη βέλτιστη. Το πρόβλημα γίνεται δυσκολότερο σε περίπτωση που καλούμαστε να συνδυάσουμε κριτήρια ανομοιογενή.

«Ας υποθέσουμε ότι μια επιχείρηση πρόκειται να επεκτείνει το συγκρότημα της ή να ανοίξει ένα δεύτερο σε μια άλλη περιοχή και θέλει να αγοράσει ένα οικόπεδο να εγκατασταθεί. Τον λήπτη της απόφασης θα τον ενδιέφερε πολύ αρχικά το κόστος του οικοπέδου και μετά αν έχει εύκολη πρόσβαση στα σημεία διανομής ή αν χρειάζεται μεγάλη τροποποίηση ώστε να εγκατασταθεί η επιχείρηση (μεγάλο κόστος). Αν η τιμή του είναι χαμηλή ίσως να μην είναι εύκολα προσβάσιμο και να χρειάζεται πολλά έξοδα για την επιχείρηση ώστε να γίνει κατάλληλο, άρα η απόφαση θα πρέπει να ληφθεί με συνυπολογισμό κι άλλων παραγόντων. Αν το οικόπεδο είναι και φθινό και σε καλή θέση με εύκολη πρόσβαση, τότε η απόφαση που καλείται να πάρει ο λήπτης είναι εύκολη».

- ***Αβεβαιότητα***

Η λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων είναι μια διαδικασία που αφορά μελλοντικά δρώμενα. Οι επιπτώσεις οποιασδήποτε επιλογής δεν είναι απόλυτα προβλέψιμες και φαίνονται στο μέλλον. Η παρουσία αβεβαιότητας στο άμεσο περιβάλλον μέσα στο οποίο λαμβάνεται μια απόφαση, επηρεάζει τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τις επιλογές που θα γίνουν και είναι ένα βασικό στοιχείο στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

«Όταν για παράδειγμα, μια εταιρεία λαμβάνει την απόφαση να προωθήσει ένα προϊόν, υπάρχει η αβεβαιότητα για το πώς θα πράξουν οι ανταγωνιστές της επιχείρησης και για το πώς θα εξελιχθεί η ζήτηση του προϊόντος στην αγορά, καθώς και η εμφάνιση τυχόν νέου προϊόντος υποκατάστατου. Οπότε για κάθε περίπτωση θα πρέπει να γίνει έρευνα και εκτίμηση των αποτελεσμάτων κάτω από τις διαφορετικές συνθήκες της αγοράς».

- ***Αντίληψη αποφάσεων σωστές ή λανθασμένες***

Πολλές φορές κρίνουμε μια απόφαση αν είναι σωστή ή λάθος, η οποία έχει ληφθεί σε μια δεδομένη στιγμή, κρίνοντας μόνο από το αποτέλεσμα που προέκυψε εκ των υστέρων. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα όμως εξαρτάται επίσης και από συγκυρίες που δεν μπορούσαν να προβλεφθούν και να εκτιμηθούν με πλήρη βεβαιότητα τη στιγμή που λαμβάνονταν η απόφαση. Η ορθότητα κάθε απόφασης εξαρτάται από τη διαδικασία με βάση την οποία έχει επιλεγεί, από το αν ακολουθήθηκε μια συστηματική ανάλυση όλων των εναλλακτικών λύσεων και από το αν αξιολογήθηκαν επαρκώς όλα τα δεδομένα τη στιγμή λήψης της απόφασης.

### **3.3.2 Αποφάσεις σε συνθήκες αβεβαιότητας**

Η αβεβαιότητα που πάντα υπάρχει στο επιχειρηματικό περιβάλλον προσθέτει μια διάσταση πολυπλοκότητας στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η βέλτιστη επιλογή σε ένα τέτοιο πρόβλημα προκύπτει από την αξιολόγηση καθεμίας από τις εφικτές εναλλακτικές αποφάσεις ως προς τα αποτελέσματα που θα προέκυπταν από την επιλογή και υλοποίηση της. Τα αποτελέσματα όμως που θα προέκυπταν, επηρεάζονται από την ύπαρξη αβέβαιων παραγόντων οι οποίοι είναι μεν δυνατό να εκτιμηθούν, αλλά δεν είναι δυνατό να προσδιορισθούν με βεβαιότητα.

- ***Εναλλακτικές αποφάσεις***

Σε κάθε πρόβλημα λήψης αποφάσεων βασικό στοιχείο αποτελεί καταρχήν ο προσδιορισμός όλων των δυνατών επιλογών που έχει στη διάθεση του ο λήπτης της απόφασης. Οι επιλογές αυτές αποτελούν τις εφικτές εναλλακτικές λύσεις από τις οποίες επιλέγει τη βέλτιστη.

- ***Πιθανές καταστάσεις (σενάρια)***

Τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την υιοθέτηση οποιασδήποτε απόφασης εξαρτώνται από ορισμένες καταστάσεις ή γεγονότα που είναι πιθανό να συμβούν και τα οποία βρίσκονται έξω από τον έλεγχο του ατόμου που λαμβάνει την απόφαση. Οι

καταστάσεις αυτές, οι οποίες αποκαλούνται σενάρια, θα πρέπει να προσδιοριστούν με τρόπο ώστε να καλύπτουν όλα τα πιθανά ενδεχόμενα που επηρεάζουν τα αποτελέσματα κάθε απόφασης. Το πιο συγκεκριμένο σενάριο που θα προκύψει στο μέλλον, δεν είναι δυνατό να το γνωρίζουμε από πιο νωρίς, αλλά μόνο μετά τη λήψη της απόφασης.

- ***Πίνακας κερδών***

Αφού έχουν οριστεί οι εναλλακτικές λύσεις και έχουν προσδιοριστεί οι πιθανές καταστάσεις υπολογίζουμε το κέρδος ή γενικά το όφελος που θα προέκυπτε από την υιοθέτηση κάθε εναλλακτικής λύσης. Τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμών καταγράφονται σε ένα πίνακα ο οποίος εμφανίζει το όφελος που προκύπτει από κάθε συνδυασμό εναλλακτικής λύσης. Το όφελος αυτό είναι το αναμενόμενο οικονομικό κέρδος ή ζημιά από την επιλογή της συγκεκριμένης εναλλακτικής λύσης.

- ***Επιλογή βέλτιστης απόφασης***

Το ζητούμενο είναι η επιλογή της βέλτιστης απόφασης με οικονομικά κριτήρια. Αν κάποιος ήθελε να επιλέξει μια οικονομική πολιτική με στόχο την μείωση του επιχειρηματικού κινδύνου από πιθανές ζημιές, θα έκανε μια επιλογή που θα κοιτούσε να αποφύγει το ρίσκο στην απόφαση του ώστε να αποφύγει όσο μπορεί τυχόν ζημιές με αποτέλεσμα να μην λαμβάνει καθόλου υπόψη του τις ευκαιρίες δημιουργίας κέρδους. Μια τελείως αντίθετη εκδοχή είναι η επιλογή εκείνη της εναλλακτικής λύσης που δίνει την μεγαλύτερη δυνατότητα κέρδους, αγνοώντας τον τυχόν κίνδυνο ζημιάς. Θα πρέπει λοιπόν η επιλογή μας να μας δίνει όσο το δυνατό μικρότερες πιθανότητες ζημιάς αλλά και ταυτόχρονα όσο το δυνατό μεγαλύτερο κέρδος.

### 3.3.3 Κριτήρια για λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας

- **Κριτήριο ‘απαισιοδοξίας’ MAXIMIN**

Σύμφωνα με το κριτήριο MAXIMIN προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε το μικρότερο σε κάθε περίπτωση κέρδος. Στην πράξη θεωρούμε το χειρότερο αποτέλεσμα που μπορεί να συμβεί σε κάθε εναλλακτική απόφαση και βέβαια επιλέγουμε εκείνη την απόφαση που κάτω από τις χειρότερες προϋποθέσεις δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Η διαδικασία επιλογής με το μικρότερο MAXIMIN έχει ως εξής:

1. στον πίνακα κερδών βρίσκουμε το μικρότερο δυνατό κέρδος για καθεμία από τις εναλλακτικές αποφάσεις,
2. κατόπιν επιλέγουμε εκείνη την απόφαση που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο από τα παραπάνω κέρδη.

- **Κριτήριο ‘αισιοδοξίας’ MAXIMAX**

Σύμφωνα με το κριτήριο MAXIMAX η προσπάθεια του λήπτη αποφάσεων είναι να μεγιστοποιήσουμε το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος σε κάθε περίπτωση.

Η διαδικασία επιλογής με το κριτήριο MAXIMAX έχει ως εξής:

1. στον πίνακα κερδών βρίσκουμε το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος για καθεμία από τις εναλλακτικές αποφάσεις,
2. κατόπιν επιλέγουμε εκείνη την απόφαση που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο από τα παραπάνω κέρδη.

• **Κριτήριο MINMAX κόστος ευκαιρίας**

Μια βασική έννοια στα προβλήματα λήψης αποφάσεων αποτελεί το κόστος ευκαιρίας. Ορίζεται δηλαδή ως κόστος ευκαιρίας μιας επιλογής για μία συγκεκριμένη κατάσταση, η διαφορά μεταξύ του μέγιστου κέρδους που θα μπορούσε να επιτευχθεί στη συγκεκριμένη κατάσταση και του κέρδους που αντιστοιχεί στη δεδομένη επιλογή. Με βάση το κόστος ευκαιρίας η διαδικασία επιλογής της βέλτιστης λύσης ακολουθεί το κριτήριο MINMAX. Για κάθε εναλλακτική λύση προσδιορίζεται το μέγιστο κόστος ευκαιρίας και επιλέγεται βέβαια εκείνη η λύση η οποία αντιστοιχεί στο μικρότερο από τα μέγιστα κόστη χαμένων ευκαιριών.

### 3.3.4 Παράδειγμα Θεωρίας Αποφάσεων

Στο παρακάτω παράδειγμα μπορούμε να δούμε πως εφαρμόζεται η Θεωρία Αποφάσεων στην παραγωγική δραστηριότητα (Παντελής Υψηλάντης).

Μια εταιρεία έχει συμβόλαιο με ένα πελάτη της για την προμήθεια ενός συγκεκριμένου προϊόντος. Επειδή η διαδικασία παραγωγής του προϊόντος είναι δύσκολη η παραγωγή του γίνεται σε τόνους. Ο πελάτης έχει συμφωνήσει να δίνει την παραγγελία του για 1, 2 ή 3 τόνους ανά εξάμηνο. Επειδή η παραγωγή του προϊόντος χρειάζεται να ξεκινήσει 2 μήνες νωρίτερα από την χρήση του, η εταιρεία πρέπει να γνωρίζει εκ των προτέρων την ποσότητα που θα παράγει χωρίς να ξέρει την ποσότητα που α της παραγγείλει ο πελάτης. Το κόστος παραγωγής ανέρχεται στα 15000€/τόνο ενώ η τιμή πώλησης προς τον πελάτη έχει συμφωνηθεί στα 20000€. Αν ο πελάτης ζητήσει μεγαλύτερη ποσότητα τότε η εταιρεία θα πρέπει να αγοράσει από το εξωτερικό στην τιμή των 24000€. Επειδή το συγκεκριμένο προϊόν δεν μπορεί να αποθηκευτεί περισσότερο από 3 μήνες, αν ο πελάτης παραγγείλει μικρότερη ποσότητα τότε αυτό που περισσεύει θα πρέπει να ανακυκλωθεί και η αξία του σ' αυτή την περίπτωση θα είναι 5000€

#### Ανάλυση προβλήματος βάση τις συνθήκες αβεβαιότητας

1. εναλλακτικές λύσεις βάση της συμφωνίας που έχει γίνει μεταξύ εταιρίας και πελάτη διαπιστώνεται ότι έχουμε τις εξής εναλλακτικές λύσεις:

- § παραγωγή 1 τόνου
- § παραγωγή 2 τόνων
- § παραγωγή 3 τόνων

2. πιθανές καταστάσεις – σενάρια οι πιθανές καταστάσεις ή σενάρια που προκύπτουν εδώ έχουν να κάνουν με τις ποσότητες που μπορεί να παραγγείλει ο πελάτης στην εταιρεία:

- § ζήτηση 1 τόνου
- § ζήτηση 2 τόνων
- § ζήτηση 3 τόνων

**πίνακας κερδών:**

Στον πίνακα κερδών μπορούμε να βρούμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ παραγωγής και ζήτησης του προϊόντος και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τους συνδυασμούς:

| ΠΑΡΑΓΩΓΗ | ΖΗΤΗΣΗ | Κ                               | Ο                    | Σ | Τ | Ο | Σ   | Ε                    | Σ                    | Ο | Δ           | Α         | ΚΕΡΔΟΣ Η ΖΗΜΙΑ |
|----------|--------|---------------------------------|----------------------|---|---|---|---|----------------------|----------------------|---|-------------|-----------|----------------|
|          |        | ΑΠΟΚΤΗΣΗΣ                       |                      |   |   |   |   | ΠΩΛΗΣΗΣ              |                      |   |             |           |                |
| 1        | 1      | 1                               | 5                    | 0 | 0 | 0 | 2   | 0                    | 0                    | 0 | 0           | 0         | 5 0 0 0        |
| 1        | 2      | 15000(παρ)+24000(εισ)<br>=39000 |                      |   |   |   |   | 2 *                  | 2 0 0 0 0 =<br>40000 |   |             |           | 1 0 0 0        |
| 1        | 3      | 15000(παρ)+48000<br>=63000      |                      |   |   |   |   | 3 *                  | 2 0 0 0 0 =<br>60000 |   |             |           | - 3 0 0 0      |
| 2        | 1      | 2 *                             | 1 5 0 0 0 =<br>30000 |   |   |   | 20000(πελ)+5000(επεξ)<br>=25000               |                      |                      |   | - 5 0 0 0   |           |                |
| 2        | 2      | 2 *                             | 1 5 0 0 0 =<br>30000 |   |   |   | 2 *   | 2 0 0 0 0 =<br>40000 |                      |   |             | 1 0 0 0 0 |                |
| 2        | 3      | 30000(παρ)+24000(εισ)<br>=54000 |                      |   |   |   |   | 3 *                  | 2 0 0 0 0 =<br>60000 |   |             |           | 6 0 0 0        |
| 3        | 1      | 3 *                             | 1 5 0 0 0 =<br>45000 |   |   |   | 2 0 0 0 0 (πελ) +<br>2*5000(ανακ)<br>=30000   |                      |                      |   | - 1 5 0 0 0 |           |                |
| 3        | 2      | 3 *                             | 1 5 0 0 0 =<br>45000 |   |   |   | 2 * 2 0 0 0 0 (πελ) +<br>5000(ανακ)<br>=45000 |                      |                      |   | 0           |           |                |
| 3        | 3      | 3 *                             | 1 5 0 0 0 =<br>45000 |   |   |   | 3 *   | 2 0 0 0 0 =<br>60000 |                      |   |             | 1 5 0 0 0 |                |

Πίνακας1. Πίνακας κερδών

Το κέρδος ή η ζημιά αντίστοιχα μπορούν να συνοψίσουν σε ένα πίνακα με στήλες την ζήτηση και γραμμές την παραγωγή του προϊόντος.

| Παραγωγή προϊόντος σε τόνους | Ζήτηση  |   |   |         |   |   |         |   |   |         |   |   |   |
|------------------------------|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|---|
|                              | 1 τόνος |   |   | 2 τόνοι |   |   | 3 τόνοι |   |   | 1 τόνος |   |   |   |
| Παραγωγή 1 τόνου             | 5       | 0 | 0 | 0       | 1 | 0 | 0       | 0 | - | 3       | 0 | 0 | 0 |
| Παραγωγή 2 τόνου             | -       | 5 | 0 | 0       | 0 | 1 | 0       | 0 | 0 | 6       | 0 | 0 | 0 |
| Παραγωγή 3 τόνου             | -       | 1 | 5 | 0       | 0 | 0 | 0       | 0 | 1 | 5       | 0 | 0 | 0 |

Πίνακας2. Ζήτηση και Παραγωγή του Προϊόντος

3. κριτήριο MAXMIN ‘απαισιοδοξίας’  
στο κριτήριο αυτό με βάση τη θεωρία στις πιο πίσω σελίδες βλέπουμε παρακάτω τον πίνακα κερδών/ζημιών:

| Παραγωγή προϊόντος σε τόνους | Ζήτηση  |   |   |         |   |   |         |   |   |         |   |   |              |             |
|------------------------------|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|--------------|-------------|
|                              | 1 τόνος |   |   | 2 τόνοι |   |   | 3 τόνοι |   |   | 1 τόνος |   |   | <i>m i n</i> |             |
| Παραγωγή 1 τόνου             | 5       | 0 | 0 | 0       | 1 | 0 | 0       | 0 | - | 3       | 0 | 0 | 0            | - 3 0 0 0   |
| Παραγωγή 2 τόνου             | -       | 5 | 0 | 0       | 0 | 1 | 0       | 0 | 0 | 6       | 0 | 0 | 0            | - 5 0 0 0   |
| Παραγωγή 3 τόνου             | -       | 1 | 5 | 0       | 0 | 0 | 0       | 0 | 1 | 5       | 0 | 0 | 0            | - 1 5 0 0 0 |

Πίνακας3. Κριτήριο Maxmin

4. κριτήριο ‘αισιοδοξίας’ MAXIMAX  
στο κριτήριο αυτό με βάση τη θεωρία στις προηγούμενες σελίδες βλέπουμε παρακάτω τον πίνακα κερδών/ζημιών:

| Παραγωγή προϊόντος σε τόνους | Ζήτηση  |   |   |         |   |   |         |   |   |         |   |   |              |           |
|------------------------------|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|---------|---|---|--------------|-----------|
|                              | 1 τόνος |   |   | 2 τόνοι |   |   | 3 τόνοι |   |   | 1 τόνος |   |   | <i>m a x</i> |           |
| Παραγωγή 1 τόνου             | 5       | 0 | 0 | 0       | 1 | 0 | 0       | 0 | - | 3       | 0 | 0 | 0            | 5 0 0 0   |
| Παραγωγή 2 τόνου             | -       | 5 | 0 | 0       | 0 | 1 | 0       | 0 | 0 | 6       | 0 | 0 | 0            | 1 0 0 0 0 |
| Παραγωγή 3 τόνου             | -       | 1 | 5 | 0       | 0 | 0 | 0       | 0 | 1 | 5       | 0 | 0 | 0            | 1 5 0 0 0 |

Πίνακας4. Κριτήριο Maximax

5. κριτήριο MINMAX κόστος ευκαιρίας  
στο κριτήριο αυτό βάση της θεωρίας σε προηγούμενες σελίδες έχουμε:

| Παραγωγή προϊόντος σε τόνους | Ζ ή τ η σ η |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|------------------------------|-------------|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
|                              | 1           | τ | ό | ν | ο | ς  | 2 | τ | ό | ν | ο | ι | 3 | τ | ό | ν | ο | ι |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
| <b>Παραγωγή 1 τόνου</b>      | 5           | 0 | 0 | 0 | - | 5  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | - | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 0 | 0 | 0 | - | (- | 3 | 0 | 0 | 0 |
| <b>Παραγωγή 2 τόνου</b>      | 5           | 0 | 0 | 0 | - | (- | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | - | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 0 | 0 | 0 | -  | 6 | 0 | 0 | 0 |
| <b>Παραγωγή 3 τόνου</b>      | 5           | 0 | 0 | 0 | - | (- | 1 | 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 1 | 5 | 0 | 0 | 0 | - | 1  | 5 | 0 | 0 | 0 |

Πίνακας5. Κριτήριο Minmax

Αρα ο πίνακας κερδών/ζημιών γίνεται(MINMAX=10000):

| Παραγωγή προϊόντος σε τόνους | Ζ ή τ η σ η |   |   |   |   |   |   |   |   | m | a | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------------------|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|                              | 1           | τ | ό | ν | ο | ς | 2 | τ | ό |   |   |   | ν | ο | ι | 3 | τ | ό | ν | ο | ι |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>Παραγωγή 1 τόνου</b>      | 0           | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |
| <b>Παραγωγή 2 τόνου</b>      | 1           | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <b>Παραγωγή 3 τόνου</b>      | 2           | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Πίνακας6. Πίνακας κερδών/ζημιών

### 3.3.5 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα θεωρίας αποφάσεων

Η θεωρία αποφάσεων καλύπτει μια σειρά από αποφάσεις που καλείται να πάρει η κάθε επιχείρηση. Με τη μέθοδο αυτή, η κάθε επιχείρηση μπορεί να πάρει αποφάσεις για μικρά μέχρι και τα μεγαλύτερα προβλήματα και καταστάσεις που θα αντιμετωπίσει. Ακόμη μπορεί λαμβάνοντας αποφάσεις με αυτή τη μέθοδο να μειώσει αρκετά τις δαπάνες της και να εξοικονομήσει χρόνο και χρήμα για άλλα στάδια της παραγωγικής της διαδικασίας. Είναι μια μέθοδος με την οποία μπορούμε να πάρουμε αποφάσεις ακόμα και σε συνθήκες αβεβαιότητας.

Ένα μειονέκτημα που θα μπορούσαμε να τονίσουμε ιδιαίτερα στη θεωρία αποφάσεων είναι στη λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας όπου να μεν μπορούμε να εκτιμήσουμε πιθανών αβέβαιους παράγοντες, αλλά σε κάποιες περιπτώσεις όχι με απόλυτη βεβαιότητα με αποτέλεσμα τη λήψη λανθασμένων αποφάσεων. Κάποια άλλα μειονεκτήματα της θεωρίας των αποφάσεων είναι ότι βάση της αβεβαιότητας που υπάρχει, ο λήπτης κάποιες φορές μπορεί να αγνοήσει κάποια εναλλακτική επιλογή ή κάποιο παράγοντα που θα

μπορούσε να αλλάξει την απόφαση, ότι μερικές φορές για το ίδιο θέμα, από δυο διαφορετικούς λήπτες μπορεί να πάρουμε δυο τελείως διαφορετικές αποφάσεις και ότι κάποιες φορές ο λήπτης των αποφάσεων δίνει μεγαλύτερη έμφαση σε άμεσες και εύκολες πληροφορίες με αποτέλεσμα να μην εξετάζει βαθύτερα το πρόβλημα και να μην έχουμε έτσι το αποτέλεσμα που θέλουμε.

### 3.4 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Προσομοίωση (simulation) ονομάζουμε την τεχνική αναπαράστασης της λειτουργίας ενός πραγματικού συστήματος σε ένα μοντέλο, στο οποίο απεικονίζονται τα χαρακτηριστικά του πραγματικού συστήματος με σκοπό τη διεξαγωγή πειραμάτων είτε για να κατανοήσουμε τη συμπεριφορά του, είτε για να εκτιμήσουμε τις στρατηγικές που χρησιμοποιεί. Είναι μια από τις πιο σημαντικές τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας την οποία τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούν διάφοροι κλάδοι όπως, η ιατρική, η φυσική, οι μηχανικοί αεροσκαφών, οι μηχανικοίσχεδιαστές κτιρίων, γεφυρών και πολλών άλλων, για τη μελέτη πολύπλοκων συστημάτων. Παρ' ότι εμφανίζεται αρκετά μεταγενέστερα, η τεχνική προσομοίωσης εφαρμόζεται αρκετές φορές επειδή η ανάπτυξη ενός αναλυτικού μαθηματικού μοντέλου για ένα πολύπλοκο σύστημα είναι δύσκολη έως αδύνατη. Η προσομοίωση είναι μια τεχνική που δεν οδηγεί στη βέλτιστη λύση μέσω μιας συγκεκριμένης μαθηματικής διαδικασίας, αλλά μας δίνει την ευχέρεια να πειραματιστούμε με το σύστημα δοκιμάζοντας διάφορες λύσεις ώσπου να πετύχουμε τη βέλτιστη. Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιούνται κυρίως λογικά μοντέλα παρά μαθηματικές σχέσεις. Ο τρόπος αυτός παράστασης με τον οποίο μελετούνται τέτοιου είδους προβλήματα είναι τα διαγράμματα ροής.

Πρόκειται για μια ιδιαίτερα αποτελεσματική τεχνική που χρησιμοποιείται για να δοκιμάσουμε διάφορες αλλαγές και να πάρουμε αποφάσεις σχετικά με τη λειτουργία της επιχείρησής μας. Δημιουργεί ένα εικονικό επιχειρηματικό περιβάλλον πάνω στο οποίο εφαρμόζονται εναλλακτικές λύσεις και εξετάζονται σε πραγματικές συνθήκες δίνοντας μας αποτελέσματα που θα παίρναμε εάν τις είχαμε εφαρμόσει σε επιχειρήσεις σε πραγματικό περιβάλλον. Οι δοκιμές αυτές αν γίνονταν σε πραγματικό επιχειρηματικό περιβάλλον θα ήταν αφενός πολύ χρονοβόρες και αφετέρου θα κόστιζαν τόσο πολύ που θα ήταν σχεδόν αδύνατον να επιβιώσει οικονομικά μια επιχείρηση. Έτσι η τεχνική της προσομοίωσης μπορεί να αποτρέψει επιχειρήσεις από λανθασμένες αποφάσεις που θα τους κόστιζαν πάρα πολύ χρόνο και χρήμα.

Στο χώρο των επιχειρήσεων η προσομοίωση είναι η τεχνική η οποία ελέγχει πόσο αποτελεσματικά χρησιμοποιούνται, το εργατικό δυναμικό, τα μηχανήματα, οι εγκαταστάσεις και οποιαδήποτε άλλα μέσα διαθέτει η κάθε επιχείρηση και τις διαδικασίες εκείνες που πρόκειται να πραγματοποιηθούν κατά την παραγωγική διαδικασία και να λαμβάνει βέλτιστες αποφάσεις για θέματα εξοπλισμού, στελέχωσης και ροής εργασιών μιας επιχείρησης. Βοηθάει τις επιχειρήσεις να βελτιώσουν τις παραγωγικές τους διαδικασίες και μπορεί να εξετάσει ολόκληρο το τμήμα της παραγωγικής διαδικασίας, τον τρόπο λειτουργίας της



αποθήκης, τα ωράρια εργασίας του προσωπικού, την χρήση του εξοπλισμού της επιχείρησης και μας βοηθά στον εντοπισμό και στην διόρθωση των προβλημάτων που θα προκύψουν.

### 3.4.1 Μέσα που χρησιμοποιεί και προβλήματα που εφαρμόζεται η Προσομοίωση

Η προσομοίωση του πραγματικού συστήματος γίνεται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή και τη χρήση κατάλληλου λογισμικού με τη βοήθεια του οποίου αναπτύσσεται το μοντέλο της προσομοίωσης. Ο υπολογιστής χρησιμοποιείται για να επεξεργάζεται το μοντέλο της προσομοίωσης, ώστε να βρούμε αποτελέσματα τα οποία μπορούμε να αναλύσουμε με σκοπό να πάρουμε αποφάσεις που θα μας οδηγήσουν στη λύση του προβλήματος. Με την τεχνική αυτή εφαρμόζουμε τα δεδομένα μας στο υπολογιστικό σύστημα και τα αποτελέσματα έρχονται πολύ γρήγορα, πολύ εύκολα και χωρίς ιδιαίτερες δαπάνες.

Η προσομοίωση μέσω συστημάτων για επιχειρήσεις συνιστάται:

- για τη μελέτη πολύπλοκων προβλημάτων-συστημάτων
- για τη μελέτη και σύγκριση εναλλακτικών σχεδίων σε ένα σύστημα που δεν υπάρχει
- για τη μελέτη μεταβολών και επιπτώσεων που τυχόν φέρουν σε ένα υπάρχον σύστημα
- για την επαλήθευση αναλυτικών λύσεων.

Σκοπός της προσομοίωσης είναι να γνωρίζουμε εκ των προτέρων την αντίδραση των αποφάσεων που λαμβάνουμε και τη μελέτη εναλλακτικών σεναρίων στο σύστημα που εξετάζουμε.

Κάποια από τα προβλήματα τα οποία βρίσκουν λύση με τη μέθοδο της προσομοίωσης είναι τα εξής:

- σχεδιασμός και αξιολόγηση συστημάτων Η/Υ
- σχεδιασμός και ανάλυση συστημάτων παραγωγής
- σχεδιασμός και αξιολόγηση σχεδίων παροχής υπηρεσιών
- σχεδιασμός και λειτουργία συστημάτων μεταφοράς (λιμάνια, σιδηρόδρομοι, μετρό, αυτοκινητόδρομοι κ.α.)
- σχεδιασμός και ανάλυση χρηματοοικονομικών συστημάτων
- εκμάθηση χειρισμού διάφορων οχημάτων (αυτοκίνητα, φορτηγά, γεραμούς, ελικόπτερα, αεροπλάνα κ.α.)
- αυτοκινητοβιομηχανία (παραγωγή και εξέλιξη ηλεκτρικών, ηλεκτρονικών και άλλων συστημάτων όπως κατανάλωση καυσίμου, απόδοση κινητήρων, μηχανισμούς κίνησης, αισθητήρες κ.α.)
- στρατιωτικά συστήματα

- κατασκευής κτιρίων
- δημιουργία επιχειρήσεων και μελέτης λειτουργίας της
- στην ιατρική σε χειρουργικές επεμβάσεις.

### 3.4.2 Παραδείγματα προσομοίωσης (simulation)

1. Ένα από τα πιο γνωστά παραδείγματα προσομοίωσης είναι το σύστημα εκμάθησης χειρισμού αεροπλάνων. Τα κέντρα και οι σχολές εκπαίδευσης πιλότων χρησιμοποιούν την μέθοδο της προσομοίωσης ως βασικό εργαλείο για την εκπαίδευση πιλότων πολιτικών και πολεμικών αεροσκαφών. Οι υποψήφιοι μαθαίνουν να χειρίζονται τα αεροσκάφη κατά την απογείωση, την προσγείωση σε καλές αλλά και σε άσχημες καιρικές συνθήκες, μαθαίνουν να αντιμετωπίζουν τυχόν μηχανικά προβλήματα την ώρα της πτήσης σε εικονικό πιλοτήριο το οποίο είναι ακριβές αντίγραφο του πραγματικού. Είναι ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα εφαρμογής της προσομοίωσης αν σκεφτεί κανείς τις συνέπειες που θα είχε η εκπαίδευση των πιλότων σε πραγματικά αεροσκάφη και σε πραγματικό περιβάλλον. Το ίδιο ισχύει και για το χειρισμό πλοίων, αγωνιστικών αυτοκινήτων και όλων των οχημάτων που χρήζουν ιδιικού χειρισμού. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η προσομοίωση χρησιμοποιείται και ως παιχνίδι σε χώρους διασκέδασης.



Εικόνα 6. Προσομοίωση Χειρισμού Αεροσκάφους

2. Ένα ακόμα παράδειγμα προσομοίωσης είναι η αυτοκινητοβιομηχανία. Στον τομέα αυτόν η προσομοίωση είναι ένα σημαντικό εργαλείο, τη στιγμή που τα εργοστάσια παραγωγής αυτοκινήτων έχουν περάσει σε ένα νέο είδος ανταγωνισμού μεταξύ τους. Η εφαρμογή ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών συστημάτων καθώς και ο συνδυασμός μεγάλης ιπποδύναμης, της ταυτόχρονης μείωσης της κατανάλωσης καυσίμου και της μείωσης του χρόνου παραγωγής των νέων αυτοκινήτων, είναι κάποιιοι από τους λόγους εφαρμογής της προσομοίωσης. Με τη μέθοδο της προσομοίωσης οι αυτοκινητοβιομηχανίες δεν χρειάζεται να κατασκευάζουν πρότυπα μοντέλα, ελαχιστοποιούν τους ελέγχους και παραλείπουν τους τεχνικούς ελέγχους κατά την παραγωγή των αυτοκινήτων.



Εικόνα 7. Προσομοιωτής αυτοκινήτου

### 3.4.3 Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα προσομοίωσης

Κάποια από τα πλεονεκτήματα της προσομοίωσης είναι:

- ευελιξία και πειραματισμός
- έγκαιρος εντοπισμός προβλημάτων
- είναι πολύ απλή μέθοδος
- είναι πολύ πρακτική
- απαιτεί λιγότερο χρόνο
- έχει μικρότερο κόστος από κάθε άλλη μέθοδο
- γίνεται εύκολα κατανοητή από κάθε χρήστη
- είναι τελείως ακίνδυνη μέθοδος, καθώς όλα γίνονται σε μη πραγματικό περιβάλλον

- είναι μια από τις μόνες μεθόδους που μπορεί να λύσει σύνθετα προβλήματα
- μας επιτρέπει την επανάληψη του συστήματος όσες φορές θέλουμε στο ίδιο ακριβώς περιβάλλον πράγμα τελείως αδύνατον σε πραγματικό χρόνο
- μπορεί να ελέγξει περισσότερους παράγοντες απ' όση άλλη μέθοδος σε πραγματικό χρόνο.
- μας δίνει τη δυνατότητα να εξετάσουμε το σύστημα μας απ' όλες τις πλευρές

Τα μειονεκτήματα που έχει η προσομοίωση είναι:

- δεν μας εγγυάται την καλύτερη δυνατή λύση
- βασίζεται σε τυχαίους αριθμούς και μια πιθανή μεροληψία μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα
- μπορεί να μην είναι πάντα η πιο κατάλληλη μέθοδος
- μπορεί να μην αντανakλά με ακρίβεια την υπό μελέτη κατάσταση.
- κάποιες φορές απαιτεί πολύ χρόνο και χρήμα

### 3.5 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Η θεωρία παιγνίων είναι μία ακόμη μέθοδος της επιχειρησιακής έρευνας η οποία χρησιμοποιείται στη λήψη των αποφάσεων για να περιγράψει καταστάσεις ανταγωνιστικής αλληλεξάρτησης και για να δώσει απάντηση στα προβλήματα όπου εμπλέκονται περισσότεροι από ένα λήπτες αποφάσεων. Έχει εμφανιστεί τα τελευταία χρόνια στην επιχειρησιακή έρευνα και ειδικότερα στην λήψη αποφάσεων και έχει αποσκοπεί στην εύρεση της βέλτιστης λύσης σε συνθήκες αβεβαιότητας. Είναι η επιστήμη της σύγκρουσης και της συνεργασίας. Προβλήματα δηλαδή, ύπαρξης δύο ή περισσότερων πλευρών με συγκρουόμενα συμφέροντα.

Παίγνιο θεωρούμε την ανταγωνιστική κατάσταση λήψης αποφάσεων, ενώ ως παίκτες τους ανταγωνιστές οι οποίοι επιλέγουν τρόπους ενέργειας που δημιουργούν συνθήκες ανταγωνισμού. Μια βασική μεταβλητή στο επιχειρηματικό περιβάλλον στο οποίο λαμβάνουμε αποφάσεις είναι ο ανταγωνισμός και είναι το αντικείμενο με το οποίο ασχολείται η θεωρία παιγνίων. Γι' αυτό το λόγο η θεωρία παιγνίων θεωρείται πως παίζει πολύ μεγάλο ρόλο στην επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας και στην λήψη αποφάσεων. Μελετάει ότι έχει να κάνει με τον ανταγωνισμό, την έρευνα αγοράς και την εξέλιξη των προϊόντων και των υπηρεσιών βάση των αναγκών των καταναλωτών. Προσπαθεί κατά κάποιο τρόπο να ανακαλύψει τον τρόπο που "σκέφτονται" οι ανταγωνίστριες επιχειρήσεις και να πάρει καλύτερες αποφάσεις από αυτές, με στόχο την βελτιστοποίηση του κέρδους. Οι τρόποι ενέργειας που επιλέγουμε κάθε φορά είναι οι στρατηγικές που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ώστε να έχουμε το καλύτερο αποτέλεσμα. Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από την εύρεση της στρατηγικής που επιλέγουμε εμείς και των στρατηγικών που

επιλέγουν οι ανταγωνιστές μας. Όταν λοιπόν βρούμε όλες τις στρατηγικές, επιλέγουμε την καλύτερη και έχουμε αυτόματα την λύση του παιγνίου.

Η θεωρία παιγνίων εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι παίρνουν αποφάσεις, οι συνέπειες των οποίων εξαρτώνται από τις αποφάσεις που παίρνουν οι άλλοι. Συνεπώς, οι καλύτερες αποφάσεις βασίζονται στις προβλέψεις για τις αποφάσεις των άλλων γιατί συχνά και οι άλλοι μπορεί να σκέφτονται με τον ίδιο τρόπο. Η κλασική έννοια της θεωρίας των παιγνίων είναι η ισορροπία Nash, κατά την οποία κάθε άνθρωπος επιλέγει την απόφαση που αυτός θεωρεί καλύτερη έχοντας υπόψη και τις αποφάσεις των άλλων.

### 3.5.1 Προβλήματα που βρίσκουν λύση στη θεωρία παιγνίων

Η θεωρία παιγνίων είναι μια μέθοδος στην οποία μπορούν να βρουν πολλά προβλήματα λύση από διάφορους τομείς πέραν του οικονομικού όπως βλέπουμε παρακάτω:

- κούρσα εξοπλισμών (π.χ. Ελλάδα-Τουρκία)
- χρήση προηγμένων τεχνολογιών πληροφορικής
- χρηματοδότηση έρευνας
- κλέψιμο στις εξετάσεις
- πληθωρισμός βαθμών
- βιομηχανική οργάνωση
- στην πολιτική επιστήμη
- στη βιολογία
- στη διαδικασία λήψης αποφάσεων ανάμεσα σε επιχειρήσεις, σε εργαζομένους και εργοδότες
- στην πληροφορική
- στον σχεδιασμό μηχανισμών

### 3.5.2 Παράδειγμα Θεωρίας Παιγνίων

Ένα από τα πιο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα στη θεωρία παιγνίων είναι το δίλημμα του φυλακισμένου.

Έχουμε 2 φυλακισμένους οι οποίοι υιοθετούν κάποιες στρατηγικές χωρίς να γνωρίζουν ο ένας τον άλλον. Εδώ παρουσιάζεται ο ανταγωνισμός των δυο φυλακισμένων και το πώς προσπαθεί ο καθένας να καταλάβει τον τρόπο σκέψης του άλλου και να δράσει έτσι ώστε να ωφεληθεί αυτός.

B

|   |              | ΟΜΟΛΟΓΕΙ                                    | ΔΕΝ ΟΜΟΛΟΓΕΙ                        |
|---|--------------|---|-------------------------------------|
| A | ΟΜΟΛΟΓΕΙ     | 4 ΧΡΟΝΙΑ ΦΥΛΑΚΗ ΕΚΑΣΤ                       | 1 ΧΡΟΝΟ ΦΥΛΑΚΗ Ο Α ΚΑΙ 8 ΧΡΟΝΙΑ Ο Β |
|   | ΔΕΝ ΟΜΟΛΟΓΕΙ | 8 ΧΡΟΝΙΑ ΦΥΛΑΚΗ Ο Α & 3 ΧΡΟΝΙΑ ΦΥΛΑΚΗ ΕΚΑΣΤ |                                     |

Πίνακας 7. Παράδειγμα Θεωρίας Παιγνίων

Δέντρο Απόφασης :

- Αν ο **B** ομολογήσει, τότε ο **A** :ομολογεί 4 χρόνια φυλακή  
Δεν ομολογεί 8 χρόνια φυλακή
- Αν ο **A** ομολογήσει, τότε ο **B** :ομολογεί 1 χρόνο φυλακή  
Δεν ομολογεί 3 χρόνια φυλακή

### 3.5.3 Πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα θεωρίας παιγνίων

Κάποια από τα πλεονεκτήματα της θεωρίας παιγνίων που θα μπορούσαμε να τονίσουμε είναι:

- μας επιτρέπει να βρούμε λύση ακόμα και στα πιο δύσκολα προβλήματα λόγω των στρατηγικών που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε.
- μπορούμε να λύσουμε προβλήματα με την πρόβλεψη, αποτελεσματικά και χωρίς πολύ χρόνο και δαπάνες.

Κάποια από τα μειονεκτήματα της θεωρίας παιγνίων είναι:

- απαιτείται ανάλυση καταστάσεων πριν την εφαρμογή της μεθόδου.
- η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων γίνεται υπό ορισμένες συνθήκες και ορισμένους κανόνες.
- απωθεί αρκετούς ανθρώπους από την επιλογή της ως μέθοδο λύσης, εξαιτίας των μαθηματικών που χρησιμοποιεί.

### 3.6 ΟΥΡΕΣ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

Η μέθοδος αυτή της επιχειρησιακής έρευνας δεν είναι τίποτα άλλο παρά η καθημερινότητα μας και πιο συγκεκριμένα οποιαδήποτε ουρά θα μπορούσε να αντιμετωπίσει ο καθένας από εμάς στην καθημερινή του ζωή. Η λειτουργία και η διαχείριση των ουρών αναμονής παίζει σημαντικό ρόλο στις επιχειρηματικές δραστηριότητες (διακίνηση α' υλών στα παραγωγικά στάδια, από τη στιγμή που θα φύγουν από την αποθήκη μέχρι και τη στιγμή που θα ολοκληρωθεί το προϊόν, θα συσκευαστεί και θα διατεθεί στην αγορά) τόσο στον ιδιωτικό όσο και στο δημόσιο τομέα.

Σε πολλές περιπτώσεις στόχος του επιχειρηματικού προβλήματος αποτελεί η καλή λειτουργία μονάδων «εξυπηρέτησης». Για παράδειγμα, πόσες θυρίδες και σε ποια διάταξη πρέπει να λειτουργήσουν σε κάθε δεδομένη στιγμή σε μια τράπεζα ώστε οι χρόνοι αναμονής και εξυπηρέτησης των πελατών να είναι αποδεκτοί. Είναι προφανές ότι όσο αυξάνεται η δυνατότητα εξυπηρέτησης ( προσθέτοντας περισσότερα άτομα), ο χρόνος αναμονής ελαττώνεται με όφελος για την επιχείρηση (π.χ. ευχαριστημένοι πελάτες). Από την άλλη πλευρά όμως η αύξηση της δυνατότητας εξυπηρέτησης συνεπάγεται κάποιο κόστος για την επιχείρηση. Τα μοντέλα ουρών αναμονής επιτρέπουν την ανάλυση παρόμοιων καταστάσεων έτσι ώστε αφού ληφθεί υπ' όψη το κόστος εξυπηρέτησης και το κόστος αναμονής, να προσδιοριστεί ένα βέλτιστο επίπεδο εξυπηρέτησης.

Ουρές αναμονής θα μπορούσαμε να συναντήσουμε σε αρκετά σημεία και αρκετούς κλάδους όπως:

- αυτοκίνητα που περιμένουν να περάσουν διόδους
- αυτοκίνητα που περιμένουν σε πρατήριο υγρών καυσίμων
- ασθενείς στα έκτακτα ενός νοσοκομείου
- φοιτητές την ημέρα των εγγραφών
- στις τράπεζες, οι πελάτες που περιμένουν στα ταμεία
- φαντάρους που περιμένουν να τους σερβίρουν το φαγητό
- προγραμματισμός εργασιών σε μικρές και μεγάλες επιχειρήσεις
- τις υποθέσεις στο δικαστήριο που εκδικάζονται σε απόλυτη σειρά
- στο supermarket στο ταμείο που περιμένουμε να πληρώσουμε
- στις στάσεις λεωφορείων και ταξί όπου πηγαίνει με προτεραιότητα

Σχεδόν σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις για να βελτιώσουμε την κάθε μια κατάσταση και να ελαττώσουμε το χρόνο αναμονής, συνεπάγεται μεγάλο κόστος.

Οι τρόποι με τους οποίους εξυπηρετούνται οι πελάτες των ουρών αναμονής είναι:

- **FIFO (first in-first out):** είναι ο πιο επικρατέστερος τρόπος κατά τον οποίο, όποιος εισέρχεται πρώτος στην ουρά αναμονής, εξυπηρετείται και πρώτος
- **LIFO (last in-first out):** είναι ο πιο σπάνιος τρόπος και εμφανίζεται σε συγκεκριμένες περιπτώσεις, κατά τον οποίο όποιος εισέρχεται τελευταίος εξυπηρετείται πρώτος

- **τυχαία επιλογή**, όπου συνήθως η εξυπηρέτηση γίνεται με κλήρωση
- **ο πιο γρήγορος και πιο δυνατός εξυπηρετείται πρώτος**. Τον τρόπο αυτόν συνήθως τον συναντάμε κυρίως σε δημόσιες υπηρεσίες όπως ενώσεις, ΟΑΕΔ, ΚΕΠ κ.α. όπου δεν ισχύει το χαρτάκι προτεραιότητας.
- **βάση προτεραιότητας** όπου στον τρόπο αυτό επιλέγονται τα άτομα με την μεγαλύτερη προτεραιότητα να εξυπηρετηθούν πρώτα (άτομα με ειδικές ανάγκες, άτομα μεγάλης ηλικίας, κ.α.).

### 3.6.1 Σκοπός και χαρακτηριστικά των ουρών αναμονής

Σκοπός της μελέτης των προβλημάτων των ουρών αναμονής αλλά και γενικότερα της επιχειρησιακής έρευνας, είναι ο προσδιορισμός του βέλτιστου σημείου ισορροπίας ή της βέλτιστης λύσης του κάθε προβλήματος. Από τη μια έχουμε την βέλτιστη εξυπηρέτηση του πελάτη και να μειώσουμε όσο το δυνατό περισσότερο το χρόνο αναμονής στην ουρά αναμονής. Έτσι θα πετύχουμε την ικανοποίηση των πελατών αλλά το κόστος μας θα είναι πολύ μεγάλο. Από την άλλη έχουμε την περίπτωση του να έχουμε λιγότερες μονάδες εξυπηρέτησης, με αποτέλεσμα το σχηματισμό τεράστιων ουρών από δυσαρεστημένους πελάτες και το κόστος μας όχι και τόσο μειωμένο όσο θα περιμέναμε λόγω της δυσαρέσκειας, της επιλογής ανταγωνιστών, τις απώλειες σε φθορές μηχανημάτων και δαπανών.

Η ανάλυση της οικονομικής μεριάς των ουρών αναμονής αποσκοπεί στη βέλτιστη λειτουργία τους και ταυτόχρονα στην μείωση του συνολικού κόστους της λειτουργίας τους. Ο χρόνος αναμονής των πελατών σε μια ουρά αναμονής είναι αντίστοιχος με το κόστος που επιβαρύνεται ο κάθε πελάτης. Τόσο το κόστος από τη μεριά των πελατών όσο και το κόστος των ίδιων των επιχειρήσεων από τις δαπάνες της αναμονής σε μηχανήματα και εργαζομένους είναι εξίσου απώλεια κέρδους.

Στη μέθοδο αυτή μπορούμε να περιγράψουμε πολλά χαρακτηριστικά με την βοήθεια μαθηματικών μοντέλων για να λύσουμε προβλήματα ουρών αναμονής τα οποία δεν θα αναλύσουμε περαιτέρω στην παρούσα εργασία, όπως:

- μέσο χρόνο αναμονής πελατών
- μέσο αριθμό πελατών και μονάδων εξυπηρέτησης σε ένα σύστημα
- την περίπτωση όπου στο σύστημα μας δεν εξυπηρετείται κανείς
- την περίπτωση όπου το σύστημα μας να εξυπηρετεί κάποιον εκείνη την στιγμή
- την περίπτωση όπου στο σύστημα μας να εισέλθει πελάτης και να μην μπει σε ουρά αναμονής (να εξυπηρετηθεί απευθείας)



- την περίπτωση όπου στο σύστημα μας να μην υπάρχει άλλη θέση στην ουρά αναμονής για να περιμένει άλλος πελάτης

Η μέθοδος αυτή λοιπόν δεν χρησιμοποιείται μόνο για τον υπολογισμό του κόστους αναμονής ή εξυπηρέτησης, αλλά και στην σύγκριση διάφορων αποτελεσμάτων ή σεναρίων για την λήψη αποφάσεων και για την βέλτιστη εξυπηρέτηση των σκοπών μας.

### 3.6.2 Παράδειγμα Ουρών αναμονής

Στην περίπτωση μιας τράπεζας για παράδειγμα, στην οποία οι ουρές αναμονής είναι καθημερινό φαινόμενο, μια λύση που θα μπορούσαμε να αναφέρουμε είναι, ο διευθυντής να φτιάξει το εβδομαδιαίο ή μηνιαίο πρόγραμμα εργασίας της τράπεζας έτσι ώστε να βρει ποιές μέρες της εβδομάδας ή του μήνα σχηματίζονται οι μεγαλύτερες ουρές πελατών και για εκείνες μόνο τις μέρες να έχει σε λειτουργία περισσότερα ταμεία να εξυπηρετούν το κοινό ενώ τις υπόλοιπες ημέρες να πηγαίνει τους υπαλλήλους σε άλλα πόστα με μεγαλύτερη ανάγκη εργατικού προσωπικού, με στόχο πάντα την μείωση της χρόνου αναμονής στις ουρές αναμονής.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο θα μπορούσαμε να περιγράψουμε πως θα μπορούσε να μειωθεί ο μέσος χρόνος αναμονής ή ακόμα και να εξαλειφθούν οι ουρές αναμονής σε ένα supermarket, στα δίδια ενός αυτοκινητόδρομου ή σε ένα νοσοκομείο στα επείγοντα περιστατικά με τα ταμεία, τις διόδους και τους γιατρούς που εφημερεύουν αντίστοιχα.

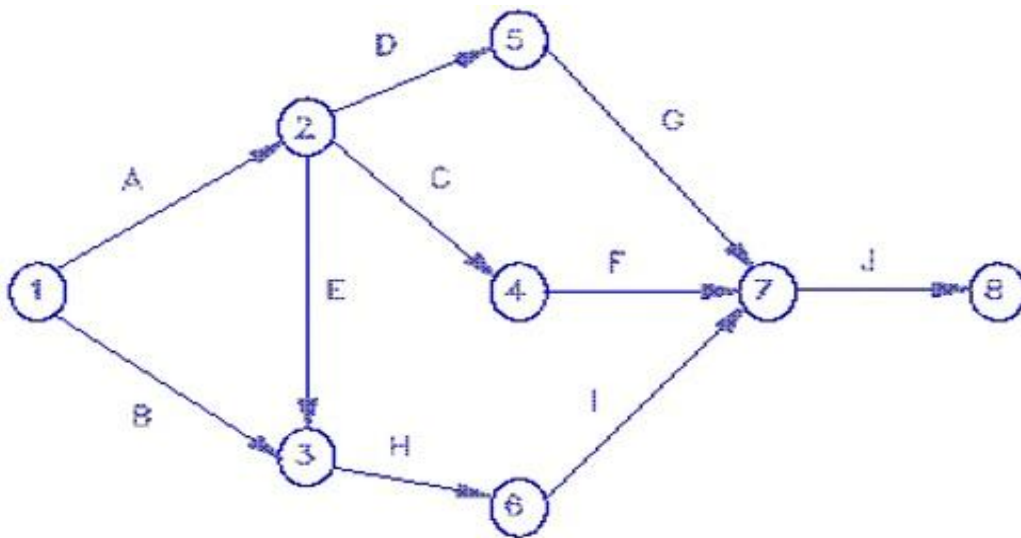
### 3.6.3 Πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα ουρών αναμονής

Πλεονεκτήματα που μπορούμε να αναφέρουμε στη θεωρία αυτή είναι ότι μπορούμε να λύσουμε από τα πιο εύκολα πράγματα, όπως τις ουρές στα supermarket και σε άλλες επιχειρήσεις που αναφέραμε παραπάνω, μέχρι στο να μελετήσουμε διάφορες εκδοχές ενός συστήματος και να πάρουμε σημαντικές αποφάσεις για την επιχείρησή μας. Ακόμα μπορεί να εφαρμοστεί σχεδόν σε όλους τους τομείς και τις επιστήμες και να λύσουμε τα προβλήματα τους και με διάφορες τεχνικές και μαθηματικές μεθόδους να ελαχιστοποιήσουμε τον χρόνο αναμονής χωρίς να αυξήσουμε το κόστος εξυπηρέτησης.

Μειονεκτήματα της θεωρίας των ουρών αναμονής μπορούμε να πούμε το βασικότερο, πως για να μειώσουμε το χρόνο αναμονής των πελατών σε μια ουρά αναμονής, τις περισσότερες φορές συνεπάγεται και αύξηση του κόστους για την υπηρεσία ή το κατάστημα. Οι γνώσεις που θα πρέπει να έχει κάποιος για να βρει τα χαρακτηριστικά μιας ουράς αναμονής με μαθηματικά μοντέλα, είναι επίσης ένα μειονέκτημα της μεθόδου αυτής.

### 3.7 ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΚΤΥΩΝ

Η θεωρία δικτύων είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται από πολλές επιστήμες δίνοντας λύσεις σε διάφορα προβλήματα. Στην επιχειρησιακή έρευνα χρησιμοποιείται για να λαμβάνονται αποφάσεις που μεγιστοποιούν το κέρδος και ελαχιστοποιούν το κόστος της κάθε επιχείρησης. Η θεωρία δικτύων απευθύνεται σε προβλήματα που μπορούν να αναπαρασταθούν με δίκτυα, με μορφή διαγράμματος το οποίο αποτελείται από τους **κόμβους**, που είναι τα σταθερά σημεία και **τις ακμές**, που είναι οι διαδρομές που συνδέουν τους κόμβους μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Εικόνα 8. Διαγραμμα Δικτύου

Πηγή εικόνας: Κατερίνα Αδάμ

Το διάγραμμα μοιάζει με ένα χάρτη στον οποίο οι ακμές ενδεχομένως παριστάνουν πόλεις και οι γραμμές δρόμους με τους οποίους συνδέονται. Το σχήμα είναι μία αναπαράσταση, ένα μοντέλο δηλαδή ενός πραγματικού δικτύου και επομένως δεν θα πρέπει να αναμένετε πάντα ακριβή απεικόνιση των στοιχείων που αποτελούν το πραγματικό σύστημα σε κλίμακα. Κάθε κόμβος συμβολίζεται με έναν αριθμό ή γράμμα ή λέξη. Οι αριθμοί αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το συμβολισμό των ακμών. Κάθε ακμή που συνδέει δύο κόμβους συνοδεύεται από ένα αριθμό, ο οποίος μπορεί να παριστάνει το μήκος της διαδρομής της ακμής αυτής, το χρόνο που απαιτείται για τη διαδρομή, το κόστος της ακμής, τον παράγοντα του κινδύνου ή κάποια άλλη ποσότητα, η οποία προκύπτει όταν πραγματοποιηθεί η διαδρομή από τον ένα κόμβο στον άλλο. Οι ακμές του παραπάνω δικτύου ονομάζονται **μη προσανατολισμένες**, επειδή επιτρέπεται η ροή και προς τα δύο άκρα τους. Στις περιπτώσεις που απαγορεύεται η ροή προς κάποια κατεύθυνση, χρησιμοποιούνται προσανατολισμένες ακμές, στις οποίες επιτρέπεται η ροή μόνο προς μία κατεύθυνση και αυτό διακρίνεται φαίνεται με τη χρήση βελών προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση. Μία ακολουθία

συνεχόμενων ακμών ορίζει ένα **μονοπάτι**. Ένα μονοπάτι μπορεί να αποτελεί ένα **κύκλο**, όταν μπορεί να κανείξεπιστρέψει στον κόμβο από τον οποίο έγινε η εκκίνηση χωρίς να περάσει από την ίδια ακμή. Όταν υπάρχει τουλάχιστον ένα μονοπάτι που μπορεί να συνδέσει κάθε δυάδα κόμβων ενός δικτύου τότε το δίκτυο ονομάζεται **συνεκτικό (connected) δίκτυο**. Όταν το δίκτυο δεν περιέχει κύκλους, τότε είναι **ένα δέντρο (tree)**. Ένα δέντρο που συνδέει όλους τους κόμβους ενός δικτύου ονομάζεται **ζευγνύον δέντρο**. Στον επόμενο πίνακα βλέπετε μερικά αντιπροσωπευτικά συστήματα, τα οποία θα μπορούσαν να παρασταθούν με τη μορφή δικτύων.

| ΣΥΣΤΗΜΑ                       | ΚΟΜΒΟΙ  | ΑΚΜΕΣ  | ΤΙΜΗ ΣΤΙΣ ΑΚΜΕΣ                                   | ΡΟΗ                                |
|-------------------------------|---|--|---|------------------------------------|
| Συγκοινωνιακό δίκτυο          | Πόλεις, Διασταυρώσεις Στάθμοι επιβατών, Στάσεις | Δρόμοι, Αεροδιάδρομοι, Γραμμές τριαντον, κλπ | Απόσταση, Χρόνος ταξιδιού, Κόστος                 | Οχήματα, Μέσα μεταφοράς            |
| Γραμμή παραγωγής              | Σταθμοί επεξεργασίας                            | Ταινίες μεταφοράς                            | Χρόνος/κόστος μεταφοράς                           | Ημικατεργασμένα προϊόντα, Εργασίες |
| Δίκτυο υπολογιστών            | Υπολογιστές, Εκτυπωτές, Άλλοι πόροι             | Καλώδια, Συνδέσεις ασύρματης επικοινωνίας    | Μήκος καλωδίου, Υπόψη σύνδεσης (ασύρματη), Κόστος | <b>Δ ε δ ο μ έ ν α</b>             |
| Δίκτυο υδροδότησης ή άρδευσης | Σημεία κατανάλωσης νερού, Αντλιοστάσια          | <b>Σ ω λ η ν ώ σ ε ι ς</b>                   | Μήκος, Κόστος                                     | <b>Ν ε ρ ό</b>                     |

Με τη θεωρία δικτύων μπορούμε να λύσουμε προβλήματα που αφορούν διάφορες διαδικασίες οι οποίες έχουν κάποιο κόστος και κάποια διάρκεια. Προσπαθεί να καθορίσει την επικοινωνία των κόμβων μεταξύ τους, ακολουθώντας τις ακμές με το μικρότερο κόστος, αυξάνοντας έτσι το κέρδος της επιχείρησης. Η θεωρία δικτύων περιλαμβάνει μεθόδους τις οποίες χρησιμοποιεί ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζει κάθε φορά και οι μέθοδοι αυτές είναι:

- η μέθοδος της σύντομης διαδρομής και
- η μέθοδος της μέγιστης ροής

και πρόκειται για αλγόριθμους οι οποίοι λύνονται με τη χρήση H/Y.

Για τους παραπάνω λόγους η ανάλυση δικτύων είναι κυριότερη τεχνική που χρησιμοποιείται για τον προγραμματισμό έργων. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται σ' όλες τις φάσεις διοίκησης ενός έργου (project management). Το διάγραμμα ενός δικτύου παρουσιάζει την αλληλοσυσχέτιση μεταξύ των εργασιών και έτσι καθιστά εμφανής την αλληλουχία των εργασιών όπως επίσης και ποιες εργασίες μπορούν να πραγματοποιηθούν παράλληλα με άλλες, όπως και ποιες είναι «κρίσιμες» προκειμένου το έργο να ολοκληρωθεί στα χρονικά πλαίσια που έχουν ορισθεί.

Η ανάλυση δικτύων εφαρμόζεται με μεγάλη επιτυχία στην κατασκευαστική βιομηχανία (πλοία, κτίρια, εργοστάσια) αλλά κυρίως σε πολύπλοκα έργα όπως προγραμματισμός marketing, ανασχεδιασμός μιας δραστηριότητας, είσοδος μιας επιχείρησης σε ξένη αγορά κ.α.. Γενικότερα εξυπηρετεί στην επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος. Λόγω

της πολυπλοκότητας των δραστηριοτήτων που έχουν τα περισσότερα έργα για την σωστή ολοκλήρωση τους υποστηρίζονται από την χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

### 3.7.1 Προβλήματα που βρίσκουν λύση στη Θεωρία Δικτύων

- **Το πρόβλημα της σύντομης διαδρομής**, έχει ως στόχο να εντοπίσει και να επιλέξει τη διαδρομή εκείνη με το μικρότερο μήκος ακμών από ένα αρχικό κόμβο μέχρι τον κόμβο που έχουμε επιλέξει ως τελικό προορισμό. Εξετάζει μία μία την κάθε ακμή και την επεξεργάζεται μέχρι να μην μπορεί να βελτιωθεί άλλο και προχωράει στην επόμενη και ούτω καθεξής, μέχρι τον τελικό κόμβο. Το πρόβλημα της σύντομης διαδρομής θεωρείται από τα πιο σημαντικά στη Θεωρία δικτύων. Χρησιμοποιείται για να λύσουμε προβλήματα που αφορούν χιλιομετρικές αποστάσεις, τον ελάχιστο χρόνο που μπορούμε να διανύσουμε μια ακμή στο δίκτυο που εξετάζουμε και το πόσο θα κοστίσει αυτή η διαδρομή. Για παράδειγμα, μια επιχείρηση η οποία θέλει να μεταφέρει α' ύλες από τις αποθήκες της για την παραγωγή προϊόντων, θα πρέπει να υπολογίσει αρχικά και να επιλέξει την πιο κοντινή διαδρομή για να τις μεταφέρει και γρήγορα αλλά και οικονομικά στον τόπο παραγωγής.

Στόχος του προβλήματος συντομότερης διαδρομής είναι να εντοπιστεί η συντομότερη διαδρομή, δηλαδή εκείνη με το μικρότερο συνολικό μήκος ακμών (ή κόστος, χρονική διάρκεια, κίνδυνο κλπ), από μία αφετηρία προς ένα κόμβο τερματισμού (προορισμό). Η τεχνική της συντομότερης διαδρομής στηρίζεται στο γεγονός ότι σε κάθε βήμα μπορεί να βρεθεί ένας τουλάχιστον κόμβος, για τον οποίο η διαδρομή από την αφετηρία μέχρι αυτόν δεν μπορεί να βελτιωθεί περαιτέρω. Τότε, ο κόμβος αυτός ονομάζεται **μόνιμος ή λυμένος**. Στη συνέχεια, εξετάζεται αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο κόμβος αυτός ως ενδιάμεσος, βελτιώνοντας προσωρινές διαδρομές που έχουν βρεθεί για τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου συμπεριλαμβανομένου και του προορισμού. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να γίνει μόνιμος ο προορισμός ή, αν θέλουμε να βρούμε τη συντομότερη διαδρομή προς κάθε άλλο κόμβο από την αφετηρία, τότε ο αλγόριθμος τερματίζει όταν όλοι οι κόμβοι γίνουν μόνιμοι.

#### Μέθοδος εντοπισμού συντομότερης διαδρομής

1. Ξεκινάμε από την αφετηρία. Δεν υπάρχει συντομότερη διαδρομή από την αφετηρία στον εαυτό της, οπότε ο πρώτος κόμβος γίνεται μόνιμος.
2. Εντοπίζουμε όλους τους κόμβους που συνδέονται άμεσα με την αφετηρία. Σημειώνουμε το μήκος των διαδρομών από την αφετηρία προς τους κόμβους αυτούς. Επιλέγουμε έναν άμεσα συνδεδεμένο κόμβο, τον πλησιέστερο στην αφετηρία. Ο κόμβος αυτός ονομάζεται μόνιμος και μπαίνει σ' ένα σύνολο μόνιμων κόμβων μαζί με την αφετηρία.

3. Εντοπίζουμε όλους τους κόμβους που συνδέονται άμεσα με τουλάχιστον ένα από τους κόμβους του συνόλου των μόνιμων κόμβων. Σημειώνουμε το μήκος των διαδρομών από την αφετηρία προς τους κόμβους αυτούς.
  4. Από τους παραπάνω κόμβους επιλέγεται εκείνος με τη συντομότερη διαδρομή και εισέρχεται στο σύνολο των μόνιμων κόμβων. Η διαδρομή από την αφετηρία προς αυτόν δεν επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση. Αν υπάρχει ισοβάθμιση επιλέγουμε αυθαίρετα έναν από τους ισοβαθμούντες.
  5. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 και 4 μέχρι να γίνει μόνιμος ο προορισμός ή μέχρι να καταστούν όλοι οι κόμβοι μόνιμοι.
- ***Το πρόβλημα του ελάχιστου ζευγνύοντος δέντρου***, απαρτίζεται από ένα δίκτυο ως ένα σύνολο κόμβων που πρέπει να επικοινωνούν όλοι μεταξύ τους. Εδώ η απαίτηση είναι ότι όλοι οι κόμβοι πρέπει να επικοινωνούν άμεσα ή έμμεσα μεταξύ τους, δηλαδή να συνδέονται μέσω ενός συνόλου ακμών, των οποίων το συνολικό κόστος (απόσταση, χρονική διάρκεια, κλπ) να είναι το ελάχιστο δυνατό.

*Μέθοδος εντοπισμού του ελάχιστου ζευγνύοντος δέντρου*

1. Επιλέγουμε ένα οποιοδήποτε κόμβο του δικτύου για να ξεκινήσουμε. Ο κόμβος αυτός εισέρχεται πρώτος στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων.
2. Συνδέουμε τον προηγούμενο κόμβο με αυτόν που βρίσκεται πιο κοντά του από τους άμεσα συνδεδεμένους. Ο εν λόγω κόμβος εισέρχεται στο σύνολο των συνδεδεμένων.
3. Εντοπίζουμε τον κόμβο που είναι πιο κοντά σε κάποιον από τους συνδεδεμένους κόμβους και τον συνδέουμε και αυτόν. Σε περίπτωση ισοβάθμισης επιλέγουμε ένα από τους ισοβαθμούντες κόμβους. Τότε, πιθανώς υπάρχει εναλλακτική λύση.
4. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 3 μέχρι να συνδεθούν όλοι οι κόμβοι.

Το δίκτυο που θα προκύψει αν διατηρηθούν ενεργές μόνο οι ακμές που χρησιμοποιήθηκαν από την παραπάνω διαδικασία, είναι ένα δέντρο και το πλήθος των ακμών του είναι όσο το πλήθος των κόμβων του δικτύου μείον 1. Προφανώς σε ένα δίκτυο μπορούμε να βρεθούν πολλά υποδίκτυα που να είναι δέντρα, δηλαδή να μην περιέχουν κύκλους και να έχουν ακμές όσο το πλήθος των κόμβων μείον 1. Το ελάχιστο ζευγνύον δέντρο όμως, είναι εκείνο που κατασκευάζεται με την παραπάνω περιγραφείσα διαδικασία και συνδέει όλους τους κόμβους άμεσα ή έμμεσα με ελάχιστο συνολικό κόστος ακμών.

- **Το πρόβλημα της ελάχιστης κάλυψης** είναι η μέθοδος με την οποία προσπαθούμε να συνδέσουμε όλους τους κόμβους του δικτύου επιλέγοντας τις πιο σύντομες και τις πιο οικονομικές ακμές του. Για παράδειγμα, όταν εταιρίες εγκατάστασης δικτύων ύδρευσης ή αποχέτευσης πρέπει να υπολογίσουν την ελάχιστη διαδρομή εκσκαφής και σωληνώσεων σε μήκος που θα τοποθετήσουν. Το ίδιο ισχύει και σε περιπτώσεις δικτύων Η/Υ σε επιχειρήσεις, σε τηλεπικοινωνιακά και σε οδικά δίκτυα.
- **Το πρόβλημα της μέγιστης ροής**, η οποία χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να πετύχουμε την ταχύτερη και την μεγαλύτερη (σε όγκο) μεταφορά από ένα κόμβο σε ένα άλλο. Για παράδειγμα, όταν μια επιχείρηση θέλει να μεταφέρει τα προϊόντα που παράγει από το εργοστάσιο παραγωγής στα καταστήματα της. Η επιχείρηση θα πρέπει να συνδυάσει τα μεταφορικά μέσα που διαθέτει και τους δρόμους που μπορεί να ακολουθήσει και να μεταφέρει όσο το δυνατό μεγαλύτερη ποσότητα προϊόντων το συντομότερο δυνατό.

#### Η μέθοδος εντοπισμού της μέγιστης ροής

Παραθέτουμε συνοπτικά τα βήματα του αλγορίθμου, ο οποίος χρησιμοποιείται για να εντοπίσει εκείνες τις ακμές που πρέπει να χρησιμοποιηθούν, ώστε να μεγιστοποιείται η ροή από μία πηγή σε ένα δέκτη.

1. Επιλέγουμε ένα μονοπάτι από την πηγή προς το δέκτη με θετική (μη μηδενική) δυναμικότητα ροής.
2. Αναπροσαρμόζουμε τις δυναμικότητες ροής των ακμών του μονοπατιού, αφαιρώντας τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του δέκτη.
3. Αναπροσαρμόζουμε τις δυναμικότητες ροής των ακμών του μονοπατιού, προσθέτοντας τη δυναμικότητα ροής του σε όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της πηγής.
4. Ελέγχουμε αν υπάρχει μονοπάτι με θετική δυναμικότητα ροής προς το δέκτη. Αν ναι, επαναλαμβάνουμε από το βήμα 1, διαφορετικά έχουμε εντοπίσει την άριστη λύση.

### 3.7.2 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα θεωρίας δικτύων

Πλεονεκτήματα που μπορούμε να αναφέρουμε είναι ότι με θεωρία δικτύων μπορούμε να λύσουμε όλα τα προβλήματα που μπορούν να αναπαρασταθούν με μορφή δικτύων. Είναι μια

μέθοδος που βοηθάει στη λήψη αποφάσεων, που αφορούν την επιχειρηματική δραστηριότητα, με μεγάλη ακρίβεια, πολύ μεγάλη ταχύτητα λόγω του ότι χρησιμοποιεί Η/Υ για την εφαρμογή της και μπορεί να μειώσει πάρα πολύ τις δαπάνες των επιχειρήσεων σε ότι αφορά αποστάσεις που θέλει να διανύσει και όγκο που θέλει να μεταφέρει.

Η ανάλυση δικτύων προγραμματίζει τις εργασίες και ελέγχει την πρόοδο τους, με αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται ο σχεδιασμός του έργου, των επιμέρους εργασιών, οι συνεργασίες με τους προμηθευτές καθώς πραγματοποιείται ταυτόχρονα και έλεγχος για την σωστή διεξαγωγή του έργου. Επίσης, υποχρεώνει την διοίκηση να κάνει προσεκτικό σχεδιασμό διότι το σχέδιο πρέπει να είναι έτοιμο πριν καν ξεκινήσουν οι εργασίες πράγμα που κάνει σαφές το γεγονός ότι το έργο έχει μελετηθεί και σχεδιαστεί με κάθε λεπτομέρεια. Μέσα από τον προκαταρκτικό σχεδιασμό του έργου επιτυγχάνεται το καλύτερο ταίριασμα μεταξύ των πόρων που απαιτούνται συνολικά καθώς και ποιοι είναι διαθέσιμοι για κάθε δραστηριότητα. Δημιουργώντας ένα νέο ή ανασκευάζοντας ένα παλιό έργο λογικό είναι να προκύψουν κάποια προβλήματα καθ' όλη την διάρκεια του. Τέτοια μπορεί να είναι κάποια απεργία, κάποιο συνεργείο να μην πάει στην ώρα του, να μην παραδοθούν εγκαίρως κάποια υλικά, να προκληθούν άσχημες καιρικές συνθήκες κ.α.. όταν όμως ο σχεδιασμός του έργου έχει γίνει με την βοήθεια κάποιου δικτύου η ανάκαμψη και ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων γίνεται πιο εύκολη. Επομένως, για την καλύτερη παρακολούθηση και πραγματοποίηση του έργου εντός των χρονικών ορίων παρά τα προβλήματα που μπορούν να δημιουργηθούν η ανάλυση δικτύων είναι εκείνη που θα δώσει γρηγορότερα και άμεσα κάποια λύση για να κυλίσουν όλα όπως πραγματικά πρέπει.

Μειονεκτήματα της θεωρίας δικτύων όπως και όλων των αλγοριθμικών μεθόδων που χρησιμοποιούμε σήμερα, είναι το κόστος αγοράς και εγκατάστασης των Η/Υ και του λογισμικού που χρησιμοποιούνται για την εφαρμογή της στα προβλήματα που καλείται να αντιμετωπίσει. Ένα ακόμα που μπορούμε να αναφέρουμε ως μειονέκτημα είναι ότι η εφαρμογή της θεωρίας δικτύων απευθύνεται σε συγκεκριμένα προβλήματα.

### **3.7.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΩΝ**

Οι δύο πιο διαδεδομένες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση δικτύων είναι η PERT (Project Evaluation and Review Technique ή Τεχνική Αξιολόγησης και Παρακολούθησης Έργου) και η CPM (Critical Path Method ή Μέθοδος Κρισίμου Διαδρομής) τις οποίες θα αναλύσουμε εκτενέστερα στα επόμενα κεφάλαια.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΜΕΘΟΔΩΝ PERT/CPM<sup>7</sup>

Η τεχνική παρακολούθησης και αξιολόγησης έργου PERT (Project Evaluation and Review Technique) είναι ένα στατικό εργαλείο που χρησιμοποιείται στην διαχείριση έργου. Είναι μία μέθοδος για την ανάλυση εργασιών που εμπλέκονται στην ολοκλήρωση ενός συγκεκριμένου σχεδίου, ιδιαίτερα στον χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση κάθε αποστολής και στον προσδιορισμό του ελαχίστου χρόνου που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί το έργο.

Η PERT αναπτύχθηκε κατά κύριο λόγο για να υλοποιήσει τον σχεδιασμό και τον προγραμματισμό των μεγάλων και σύνθετων έργων. Αναπτύχθηκε για το Αμερικανικό

---

<sup>7</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Program\\_Evaluation\\_and\\_Review\\_Technique](http://en.wikipedia.org/wiki/Program_Evaluation_and_Review_Technique) “Program Evaluation and Review Technique/ History, from Wikipedia, the free Encyclopedia”



Ναυτικό Γραφείο Ειδικών Έργων για την υποστήριξη πυραύλων Polaris, που εντάσσονται στο Πυρηνικό Πρόγραμμα του Ναυτικού των ΗΠΑ. Ήταν σε θέση να μειώσει την αβεβαιότητα στην μη πραγματοποίηση του έργου παρόλου που δεν ήταν σαφές οι λεπτομέρειες και η διάρκεια όλων των δραστηριοτήτων.

Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται περισσότερο σε έργα όπου ο χρόνος, παρά το κόστος είναι ο βασικός παράγοντας. Εφαρμόζεται κυρίως σε έργα με μεγάλη κλίμακα, one time, πολύπλοκα, έργα με μη συνηθισμένες υποδομές και σχέδια έρευνας και ανάπτυξης. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι αυτό των χειμερινών Ολυμπιακών αγώνων στο Grenoble του 1968 όπου ξεκίνησε η εφαρμογή της μεθόδου PERT το 1965 μέχρι την έναρξη των Ολυμπιακών αγώνων .

Αυτό το μοντέλο τεχνικής ήταν το πρώτο στο είδος του και χαρακτηρίστηκε ως η αναγέννηση της επιστημονικής διαχείρισης που ιδρύθηκε από τον Frederick Taylor και αργότερα τελειοποιήθηκε από τον Henry Ford.

Την ίδια περίπου περίοδο η μεγάλη εταιρεία χημικών προϊόντων στις ΗΠΑ DuPont, ανέπτυξε την τεχνική CPM (Critical Path Method) για την παρακολούθηση της κατασκευής των νέων εργοστασίων της. Σκοπός και των δύο αυτών τεχνικών (PERT, CPM) είναι η ανάπτυξη ενός λεπτομερούς χρονοδιαγράμματος που θα παρέχει τον ακριβή χρόνο έναρξης και περάτωσης κάθε δραστηριότητας του υπό παρακολούθηση έργου, εντοπίζοντας ταυτόχρονα εκείνες τις δραστηριότητες οι οποίες είναι κρίσιμες για την έγκαιρη ολοκλήρωση του έργου. Η μέθοδος PERT δίνει μεγαλύτερη έμφαση στο γεγονός ότι ο χρόνος εκτέλεσης κάθε εργασίας είναι δυνατόν να παρουσιάσει τυχαίες διακυμάνσεις και αξιοποιώντας βασικές αρχές της στατιστικής προσδιορίζει τις πιθανότητες για την ολοκλήρωση του έργου σε συγκεκριμένες ημερομηνίες. Η μέθοδος CPM δίνει μεγαλύτερη έμφαση στον έλεγχο του χρόνου εκτέλεσης και του κόστους εκτέλεσης των δυνατοτήτων του έργου.

## 4.2 ΟΡΙΣΜΟΣ PERT/CPM

Το αρχικό στάδιο ανάλυσης της μεθόδου PERT είναι η κατανόηση των βασικών της όρων.

- **Γεγονός PERT (PERT Event):** ένα σημείο που σηματοδοτεί την έναρξη ή την ολοκλήρωση μίας ή περισσότερων δραστηριοτήτων. Δεν καταναλώνει καθόλου χρόνο και δεν χρησιμοποιεί πόρους. Όταν αυτό το σημείο σηματοδοτεί την ολοκλήρωση μίας ή περισσότερων εργασιών, δεν μπορεί να επιτευχθεί έως ότου όλες οι δραστηριότητες που οδηγούν σε αυτό το γεγονός έχουν ολοκληρωθεί.
- **Προηγθέν γεγονός (Predecessor Event):** ένα γεγονός που αμέσως προηγείται από κάποια άλλα γεγονότα χωρίς άλλα γεγονότα να μεσολαβήσουν. Ένα γεγονός μπορεί να έχει πολλαπλά προηγθέντα γεγονότα και μπορεί να είναι ο πρόδρομος των πολλαπλών γεγονότων.

- **Διαδοχικό γεγονός (Successor Event):** ένα γεγονός που ακολουθεί αμέσως μετά από κάποιο άλλο γεγονός χωρίς άλλα γεγονότα να μεσολαβήσουν. Ένα γεγονός μπορεί να έχει πολλαπλά διαδοχικά γεγονότα και μπορεί να είναι ο διάδοχος πολλαπλών γεγονότων.
- **Δραστηριότητα PERT (PERT Activity):** η πραγματική εκπλήρωση μίας διεργασίας που καταναλώνει χρόνο και απαιτεί πόρους (όπως εργασία, υλικά, χώρο, μηχανήματα). Μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιπροσωπεύει το χρόνο, την προσπάθεια, και τους πόρους που απαιτούνται για να μετακινηθούμε από το ένα γεγονός στο άλλο. Μια δραστηριότητα PERT δεν μπορεί να εκτελεστεί μέχρις ότου να συμβεί το προηγούμενο γεγονός.
- **Αισιόδοξος χρόνος (Optimistic Time , O):** εκφράζει τις πιο αισιόδοξες προβλέψεις, δηλαδή αποτελεί το ελάχιστο δυνατό χρονικό διάστημα που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μια εργασία, με την προϋπόθεση πάντα ότι προχωρά καλύτερα από το αναμενόμενο.
- **Απαισιόδοξος χρόνος (Pessimistic Time, P):** εκφράζει τις πιο απαισιόδοξες προβλέψεις, δηλαδή το μέγιστο δυνατό χρονικό διάστημα που απαιτείται για να εκτελεστεί ένα έργο, υποθέτοντας ότι όλα πάνε στραβά (εξαιρουμένων των μεγάλων καταστροφών).
- **Ο πιο πιθανός χρόνος (Most Likely Time, M):** εκφράζει αυτό που συνήθως συμβαίνει (το στατιστικά πιο πιθανό), δηλαδή την καλύτερη εκτίμηση του χρόνου που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μια εργασία, με την προϋπόθεση ότι πάντα προχωράει κανονικά.
- **Αναμενόμενος χρόνος (Expected Time, T<sub>E</sub>) :** εκφράζει την καλύτερη εκτίμηση του απαραίτητου μέσου χρόνου για να ολοκληρωθεί μια εργασία, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι οι εργασίες δεν προχωράνε πάντα κανονικά, με συνέπεια ο προβλεπόμενος χρόνος να είναι ο μέσος χρόνος που η εργασία απαιτεί, (εάν η εργασία επαναλήφθηκε σε πολλές περιπτώσεις πάνω από ένα μεγάλο χρονικό διάστημα).

Ισχύει ότι :  $T_E = \frac{O+4M+P}{6}$

6

- **Διακύμανση ή Διασπορά χρόνου (Time Variance ) :** βοηθάει στη μέτρηση του βαθμού αβεβαιότητας. Αποτελεί περιγραφικό μέτρο της αβεβαιότητας που συνδέεται με την κατανομή του χρόνου της δραστηριότητας.

Ισχύει ότι :  $\sigma^2 = \frac{P-O^2}{6}$  ( )

Η διακύμανση του χρόνου όλου του έργου  $\sigma^2_{ολ}$  ισούται με το άθροισμα των διακυμάνσεων της κρίσιμης διαδρομής του. Αν υπάρχουν περισσότερες από μία κρίσιμες διαδρομές χρησιμοποιείται εκείνη που έχει τη μεγαλύτερη διακύμανση.

- **Χαλαρότητα (Float or Slack)** : είναι το μέτρο του επιπλέον χρόνου και πόρων που είναι διαθέσιμοι για να ολοκληρωθεί μια εργασία. Πρόκειται για το χρονικό διάστημα που μια εργασία του έργου μπορεί να καθυστερήσει χωρίς να προκαλέσει καθυστέρηση σε όλες τις μετέπειτα εργασίες (free float) ή το σύνολο του έργου (total float). Όταν η χαλαρότητα έχει θετικό βαθμό δείχνει ολοκλήρωση νωρίτερα του χρονοδιαγράμματος, ενώ όταν η χαλαρότητα έχει αρνητικό βαθμό δείχνει ολοκλήρωση περὶν του καθορισμένου χρονοδιαγράμματος. Όταν η χαλαρότητα είναι ίση με το μηδέν δείχνει την έγκαιρη ολοκλήρωση σύμφωνα με το χρονοδιάγραμμα.
- **Κρίσιμη διαδρομή (Critical Path)**: η μεγαλύτερη δυνατή συνεχής διαδρομή που λαμβάνεται από το αρχικό γεγονός μέχρι το τελικό. Καθορίζει το συνολικό ημερολογιακό χρόνο που απαιτείται για το έργο, και ως εκ τούτου, τυχόν καθυστερήσεις κατά μήκος της κρίσιμης διαδρομής θα καθυστερήσουν την επίτευξη του τελικού γεγονότος, τουλάχιστον στο ίδιο ποσό χρόνου. • **Κρίσιμη δραστηριότητα (Critical Activity)**: Μια δραστηριότητα που έχει συνολικό περιθώριο χρόνου ίσο με μηδέν. Μια δραστηριότητα με μηδενικό περιθώριο χρόνου δεν είναι απαραίτητο να βρίσκεται πάνω στην κρίσιμη διαδρομή αφού η πορεία της μπορεί να μην είναι η μεγαλύτερη.
- **Χρόνος οδήγησης γεγονότος (Lead Time)**: ο χρόνος κατά τον οποίο ένα προηγούμενο γεγονός πρέπει να ολοκληρωθεί προκειμένου να υπάρξει επαρκής χρόνος για τις δραστηριότητες που πρέπει να τελειώσουν πριν από την ολοκλήρωση ενός συγκεκριμένου γεγονότος PERT.
- **Χρονική καθυστέρηση (Lag Time)**: ο ενωρίτερος χρόνος κατά τον οποίο ένα διαδοχικό γεγονός μπορεί να ακολουθήσει ένα συγκεκριμένο γεγονός PERT. •
- **Γρήγορος εντοπισμός (Fast Tracking)**: πραγματοποιώντας περισσότερες κρίσιμες δραστηριότητες, παράλληλα.
- **Συντρίβοντας την κρίσιμη διαδρομή (Crashing Critical Path)**: Μείωση της διάρκειας των κρίσιμων δραστηριοτήτων.

Η μέθοδος κρίσιμης διαδρομής CPM είναι ένας αλγόριθμος για τον προγραμματισμό μιας σειράς δραστηριοτήτων του σχεδίου. Είναι ένα σημαντικό εργαλείο για την αποτελεσματική διαχείριση του έργου. Η βασική τεχνική για τη χρήση CPM είναι να κατασκευάσει ένα μοντέλο του έργου που θα περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

- Μια λίστα όλων των δραστηριοτήτων που απαιτούνται για την ολοκλήρωση του έργου.
- Ο χρόνος (διάρκεια) που θα χρειαστεί για να ολοκληρωθεί κάθε δραστηριότητα.
- Οι εξαρτήσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων.

Χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές CPM υπολογίζει τη μεγαλύτερη πορεία των προγραμματισμένων δραστηριοτήτων μέχρι το τέλος του έργου, και τότε μπορεί να ξεκινήσει και να τελειώσει η πρώτη και τελευταία δραστηριότητα χωρίς να επιμηκύνει το έργο. Προκειμένου να επιλύσουμε ένα δίκτυο με τη μέθοδο της Κρίσιμης Διαδρομής, θα πρέπει πρώτα να κατανοήσουμε τα χρονικά στοιχεία που αφορούν κάθε δραστηριότητα, ξεκινώντας με τους Ενωρίτερους χρόνους, τους Βραδύτερους Χρόνους και τα Περιθώρια Χρόνου τα οποία μας δείχνουν πότε μία δραστηριότητα είναι κρίσιμη.

- ***Ενωρίτεροι χρόνοι: i.***

§ *Ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης (Start Earliest Time, ES)* μιας δραστηριότητας δηλώνει ποιά είναι η συντομότερη χρονική στιγμή που μπορεί να ξεκινήσει η δραστηριότητα, με τους υπάρχοντες περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην πρώτη χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και την συντομότερη χρονική στιγμή έναρξης του έργου.

§ *Ο ενωρίτερος χρόνος τέλους (Finish Earliest Time, EF)* μιας δραστηριότητας δηλώνει ποιά είναι η συντομότερη χρονική στιγμή, που μπορεί να τελειώσει η δραστηριότητα, με τους υπάρχοντες περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην τελευταία χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη συντομότερη χρονική στιγμή λήξης του έργου.

- ***Βραδύτεροι Χρόνοι i.***

§ *Ο βραδύτερος χρόνος έναρξης (Start Latest Time, LS)* μιας δραστηριότητας δηλώνει ποιά είναι η βραδύτερη χρονική στιγμή, που μπορεί να ξεκινήσει η δραστηριότητα, με σεβασμό των υπάρχοντων περιορισμών. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην πρώτη χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη βραδύτερη χρονική στιγμή έναρξης του έργου.

§ *Ο βραδύτερος χρόνος τέλους (Finish Latest Time, LF)* μιας δραστηριότητας δηλώνει ποιά είναι η βραδύτερη χρονική στιγμή που μπορεί να τελειώσει η δραστηριότητα, με σεβασμό των υπάρχοντων περιορισμών. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην τελευταία χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη βραδύτερη χρονική στιγμή λήξης του έργου.

- ***Περιθώρια Χρονου I.***

§ Το Συνολικό περιθώριο χρόνου (Total Float) δηλώνει το μεγαλύτερο δυνατό χρονικό διάστημα, κατά το οποίο μπορεί να υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της μία δραστηριότητα, χωρίς να μεγαλώσει η συνολική διάρκεια του έργου. Όταν το συνολικό περιθώριο χρόνου μηδενίζεται, η δραστηριότητα καλείται *Κρίσιμη* (Critical).

Εφόσον σε ένα δίκτυο ο ενωρίτερος χρόνος τέλους του έργου συμπίπτει με το βραδύτερο χρόνο τέλους του έργου, τότε θα υπάρχει μια τουλάχιστον κρίσιμη διαδρομή ( $EXT=BXT$ ), επομένως το δίκτυο ικανοποιεί οριακά τον επιβαλλόμενο τακτό χρόνο του έργου.

Η δημιουργία ενός δικτύου είναι αποτέλεσμα της πίεσης δυο διαφορετικών αναγκών. Το ερώτημα πόσο μπορεί να διαρκέσει ένα έργο δημιουργείται όταν ο βραδύτερος χρόνος τέλους τίθεται ίσος με τον ενωρίτερο χρόνο τέλους του έργου. Αυτό δείχνει και την ανάγκη να προβλεφθεί η διάρκεια ενός έργου χωρίς την ύπαρξη τακτού χρόνου ή καταληκτικής ημερομηνίας του έργου. Την ανάγκη να προσαρμοστεί το δίκτυο σε τακτό επιβαλλόμενο χρόνο υλοποίησης του έργου δείχνει ότι αυτός ο χρόνος είναι ίσος με τον βραδύτερο χρόνο τέλους. Μια περαιτέρω ανάλυση είναι η εξής : όταν ο ενωρίτερος χρόνος τέλους υπερβαίνει το βραδύτερο χρόνο τέλους ( $EXT>BXT$ ), το συγκεκριμένο δίκτυο είναι ανεπαρκές και πρέπει να πραγματοποιηθεί ξανά με διαφορετική προσέγγιση. Εν αντιθέση όταν ο βραδύτερος χρόνος τέλους υπερβαίνει τον ενωρίτερο χρόνο τέλους ( $BXT>EXT$ ), δεν υφίστανται κρίσιμες διαδρομές και κάθε δραστηριότητα του δικτύου διαθέτει ΘΕΤΙΚΟ (+) συνολικό περιθώριο χρόνου, επομένως το δίκτυο ικανοποιεί με ευχέρεια τον επιβαλλόμενο τακτό χρόνο του έργου.

§ Το Ελεύθερο περιθώριο χρόνου (Free Float) είναι το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μια δραστηριότητα μπορεί να υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της χωρίς να επηρεαστεί ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης των επόμενων δραστηριοτήτων με δεδομένο ότι οι προηγούμενες δραστηριότητες ξεκινούν στον ενωρίτερο χρόνο τους.

§ Το ανεξάρτητο περιθώριο χρόνου (Independent Float) είναι το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου μία δραστηριότητα μπορεί να υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της, χωρίς να επηρεαστεί, ούτε από το βραδύτερο τέλος των προηγούμενων δραστηριοτήτων καθώς και την ενωρίτερη έναρξη των επόμενων. Το ανεξάρτητο περιθώριο χρόνου μιας δραστηριότητας μπορεί να «καταναλωθεί» μόνο από την ίδια, ενώ δεν επηρεάζει προηγούμενες και επόμενες δραστηριότητες. Αποτελεί απόθεμα χρόνου της για τις «δύσκολες» στιγμές.

Με τα σημερινά δεδομένα και την χρήση ειδικού λογισμικού για τον χρονοπρογραμματισμό έργων οι δύο μέθοδοι ουσιαστικά έχουν συμμειχθεί σε μία ενιαία μέθοδο με την ονομασία PERT/CPM που θα αναλυθεί και στο επόμενο υποκεφάλαιο.

## 4.2 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑ- ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΜΕΘΟΔΟΥ PERT<sup>8</sup>

### ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Το διάγραμμα PERT ορίζει ρητά και κάνει ορατές τις εξαρτήσεις και τις προτεραιότητες των σχέσεων μεταξύ των διαδικασιών.
- Η PERT διευκολύνει την αναγνώριση της κρίσιμης διαδρομής.
- Η PERT διευκολύνει την αναγνώριση της πρώιμης έναρξης, της καθυστερημένης έναρξης για κάθε δραστηριότητα.
- Η PERT προβλέπει την ενδεχόμενη μείωση της διάρκειας του έργου λόγω της καλύτερης κατανόησης των εξαρτήσεων που οδηγεί σε βελτιωμένη επικάλυψη δραστηριοτήτων και καθηκόντων όπου αυτό είναι εφικτό.
- Ο μεγάλος αριθμός των δεδομένων του έργου μπορεί να οργανωθεί και να παρουσιαστεί σε διάγραμμα για καλύτερη κατανόηση και ευκολότερη λήψη αποφάσεων.

### ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Μπορεί να υπάρχουν εκατοντάδες ή χιλιάδες δραστηριότητες και ατομικές σχέσεις εργασίας.
- Τα διαγράμματα δικτύων είναι μεγάλα σε μέγεθος και χρειάζεται μεγάλος αριθμός σελίδων και ειδικά σε μέγεθος χαρτιά.
- Η έλλειψη ενός χρονικού πλαισίου για τα περισσότερα διαγράμματα καθιστά πιο δύσκολη την κατάσταση αν και τα χρώματα μπορούν να βοηθήσουν (π.χ. συγκεκριμένο χρώμα για τους ολοκληρωμένους κόμβους).

---

<sup>8</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Program\\_Evaluation\\_and\\_Review\\_Technique#Advantages](http://en.wikipedia.org/wiki/Program_Evaluation_and_Review_Technique#Advantages) “Program Evaluation and Review Technique/ Advantages and Disadvantages from Wikipedia, the free Encyclopedia”

### 4.3 ΕΝΔΙΑΜΕΣΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

Κατά τον καθορισμό της ακολουθίας των συμβάντων, πολλοί από τους διαχειριστές έργου βρίσκουν χρήσιμο να επισημαίνουν σημαντικά γεγονότα της ζωής του έργου. Οι δείκτες αυτοί αποκαλούνται ενδιάμεσοι στόχοι και χρησιμοποιούνται στα διαγράμματα δικτύου και στις δομές ανάλυσης εργασιών. Οι ενδιάμεσοι στόχοι έχουν μηδενική διάρκεια και επομένως η προσθήκη τους σ' ένα έργο δεν επηρεάζει καθόλου το χρονοδιάγραμμα του έργου. Σύμφωνα με τους διαχειριστές έργου υπάρχουν 4 βασικοί λόγοι<sup>9</sup> για τους οποίους χρησιμοποιούνται:

- Οι ενδιάμεσοι στόχοι έναρξης και λήξης του έργου είναι χρήσιμα σημεία αναφοράς για το έργο. Σύμφωνα με τους περισσότερους θεωρείται ότι τα διαγράμματα αποκτούν ευκρίνεια.
- Οι ενδιάμεσοι στόχοι μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να σημανθεί η είσοδος από την μια οντότητα στην άλλη. Πολλά έργα εξαρτώνται από ορισμένες εξωτερικές πηγές ή αλλιώς εξωτερικές εξαρτήσεις. Για παράδειγμα,, έστω ότι ένας κρατικός φορέας θέλει να δημοσιεύσει, σε συγκεκριμένη ημερομηνία, μία έκθεση περιβαλλοντικών επιπτώσεων μιας μονάδας παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Ένα έργο στην μονάδα αυτή μπορεί να χρησιμοποιήσει ως ενδιάμεσο στόχο την ημερομηνία κυκλοφορίας της έκθεσης.
- Οι ενδιάμεσοι στόχοι μπορεί να απεικονίζουν σημαντικά γεγονότα τα οποία δεν αντιπροσωπεύονται από κάποια αυτοτελή δραστηριότητα. Για παράδειγμα, αν μία εταιρεία πληρώνεται τμηματικά με βάση τις εργασίες που έχει εκτελέσει, αυτά τα σημεία πληρωμής θα μπορούσαν να αναπαρασταθούν ως ενδιάμεσοι στόχοι.
- Οι ενδιάμεσοι στόχοι είναι χρήσιμοι για την επισήμανση κύριων σημείων προόδου του έργου, αλλά πραγματικοί δείκτες της προόδου παραμένουν οι λεπτομερείς αυτοτελείς εργασίες. Κάθε αυτοτελής εργασία έχει συγκεκριμένα κριτήρια και χειροπιαστό αποτέλεσμα, το οποίο είναι και ο τελικός δείκτης της προόδου.

---

<sup>9</sup> Eric Verzue (2000). *Εισαγωγή στην διαχείριση έργου (project management)*, Εκδόσεις Κλειδάριθμος

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **5.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΚΤΥΩΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ PERT/CPM<sup>10</sup>**

Έργο (project)καλείται η μοναδική διαδικασία που αποτελείται από ένα σύνολο συντονισμένων και ελεγχόμενων δραστηριοτήτων (activities)με ορισμένες τις ημερομηνίες

---

<sup>10</sup> Παστράκος Γρηγόρης, Διοικητική Επιστήμη, 2006, Εκδόσεις Αθανάσιου Σταμούλη  
Υψηλάντης Παντελής, Επιχειρησιακή Έρευνα. 2010, 3η Έκδοση, Εκδόσεις Προπομπός



έναρξης και λήξης τους, το οποίο αναλαμβάνεται με σκοπό την επίτευξη ενός στόχου σύμφωνα με συγκεκριμένες απαιτήσεις και περιορισμούς χρόνου, κόστους και πόρων.

Τα έργα συμβάλλουν σε κρίσιμο βαθμό στην επιτυχία μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού γενικότερα. Είναι διαδικασίες οι οποίες έχουν σαν επακόλουθο νέα ή τροποποιημένα προϊόντα, υπηρεσίες, περιβάλλοντα και οργανισμούς. Τα έργα συντελούν στην αύξηση των πωλήσεων, τη μείωση των δαπανών, τη βελτίωση της ποιότητας και την ικανοποίηση του πελάτη, τον εμπλουτισμό του περιβάλλοντος εργασίας και έχουν σαν αποτέλεσμα πολλά άλλα πλεονεκτήματα. Οι ανθρώπινες δραστηριότητες σχεδόν σε όλους τους τομείς εκδηλώνονται, σχεδιάζονται και υλοποιούνται υπό μορφή έργων. Κάποια έργα είναι σύνθετα, πολύπλοκα και απαιτούν αρκετό χρόνο για την υλοποίησή τους π.χ. κατασκευή ενός μεγάλου φράγματος ή σταδίου ενώ άλλα είναι πιο απλά όπως π.χ. κατασκευή ενός λογισμικού προγράμματος.

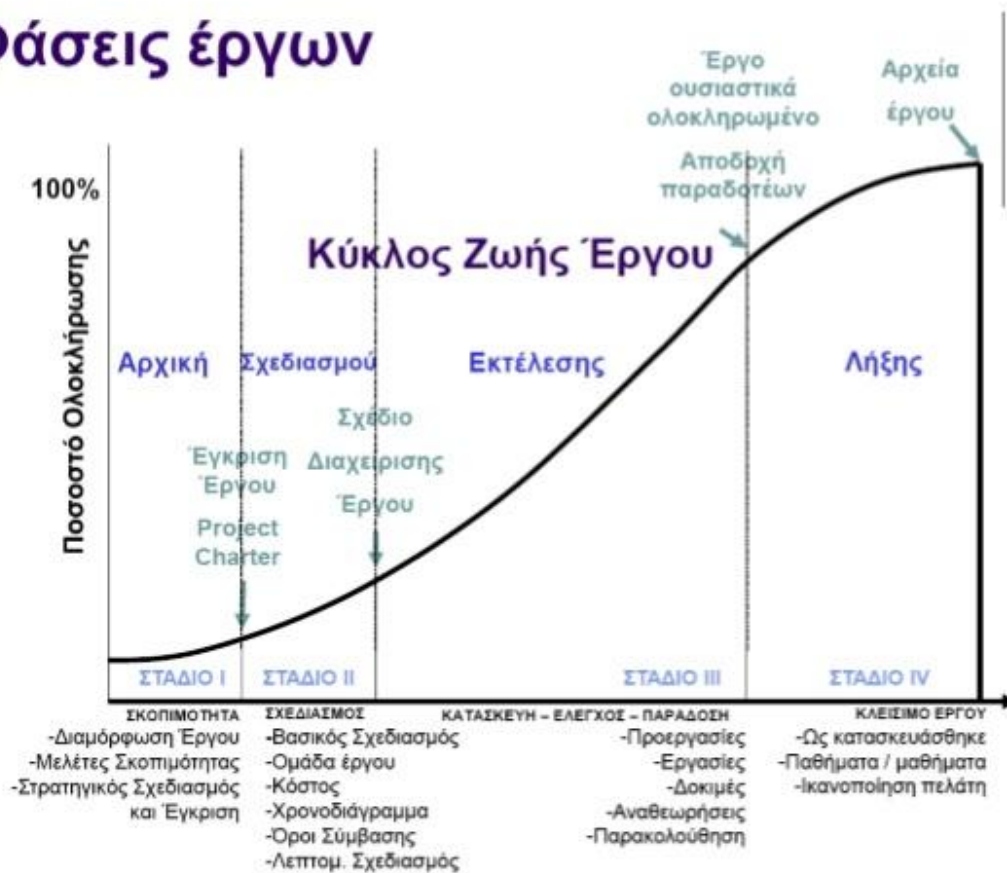
Το Ινστιτούτο Διαχείρισης Έργου (Project Management Institute, PMI) ορίζει ως έργο το προσωρινό εγχείρημα που στοχεύει στη δημιουργία ενός μοναδικού προϊόντος ή υπηρεσίας.

- Προσωρινό σημαίνει ότι κάθε έργο έχει καθορισμένο τέλος.
- Μοναδικό σημαίνει ότι το προϊόν ή υπηρεσία διαφέρει κατά διακριτό τρόπο από όλα τα παρόμοια προϊόντα ή υπηρεσίες.

Το αποτέλεσμα ενός έργου, όπως προαναφέρθηκε, είναι μοναδικό ακόμα και εάν μπορεί να ενταχθεί σε μια ευρύτερη κατηγορία έργων. Κάθε έργο έχει μια μεγάλη ή μικρή διαφοροποίηση από έργα παρόμοιου τύπου π.χ. κατασκευάζεται μεγάλος αριθμός κτιρίων, γραφείων καθένα όμως είναι μοναδικό – άλλος ιδιοκτήτης και κατασκευαστής, άλλη αρχιτεκτονική, άλλη τοποθεσία, άλλο μέγεθος κ.λ.π.

Τα έργα έχουν συνήθως εύκολα αναγνωρίσιμες φάσεις εκτέλεσης και κάθε φάση έχει ένα ιδιαίτερο σύνολο προκλήσεων για το διαχειριστή του έργου. Στο υψηλότερο επίπεδο μπορούν να προσδιοριστούν τέσσερα βασικά στάδια ενός έργου.

# Φάσεις έργων



Εικόνα 9. Οι Φάσεις Του Κύκλου Ζωής Ενός Έργου

Πηγή Εικόνας: Κηρυττόπουλος Κ. 2008

Όπως φαίνεται και στην παραπάνω εικόνα:

- η πρώτη φάση είναι η φάση **Εκκίνησης/Αρχική** που προσδιορίζονται οι ανάγκες του έργου, καθορίζονται και περιγράφονται οι κατάλληλες ενέργειες εκκίνησης των αναγκών. Τα κύρια θέματα που εξετάζονται αφορούν τη σκοπιμότητα και αιτιολόγηση του έργου.
- Επόμενη είναι η φάση **Προγραμματισμού/Σχεδιασμού**, όπου το έργο θα αναλυθεί περαιτέρω σε όσο το δυνατόν περισσότερες λεπτομέρειες. Γίνονται εκτιμήσεις σχετικά με το χρόνο και τους πόρους που απαιτούνται για την εκτέλεση της εργασίας και το χρονικό πλαίσιο της εφαρμογής. Θέματα σκοπιμότητας και αιτιολόγησης έρχονται ξανά στο προσκήνιο και επιδιώκεται η επίσημη έγκριση συνέχισης του έργου.
- Κατά τη διάρκεια της τρίτης φάσης, της φάσης της **Εκτέλεσης**, εκτελούνται οι εργασίες που έχουν προβλεφθεί. Η πρόοδος των εργασιών παρακολουθείται συνεχώς και γίνονται, ενώ παράλληλα καταγράφονται, οι απαραίτητες αναπροσαρμογές στο

αρχικό πρόγραμμα. Σε όλη τη διάρκεια αυτής της φάσης το επίκεντρο βρίσκεται στην επίτευξη των στόχων που τέθηκαν και συμφωνήθηκαν κατά την έναρξη του έργου.

- Κατά τη διάρκεια της τελικής φάσης, το **Κλείσιμο/Λήξη** του έργου, η έμφαση δίνεται στην επαλήθευση ότι το σχέδιο ικανοποιεί ή θα ικανοποιήσει τις ανάγκες του έργου, όπως αυτές ορίστηκαν κατά την φάση της Εκκίνησης. Στην ιδανική περίπτωση, το έργο ολοκληρώνεται με μια ομαλή μετάβαση από τη δημιουργία στη χρήση. Σ' αυτή τη φάση, οι πόροι του έργου αποδεσμεύονται σταδιακά και το έργο τελικά τερματίζει την λειτουργία του.

Ένας από τους στόχους των πόρων σε ένα έργο είναι η οικονομία χρόνου στο μικρότερο κόστος. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκε η μέθοδος PERT/CPM με στόχο τη βέλτιστη αξιοποίηση του έμψυχου και άψυχου διαθέσιμου υλικού, ώστε να μην μένουν σημεία ανενεργά μετά την ολοκλήρωση κάποιων δραστηριοτήτων.

Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου PERT/CPM θα την αναλύσουμε με την βοήθεια ενός παραδείγματος. Ας πάρουμε λοιπόν το παράδειγμα ανακαίνισης μιας επιχείρησης που προγραμματίζει τις εργασίες που πρέπει να εκτελεστούν προκειμένου να είναι έτοιμο να ανοίξει το συντομότερο δυνατό.

### **5.1.1 ΒΗΜΑ 1<sup>ο</sup>: ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΣΕ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ**

Το πρώτο βήμα μας είναι να αποφασίσουμε ποιες θα είναι οι επιμέρους δράσεις που αποτελούν τις κύριες συνιστώσες του συνολικού έργου. Αυτές οι δράσεις μπορεί να είναι η επιλογή του διακοσμητικού σχεδίου, η συντήρηση των υδραυλικών, οι νέες ηλεκτρολογικές εγκαταστάσεις, το βάψιμο κ.α. οι αυτές φαίνονται στην πρώτη στήλη του πίνακα 9.1. Αφού καθοριστούν επακριβώς οι δράσεις κωδικοποιούνται με κάποιο γράμμα καθεμιά απ' αυτές για την διευκόλυνση στην σχεδίαση του δικτύου (2η στήλη του πίνακα). Στην συνέχεια καθορίζεται η σειρά εκτέλεσης των εργασιών που φαίνονται στην στήλη 3 του πίνακα, όπου δίπλα σε κάθε δράση αναγράφεται ποια ή ποιες δράσεις πρέπει να προηγηθούν απ' αυτή. Τέλος στην 4η στήλη του πίνακα υπάρχει ο εκτιμώμενος από την ομάδα έργου χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση κάθε δραστηριότητας. Επομένως, το πρώτο βήμα που πρέπει να πράξει η ομάδα σύμφωνα με το δικό μας παράδειγμα για να ξεκινήσει η επίλυση του προβλήματος είναι η μορφή του πίνακα 9.1 που ακολουθεί.

| ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ                              | Κ Ω Δ Ι Κ Ο Σ | ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΗ ΕΡΓΑΣΙΑ | ΕΚΤΙΜΩΜΕΝΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ (ΕΒΔΟΜΑΔΕΣ) |
|--|---------------|------------------------|---------------------------------|
| ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΙΑΚΟΣΜΗΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΟΥ              | A             | -                      | 5                               |
| Σ Υ Ν Τ Η Ρ Η Σ Η ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ | B             | -                      | 6                               |
| ΝΕΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ          | Γ             | A                      | 6                               |
| Β Α Ψ Ι Μ Ο                                | Δ             | B , Γ                  | 3                               |
| ΕΡΕΥΝΑ ΑΓΟΡΑΣ ΕΠΙΠΛΩΝ                      | E             | Δ                      | 4                               |
| ΕΡΕΥΝΑ ΑΓΟΡΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ    | Z             | Γ                      | 5                               |
| ΔΙΑΦΗΜΗΣΗ ΣΤΟ ΔΙΑΔΥΚΤΙΟ                    | H             | E , Z                  | 2                               |
| ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΥ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ              | Θ             | A                      | 5                               |

Πίνακας 9.1. Δράσεις & Συνιστώσες Του Συνολικού Έργου

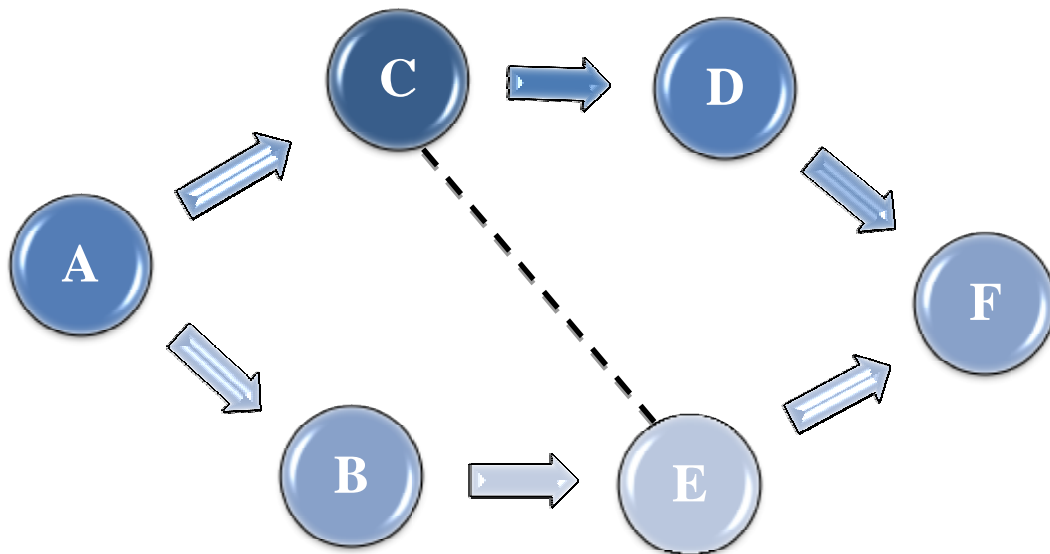
## 5.1.2 ΒΗΜΑ 2<sup>ο</sup> : ΑΠΕΙΚΟΝΗΣΗ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ

Σ' όλα τα συστήματα τύπου PERT/CPM χρησιμοποιείται γραφική αναπαράσταση των αλληλεξαρτήσεων μεταξύ των στοιχείων του έργου. Η ανάλυση αυτή στο διάγραμμα δείχνει όλες τις εργασίες που πρέπει να πραγματοποιηθούν για να ολοκληρωθεί το έργο με την σειρά με την οποία πρέπει να γίνουν οι εργασίες.

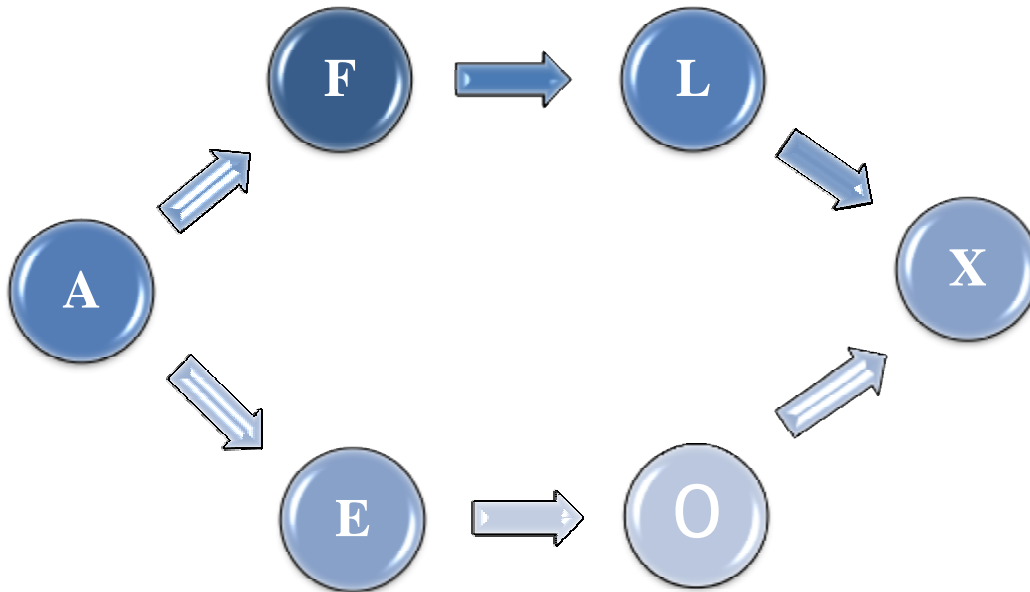
Αρχικά υπήρχαν δύο (2) μορφές απεικόνισης έργου:

1. διαγράμματα δραστηριότητας επί το βέλος (activity- on- arrow-AOA) και
2. διαγράμματα δραστηριότητας επί τον κόμβο (activity- on- node-AON).

Στο παρακάτω διάγραμμα 1 (activity- on- arrow-AOA) οι λεπτομέρειες που αφορούν τις δραστηριότητες του έργου αναγράφονται πάνω στα βέλη του διαγράμματος. Ενώ στο διάγραμμα 2 (activity- on- node-AON) οι δραστηριότητες αναγράφονται μέσα στους κόμβους.



Διάγραμμα 2. Δραστηριότητα Επί Του Βέλους (AOA)



Διάγραμμα 3.Δραστηριότητα Επί Του Κόμβου (AON)

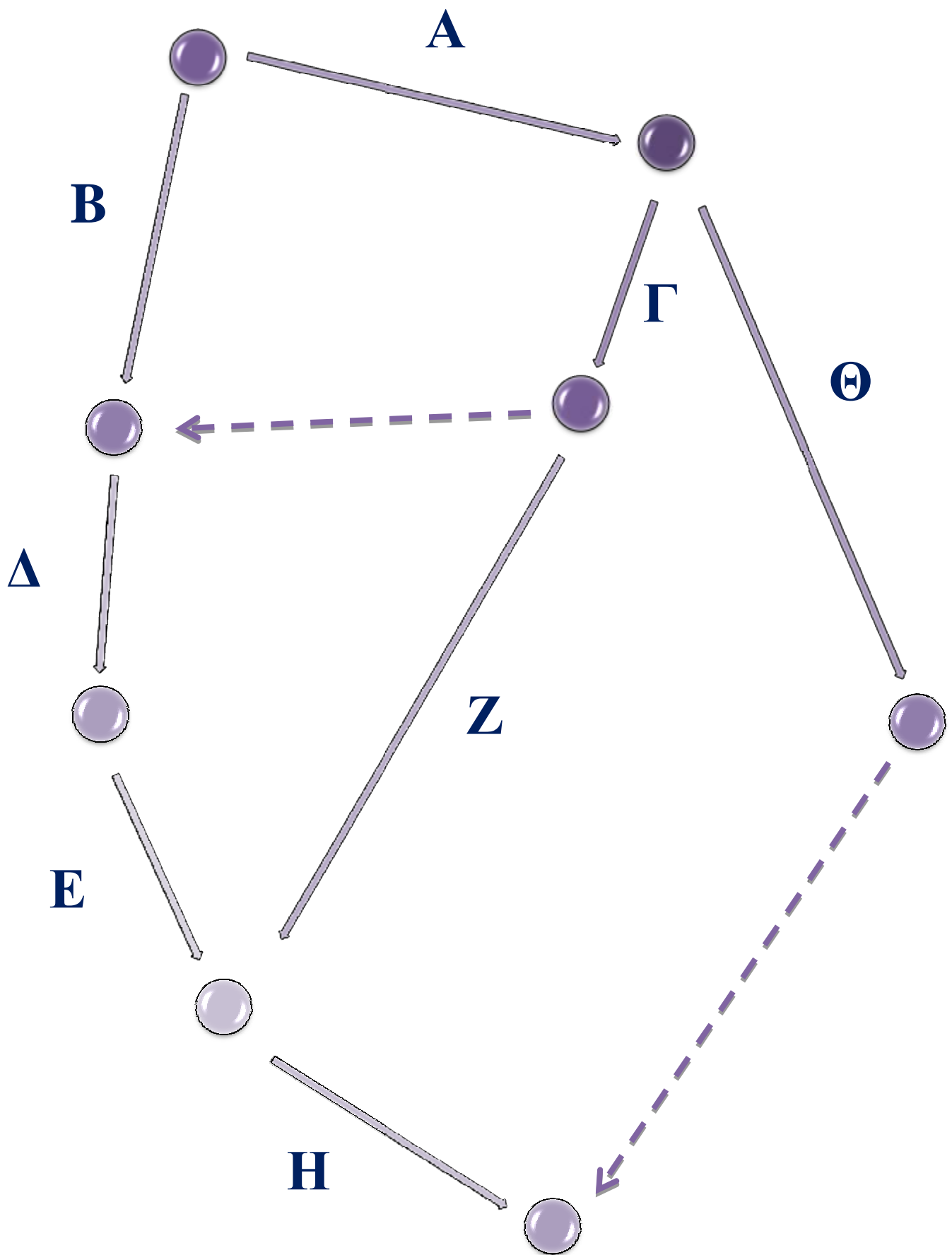
Αρχικά την δεκαετία του 1960 οι μηχανικοί έδειχναν προτίμηση στην διάταξη AOA. Με το πέρασμα των ετών όμως οι χειρόγραφοι υπολογισμοί έδωσαν την θέση τους στους υπολογιστές και έτσι άρχισε να προτιμάτε η μέθοδος AON.

Κάθε δραστηριότητα όμως έχει τα δικά της πλεονεκτήματα. Ξεκινώντας από την AOA βλέπουμε ότι το βασικό της πλεονέκτημα είναι ότι ορίζεται ως ζεύγος  $(i, j)$ , αυτό σημαίνει ότι προσδιορίζεται ταυτόχρονα η προηγούμενη και η επόμενη δραστηριότητα. Στα (πολύ) μεγάλα δίκτυα αυτό είναι πολύ χρήσιμο. Το αρνητικό όμως είναι ότι όταν εισάγουμε μία νέα δραστηριότητα στο δίκτυο θα αναγκαστούμε να αλλάξουμε υποχρεωτικά τις ενδείξεις των γειτονικών της δραστηριοτήτων. Σε αντίθεση με την δραστηριότητα AON που η προσθήκη μιας νέας δραστηριότητας απαιτεί μόνο μερική τροποποίηση των λογικών της διασυνδέσεων.

Τώρα θα περιγράψουμε τα πλεονεκτήματα της AON που είναι σαφώς περισσότερα απ' αυτά της AOA.

- Η διάταξη AON είναι περισσότερο δομημένη στην εμφάνιση και επομένως ο τρόπος παρουσίασης της είναι περισσότερο επαγγελματικός.
- Δίνει την δυνατότητα προσδιορισμού πολλαπλών λογικών σχέσεων ανάμεσα στις δραστηριότητες όπως π.χ. ταυτόχρονη έναρξη, ταυτόχρονη λήξη και χρονική υστέρηση. Αυτό σημαίνει ότι αντίθετα με την διάταξη AOA, στην διάταξη AON δεν απαιτείται η εισαγωγή ψευδοδραστηριοτήτων (θα αναφερθώ εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο).
- Η διάταξη AOA χρησιμοποιεί ψευδοδραστηριότητες για να διευκρινίσει την λογική που συνδέει τις διάφορες δραστηριότητες, αλλά πολλές φορές εισάγει διπλές ψευδοδραστηριότητες και αυτό είναι παράλογο.

Εκτός από τις δύο αυτές δραστηριότητες υπάρχουν και άλλες διοικητικές τεχνικές που χρησιμοποιούν τετράγωνα για να απεικονίσουν την κάθε δραστηριότητα ξεχωριστά όπως είναι η δομική ανάλυση του έργου, η δομή της οργανωτικής κατάτμησης και τα διαγράμματα ροής. Αν κάνουμε τους υπολογισμούς στις δύο τεχνικές που εξετάζουμε θα διαπιστώσουμε ότι και οι δύο μέθοδοι δίνουν ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα. Εγώ θα επιλέξω να λύσω το παράδειγμα με την δραστηριότητα επί βέλος (AOA).

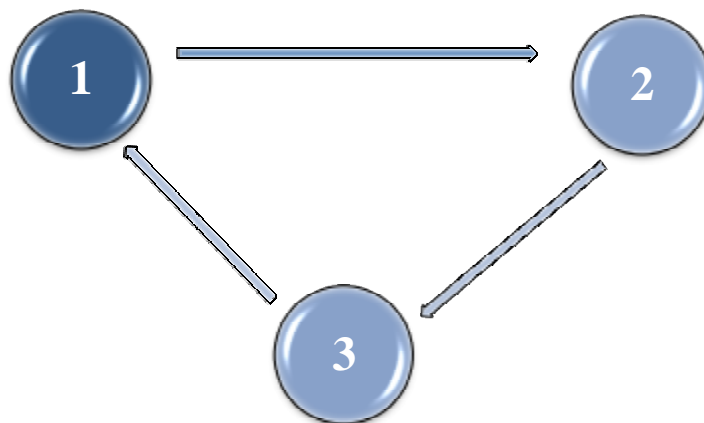


Διάγραμμα 4. Διάγραμμα Δικτύου



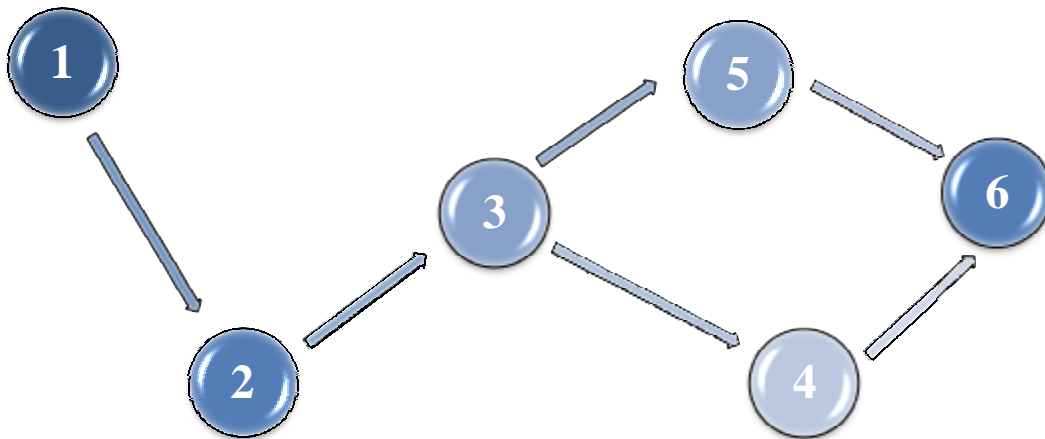
Δημιουργώντας το δίκτυο του κάθε έργου θα πρέπει να έχουμε τα εξής στο νου μας:

- **Έναρξη δραστηριότητας:**  
καμιά δραστηριότητα δεν μπορεί να ξεκινήσει αν δεν έχει/ έχουν ολοκληρωθεί οι δραστηριότητες που καταλήγουν στον κόμβο εκκίνησης της δραστηριότητας. Για παράδειγμα, για να ξεκινήσει η δραστηριότητα Δ θα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί οι δραστηριότητες Β και Γ.
- **Σημεία εκκίνησης και λήξης:**  
γενικά ένα δίκτυο πρέπει να έχει μόνο ένα σημείο εκκίνησης και μόνο ένα σημείο λήξης. Στο δικό μας παράδειγμα σημείο εκκίνησης είναι το 0 και λήξης το Ω
- **Κλειστό κύκλωμα:**  
ένα κύκλωμα δεν πρέπει να έχει κλειστά κυκλώματα όπως σχήμα διότι δεν θα μπορέσει το έργο ποτέ να ολοκληρωθεί για τον λόγο ότι θα έχουμε διαρκείς επανάληψη των γεγονότων.



Διάγραμμα 5. Διάγραμμα Κλειστού Δικτύου

- **Δραστηριότητες εντός και εκτός γεγονότων.**  
Από κάθε γεγονός πρέπει να ξεκινά τουλάχιστον μία δραστηριότητα, όπως επίσης πρέπει να υπάρχει άλλη μία δραστηριότητα που να οδηγεί σ' αυτά. Μοναδική εξαίρεση είναι το αρχικό και το τελικό γεγονός. Όπως για παράδειγμα, έπρεπε να υπάρχει ένα βέλος ακόμα από τον κόμβο με το νούμερο 2. Αυτό είναι το λάθος της «αναίρεσης», το οποίο μπορεί να γίνει εμφανές σ' ένα μικρό δίκτυο όπως αυτό του σχήματος αλλά όχι σε κάποιο που περιλαμβάνει εκατοντάδες γεγονότα.



Διάγραμμα 6.Δραστηριότητες Εντός & Εκτός Γεγονότων

### 5.1.3 ΒΗΜΑ 3<sup>ο</sup>: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ «ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΧΡΟΝΩΝ», «ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΑΡΞΗΣ», «ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΛΗΞΗΣ»

Όπως έχουμε αναφέρει στα προηγούμενα ο κύριος στόχος της διαχείρισης έργων είναι ο χρονικός και ο ταμειακός προγραμματισμός του έργου και των επιμέρους εργασιών ώστε το έργο να ολοκληρωθεί μέσα στα πλαίσια του απαιτούμενου χρόνου και προϋπολογισμού. Εντοπίζοντας τους «Ενωρίτερος Χρόνους Έναρξης» και τους «Ενωρίτερος Χρόνους Λήξης» θα προσδιορίσουμε και την κρίσιμη διαδρομή.

- **Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης- EXE (Earliest Start Time):** μιας δραστηριότητας είναι η ενωρίτερη χρονική στιγμή στην οποία μπορεί να ξεκινήσει η εκτέλεση της δραστηριότητας. Όλες οι προαπαιτούμενες δραστηριότητες πρέπει να έχουν ήδη ολοκληρωθεί. Αν δεν υπάρχουν, ο Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης της δραστηριότητας είναι 0 που συνεπάγεται και την έναρξη του έργου.
- **Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης- EXA (Earliest Finish Time):** μιας δραστηριότητας είναι η ενωρίτερη χρονική στιγμή στην οποία μπορεί να τελειώσει η εκτέλεση ης συγκεκριμένης δραστηριότητας και υπολογίζεται ως εξής:

**ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΛΗΞΗΣ = ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΕΡΞΗΣ + ΔΙΑΡΚΕΙΑ**

Ή

**ΕΧΛ = ΕΧΕ + ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ**

Σύμφωνα με την θεωρία για τους ενωρίτερους χρόνους έναρξης και λήξης μπορούμε να συνεχίσουμε την επίλυση του προβλήματος για το άνοιγμα του υποκαταστήματος.

- Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα γίνεται κατανοητό το γεγονός ότι ο Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης για τις δραστηριότητες Α και Β = 0 διότι δεν υπάρχει προαπαιτούμενη δραστηριότητα απ' αυτές.
- Ο Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης των δραστηριοτήτων Α και Β είναι 5 και 6 αντίστοιχα αφού 5 και 6 εβδομάδες είναι η εκτιμώμενη διάρκεια πραγματοποίησης των αντίστοιχων δραστηριοτήτων.
- Ο Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης της δραστηριότητας Γ είναι ο Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης που είναι προαπαιτούμενη της, που είναι η δραστηριότητα Α όπου η διάρκεια της είναι 5. Επομένως ο Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης της Γ είναι:  $5 + 6 = 11$  εβδομάδες.
- Σε δραστηριότητες με πολλές προαπαιτούμενες δραστηριότητες όπως στο δικό μας παράδειγμα η Δ ο Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης καθορίζεται από τον μεγαλύτερο Ενωρίτερο Χρόνο Λήξης των προαπαιτούμενων δραστηριοτήτων της. Αυτό είναι αυτονόητο διότι αν μία δραστηριότητα έχει περισσότερες από μία προαπαιτούμενες, δεν είναι δυνατόν να ξεκινήσει παρά μόνο όταν τελειώσουν όλες οι προαπαιτούμενες δραστηριότητες της.

Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζουμε την διαδικασία εύρεσης των Ενωρίτερων Χρόνων Έναρξης και Λήξης όλων των δραστηριοτήτων μέχρι να φτάσουμε στον παρακάτω πίνακα.

| <i>ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ</i> | <i>ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br/>ΕΝΑΡΞΗΣ (EXE)</i> | <i>ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br/>ΛΗΞΗΣ (EXΛ)</i> |   |
|----------------------|--|--|---|
| A                    | 0  | 5  |   |
| B                    | 0  | 6  |   |
| Γ                    | 5  | 1  | 1 |
| Δ                    | 1  | 1  | 4 |
| E                    | 1  | 4  | 8 |
| Z                    | 1  | 1  | 6 |
| H                    | 1  | 8  | 0 |
| Θ                    | 5  | 1  | 0 |

**Πίνακας 9.12. Ενωρίτεροι Χρόνοι Έναρξης & Λήξης Δραστηριοτήτων**

Ήδη σ' αυτό το σημείο μπορούμε να δώσουμε μία απάντηση σ' ένα από τα βασικότερα ερωτήματα, δηλαδή πόσο χρόνο θα χρειαστεί το έργο για να ολοκληρωθεί. Είναι αυτονόητο ότι ο συντομότερος χρόνος περάτωσης του συνολικού έργου ταυτίζεται με τον Ενωρίτερο Χρόνο Λήξης της τελευταίας δραστηριότητας. Αυτός είναι ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου. Στο δικό μας παράδειγμα ο Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης της τελευταίας δραστηριότητας είναι 20 που είναι ο μεγαλύτερος μεταξύ των δύο(2) τελευταίων δραστηριοτήτων.

#### **5.1.4 ΒΗΜΑ 4<sup>ο</sup>: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ «ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΧΡΟΝΩΝ», «ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΑΡΞΗΣ», «ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΛΗΞΗΣ»**

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογιστούν οι Αργότεροι Χρόνοι Έναρξης και οι Αργότεροι Χρόνοι Λήξης.

- **Αργότερος Χρόνος Έναρξης – AXE (LatestFinishTime):** μιας δραστηριότητας είναι η αργότερη χρονική στιγμή στην οποία μπορεί να ξεκινήσει η εκτέλεση της δραστηριότητας, χωρίς να προκληθούν καθυστερήσεις σ' όλο το έργο. Εάν ο

Ενωρίτερος και ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης μιας δραστηριότητας είναι ο ίδιος τότε η δραστηριότητα είναι κρίσιμη.

- **Αργότερος Χρόνος Λήξης- AXA (LatestFinishTime):** μιας δραστηριότητας είναι η αργότερη χρονική στιγμή στην οποία μπορεί να ολοκληρωθούν η συγκεκριμένη δραστηριότητα χωρίς να δημιουργηθούν καθυστερήσεις σ' όλο το έργο. Ο Αργότερος Χρόνος Λήξης δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\text{ΑΡΓΟΤΕΡΟ ΧΡΟΝΟ ΛΗΞΗΣ} = \text{ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΑΡΞΗΣ} + \text{ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ}$$

Η

$$\text{ΑΧΛ} = \text{ΑΧΕ} + \text{ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ}$$

Θωρώντας τώρα δεδομένο ότι η διάρκεια του έργου είναι 20 εβδομάδες θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό των Αργότερων Χρόνων Έναρξης και Λήξης κάθε δραστηριότητας με την προϋπόθεση να μην παραβιαστεί η διάρκεια των 20 εβδομάδων.

Οι υπολογισμοί για τον Αργότερο Χρόνο Έναρξης και Λήξης κάθε δραστηριότητας γίνονται ξεκινώντας από τις τελευταίες χρονικά δραστηριότητες του έργου και προχωρώντας προς την αρχή του έργου.

- Σύμφωνα με τα παραπάνω είναι κατανοητό ότι ο Αργότερος Χρόνος Λήξης των τερματικών δραστηριοτήτων είναι ο χρόνος διάρκειας του έργου. Στο δικό μας παράδειγμα οι δραστηριότητες Η και Θ.
- Ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης υπολογίζεται από την διαφορά της διάρκειας της δραστηριότητας από το Αργότερο Χρόνο Λήξης της. Έτσι για την δραστηριότητα Θ ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης είναι  $20 - 5 = 15$  εβδομάδες και για την Η:  $20 - 3 = 18$  εβδομάδες.
- Για τις δραστηριότητες που ακολουθούνται από μία ή περισσότερες δραστηριότητες, ο Αργότερος Χρόνος Λήξης τους είναι ο μικρότερος από τους Αργότερους Χρόνους Έναρξης που ακολουθούν. Αυτό είναι ευνόητο διότι καμιά από τις δραστηριότητες που ακολουθούν δεν μπορεί να ξεκινήσει, εκτός και αν έχει περατωθεί αυτή που προηγείται. Τέτοια δραστηριότητα είναι η Γ διότι ακολουθείται από την Δ και την Ζ. Ο Αργότερος Χρόνος Λήξης της Γ επομένως είναι ο μικρότερος μεταξύ των Αργότερων Χρόνων Έναρξης των Δ και Ζ που είναι 13 και 11 αντίστοιχα. Συνεπώς ο Αργότερος Χρόνος Λήξης της Γ είναι το 11.

Τα αποτελέσματα των Αρχικών Χρόνων φαίνονται στον πίνακα 9.3.

| <i>ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ</i> | <i>ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br/>ΕΝΑΡΞΗΣ (ΑΧΕ)</i> |   | <i>ΑΡΓΟΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ<br/>ΛΗΞΗΣ (ΑΧΛ)</i> |   |
|----------------------|---|---|---|---|
| <b>Θ</b>             | 1   | 5 | 2                                       | 0 |
| <b>Η</b>             | 1   | 8 | 2                                       | 0 |
| <b>Ζ</b>             | 1   | 3 | 1                                       | 8 |
| <b>Ε</b>             | 1   | 4 | 1                                       | 8 |
| <b>Δ</b>             | 1   | 1 | 1                                       | 4 |
| <b>Γ</b>             |   | 5 | 1                                       | 1 |
| <b>Β</b>             |   | 5 | 1                                       | 1 |
| <b>Α</b>             |   | 0 |   | 5 |

**Πίνακας 9.13. Αργότεροι Χρόνοι Έναρξης & Λήξης Δραστηριοτήτων**

Με βάση όλη αυτή την μεθοδολογία που αναπτύχθηκε με την χρήση του παραδείγματος, έχει επιλυθεί πλήρως το δίκτυο δράσεων και έχουν σημειωθεί ο Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης, ο Ενωρίτερος Χρόνος Λήξης, ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης και ο Αργότερος Χρόνος Λήξης.

### **5.1.5 ΒΗΜΑ 5<sup>ο</sup>: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ «ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΘΩΡΙΟΥ ΔΡΑΣΗΣ» ΚΑΙ ΕΥΡΕΣΗ «ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ»**

Έχοντας προσδιορίσει τους Ενωρίτερους και τους Αργότερους Χρόνους μπορούμε να υπολογίσουμε το χρονικό περιθώριο δράσης (slack times) για κάθε δραστηριότητα. Το χρονικό περιθώριο δράσης είναι το χρονικό διάστημα κατά το οποίο μπορεί να καθυστερήσει μία δράση, χωρίς να επηρεαστεί η ολοκλήρωση του έργου (υποθέτοντας ότι όλες οι άλλες δραστηριότητες μένουν σταθερές). Προφανώς το χρονικό περιθώριο δράσης προκύπτει από την διαφορά του Αργότερου Χρόνου Έναρξης με τον Ενωρίτερο Χρόνο Έναρξης, δηλαδή:

$$S = \text{Αργότερος Χρόνος Έναρξης} - \text{Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης}$$

Η σημασία του χρονικού περιθωρίου δράσης S βρίσκεται στο ότι μπορεί να χρησιμοποιεί για να καθυστερήσει την έναρξη μιας δραστηριότητας ή για να παρατείνει την διάρκεια της χωρίς να επηρεαστεί η συνολική διάρκεια του έργου. Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρονικά περιθώρια δράσης του παραδείγματος μας.

| ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ | ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ | ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΧΡΟΝΟΥ | E X E | E X Λ | A X E | A X Λ | ΧΡΟΝΙΚΟ ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ S |   |   |   |   |
|---------------|-----------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|---------------------|---|---|---|---|
| A             | -               | 5               | 0     | 5     | 0     | 5     | 0                   |   |   |   |   |
| B             | -               | 6               | 0     | 6     | 5     | 1     | 1                   | 5 |   |   |   |
| Γ             | A               | 6               | 5     | 1     | 1     | 5     | 1                   | 1 | 0 |   |   |
| Δ             | B , Γ           | 3               | 1     | 1     | 1     | 4     | 1                   | 1 | 4 | 0 |   |
| E             | Δ               | 4               | 1     | 4     | 1     | 8     | 1                   | 4 | 1 | 8 | 0 |
| Z             | Γ               | 5               | 1     | 1     | 1     | 6     | 1                   | 3 | 1 | 8 | 2 |
| H             | E , Z           | 2               | 1     | 8     | 2     | 0     | 1                   | 8 | 2 | 0 | 0 |
| Θ             | A               | 5               | 5     | 1     | 0     | 1     | 5                   | 2 | 0 | 1 | 0 |

Πίνακας 9.14. Πίνακας Χρονικών Περιθωρίων

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι για ορισμένες δραστηριότητες το περιθώριο χρόνου δράσης μεταξύ του Ενωρίτερου Χρόνου Έναρξης και του Αργότερου Χρόνου Λήξης είναι 0. Αυτές είναι οι κρίσιμες δραστηριότητες που ορίζουν την κρίσιμη διαδρομή του έργου. Για τις κρίσιμες δραστηριότητες δεν υπάρχουν περιθώρια καθυστέρησης στον χρόνο έναρξης και λήξης τους. Οποιαδήποτε καθυστέρηση σε μια από τις κρίσιμες δραστηριότητες επηρεάζει αμέσως τον χρόνο ολοκλήρωσης του όλου έργου, ενώ καθυστερήσεις στις υπόλοιπες διαδρομές δεν θα έχουν απαραίτητος το ίδιο αποτέλεσμα. Συνεπώς αυτές οι δραστηριότητες θα πρέπει να παρακολουθούνται στενότερα ώστε να μην σημειωθούν καθυστερήσεις.

Ο χρόνος ολοκλήρωσης του έργου δεν μπορεί να μειωθεί αν μία ή περισσότερες δραστηριότητες που συμμετέχουν στην κρίσιμη διαδρομή δεν ολοκληρωθούν σε λιγότερο χρόνο απ' αυτόν που αρχικά είχαμε υπολογίσει. Στο παράδειγμα μας η κρίσιμη διαδρομή είναι η Α – Γ – Δ – Ε – Η.

| $\alpha$ / $\alpha$ | ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ    | ΔΙΑΔΡΟΜΗ          | ΔΙΑΡΚΕΙΑ |
|---------------------|-------------------|-------------------|----------|
| 1                   | B , Δ , Ε , Η     | 6 → 3 → 4 → 2     | 1 5      |
| 2                   | A , Γ , Ζ , Η     | 5 → 6 → 5 → 2     | 1 8      |
| 3                   | A , Γ , Δ , Ε , Η | 5 → 6 → 3 → 4 → 2 | 2 0      |
| 4                   | A , Θ             | 5 → 5             | 1 0      |

Πίνακας 15. Πίνακας Κρίσιμης Διαδρομής

Υπάρχουν περιπτώσεις που προκύπτουν περισσότερες από μία κρίσιμες διαδρομές. Σε μικρά προβλήματα είναι εύκολο να βρεθεί η κρίσιμη διαδρομή από την γραφική αναπαράσταση του δικτύου (βήμα 2) που είναι πολύ πιο εύκολο από την πραγματοποίηση όλης αυτής της διαδικασίας για την εύρεση της.

Για τις μη κρίσιμες δραστηριότητες υπάρχει περιθώριο στους χρόνους έναρξης και αντίστοιχα λήξης τους. Για παράδειγμα, η δραστηριότητα Β μπορεί να ξεκινήσει την πρώτη ημέρα έναρξης του έργου, αλλά μπορεί και να καθυστερήσει έως και 5 ημέρες (να αρχίσει δηλαδή οποιαδήποτε ημέρα μεταξύ των 5 πρώτων του έργου) χωρίς να επηρεάσει την ολοκλήρωση του έργου. Εννοείται ότι κάθε καθυστέρηση πάνω από τις 5 εβδομάδες θα επιφέρει καθυστερήσεις στην ολοκλήρωση του έργου.

### 5.1.6 ΒΗΜΑ 6<sup>ο</sup>: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ

Ο χρονοπρογραμματισμός αποτελεί το ένα σκέλος του προγραμματισμού σ' ένα έργο. Το άλλο σκέλος αφορά το κόστος του. Είναι ευνόητο ότι η διάρκεια κάθε δραστηριότητας είναι σε κάποιο βαθμό συνάρτηση των πόρων που διατίθενται για την εκτέλεση της. Αυξάνοντας το προσωπικό, τα μηχανήματα, τα διαθέσιμα κεφάλαια και γενικά τους πόρους που χρησιμοποιούνται για να εκτελεστεί μία δραστηριότητα του έργου, μπορούμε να επιταχύνουμε την εκτέλεση της και να πετύχουμε μείωση της διάρκειας του έργου.

Η πληροφορία που είναι χρήσιμη στην διοίκηση της εταιρείας ενός έργου αφορά την διερεύνηση της δυνατότητας συντόμευσης της διάρκειας του έργου και ο καθορισμός ενός βέλτιστου οικονομικότερου τρόπου για την επίτευξη του.

Ας υποθέσουμε ότι στο πρόβλημα ανακαίνισης της επιχείρησης, η διοίκηση της εταιρείας κρίνει ότι οι 20 εβδομάδες είναι πολύς χρόνος και αναθέτει στον υπεύθυνο του έργου να μελετήσει εναλλακτικούς τρόπους επίσπευσης του έργου. Όντως, εφαρμόζοντας σε κάποιες από τις δραστηριότητες ένα πρόγραμμα επίσπευσης (όπως π.χ. συντήρηση υδραυλικών εγκαταστάσεων: που μπορεί να ανατεθεί σε περισσότερες από μία ομάδες εργασίας) με την αντίστοιχη αύξηση του συνολικού κόστους. Το ερώτημα που αντιμετωπίζει η διοίκηση είναι ποιες από τις δραστηριότητες θα πρέπει να επισκεφτούν και ποιο είναι το άριστο (δηλαδή με ελάχιστο κόστος και μεγαλύτερη δυνατή αποτελεσματικότητα) πρόγραμμα επίσπευσης;



Ο υπεύθυνος του έργου γνωρίζει ότι οι δραστηριότητες που δεν ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή ήδη έχουν επιπλέον χρόνο, επομένως η μείωση του χρόνου αυτών δεν θα έχει καμία αλλαγή στην συνολική διάρκεια του έργου. Οι προσπάθειες του συνεπώς θα πρέπει να επικεντρωθούν στις δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στην κρίσιμη διαδρομή και που η μείωση των διαρκειών τους θα μειώσει αντίστοιχα και την συνολική διάρκεια, δηλαδή στις δραστηριότητες Α, Γ, Δ, Ε, Η.

Ας πάρουμε το παράδειγμα για την δραστηριότητα Α η οποία διαρκεί κανονικά 5 εβδομάδες και κοστίζει 3,5 χιλιάδες € αλλά μπορεί να εκτελεστεί και σε 2 εβδομάδες με κόστος 4,5 χιλιάδες €. Αν διαιρέσουμε την επιβάρυνση λόγω επίσπευσης (1000 €3 εβδομάδες = 333,33 χιλιάδες € εβδομάδα) θα διαπιστώσουμε ότι για μια εβδομάδα επίσπευσης της εργασίας Α θα έχουμε κόστος 333,33 χιλιάδες €

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε το κόστος ανά εβδομάδα επίσπευσης για όλες τις εργασίες. Στον πίνακα 9.5 βλέπουμε τους χρόνους που απαιτούνται για κάθε μια δραστηριότητα ανοίγματος του υποκαταστήματος αν ακολουθήσει το κανονικό πρόγραμμα και ένα πρόγραμμα επίσπευσης.

|               |                        | ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ  |       |                        | ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΟ ΚΟΣΤΟΣ       |       |  |
|---------------|------------------------|--------------------------|-------|------------------------|--------------------------|-------|--|
| ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ | ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ (Α) | ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΣΠΕΥΣΗΣ (Β) | Α - Β | ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ (Γ) | ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΣΠΕΥΣΗΣ (Δ) | Γ - Δ |  |
| Α             | 5                      | 2                        | 3     | 3 . 5 0 0              | 4 . 5 0 0                | 1.000 |  |
| Β             | 6                      | 5                        | 1     | 6 . 0 0 0              | 7 . 5 0 0                | 1.500 |  |
| Γ             | 6                      | 4                        | 2     | 6 . 5 0 0              | 9 . 0 0 0                | 2.500 |  |
| Δ             | 3                      | 2                        | 1     | 1 . 5 0 0              | 2 . 0 0 0                | 5 0 0 |  |
| Ε             | 4                      | 2                        | 2     | 7 . 0 0 0              | 8 . 3 0 0                | 1.300 |  |
| Ζ             | 5                      | 3                        | 2     | 3 . 7 0 0              | 9 . 5 0 0                | 5.800 |  |
| Η             | 2                      | 1 , 5                    | 0 , 5 | 1 . 9 0 0              | 3 . 0 0 0                | 1.100 |  |
| Θ             | 5                      | 4                        | 1     | 3 . 0 0 0              | 3 . 2 0 0                | 2 0 0 |  |
| ΣΥΝΟΛΟ        | 2 0                    | -                        | -     | 3 3 . 1 0 0            | -                        | -     |  |

Πίνακας 9.16. Συνάρτηση Δραστηριοτήτων – Κόστους

Στον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι το συνολικό κόστος υλοποίησης του έργου είναι 33.100 χιλιάδες € και ότι το πρόγραμμα θα διαρκέσει 20 εβδομάδες.

Μεταξύ των κρίσιμων δραστηριοτήτων (έντονες σκιαγραφημένες σειρές του πίνακα 9.6) διαπιστώνουμε ότι η δραστηριότητα Δ είναι εκείνη που έχει το πιο μικρό επιπλέον κόστος ανά εβδομάδα (500 € εβδομάδα). Επομένως μπορούμε πολύ εύκολα να επισπεύσουμε την δραστηριότητα Δ μέχρι 1 εβδομάδα οπότε η συνολική διάρκεια του έργου θα μειωθεί στις 19 εβδομάδες και το συνολικό κόστος θα ανέλθει σε  $33.100 + 500 = 33.600$  χιλιάδες €

### 5.1.7 ΒΗΜΑ7<sup>ο</sup> : ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα η μέθοδος PERT/CPM είναι δύο διαφορετικές μέθοδοι που λόγω της ανάπτυξης της τεχνολογίας και της χρήσης του ηλεκτρονικού υπολογιστή έχουν ενωθεί σε μία ενιαία μέθοδο. Και οι δύο χρησιμοποιούν κόμβους και βέλη για να φτιάξουν το δίκτυο δράσης τους. Μια σημαντική διαφορά μεταξύ τους είναι ότι η CPM χρησιμοποιεί μόνο μία εκτίμηση χρόνου για την ολοκλήρωση των δράσεων της (την καλύτερη δυνατή εκτίμηση) ενώ η PERT χρησιμοποιεί τρεις εκτιμήσεις (3): την αισιόδοξη, την απαισιόδοξη και την ρεαλιστική.

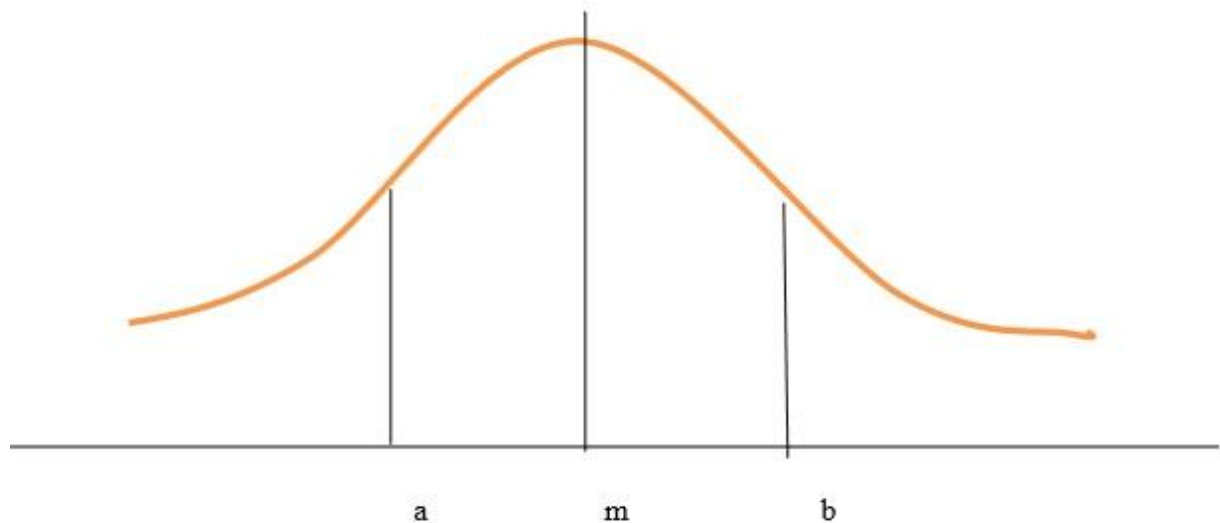
Ένα πραγματικό έργο δεν θα εκτελεστεί ποτέ ακριβώς όπως έχει προγραμματιστεί λόγω της αβεβαιότητας. Μπορεί να προκύψουν διάφορες ασάφειες λόγω υποκειμενικών εκτιμήσεων που μπορεί να έχουν πραγματοποιηθεί λόγω ανθρώπινων λαθών ή ακόμα μπορεί να προκύψουν απρόβλεπτα συμβάντα ή διάφοροι κίνδυνοι. Συνεπώς, ο κύριος λόγος που η τεχνική PERT μπορεί να παρέχει ανακριβείς πληροφορίες σχετικά με τον χρόνο ολοκλήρωσης του έργου είναι λόγω αυτής της αβεβαιότητας.

Η τεχνική PERT έχει ως στόχο να αντιμετωπίσει την πιθανότητα η τιμή που δίνεται ως εκτιμηθείς χρόνος για την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων να ενέχει κάποιο βαθμό σφάλματος. Για να το πετύχει αυτό αντί να χρησιμοποιεί μία εκτίμηση για τον χρόνο, χρησιμοποιεί τρεις εκτιμήσεις για τον χρόνο και για κάθε δραστηριότητα:

- **Αισιόδοξη εκτίμηση για τον χρόνο (a):** πόσο θα διαρκούσε η δραστηριότητα αν οι συνθήκες ήταν ιδανικές
- **Ρεαλιστική εκτίμηση για τον χρόνο (m):** πόσο θα διαρκούσε η κάθε δραστηριότητα αν οι συνθήκες ήταν «φυσιολογικές»
- **Απαισιόδοξη εκτίμηση για τον χρόνο (b):** πόσο θα διαρκούσε η δραστηριότητα αν ένα σημαντικό ποσοστό των πραγμάτων που θα μπορούσαν να πάνε στραβά, πήγαιναν όντως στραβά.

Είναι πάρα πολλά τα ενδεχόμενα για τον τρόπο με τον οποίο κατανέμεται αυτό το εύρος τιμών. Για παράδειγμα, η πιο αισιόδοξη και η πιο ρεαλιστική εκτίμηση για τον χρόνο μπορεί να είναι πολύ κοντά και η απαισιόδοξη εκτίμηση να είναι σημαντικά διαφορετική από τις άλλες δύο, ή μπορεί και οι τρεις εκτιμήσεις να είναι πολύ κοντά. Οι τρεις (3) αυτές εκτιμήσεις φαίνονται στο διάγραμμα Betta και είναι πολύ πιο εύκολο να κατανοηθεί η

διαφορά τους, Η ανάλυση που μπορεί να εφαρμοστεί ενδέχεται να είναι πολύ απλή ή να χρειάζεται πολύπλοκους στατιστικούς υπολογισμούς που απαιτούν την χρήση υπολογιστή.



**Διάγραμμα 7. Διάγραμμα BETA**

Οι παραπάνω εκτιμήσεις στην πράξη γίνονται από έμπειρα και αρμόδια πρόσωπα, που συνήθως είναι και υπεύθυνοι για την εκτέλεση κάθε δραστηριότητας, λαμβάνοντας υπόψη τους παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν την διάρκεια τους.

Συνεχίζοντας στο παράδειγμα μας και με βάση εμπειρικά δεδομένα, δεχόμαστε ότι η διάρκεια κάθε δραστηριότητας ακολουθεί την κατανομή Beta ( αν και μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε άλλη στατιστική ή εμπειρική κατανομή). Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι η διάρκεια της εργασίας Γ (νέες ηλεκτρολογικές εγκαταστάσεις) είναι αβέβαια λόγω της δυσκολίας συντονισμού πολλών συνεργιών. Μετά από προσεκτική ανάλυση καταλήγουμε ότι:

- **Αισιόδοξη εκτίμηση a:** 2
- **Ρεαλιστική εκτίμηση m:** 4
- **Απαισιόδοξη εκτίμηση b:** 7

Με παρόμοιο τρόπο κάνουμε τις εκτιμήσεις για όλες τις εργασίες και τις καταγράφουμε στον πίνακα 9.6.

| <i>ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ</i> | <i>ΑΙΣΙΟΔΟΞΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ<br/>(a)</i> | <i>ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗ<br/>ΕΚΤΙΜΗΣΗ<br/>(m)</i> | <i>ΑΠΑΙΣΙΟΔΟΞΗ<br/>ΕΚΤΙΜΗΣΗ<br/>(b)</i> |
|----------------------|-----------------------------------|--|---|
| A                    | 3                                 | 4                                      | 7                                       |
| B                    | 4                                 | 5                                      | 8                                       |
| Γ                    | 2                                 | 4                                      | 7                                       |
| Δ                    | 4                                 | 7                                      | 1            6                          |
| E                    | 2                                 | 3                                      | 6                                       |
| Z                    | 4                                 | 4            ,            5            | 6                                       |
| H                    | 6                                 | 7                                      | 8            ,            5             |
| Θ                    | 3                                 | 4            ,            5            | 9                                       |

Πίνακας 9.17. Εκτιμήσεις Χρόνου Κάθε Δραστηριότητας

### 5.1.8 ΒΗΜΑ 8<sup>ο</sup>: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ, ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ

Στο 8<sup>ο</sup> βήμα θα υπολογίσουμε τον μέσο όρο, δηλαδή την αναμενόμενη διάρκεια της κάθε δραστηριότητας, τη διακύμανση της καθεμιάς στην κατανομή Beta και την τυπική απόκλιση με την βοήθεια των παρακάτω τύπων.

- *Αναμενόμενη Διάρκεια Δραστηριότητας:*  $t = (a + 4m + b) / 6$
- *Διακύμανση Διάρκειας Δραστηριότητας:*  $\sigma^2 = [(b - a) / 6]^2$
- *και Τυπική απόκλιση:*  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Επομένως έχουμε:

- Αναμενόμενη διάρκεια A:  $t_A = (3 + 4 * 4 + 7) / 6 = 26/6 = 4,33$
- Για την B:  $t_B = (4 + 4 * 5 + 8) / 6 = 32/6 = 5,33$             κ.τ.λ.

- Για την διακύμανση της Γ έχουμε:  $\sigma^2\Gamma = [(7 - 2)/6]^2 = (5/6)^2 = 0,69$
- Για την  $\Delta$ :  $\sigma^2\Delta = [(16 - 4)/6] = (12/6)^2 = 22 = 4$

Η τυπική τους απόκλιση είναι:

- $\sigma\Gamma = \sqrt{\sigma^2\Gamma} = \sqrt{0,69} = 0,83$
- Και για την  $\Delta$ :  $\sigma\Delta = \sqrt{\sigma^2\Delta} = \sqrt{4} = 2$

Όπως φαίνεται και από τους παραπάνω τύπους, η σχέση που δίνει την τυπική απόκλιση (όπως επίσης και την διακύμανση της κάθε δραστηριότητας) αγνοεί την ρεαλιστική εκτίμηση και την αισιόδοξη, για τον χρόνο περάτωσης των δραστηριοτήτων και προκύπτει σαν το άθροισμα της διαφοράς των 2 (δύο) ακραίων εκτιμήσεων. Την ρεαλιστική εκτίμηση για τους χρόνους περάτωσης την χρειαζόμαστε στην σχέση για τον υπολογισμό των αναμενόμενων χρόνων περάτωσης των δραστηριοτήτων και συνακόλουθα μέσω της κρίσιμης διαδρομής και στον υπολογισμό της αναμενόμενης διάρκειας του έργου T. Ακολουθώντας όλη αυτή την διαδικασία καταλήγουμε στον επόμενο πίνακα.

| <i>ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ</i> | <i>ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ (t)</i> | <i>ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ (<math>\sigma^2</math>)</i> | <i>ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (<math>\sigma</math>)</i> |
|----------------------|--|---|--|
| A                    | 4 , 3 3  | 0 , 4 4                                   | 0 , 6 6                                      |
| B                    | 5 , 3 3  | 0 , 4 4                                   | 0 , 6 6                                      |
| Γ                    | 4 , 1 6  | 0 , 6 9                                   | 0 , 8 3                                      |
| Δ                    | 4 , 8  | 4   | 2  |
| E                    | 3 , 3 3  | 0 , 4 4                                   | 0 , 6 6                                      |
| Z                    | 4 , 6 6  | 0 , 1 1                                   | 0 , 3 3                                      |
| H                    | 1 , 5 0  | 0 , 1 1                                   | 0 , 3 3                                      |
| Θ                    | 5  | 1   | 1  |

Πίνακας 9.18. Αναμενόμενης Διάρκειας, Διακύμανσης & Τυπικής Απόκλισης

Βλέποντας τις παραπάνω εκτιμήσεις χρόνου κάθε δραστηριότητας του πίνακα 9.8, διαπιστώνουμε ότι, όπως και κάθε εργασία έτσι και η συνολική διάρκεια του έργου είναι μία τυχαία μεταβλητή και επομένως η διάρκεια των 20 εβδομάδων είναι μία αναμενόμενη τιμή για την οποία όμως δεν υπάρχει εγγύηση ότι θα υλοποιηθεί. Αυτό συμβαίνει διότι προφανώς, εάν κάποια από τις κρίσιμες εργασίες παρατεθεί, τότε παρατείνεται και το σύνολο του έργου.

Έχοντας συγκεντρώσει όλα τα παραπάνω στοιχεία μπορούμε να εκτιμήσουμε την πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο σε 25 εβδομάδες. Για τον υπολογισμό αυτής της δραστηριότητας θα θεωρήσουμε τα εξής δεδομένα:

- Οι χρονικές διάρκειες των εργασιών στην κρίσιμη διαδρομή (A-Γ-Δ-E-H) είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές.
- Η συνολική διάρκεια της κρίσιμης διαδρομής T δίνεται από την κανονική κατανομή, κάτι που είναι λογικό από την θεωρία των πιθανοτήτων, εφόσον η μεταβλητή T είναι το άθροισμα τυχαίων ανεξάρτητων μεταβλητών ( των χρόνων των επιμέρους κρίσιμων εργασιών). Η μέση τιμή της μεταβλητής T ισούται με 20, που είναι η αναμενόμενη διάρκεια της κρίσιμης διαδρομής.

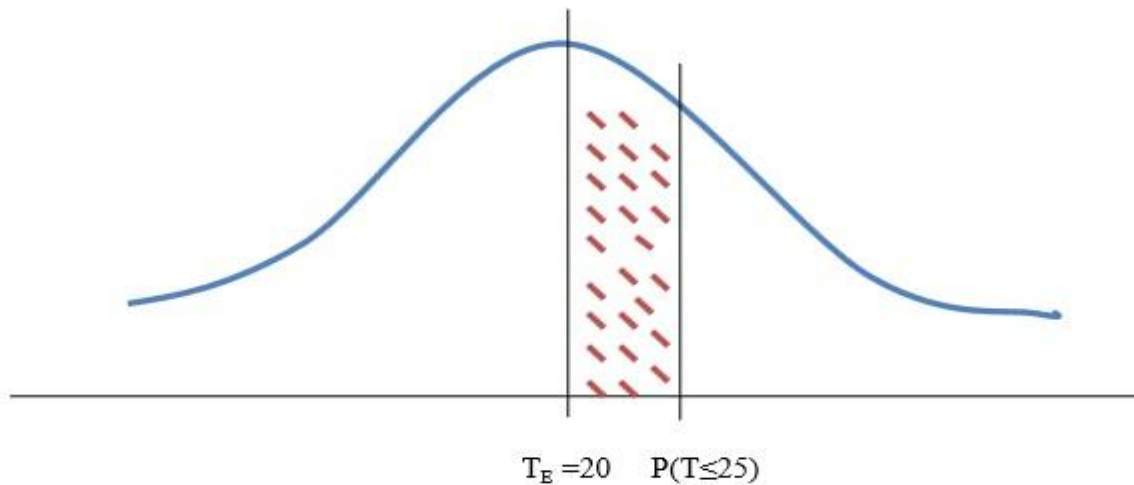
Για να εκτιμήσουμε τώρα την πιθανότητα  $P(T \leq 25)$ , πρέπει να εκτιμήσουμε την διακύμανση της T. Γνωρίζουμε ότι η διακύμανση αυτή ισούται με το άθροισμα των διακυμάνσεων των μεταβλητών που απαρτίζουν την T. Επομένως είναι:

$$\sigma^2_T = \sigma^2_A + \sigma^2_\Gamma + \sigma^2_\Delta + \sigma^2_E + \sigma^2_H = 0,44 + 0,69 + 4 + 0,44 + 0,11 = 5,68$$

και συνεπώς η τυπική απόκλιση της T είναι:

$$\sigma_T = \sqrt{\sigma^2_T} = \sqrt{5,68} = 2,38$$

Δεδομένου ότι η συνολική διάρκεια του έργου είναι μία στοχαστική μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή με δεδομένη μέση τιμή και τυπική απόκλιση, μπορεί να προσδιοριστεί η πιθανότητα η διάρκεια αυτή να έχει μία συγκεκριμένη τιμή. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η κανονική κατανομή και το τμήμα στην καμπύλη που αναζητούμε για να βρούμε την πιθανότητα που μας ενδιαφέρει.



**Διάγραμμα 8. Διάγραμμα ΒΕΤΑ Με Αναμενόμενη Διάρκεια Έργου**

Έχοντας τον επιθυμητό χρόνο  $D$ , την αναμενόμενη διάρκεια του έργου  $T_E$ , την τυπική απόκλιση αυτής της διάρκειας  $\sigma_T$ , μπορούμε να τα αντικαταστήσουμε στην σχέση για την μεταβλητή  $Z$  που μας δίνει την στατιστική θωρία. Επομένως:

$$\cdot Z = (D - T_E) / \sqrt{\Sigma \sigma^2 T} = (25 - 20) / \sqrt{5,68} = 5 / 2,38 = 2,10$$

Έχοντας την μεταβλητή της τιμής  $Z$  και χρησιμοποιώντας τον σχετικό πίνακα 9.8<sup>11</sup> για την κανονική κατανομή εντοπίζουμε την ζητούμενη πιθανότητα η οποία είναι =0,98214 ή 98,21%.

<sup>11</sup> <http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/CivilEngineer/tablez.pdf>



| Z     | 0 . 0 0       | 0 . 0 1       | 0 . 0 2       | 0 . 0 3       | 0 . 0 4       |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 . 0 | 0 . 8 4 1 3 4 | 0 . 8 4 3 7 5 | 0 . 8 4 6 1 4 | 0 . 8 4 8 5 0 | 0 . 8 5 0 8 3 |
| 1 . 1 | 0 . 8 6 4 3 3 | 0 . 8 6 6 5 0 | 0 . 8 6 8 6 4 | 0 . 8 7 0 7 6 | 0 . 8 7 2 8 6 |
| 1 . 2 | 0 . 8 8 4 9 3 | 0 . 8 8 6 8 6 | 0 . 8 8 8 7 7 | 0 . 8 9 0 6 5 | 0 . 8 9 2 5 1 |
| 1 . 3 | 0 . 9 0 3 2 0 | 0 . 9 0 4 9 0 | 0 . 9 0 6 5 8 | 0 . 9 0 8 2 4 | 0 . 9 0 9 8 8 |
| 1 . 4 | 0 . 9 1 9 2 4 | 0 . 9 2 0 7 3 | 0 . 9 2 2 2 0 | 0 . 9 2 3 6 4 | 0 . 9 2 5 0 7 |
| 1 . 5 | 0 . 9 3 3 1 9 | 0 . 9 3 4 4 8 | 0 . 9 3 5 7 4 | 0 . 9 3 6 9 9 | 0 . 9 3 8 2 2 |
| 1 . 6 | 0 . 9 4 5 2 0 | 0 . 9 4 6 3 0 | 0 . 9 4 7 3 8 | 0 . 9 4 8 4 5 | 0 . 9 4 9 5 0 |
| 1 . 7 | 0 . 9 5 5 4 3 | 0 . 9 5 6 3 7 | 0 . 9 5 7 2 8 | 0 . 9 5 8 1 8 | 0 . 9 5 9 0 7 |
| 1 . 8 | 0 . 9 6 4 0 7 | 0 . 9 6 4 8 5 | 0 . 9 6 5 6 2 | 0 . 9 6 6 3 8 | 0 . 9 6 7 1 2 |
| 1 . 9 | 0 . 9 7 1 2 8 | 0 . 9 7 1 9 3 | 0 . 9 7 2 5 7 | 0 . 9 7 3 2 0 | 0 . 9 7 3 8 1 |
| 2 . 0 | 0 . 9 7 7 2 5 | 0 . 9 7 7 7 8 | 0 . 9 7 8 3 1 | 0 . 9 7 8 8 2 | 0 . 9 7 9 3 2 |
| 2 . 1 | 0 . 9 8 2 1 4 | 0 . 9 8 2 5 7 | 0 . 9 8 3 0 0 | 0 . 9 8 3 4 1 | 0 . 9 8 3 8 2 |
| 2 . 2 | 0 . 9 8 6 1 0 | 0 . 9 8 6 4 5 | 0 . 9 8 6 7 9 | 0 . 9 8 7 1 3 | 0 . 9 8 7 4 5 |
| 2 . 3 | 0 . 9 8 9 2 8 | 0 . 9 8 9 5 6 | 0 . 9 8 9 8 3 | 0 . 9 9 0 1 0 | 0 . 9 9 0 3 6 |
| 2 . 4 | 0 . 9 9 1 8 0 | 0 . 9 9 2 0 2 | 0 . 9 9 2 2 4 | 0 . 9 9 2 4 5 | 0 . 9 9 2 6 6 |
| 2 . 5 | 0 . 9 9 3 7 9 | 0 . 9 9 3 9 6 | 0 . 9 9 4 1 3 | 0 . 9 9 4 3 0 | 0 . 9 9 4 4 6 |
| 2 . 6 | 0 . 9 9 5 3 4 | 0 . 9 9 5 4 7 | 0 . 9 9 5 6 0 | 0 . 9 9 5 7 3 | 0 . 9 9 5 8 5 |
| 2 . 7 | 0 . 9 9 6 5 3 | 0 . 9 9 6 6 4 | 0 . 9 9 6 7 4 | 0 . 9 9 6 8 3 | 0 . 9 9 6 9 3 |
| 2 . 8 | 0 . 9 9 7 4 4 | 0 . 9 9 7 5 2 | 0 . 9 9 7 6 0 | 0 . 9 9 7 6 7 | 0 . 9 9 7 7 4 |
| 2 . 9 | 0 . 9 9 8 1 3 | 0 . 9 9 8 1 9 | 0 . 9 9 8 2 5 | 0 . 9 9 8 3 1 | 0 . 9 9 8 3 6 |
| 3 . 0 | 0 . 9 9 8 6 5 | 0 . 9 9 8 6 9 | 0 . 9 9 8 7 4 | 0 . 9 9 8 7 8 | 0 . 9 9 8 8 2 |

Πίνακας 19. Πίνακας Κανονικής Κατανομής

Καταλήγοντας στην εκτιμώμενη διάρκεια του έργου είναι 20 εβδομάδες υπάρχει μία πιθανότητα 1,79% (100-98,21) το έργο να μην ολοκληρωθεί ούτε στις 25 εβδομάδες.

Έτσι λοιπόν είναι φανερό ότι με την χρήση της μεθόδου PERT, μπορεί κανείς να υπολογίσει τις πιθανότητες ολοκλήρωσης του συνολικού έργου σε μεγαλύτερο χρόνο από τον αναμενόμενο ή ακόμα και σε μικρότερο απ' αυτόν. Εάν υπάρξει η περίπτωση να υπάρξουν δύο κρίσιμες διαδρομές, για την εφαρμογή της μεθόδου PERT θα χρησιμοποιηθεί η διαδρομή με την μεγαλύτερη συνολική διακύμανση, αφού σ' αυτή παρουσιάζεται η μεγαλύτερη αβεβαιότητα.

### 5.1.9 ΒΗΜΑ9º: ΑΠΕΙΚΟΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΣΕ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT

Το διάγραμμα Gantt είναι ένα οριζόντιο ραβδόγραμμα που απεικονίζει στην ουσία την σχέση των διαφορετικών δράσεων του έργου μέσα στο χρόνο. Στον οριζόντιο άξονα του διαγράμματος τοποθετείται ο χρόνος σε κατάλληλες υποδιαιρέσεις που ταιριάζουν με τις ανάγκες και την χρονική διάρκεια του έργου, ενώ στον κατακόρυφο άξονα τοποθετούνται οι τίτλοι των δράσεων του έργου. Η σειρά τοποθέτησης τους συνήθως είναι προς τα πάνω αυτές που αρχίζουν νωρίτερα και προς τα κάτω αυτές που αρχίζουν αργότερα, χωρίς αυτό να αποτελεί απαραίτητο κανόνα. Η τοποθέτηση μπορεί να είναι τυχαία ή να ακολουθεί άλλα κριτήρια χωρίς αυτό να επηρεάζει την ορθότητα του διαγράμματος. Οι δράσεις περιγράφονται είτε με τους τίτλους τους είτε με την χρήση κωδικών αριθμών που παραπέμπουν σε συγκεκριμένες εργασίες. Στο κύριο τώρα τμήμα του διαγράμματος τοποθετούνται για κάθε δράση και σε οριζόντια διάταξη οι ράβδοι αποτύπωσης του χρόνου, με μήκος ανάλογο με την χρονική διάρκεια που απαιτείται για την ολοκλήρωση της. Κάθε ράβδος αρχίζει από το σημείο που στον οριζόντιο άξονα αντιστοιχεί με το χρονικό σημείο έναρξης της συγκεκριμένης δράσης.

Τα πλεονεκτήματα από την χρήση της συγκεκριμένης τεχνικής είναι:

- Η σαφής απεικόνιση της χρονικής διάρκειας και της αλληλουχίας των δράσεων,
- Η εύκολη και η γρήγορη κατασκευή του,
- Αλλά και η ευκολία που μπορεί να κατανοήσει ακόμα και κάποιο μη εξειδικευμένο άτομο τις πληροφορίες που το διάγραμμα Gantt παρέχει στον χρήστη του.

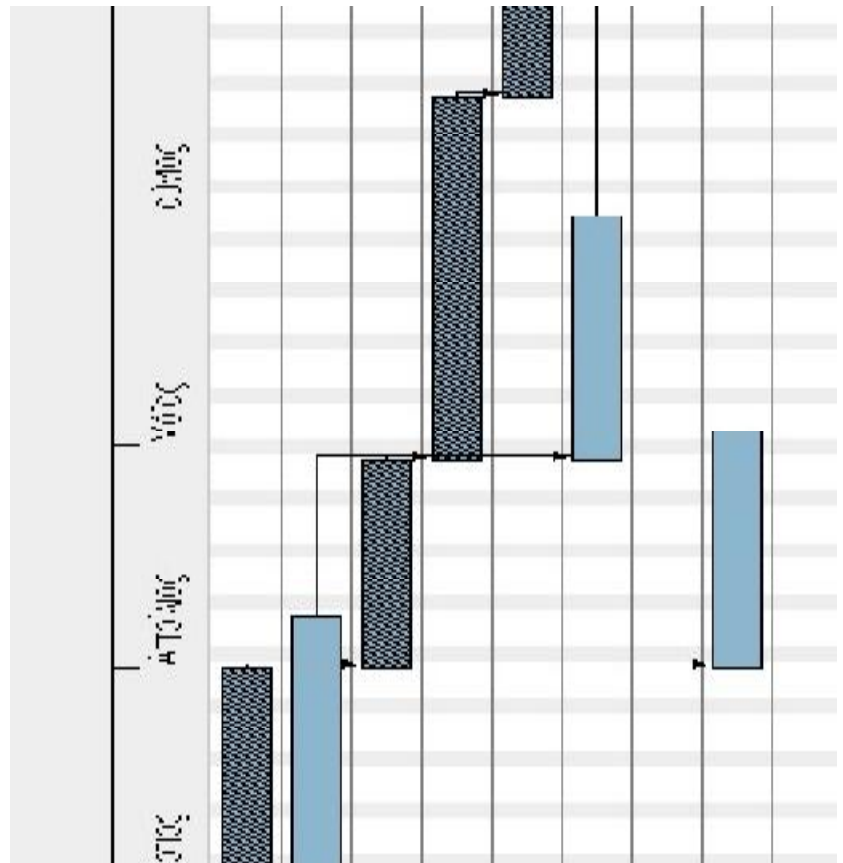
Βέβαια τα διαγράμματα Gantt δεν έχουν μεγάλες δυνατότητες πληροφόρησης και έτσι συνήθως χρησιμοποιούνται σε λιγότερο πολυσύνθετα έργα. Κάποια από τα μειονεκτήματα τους είναι:

- Η δυσκολία στην αναπροσαρμογή τους όταν παρουσιάζονται μεταβολές στην χρονική διάρκεια εκτέλεσης κάποιων δράσεων ή δραστηριοτήτων
- Η δυσκολία της εφαρμογής τους σε έργα με μεγάλο αριθμό δράσεων ή δραστηριοτήτων,
- Καθώς επίσης και η δυσκολία της εφαρμογής τους σε έργα με μεγάλο αριθμό δράσεων, λόγω του σημαντικού χώρου που απαιτεί η απεικόνισή τους
- Υπάρχει αδυναμία στην απεικόνιση των αλληλεξαρτήσεων μεταξύ των δράσεων του έργου
- Υπάρχει αδυναμία για την παρουσίαση των κρίσιμων δράσεων ή δραστηριοτήτων για την επιτυχή ολοκλήρωση του συνολικού έργου.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται το διάγραμμα Gantt του παραδείγματος της ανακαίνισης της επιχείρησης που σχεδιάστηκε με χρήση του προγράμματος Gantt Project<sup>12</sup>.

---

<sup>12</sup> <http://www.ganttproject.biz/>



Διάγραμμα 8. Διάγραμμα GANTT

## 5.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΗΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

Η μέθοδος της δυκτιωτής ανάλυσης είναι ένα δυνατό όπλο για κάθε είδους επιχείρηση, είτε μικρή είτε μεγάλη, γιατί μπορεί να επιλύσει προβλήματα και να ασχοληθεί με αποφάσεις της διοίκησης που έχουν σχέση με το ουσιαστικό αντικείμενο της επιχείρησης. Μπορεί να επιλύσει προβλήματα σχετικά με τον προγραμματισμό του αντικειμένου της επιχείρησης έτσι ώστε να έχουμε το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος και συνάμα το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Για την καλύτερη αντιμετώπιση τεοίου είδους προβλημάτων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο Γραμμικού Προγραμματισμού.

Πολλοί πιστεύουν ότι η ανάπτυξη του Γραμμικού Προγραμματισμού είναι μια από τις πιο σπουδαίες επιστημονικές ανακαλύψεις στα μέσα του εικοστού αιώνα. Η επίδρασή του από το 1950 ήταν πράγματι πολύ σημαντική. Σήμερα, ο Γραμμικός Προγραμματισμός έχει γίνει ένα πρότυπο εργαλείο, που χρησιμοποιείται από τις περισσότερες μεσαίου και μεγάλου μεγέθους εμπορικές και βιομηχανικές επιχειρήσεις των βιομηχανικών χωρών. Η χρησιμοποίησή του σε άλλους τομείς της κοινωνίας έχει επεκταθεί με ταχύτατο ρυθμό. Δεκάδες βιβλία έχουν γραφτεί για το Γραμμικό Προγραμματισμό και εκατοντάδες άρθρα έχουν δημοσιευτεί με σπουδαίες εφαρμογές του. Πάρα πολλοί επιστημονικοί υπολογισμοί σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές στηρίχτηκαν στο γραμμικό προγραμματισμό και σε άλλες τεχνικές στενά συνδεδεμένες με αυτόν.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός ασχολείται με το πρόβλημα της κατανομής των περιορισμένων πόρων μεταξύ ανταγωνιζόμενων δραστηριοτήτων κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Αυτό το πρόβλημα της κατανομής μπορεί να προκύψει όταν κάποιος πρέπει να επιλέξει το επίπεδο ορισμένων δραστηριοτήτων ανταγωνιστικών για περιορισμένους πόρους, που είναι αναγκαίοι για την εκτέλεσή τους. Οι περιπτώσεις κατανομής πόρων σε δραστηριότητες είναι πολλές, όπως π.χ. είναι η κατανομή των μέσων παραγωγής στα προϊόντα, η κατανομή των εθνικών πόρων στις εγχώριες ανάγκες, η επιλογή του χαρτοφυλακίου επενδύσεων, ο προγραμματισμός της γεωργικής παραγωγή μιας χώρας, κ.ά. Το κοινό χαρακτηριστικό όλων αυτών των περιπτώσεων είναι η ανάγκη για την κατανομή των περιορισμένων πόρων στις ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός χρησιμοποιεί ένα μαθηματικό μοντέλο για να περιγράψει το πρόβλημα που εξετάζεται. Ο όρος ‘**γραμμικός**’ σημαίνει ότι όλες οι μαθηματικές συναρτήσεις στο μοντέλο πρέπει να είναι γραμμικές. Η λέξη ‘**προγραμματισμός**’ δεν αναφέρεται στον προγραμματισμό των ηλεκτρονικών υπολογιστών, αλλά είναι συνώνυμη της λέξης ‘**σχεδίασης**’. Έτσι ο Γραμμικός Προγραμματισμός ασχολείται με τη σχεδίαση των δραστηριοτήτων με σκοπό να προκύψει το βέλτιστο αποτέλεσμα, δηλαδή το αποτέλεσμα εκείνο, που μεταξύ όλων των δυνατών εναλλακτικών λύσεων, ικανοποιεί τον προκαθορισμένο σκοπό κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού δεδομένων  $n$  μεταβλητών και  $m$  γραμμικών εξισώσεων ή ανισοτήτων, ζητούνται οι μη αρνητικές τιμές αυτών των μεταβλητών οι οποίες ικανοποιούν αυτές τις εξισώσεις και ανισώσεις και βελτιστοποιούν (μεγιστοποιούν) κάποια γραμμική συνάρτηση αυτών των μεταβλητών.

Δηλαδή ζητείται η μεγιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1),$$

με την προϋπόθεση να ικανοποιούνται οι γραμμικοί περιορισμοί

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \beta_i, \quad i=1,2,\dots,m \quad (2)$$

και  $x_j \geq 0$  (3),  $j=1,2,\dots,n$ .

Έτσι τώρα μπορούμε να διαμορφώσουμε το μαθηματικό μοντέλο ενός γενικού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Με το μοντέλο αυτό επιλέγουμε τις τιμές των  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , έτσι ώστε:

$$\max Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n,$$

με περιορισμούς

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq \beta_1$$

$$\alpha_{21}X_1 + \alpha_{22}X_2 + \dots + \alpha_{2n}X_n \leq \beta_2$$

.....

$$\alpha_{m1}X_1 + \alpha_{m2}X_2 + \dots + \alpha_{mn}X_n \leq \beta_m$$

και

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

Αυτή είναι η τυποποιημένη μορφή του γενικού προβλήματος του γραμμικού προγραμματισμού. Κάθε πρόβλημα του οποίου το μαθηματικό μοντέλο ταιριάζει με το παραπάνω μοντέλο είναι ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

Ορισμοί:

- Η συνάρτηση που θέλουμε να μεγιστοποιηθεί δηλαδή η  $Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$ , ονομάζεται **αντικειμενική συνάρτηση (objective function)**.
- Οι περιοριστικές σχέσεις (2) και (3) ονομάζονται περιορισμοί (constraints). Οι πρώτοι m περιορισμοί ονομάζονται **λειτουργικοί περιορισμοί (functional constraints)** και οι  $x_j \geq 0$  **περιορισμοί μη αρνητικότητας (non-negativity constraints)**.
- Οι μεταβλητές  $x_j$  ονομάζονται **μεταβλητές απόφασης (decision variables)**, όπως είδαμε και πιο πάνω, ενώ οι σταθερές  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_i$ , και  $c_j$  είναι **οι παράμετροι (parameters)** του μοντέλου.

Παρατηρήσεις:

Στο σημείο αυτό πρέπει να προσθέσουμε ότι το πιο πάνω μοντέλο δεν είναι κατάλληλο για όλα τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, που μπορεί να έχουν μία ή περισσότερες από τις παρακάτω μορφές:

- Ελαχιστοποίηση αντί για μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή 
$$\min Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$$
- Μερικοί λειτουργικοί περιορισμοί είναι ανισότητες της φοράς  $\geq$ , 
$$\alpha_{i1}X_1 + \alpha_{i2}X_2 + \dots + \alpha_{in}X_n \geq \beta_i$$
, για μερικές τιμές του i.
- Μερικοί λειτουργικοί περιορισμοί είναι με μορφή ισότητας, 
$$\alpha_{i1}X_1 + \alpha_{i2}X_2 + \dots + \alpha_{in}X_n = \beta_i$$
, για μερικές τιμές του i.
- Απάλειψη των περιορισμών μη αρνητικότητας για μερικές μεταβλητές, δηλαδή  $x_j$  αperiόριστες ως προς το πρόσημο για μερικές τιμές του j.

Ορισμοί:

Συνήθως με τον όρο 'λύση' εννοούμε την τελική απάντηση σ' ένα πρόβλημα. Στο γραμμικό προγραμματισμό, όμως, καθώς και στις επεκτάσεις του, ο κανόνας είναι τελείως διαφορετικός. Εδώ, ως λύση, θα θεωρούμε κάθε προσδιορισμό τιμών για τις μεταβλητές απόφασης ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), άσχετα με το αν είναι μια επιθυμητή ή ακόμη και επιτρεπτή επιλογή. Ειδικότερα, θα εξετάσουμε τα παρακάτω είδη λύσεων.

- **Εφικτή λύση (feasible solution)** είναι η λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Ένα πρόβλημα είναι δυνατό να μην έχει εφικτές λύσεις. Στη γραφική αναπαράσταση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, όπως θα δούμε και παρακάτω, η περιοχή των εφικτών λύσεων ονομάζεται **εφικτή περιοχή**.

Όταν υπάρχουν εφικτές λύσεις, σκοπός του γραμμικού προγραμματισμού είναι η εύρεση της βέλτιστης, όπως μετριέται από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του μοντέλου.

- **Βέλτιστη λύση (optimal solution)** είναι η εφικτή λύση, που δίνει την πιο επιθυμητή τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση. 'Πιο επιθυμητή τιμή' θεωρείται η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή και εξαρτάται από το αν αντικειμενικός σκοπός είναι η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση. Έτσι μια βέλτιστη λύση μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση σε ολόκληρη την εφικτή περιοχή. Συνήθως ένα πρόβλημα έχει μια βέλτιστη λύση. Όμως είναι δυνατό να έχουμε πολλαπλές βέλτιστες λύσεις, τότε σ' αυτή την περίπτωση το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού θα έχει άπειρες βέλτιστες λύσεις.
- Η τρίτη περίπτωση είναι όταν ένα πρόβλημα δεν έχει καμία βέλτιστη λύση. Αυτό συμβαίνει μόνο όταν
  - § (α) δεν έχει καμία εφικτή λύση, ή
  - § (β) όταν οι περιορισμοί δεν εμποδίζουν την αύξηση/μείωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης προς την επιθυμητή κατεύθυνση.

#### Υποθέσεις:

Όλες οι υποθέσεις του γραμμικού προγραμματισμού υπονοούνται στη διαμόρφωση του παραπάνω μοντέλου. Ωστόσο, είναι σκόπιμο να εξετάσουμε τις υποθέσεις αυτές προκειμένου να διαπιστώσουμε πόσο καλά ο γραμμικός προγραμματισμός εφαρμόζεται σε ένα οποιαδήποτε πρόβλημα.

- **Αναλογικότητα**

Η αναλογικότητα (proportionality) αναφέρεται σε ξεχωριστές δραστηριότητες, που εξετάζονται ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες. Ας υποθέσουμε ότι από τις  $n$  δραστηριότητες μόνο μία υλοποιείται και ας την ονομάσουμε  $k$ , έτσι ώστε  $x_j=0$  για  $j=1,2,\dots,n$  και  $j=k$ . Σύμφωνα με αυτή την υπόθεση (α) το μέτρο αποτελεσματικότητας  $Z$  είναι ίσο με  $c_k x_k$ , και (β) η χρησιμοποίηση κάθε πόρου  $i$  είναι ίση με  $a_{ik} x_k$ . Δηλαδή, αν ένα προϊόν απαιτεί 2 ώρες από τον πόρο  $i$  ( $a_{ik}=2$ ) για να παραχθεί, τότε τα  $x_k$  προϊόντα απαιτούν  $2x_k$  ώρες, εδίσης αν το κέρδος από την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος είναι 4 χ.μ., τότε το

κέρδος από την παραγωγή  $x_k$  προϊόντων είναι  $4x_k$ . Αυτό σημαίνει ότι δύο ποσότητες είναι ευθέως ανάλογες προς το επίπεδο της  $k$  δραστηριότητας. Ακόμη σημαίνει ότι δεν υπάρχουν αρχικές επιβαρύνσεις με την έναρξη της δραστηριότητας και ότι η αναλογικότητα ισχύει για όλα τα επίπεδα τιμών της δραστηριότητας.

- **Προσθετικότητα**

Με την υπόθεση της αναλογικότητας δεν εξασφαλίζεται ότι η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικές εξισώσεις. Η προσθετικότητα (additivity) προϋποθέτει ότι δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων. Για κάθε επίπεδο δραστηριοτήτων  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , η συνολική χρησιμοποίηση κάθε πόρου καθώς και συνολικό μέτρο αποτελεσματικότητας είναι ίσα με το άθροισμα των αντιστοίχων ποσοτήτων κάθε δραστηριότητας. Δηλαδή, αν μια μονάδα προϊόντος A απαιτεί 1 ώρα από τον πόρο  $i$  για να παραχθεί ενώ μια μονάδα προϊόντος B απαιτεί 2 ώρες από τον ίδιο πόρο για να παραχθεί, τότε το επίπεδο δραστηριοτήτων  $(x_A, x_B)$  απαιτεί  $1x_{iA} + 2x_{iB}$  ώρες από τον πόρο  $i$ .

- **Διαιρετότητα**

Μερικές φορές οι μεταβλητές απόφασης έχουν έννοια μόνο όταν παίρνουν ακέραιες τιμές. Η λύση όμως που παίρνουμε από τον γραμμικό προγραμματισμό συχνά έχει μη ακέραιες τιμές. Με την υπόθεση της διαιρετότητας (divisibility) οι μονάδες δραστηριότητας μπορούν να διαιρεθούν σε οποιοδήποτε κλασματικό επίπεδο, έτσι ώστε οι μη ακέραιες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης να είναι επιτρεπτές.

Συχνά ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται και όταν θέλουμε λύση με ακέραιες τιμές. Αν η λύση που βρίσκουμε έχει κλασματικές τιμές, τις στρογγυλεύουμε σε ακέραιες τιμές. Η διαδικασία όμως αυτή έχει ορισμένα μειονεκτήματα και για το λόγο αυτό είναι προτιμότερη η χρησιμοποίηση του ακεραίου προγραμματισμού (integer programming). Πρέπει να σημειωθεί ότι με το γραμμικό προγραμματισμό βρίσκουμε ακέραιες λύσεις σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις προβλημάτων, όπως το πρόβλημα εκχώρησης, κ.ά.

- **Προσδιοριστικότητα**

Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή όλες οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου, δηλαδή τα  $a_{ij}$ ,  $\beta_i$  και  $c_j$ , είναι γνωστές σταθερές. Σε πραγματικά όμως προβλήματα, η υπόθεση αυτή μπορεί να μην ικανοποιείται. Οι παράμετροι του μοντέλου βασίζονται συχνά σε προβλέψεις μελλοντικών καταστάσεων, οι οποίες αναπόφευκτα έχουν κάποιο βαθμό αβεβαιότητας.

Για το λόγο αυτό είναι πολύ σημαντικό μετά την εύρεση της βέλτιστης λύσης να κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) στις τιμές των παραμέτρων. Έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε τις σχετικά ευαίσθητες παραμέτρους, δηλαδή εκείνες που δεν είναι δυνατόν να αλλάξουν πολύ χωρίς να μην αλλάξει η βέλτιστη λύση, και να προσπαθήσουμε να τις εκτιμήσουμε με ακρίβεια.



Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία μέθοδος η οποία εφαρμόζεται για να προσδιορίσει την ευαισθησία της λύσης ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού στις μεταβολές των παραμέτρων του. Το πλέον διαδεδομένο μέσο για εύρεση της βέλτιστης λύσης ενός προβλήματος καθώς και την ανάλυση ευαισθησίας του είναι το MicrosoftExcel και πιο συγκεκριμένα το εργαλείο Solver. Το Solver μας δίνει την αναφορά απάντησης (AnswerReport), την ανάλυση ευαισθησίας (SensitivityReport) και την αναφορά ορίων (LimitsReport).

### Αναφορά απάντησης

- Κελί προορισμού

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Κ | ε | λ | ί | Ό | ν | ο | μ | α | Α | ρ | χ | ι | κ | ή | τ | ι | μ | ή | Τ | ε | λ | ι | κ | ή | τ | ι | μ | ή |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Στη θέση Κελί αναγράφεται το κελί του Excel που έχω ορίσει την αντικειμενική συνάρτηση και στο Όνομα το όνομα που έχω δώσει στην αντικειμενική συνάρτηση. Στην Αρχική τιμή αναγράφεται η τιμή που είχε η αντικειμενική συνάρτηση πριν την λύση, ενώ στην Τελική τιμή η τιμή που πήρε μετά την λύση του προβλήματος.

- Ρυθμιζόμενα κελιά

Στα ρυθμιζόμενα κελιά αντίστοιχα, αναγράφονται το κελί, το όνομα, η αρχική και η τελική τιμή της κάθε μεταβλητής.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Κ | ε | λ | ί | Ό | ν | ο | μ | α | Α | ρ | χ | ι | κ | ή | τ | ι | μ | ή | Τ | ε | λ | ι | κ | ή | τ | ι | μ | ή |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- Περιορισμοί

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Κ | ε | λ | ί | Ό | ν | ο | μ | α | Τ | ι | μ | ή | κ | ε | λ | ι | ού | Τ | ύ | π | ο | ς | Κ | α | τ | ά | σ | τ | α | σ | η | Α | π | ό | κ | λ | ι | σ | η |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Το μέρος αυτό της αναφοράς απάντησης αναφέρεται στους περιορισμούς. Δείχνει το κελί που βρίσκονται, το όνομα τους, την τιμή που παίρνουν καθώς και τον τύπο που έχει ο κάθε περιορισμός. Στην Κατάσταση, αναφέρεται αν ένας περιορισμός είναι ενεργός (υποχρεωτικός) ή μη ενεργός (μη υποχρεωτικός).

Ένας περιορισμός θεωρείται **binding** (**ενεργός**) όταν στην βέλτιστη λύση ισχύει σαν ισότητα. Οι περιορισμοί αυτοί είναι εκείνοι των οποίων η τομή των αντίστοιχων ευθειών τους καθορίζει την κορυφή που αποτελεί την βέλτιστη λύση. Στην περίπτωση που ο περιορισμός

αυτός είναι της μορφής  $\{ \leq \}$  δείχνει έναν πόρο ο οποίος έχει στη βέλτιστη λύση καταναλωθεί πλήρως ενώ όταν είναι της μορφής  $\{ \geq \}$  δείχνει έναν πόρο ο οποίος έχει καταναλωθεί στο ελάχιστο, δηλαδή στην βέλτιστη λύση ικανοποιείται το κατώτατο όριο του περιορισμού. Ένας περιορισμός που δεν είναι ενεργός λέγεται **notbinding (μη ενεργός)** και στην περίπτωση που είναι της μορφής  $\{ \leq \}$  εκφράζει ένα πόρο ο οποίος δεν έχει καταναλωθεί πλήρως, δηλαδή υπάρχει περίσσειμα του πόρου αυτού. Ένας μη ενεργός περιορισμός της μορφής  $\{ \geq \}$  εκφράζει μια απαίτηση της οποίας όχι μόνο έχει ικανοποιηθεί η ελάχιστη απαιτούμενη ποσότητα αλλά και έχει ξεπεραστεί. Οι μη ενεργοί περιορισμοί δεν μετέχουν στη βέλτιστη λύση.

Η απόκλιση είναι η διαφορά τις τιμές που παίρνει ένας μη ενεργός περιορισμός από την ελάχιστη η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει.

### Ανάλυση ευαισθησίας

Το Solver παρουσιάζει την ανάλυση ευαισθησίας σε δύο μέρη. Το πρώτο είναι τα Ρυθμιζόμενα Κελιά (ChangingCells) και το δεύτερο οι Περιορισμοί (Constraints).

#### · Ρυθμιζόμενα Κελιά

| Κ ε λ ί | Ό ν ο μ α | Τελική Τιμή | Μειωμένο κόστος | Αντικειμενικός Συντελεστής | Επιτρεπόμενη αύξηση | Επιτρεπόμενη μείωση |
|---------|-----------|-------------|-----------------|----------------------------|---------------------|---------------------|
|---------|-----------|-------------|-----------------|----------------------------|---------------------|---------------------|

Τα ρυθμιζόμενα κελιά δίνουν πληροφορίες για τις μεταβλητές του προβλήματος και για την αντικειμενική συνάρτηση. Περιέχει τα κελιά, τα ονόματα των μεταβλητών, την τελική βέλτιστη τιμή τους, το μειωμένο κόστος (ReducedCost), τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης (ObjectiveCoefficient) και την επιτρεπόμενη αύξηση και μείωση των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αν αλλάξουμε τον περιορισμό  $X_j \geq 0$ , για κάποιο  $j=1,2,\dots,r$  (συνθήκη μη αρνητικότητας), όπως για παράδειγμα η συγκεκριμένη μεταβλητή να είναι μεγαλύτερη ή ίση της μονάδας, δηλαδή  $X_j \geq 1$ , τότε η μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης θα ονομάζεται **Μειωμένο κόστος (Reducedcost)**.

**Η επιτρεπτή αύξηση (allowableincrease) και επιτρεπτή μείωση (allowabledecrease)** δείχνει το πόσο οι συντελεστές των μεταβλητών της αντικειμενικής συνάρτησης μπορούν να αλλάξουν χωρίς να αλλάξει η τιμή οποιασδήποτε μεταβλητής. Ωστόσο η τιμή της

αντικειμενικής συνάρτησης θα αλλάξει εάν ένας συντελεστής αλλάξει και η αντίστοιχη μεταβλητή του παραμείνει αμετάβλητη.

### Περιορισμοί

| Κ ε λ ί | Ό ν ο μ α | Τελική τιμή | Σκιώδης τιμή | Περιορισμός R.HSide | Επιτρεπόμενη αύξηση | Επιτρεπόμενη μείωση |
|---------|-----------|-------------|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|---------|-----------|-------------|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|

Στο δεύτερο μέρος της ανάλυσης ευαισθησίας τα τρία πρώτα κελιά αναφέρονται στο κελί, το όνομα και την τελική τιμή του αριστερού μέλους κάθε περιορισμού για τη βέλτιστη λύση. Τα υπόλοιπα κελιά αναλύονται ως εξής:

- **Σκιώδης τιμή (Shadowprice)** είναι η μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε μεταβολή ενός περιορισμού κατά μία μονάδα. Όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι κέρδος, μπορούμε να πούμε ότι εκφράζει την μοναδιαία αύξηση ή μείωση του κέρδους όταν ο περιορισμός αυξάνεται ή μειώνεται αντίστοιχα κατά μία μονάδα. Η σύγκριση των shadowprices κάθε περιορισμού μπορεί να παρέχει πολύτιμη πληροφορία για το που και πως μπορούμε να διαθέσουμε πιο αποδοτικά επιπρόσθετους πόρους έτσι ώστε να πετύχουμε καλύτερη βέλτιστη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης.
- **Ο περιορισμός R.HSide** είναι η τιμή του δεξιού μέλους του περιορισμού.
- **Η επιτρεπόμενη αύξηση και μείωση** δείχνει το πόσο μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί το δεξί μέλος ενός περιορισμού έτσι ώστε η σκιώδης τιμή του να ισχύει.

Όλα τα παραπάνω θα τα αναλύσουμε και πρακτικά, με την βοήθεια του εξής παραδείγματος:

Ας πάρουμε για παράδειγμα την επιχείρησή μας η οποία παράγει τέσσερα προϊόντα: A, B, C και D. Κάθε μονάδα προϊόντος A απαιτεί 2 ώρες επεξεργασίας, 1 ώρα συναρμολόγησης και απόθεμα σε εξέλιξη αξίας 10€ Κάθε μονάδα προϊόντος B απαιτεί 1 ώρα επεξεργασίας, 3 ώρες συναρμολόγησης και απόθεμα σε εξέλιξη αξίας 5€ Κάθε μονάδα προϊόντος C απαιτεί 2.5 ώρες επεξεργασίας, 2.5 ώρες συναρμολόγησης και απόθεμα σε εξέλιξη αξίας 2€ Τέλος, κάθε μονάδα προϊόντος D απαιτεί 5 ώρες επεξεργασίας, καμία ώρα συναρμολόγησης και απόθεμα σε εξέλιξη αξίας 12€ Η εταιρία διαθέτει 1200 ώρες επεξεργασίας και 1600 ώρες συναρμολόγησης. Επιπλέον, μπορεί να διαθέσει απόθεμα σε εξέλιξη αξίας το πολύ 10000€ Η κάθε μονάδα προϊόντος A αποφέρει κέρδος 40€ προϊόντος B κέρδος 24€ προϊόντος Γ κέρδος 36€ και προϊόντος D κέρδος 23€ Επίσης, από το προϊόν A μπορούν να πουληθούν το πολύ 200 μονάδες ενώ από το C το πολύ 160. Από τα B και D μπορούν να πουληθούν οσοδήποτε. Ωστόσο από το προϊόν D μπορούν να πουληθούν το λιγότερο 100 μονάδες, όρος συμβολαίου. Να βρεθεί το μέγιστο κέρδος, από την πώληση των τεσσάρων προϊόντων.

## 5.2.1 ΒΗΜΑ 1<sup>ο</sup>: ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΥΣΗΣ

### Μεταβλητές:

Ως μεταβλητές ορίζουμε τη ποσότητα κάθε προϊόντος που παράγεται δηλαδή:

$X_A$  = ποσότητα A προϊόντος

$X_B$  = ποσότητα B προϊόντος

$X_C$  = ποσότητα C προϊόντος

$X_D$  = ποσότητα D προϊόντος

### Περιορισμοί

Μέγιστος αριθμός ωρών επεξεργασίας

$$\cdot 2X_A + 1X_B + 2.5X_C + 5X_D \leq 1200$$

Μέγιστος αριθμός ωρών συναρμολόγησης

$$\cdot 1X_A + 3X_B + 2.5X_C + 0X_D \leq 1600$$

Κόστος αποθέματος σε εξέλιξη

$$\cdot 10X_A + 5X_B + 2X_C + 12X_D \leq 10000$$

Ποσότητες του κάθε προϊόντος που μπορεί να πουληθεί

$$\cdot X_A \leq 200$$

$$\cdot X_C \leq 160$$

$$\cdot X_D \geq 100$$

### Αντικειμενική Συνάρτηση

Στο πρόβλημα ζητείται να μεγιστοποιηθεί το κέρδος. Επομένως:

$$\mathbf{Max Z = f(x) = 40 X_A + 24 X_B + 36 X_C + 23 X_D}$$

## 5.2.2 ΒΗΜΑ 2<sup>ο</sup>: ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Χρησιμοποιώντας το Solver του Excel (γραμμικό μοντέλο) βρήκαμε την λύση

$$X_A = 100 \quad X_B = 500 \quad X_C = 0 \quad X_D = 100$$

και μέγιστο κέρδος 18300€

$$\text{Max } Z = f(x) = 40 * 100 + 24 * 500 + 36 * 0 + 23 * 100$$

$$f(x) = 18.300€$$

Στο παράρτημα φαίνονται η αναλυτική παρουσίαση του προβλήματος, οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν, η αναφορά απάντησης, η αναφορά ευαισθησίας και η αναφορά ορίων.

Η Ανάλυση Ευαισθησίας του προβλήματος είναι:

### Ρυθμιζόμενα κελιά

| Κελί   | Όνομα | Τελική τιμή | Μειωμένο κόστος | Αντικειμενικός συντελεστής | Επιτρεπόμενη αύξηση | Επιτρεπόμενη μείωση |
|--------|-------|-------------|-----------------|----------------------------|---------------------|---------------------|
| \$K\$4 | XA    | 100         | 0               | 40                         | 8                   | 16                  |
| \$K\$5 | XB    | 500         | 0               | 24                         | 73                  | 4                   |
| \$K\$6 | XΓ    | 0           | -16             | 36                         | 16                  | 1E+30               |
| \$K\$7 | XΔ    | 100         | 0               | 23                         | 73                  | 1E+30               |

### Περιορισμοί

| Κελί    | Όνομα                                | Τελική τιμή | Σκιώδης τιμή | Περιορισμός R.H. Side | Επιτρεπόμενη αύξηση | Επιτρεπόμενη μείωση |
|---------|--------------------------------------|-------------|--------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| \$B\$14 | Μέγιστος αριθμός ωρών επεξεργασίας   | 1200        | 19.2         | 1200                  | 166,667             | 166,667             |
| \$B\$17 | Μέγιστος αριθμός ωρών συναρμολόγησης | 1600        | 1,6          | 1600                  | 500                 | 500                 |
| \$B\$20 | Κόστος αποθεμάτων σε εξέλιξη         | 4700        | 0            | 10000                 | 1E+30               | 5300                |
| \$B\$24 | Ποσότητα XA που μπορεί να πουληθεί   | 100         | 0            | 200                   | 1E+30               | 100                 |
| \$B\$25 | Ποσότητα XB που μπορεί να πουληθεί   | 0           | 0            | 160                   | 1E+30               | 160                 |
| \$B\$26 | Ποσότητα XΓ που μπορεί να πουληθεί   | 100         | -73          | 100                   | 33,333              | 33,333              |

Εικόνα 10. Ανάλυση Ευαισθησίας Μέσω Του Excel

## 5.2.3 ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

Για την καλύτερη κατανόηση της ανάλυσης ευαισθησίας μπορούμε να απαντήσουμε στα παρακάτω ερωτήματα με την βοήθεια των αποτελεσμάτων που μας δίνει ο Solver.

### 1) Πόσο θα αλλάξει το κέρδος αν προσθέσουμε

- 1) μία ώρα επεξεργασίας,
- 2) μία ώρα συναρμολόγησης και
- 3) αν αυξήσουμε το κόστος αποθέματος σε εξέλιξη κατά €1;

Απάντηση

- 1) Αν ο περιορισμός για τον μέγιστο αριθμό ωρών επεξεργασίας αλλάξει και από 1200 γίνει 1201 τότε η αντικειμενική συνάρτηση (κέρδος) θα αυξηθεί κατά το ποσό που

αναφέρεται στην Σκιώδη τιμή. Δηλαδή το κέρδος θα αυξηθεί κατά 19,2. Άρα από 18300 το συνολικό κέρδος θα γίνει 18319,2.

- 2) Αν ο περιορισμός για τον μέγιστο αριθμό ωρών συναρμολόγησης αλλάξει κατά μία μονάδα και από 1600 γίνει 1601 τότε η αντικειμενική συνάρτηση θα αυξηθεί κατά 1.6 όσο είναι δηλαδή η Σκιώδης τιμή. Άρα το συνολικό κέρδος θα γίνει από 18300 σε 18301,6
- 3) Αν ο περιορισμός για το κόστος αποθεμάτων σε εξέλιξη αυξηθεί κατά μία μονάδα τότε από 10000 το κόστος θα γίνει 10001. Επειδή η Σκιώδης τιμή είναι μηδενική το συνολικό κέρδος δεν θα αλλάξει.

**2) Υποθέτουμε ότι το συμβόλαιο για το προϊόν D απαιτεί να παραχθούν τουλάχιστον 130 μονάδες και όχι 100. Τι επίπτωση θα έχει αυτή η αλλαγή στο κέρδος;**

Απάντηση

Από την ανάλυση ευαισθησίας παρατηρούμε ότι αν από 100 μονάδες γίνουν 130, η Σκιώδης τιμή ανά μονάδα προϊόντος δεν θα αλλάξει. Αυτό το συμπεραίνουμε από την επιτρεπόμενη αύξηση που είναι 33.33. Οι 30 μονάδες είναι μέσα στο επιτρεπτό διάστημα γι' αυτό και η Σκιώδης τιμή για τον περιορισμό του προϊόντος D δεν θα αλλάξει παρά μόνο αν προστεθούν παραπάνω από 33.33 μονάδες προϊόντος. Επομένως αν αυξήσουμε τον περιορισμό κατά μία μονάδα, τότε το συνολικό κέρδος θα μειωθεί κατά 73. Άρα το συνολικό κέρδος για 30 μονάδες θα μειωθεί κατά  $30 \cdot (73) = 2190 \text{€}$  και θα γίνει  $18300 - 2190 = 16110 \text{€}$

**3) Υποθέτουμε ότι το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος C είναι 46€ και όχι 36€ Πόσο θα αλλάξει**

- 1) η λύση,
- 2) το κέρδος;

Απάντηση

- 1) Αν αλλάξει το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος C από 36€ σε 46€ δηλαδή για 10€ τότε θα αλλάξει ο συντελεστής του C στην αντικειμενική. Από τα ρυθμιζόμενα κελιά στην αναφορά ευαισθησίας παρατηρούμε ότι η επιτρεπόμενη αύξηση του αντικειμενικού συντελεστή είναι 16. Επομένως αν αυξήσουμε τον συντελεστή κατά 10, είναι μέσα στα επιτρεπτά όρια και γι' αυτό η λύση δεν θα αλλάξει.
- 2) Αντιθέτως, το κέρδος θα αλλάξει γιατί άλλαξε η αντικειμενική συνάρτηση και έγινε :  $\text{Max } Z = f(x) = 40 X_A + 24 X_B + 46 X_C + 23 X_D$ . Αντικαθιστώντας τα  $X_A, X_B,$

$X_C$ ,  $X_D$  βρίσκουμε τη νέα τιμή του κέρδους. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η τιμή του κέρδους δεν θα αλλάξει λόγω του ότι η τελική τιμή του  $X_C$  είναι μηδέν.

- 4) Η εταιρία σκέφτεται να προσθέσει ένα νέο προϊόν E. Το προϊόν αυτό χρειάζεται 2 ώρες επεξεργασίας, 5 ώρες συναρμολόγησης, και απαιτεί 20€ κόστος αποθέματος σε εξέλιξη. Το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος E είναι 50€. Συμφέρει την εταιρία να το παράγει;

Απάντηση

Για να απαντήσουμε σ' αυτό το ερώτημα θα πρέπει πρώτα να βρούμε ένα ευκαιριακό κόστος για το νέο προϊόν. Το ευκαιριακό αυτό κόστος είναι το συνολικό άθροισμα της Σκιώδη τιμής του κάθε περιορισμού επί τις αντίστοιχες μονάδες που απαιτεί το νέο προϊόν. Δηλαδή στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε:

- $EK_1 = (\text{Σκιώδης τιμή}) \cdot (\text{Απαιτούμενο αριθμό επεξεργασίας}) = 19.2 \cdot 2 = 38.4$
- $EK_2 = (\text{Σκιώδης τιμή}) \cdot (\text{Απαιτούμενο αριθμό συναρμολόγησης}) = 1.6 \cdot 5 = 8$
- $EK_3 = (\text{Σκιώδης τιμή}) \cdot (\text{Απαιτούμενο κόστος αποθέματος σε εξέλιξη}) = 0 \cdot 20 = 0$

Άρα συνολικά:

$$EK = EK_1 + EK_2 + EK_3 = 46,4$$

Το EK το συγκρίνουμε με το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος E και αν είναι μικρότερο τότε έχουμε κέρδος άρα συμφέρει την εταιρία ενώ εάν είναι μεγαλύτερο τότε δεν έχουμε κέρδος και δεν συμφέρει την εταιρία να το παράγει. Στην συγκεκριμένη περίπτωση παρατηρώ ότι 46.4

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική Βιβλιογραφία

Βασιλείου, Π.-Χ. Γ., Γ. Τσακλίδης, και Ν.Δ. Τσάντας, (2000), Ασκήσεις στην Επιχειρησιακή Έρευνα: Τόμος 1 Γραμμικός Προγραμματισμός, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσ/νίκη.



- Γεωργίου, Α. Κ., Γ.Σ., Οικονόμου, και Γ.Δ. Τσιότρας (2006), Μελέτες Περιπτώσεων Επιχειρησιακής Έρευνας, Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα.
- Δημητριάδης Α.(2009), Διοίκηση – Διαχείριση Έργου, 4η Έκδοση, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών
- Καρασαββίδου-Χατζηγηγορίου Ε. (1999), Λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων: Προσέγγιση με την επιχειρησιακή έρευνα, UNIVERSITY STUDIO PRESS, Θεσσαλονίκη
- Καρκαζής Ι. (1998), Ειδικά θέματα επιχειρησιακής έρευνας, Εκδόσεις Σμπίλιας ΑΕΒΕ, Αθήνα
- Κιόχος Π. κ.ά. (2002), Επιχειρησιακή έρευνα, μέθοδοι και τεχνικές λήψης επιχειρησιακών αποφάσεων, Εκδόσεις Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα
- Κώστογλου Β. (2004), Επιχειρησιακή Έρευνα, Εκδόσεις Τζιόλα
- Μηλιώτης Π. Α. (1994), Επιχειρησιακή έρευνα, μέθοδοι και προβλήματα, Εκδόσεις Σταμούλης, Αθήνα-Πειραιάς
- Ξηροκόστας Δημήτρης (1999), Επιχειρησιακή Έρευνα, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.
- Ξυροκόστας, Δ. (1999). Επιχειρησιακή έρευνα Αντικείμενο και Μεθοδολογία Γραμμικού προγραμματισμού,
- Οικονόμου, Γ.Σ., και Α. Γεωργίου (2006), Ποσοτική Ανάλυση για τη Λήψη Διοικητικών Αποφάσεων, Τόμος Α', Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα.
- Πραστάκος Γρηγόρης Π. (1992), Επιχειρησιακή έρευνα για τη λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων, Α: Μαθηματικός Προγραμματισμός, Εκδόσεις Σταμούλης, Πειραιάς
- Παπαγεωργίου Γ. (2004), Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Γραμμικός Προγραμματισμός και εφαρμογές), Εκδόσεις Ε.Μ.Π.
- Π.Μηλιώτη, (1994), Επιχειρησιακή έρευνα-Μέθοδοι και Προβλήματα, Εκδόσεις Σταμούλης
- Σεραφείμ Πολύζος. Διοίκηση και Διαχείριση των Έργων – Μέθοδοι και Τεχνικές, Εκδόσεις Κριτική
- Τσάντας, Ν.Δ., και Π.-Χ.Γ. Βασιλείου (2000), Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσ/νίκη.
- Υψηλάντης Παντελής (2006), Επιχειρησιακή Έρευνα, Εφαρμογές στη σημερινή επιχείρηση, Εκδόσεις Προπομπός
- Υψηλάντης Π.(γ' έκδοση 2010), Επιχειρησιακή Έρευνα: Εφαρμογές στη σύγχρονη επιχείρηση, Εκδόσεις Προπομπός, Αθήνα.
- Χ.Δ. Αλιπράντης – S.K. Chakrabarti (2004), Παίγνια και λήψη αποφάσεων, Ελληνική μαθηματική εταιρεία, Αθήνα.

## Ξένη Βιβλιογραφία

Rode David (1997), Managerial Decision Making, Normative and Descriptive Interactions, Department of Social and Decision Sciences, Carnegie Mellon University, Revision: March 3

Rogers, Hartley (1987), Theory of Recursive Functions and Effective Computability, The MIT Press

## Πηγές Στο Διαδίκτυο

Β.Κώστογλου, Γραμμικός Προγραμματισμός  
<http://www.docstoc.com/docs/89770601/kefalaio-3-vivliou-EE>

Γραμμικός Προγραμματισμός και Βελτιστοποίηση  
[http://www.teiser.gr/icd/staff/dvarsam/lp/upload/lp\\_theory2.pdf](http://www.teiser.gr/icd/staff/dvarsam/lp/upload/lp_theory2.pdf)

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, (2006), Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα  
<http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/integer%20programming.pdf>

Ελευθέριος Αγγέλης, Επιχειρησιακή Έρευνα, Τμήμα Πληροφορικής ΑΠΘ  
[http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction\\_to\\_or.pdf](http://stains.csd.auth.gr/wp-content/themes/mattieblue-05/images/2011/06/introduction_to_or.pdf)

Ευστράτιος Ιωαννίδης, Γραμμικός Προγραμματισμός  
<http://myria.math.aegean.gr/epeaek/pdfs/linear-programming.pdf>

Μαναμσίδης Οδυσσέας, (2010), Αλγόριθμος simplex και ειδικές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού με χρήση Η/Υ,  
<http://utopia.duth.gr/~odysmana/duth/d22.doc>

Ν.Α.Παναγιώτου, Εισαγωγικά Στοιχεία για τον Επιστημονικό Τομέα της Επιχειρησιακής Έρευνας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο,  
[http://panayiot.simor.ntua.gr/attachments/032\\_01MBAOR.pdf](http://panayiot.simor.ntua.gr/attachments/032_01MBAOR.pdf)

Σπ.Κάντα-Στ.Καποδίστρια, Σημειώσεις για το μάθημα της Επιχειρησιακής Έρευνας,  
[http://mathbooksgr.files.wordpress.com/2011/11/askhseis\\_eee.pdf](http://mathbooksgr.files.wordpress.com/2011/11/askhseis_eee.pdf)