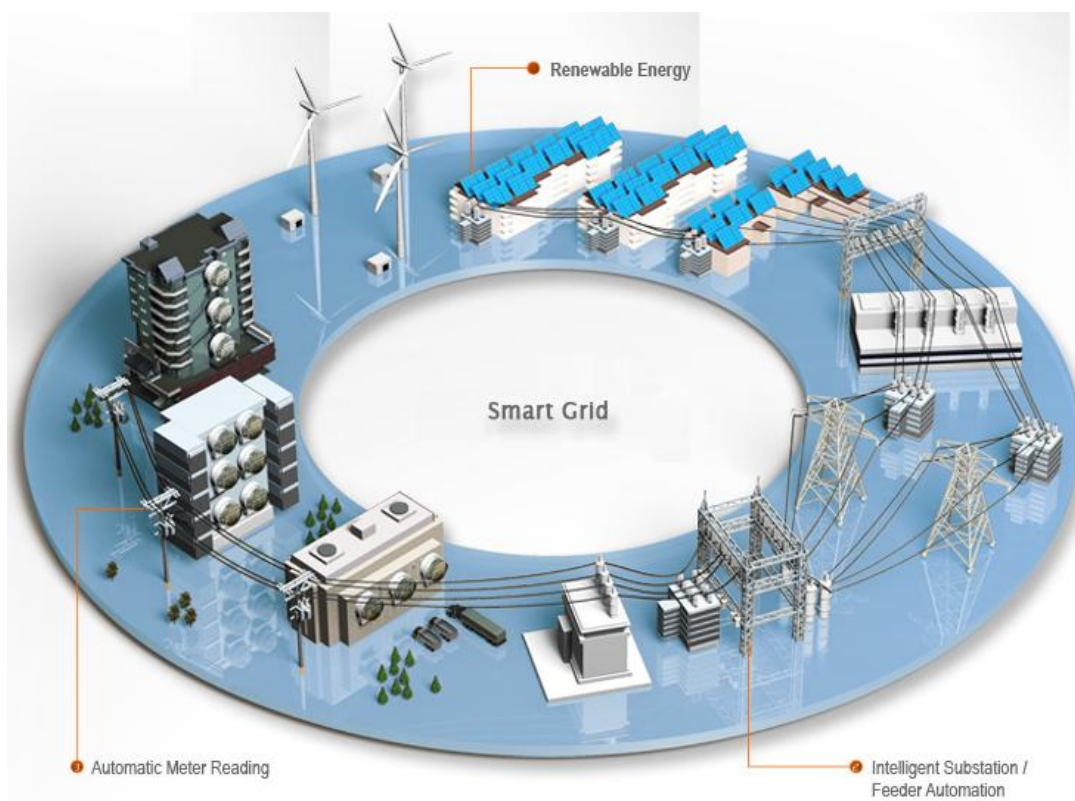


ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΠΗΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΞΥΠΝΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ Α.Π.Ε.



ΦΟΙΤΗΤΗΣ: ΓΕΩΡΓΙΟΣ Δ. ΚΑΡΠΟΥΖΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΧΟΙΝΑΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΠΑΤΡΑ 2015

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν τεύχος αποτελεί τη Διπλωματική Εργασία που εκπονήθηκε στο Μεταπτυχιακό πρόγραμμα Σπουδών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Τ.Ε. του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδας, με τίτλο: «Σχεδιασμός Έξυπνου Δικτύου με χρήση Α.Π.Ε.» και αναφέρεται στη βέλτιστη δυνατή αξιοποίηση της παραγόμενης από ανανεώσιμες πηγές ηλεκτρικής ενέργειας για την τροφοδότηση ενός συστήματος, με σκοπό την αποδοτικότερη, οικονομικότερη και πιο φιλική προς το περιβάλλον λειτουργία του.

Στην αρχή γίνεται αναφορά στα επιμέρους στοιχεία από τα οποία αποτελείται ένα δίκτυο και τις αρχές που το διέπουν για τη σωστή λειτουργία του. Στη συνέχεια αναπτύσσεται η δομή ενός κατάλληλου υπολογιστικού προγράμματος, μέσω του οποίου το ίδιο το σύστημα μπορεί να κάνει ανάλυση και εκτίμηση της κατάστασής του, και σε επόμενο στάδιο να "αντιδρά" αυτόματα στις οποιοσδήποτε μεταβολές στις παραμέτρους του σε πραγματικό χρόνο, ώστε να διασφαλίζεται η σωστή και αποδοτική λειτουργία του.

Ευχαριστώ θερμά την οικογένειά μου για την στήριξη που μου παρείχε κατά την διάρκεια των σπουδών μου, και τον Επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Νικόλαο Σχοινά, Καθηγητή του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Τ.Ε. για τη βοήθεια και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της Εργασίας.

Καρπούζος Δ. Γεώργιος
Οκτώβριος 2015

Υπεύθυνη Δήλωση Φοιτητή: Ο κάτωθι υπογεγραμμένος φοιτητής έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω υπεύθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Διπλωματικής Εργασίας, έχω δε αναφέρει στη Βιβλιογραφία μου όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έλαβα ιδέες ή δεδομένα. Δηλώνω επίσης ότι, οποιοδήποτε στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το διαδίκτυο, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πηγή προέλευσης.

Ο φοιτητής
(Ονοματεπώνυμο)

.....
(Υπογραφή)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία αναφέρεται στην ιδανική συνεργασία μεταξύ ενός σταθμού παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, ο οποίος στην προκειμένη περίπτωση αποτελείται από ανεμογεννήτρια, και του υπάρχοντος δικτύου, με σκοπό την τροφοδότηση με ισχύ ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Στόχος είναι το σύστημα να κάνει εκτίμηση της κατάστασης των ηλεκτρικών μεγεθών του στα διάφορα σημεία του, ώστε ανάλογα με την ισχύ που παράγεται από την ανεμογεννήτρια, το δίκτυο αυτόματα να παρέχει ή να απορροφά την ισχύ που απαιτείται ή περισσεύει αντίστοιχα, για την αποδοτικότερη και οικονομικότερη λειτουργία του συστήματος.

Η ανάπτυξη του θέματος γίνεται σε 5 κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις βασικές αρχές των ηλεκτρικών κυκλωμάτων που σχετίζονται άμεσα με τη μελέτη των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Γίνεται παρουσίαση των τριφασικών κυκλωμάτων, των στοιχείων που τα αποτελούν και όλων των πιθανών συνδέσεων μεταξύ τους. Επίσης γίνεται ανάλυση των τάσεων, των ρευμάτων και της παραγωγής ισχύος στα τριφασικά κυκλώματα στην ημιτονοειδή μόνιμη κατάσταση.

Στο δεύτερο κεφάλαιο εξηγείται η ανάγκη χρήσης μετασχηματιστών ισχύος στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας και των πλεονεκτημάτων τους. Γίνεται μια λεπτομερής ανάλυση της λειτουργίας και παρουσιάζεται η λειτουργία εν κενώ και υπό φορτίο του μονοφασικού μετασχηματιστή. Επίσης παρουσιάζονται τα ισοδύναμα κυκλώματα του μετασχηματιστή και οι συνδεσμολογίες του τριφασικού μετασχηματιστή.

Το τρίτο κεφάλαιο αναφέρεται στις ηλεκτρικές γεννήτριες και συγκεκριμένα εξετάζεται η σύγχρονη γεννήτρια η οποία βρίσκει εφαρμογή στις ανεμογεννήτριες και στις συμβατικές πηγές παραγωγής ενέργειας. Διερευνάται η αρχή λειτουργίας της, η ανάπτυξη της τάσης στο εσωτερικό της γεννήτριας, καθώς επίσης και οι παράμετροι που επηρεάζουν την ταχύτητα περιστροφής της. Αναπτύσσονται τα ισοδύναμα κυκλώματα των γεννητριών κυλινδρικού δρομέα και εκτύπων πόλων. Επιπλέον διατυπώνονται οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης των δύο προαναφερθέντων τύπων των γεννητριών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια ανάλυση στο ανά μονάδα σύστημα, της επιλογής των βασικών μεγεθών και της ανά μονάδα παράστασης διαφόρων τύπων φορτίων. Γίνεται επίσης παρουσίαση της ανά μονάδα ανάλυσης του μονο-

φασικού ισοδύναμου κυκλώματος του μετασχηματιστή και δείχνεται η μεθοδολογία αλλαγής βάσης.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά η όλη θεμελίωση του προβλήματος και αναπτύσσονται οι αντίστοιχες εξισώσεις ροών φορτίου. Αναλύεται η αριθμητική μέθοδος, με βάση την οποία πραγματοποιείται η επίλυση των εξισώσεων των ροών φορτίου, και συγκεκριμένα η μέθοδος Newton-Raphson. Γίνεται παρουσίαση της μεθοδολογίας υπολογισμού της μήτρας αγωγιμοτήτων, της επαναληπτικής διαδικασίας για την επίλυση των εξισώσεων ροών φορτίου και τη δομή ανάπτυξης υπολογιστικού προγράμματος για την επίλυση συστημάτων πολλαπλών ζυγών, λαμβάνοντας δεδομένα σε πραγματικό χρόνο και χρησιμοποιώντας τεχνικές βασισμένες στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

ABSTRACT

This thesis refers to the ideal cooperation between a power station, which in the present case consists of a wind turbine and the existing network, aimed at powering a power system. The goal for the thesis is to make assessment of the state of the electrical quantities of the various points, so as the power generated by the wind turbine, to be automatically provided or absorbed by the load, for the efficient and economic system operation.

The development of the subject is through five chapters. The first chapter refers to the basic principles of electrical circuits which are directly related to the study of power systems. It becomes presentation of three-phase circuits and the elements that constitute all the possible connections between them. Also an analysis of trends, currents and power generation in three-phase circuits in sinusoidal steady state.

The second chapter explains the need for power transformers in power systems and their advantages. It is a detailed analysis of the operation and function shown in no and under load of the single-phase transformer. They also show the equivalent circuits of the transformer and the circuits of three-phase transformer.

The third chapter refers to electrical generators and specifically examines the synchronous generator which applies on wind and conventional power sources. It is examined the principle of operation, the development of tension within the generator, and the parameters that affect the speed of rotation. The equivalent circuits of the cylindrical rotor and salient pole rotor generators are developed. Furthermore the steady-state equations of these two types of generators are formulated.

In the fourth chapter there is an introduction in the per-unit system, the choice of base quantities and performance of per-unit system in various types of load. There is also a presentation of per-unit of analysis on the single-phase equivalent circuit of the transformer and the base change methodology is shown.

Finally, the fifth chapter presents in detail the basis of the subject and the corresponding load flow equations are developed. The numerical methods are analyzed, according to which the solution of equations of load flows is done, namely the method of Newton-Raphson. The calculation methodology of the matrix conductivities and the iterative process for solving load flow equations

are presented and a computer program developed for solving systems of multiple scales taking data in real time and using techniques based on least squares method.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΠΕΡΙΛΗΨΗ ABSTRACT ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. ΑΠΕ και Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	1
2. Έξυπνα Δίκτυα.....	3

1. ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1.1 Εισαγωγή.....	5
1.1.1 Πλεονεκτήματα τριφασικών συστημάτων.....	5
1.2 Παραγωγή τριφασικών τάσεων, ρευμάτων και ισχύος.....	6
1.3 Τριφασικές συνδέσεις.....	10
1.3.1 Συνδεσμολογία αστέρα (Y).....	11
1.3.2 Συνδεσμολογία τριγώνου (Δ).....	13
1.4 Τριφασικά φορτία.....	15
1.5 Ανάλυση συμμετρικών τριφασικών κυκλωμάτων.....	18

2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

2.1 Εισαγωγή.....	20
2.2 Διάταξη μετασχηματιστή.....	20
2.3 Αρχή λειτουργίας του μετασχηματιστή.....	21
2.4 Λειτουργία κενού φορτίου.....	22
2.5 Απώλειες μετασχηματιστή.....	24
2.6 Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή.....	26
2.7 Ανάλυση κυκλώματος με μετασχηματιστή.....	28
2.7.1 Αναγωγή στο πρωτεύον τύλιγμα.....	28
2.7.2 Αναγωγή στο δευτερεύον τύλιγμα.....	30
2.8 Μαγνητικά συζευγμένα κυκλώματα.....	32
2.9 Συνδεσμολογίες τριφασικών μετασχηματιστών.....	35
2.9.1 Συνδεσμολογία αστέρα-αστέρα (Y/y).....	35
2.9.2 Συνδεσμολογία τριγώνου-τριγώνου (D/d).....	37

2.9.3 Συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου (Y/d).....	38
2.9.4 Συνδεσμολογία τριγώνου-αστέρα (D/y).....	40
3. ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ - ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑ	
3.1 Δομή σύγχρονης γεννήτριας.....	42
3.2 Ταχύτητα περιστροφής σύγχρονων γεννητριών.....	43
3.3 Ανάπτυξη τάσης στο εσωτερικό της γεννήτριας.....	43
3.4 Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης γεννήτριας κυλινδρικού δρομέα.....	51
3.5 Έλεγχος ισχύος.....	54
3.6 Διάγραμμα Ικανότητας Φόρτισης.....	57
3.7 Σύγχρονη γεννήτρια έκτυπων πόλων.....	59
4. ΤΟ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΣΥΣΤΗΜΑ	
4.1 Εισαγωγή.....	66
4.2 Επιλογή βασικών μεγεθών.....	67
4.3 Αλλαγή βάσης.....	70
5. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ	
5.1 Εισαγωγή.....	71
5.2 Μοντελοποίηση επιμέρους συνιστωσών.....	74
5.3 Ταξινόμηση ζυγών.....	74
5.4 Εξισώσεις ροών φορτίου.....	76
5.5 Μέθοδος Newton-Raphson.....	79
5.6 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων.....	82
5.7 Εκτίμηση Κατάστασης Ισχύος.....	85
5.8 Η Ιακωβιανή μήτρα H_x	89
5.9 Λειτουργία ενός έξυπνου δικτύου.....	96
5.10 Συμπεράσματα.....	118
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	121

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Α.Π.Ε ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Τα τελευταία χρόνια έχει αυξηθεί η διείσδυση των Α.Π.Ε. στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, με αποτέλεσμα, σε αρκετά σύγχρονα συστήματα ισχύος, ο διαχωρισμός μεταξύ παραγωγών ενέργειας και των χρηστών του δικτύου να γίνεται όλο περισσότερο και πιο ασαφής, καθώς πιο οικονομικές και πιο μικρές σε μέγεθος γεννήτριες μπορούν να εγκατασταθούν κοντά στις περιοχές των χρηστών. Παράδειγμα αποτελούν οι μικρές φωτοβολταϊκές γεννήτριες ή ανεμογεννήτριες, οι οποίες μπορούν να τοποθετηθούν στις στέγες των κατοικιών ή πλησίον αυτών καθώς αποτελούν μια εναλλακτική λύση, η οποία παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα, τα κύρια από τα οποία είναι ότι χρειάζονται λίγη ή καθόλου συντήρηση, μείωση του κόστους της παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας, μείωση των απωλειών κατά τη μεταφορά εξαιτίας των μικρότερων αποστάσεων, μείωση του αποτυπώματος άνθρακα κ.λ.π.

Οι εναλλακτικές πηγές ενέργειας που έχουν προσδιοριστεί περιλαμβάνουν την αιολική, την ηλιακή, την παλιρροιακή, τη γεωθερμική, την υδροηλεκτρική ενέργεια και τη βιομάζα, οι οποίες ονομάζονται επίσης πράσινη ενέργεια γιατί δεν απελευθερώνουν διοξείδιο του άνθρακα (CO₂) στην ατμόσφαιρα κατά τη διαδικασία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αποτελούν σημαντικά συμπληρώματα και αντικαταστάτες των ορυκτών καυσίμων λόγω της διάρκειας εκμετάλλευσής τους και τη φιλικότητα προς το περιβάλλον.

Ως Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας (Σ.Η.Ε.) ορίζεται το σύνολο των εγκαταστάσεων, του εξοπλισμού, των μέσων και γενικότερα όλων των υποδομών που απαιτούνται για την ασφαλή και ποιοτική εξυπηρέτηση των αναγκών σε ηλεκτρική ενέργεια ενός συνόλου καταναλωτών διεσπαρμένων γεωγραφικά. Όλα τα συστήματα είναι τριφασικά εναλλασσόμενου ρεύματος με συχνότητες λειτουργίας για την Ευρώπη τα 50 Hz.

Τα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας μπορούν να διακριθούν στα ακόλουθα τμήματα:

α) Στο σύστημα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Το σύστημα παραγωγής περιλαμβάνει τους σταθμούς παραγωγής μαζί με τους απαιτούμενους υποσταθ-

μούς για την ανύψωση της τάσης σε κατάλληλη τιμή και την είσοδό της στο σύστημα μεταφοράς.

β) Στα δίκτυα μεταφοράς. Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει όλο τον απαιτούμενο εξοπλισμό για τη μεταφορά μεγάλων ποσοτήτων ηλεκτρικής ενέργειας σε διάφορα επίπεδα υψηλής τάσης μεταξύ των κέντρων παραγωγής και των κέντρων κατανάλωσης, καθώς και για τη διασύνδεση με άλλα Σ.Η.Ε. Κατά τη διάρκεια μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας υφίστανται απώλειες λόγω διάχυσης του ρεύματος διαμέσου των αντιστάσεων των αγωγών. Γι' αυτό το λόγο η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται σε υψηλές τάσεις, οι οποίες απαιτούν μικρότερα ρεύματα. (Οι απώλειες στους αγωγούς είναι ανάλογες του τετραγώνου της τιμής του ρεύματος, επομένως για λειτουργία της γραμμής μεταφοράς σε διπλάσια τάση έχουμε απώλειες ίσες με το 25% των αντίστοιχων στη χαμηλότερη τάση). Η μετατροπή των τάσεων γίνεται στους υποσταθμούς.

γ) Στα δίκτυα διανομής. Στο σύστημα διανομής περιλαμβάνεται το σύνολο της υλικοτεχνικής υποδομής (υποσταθμοί, διατάξεις διακοπής, ελέγχου και προστασίας) μέσω της οποίας η ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται στα κέντρα κατανάλωσης. Ανάλογα με το μέγεθος της τάσης τροφοδοσίας τους, τα δίκτυα διανομής διακρίνονται σε δίκτυα διανομής μέσης τάσης ($M.T-22kV$) και χαμηλής τάσης ($X.T.-230/400 V$).

Τις τελευταίες δεκαετίες τα συστήματα ισχύος μεγάλης κλίμακας έχουν αυξηθεί και εξαπλωθεί γεωγραφικά λόγω και της διασύνδεσης γειτονικών δικτύων μεταξύ τους. Επομένως ο κατάλληλος σχεδιασμός, λειτουργία και έλεγχος αυτών των συστημάτων απαιτεί προηγμένες υπολογιστικές τεχνικές.

Μια προηγμένη υποδομή παρακολούθησης ελέγχου και προστασίας είναι απαραίτητη για την σε πραγματικό χρόνο εξισορρόπηση μεταξύ της παραγόμενης ηλεκτρικής ενέργειας και της ζήτησης, λόγω της έλλειψης αποτελεσματικών επιλογών αποθήκευσης σε μεγάλης κλίμακας συστήματα ισχύος. Όταν η παραγωγή και η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι σε ισορροπία ή σε συνθήκες "βαριάς" φόρτισης ή σε περίπτωση απρόβλεπτης διαταραχής του συστήματος, τότε μπορεί να έχουμε διακοπή της λειτουργίας του συστήματος και επομένως διακοπή ρεύματος.

Η εκτίμηση κατάστασης αποτελεί σήμερα θεμέλιο για ένα σύγχρονο κέντρο ελέγχου ενός συστήματος ισχύος. Ο εκτιμητής κατάστασης (ο αλγόριθμος ή το υπολογιστικό πρόγραμμα που κάνει εκτίμηση της κατάστασης ενός Σ.Η.Ε.) είναι υπεύθυνος για την παρακολούθηση και έλεγχο του συστήματος, με βάση τα δεδομένα σε πραγματικό χρόνο που λαμβάνει από τις μονάδες μέτρησης που έχουν τοποθετηθεί στα διάφορα σημεία (ζυγούς) του συστήματος.

Η εκτίμηση κατάστασης επομένως, έχει συμβάλει στη δημιουργία και λειτουργία των αγορών στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, δεδομένου ότι οι αγοραπωλησίες ηλεκτρικής ενέργειας προέρχονται από τις αποτιμήσεις τους σε πραγματικό χρόνο πληροφοριών.

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε και η οποία είναι η πιο διαδεδομένη για αυτήν τη διαδικασία, είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Μέσω της

διαδικασίας της εκτίμησης κατάστασης προσπαθούμε να ορίσουμε τιμές στις άγνωστες μεταβλητές κατάστασης (*state variables*) του συστήματος, χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις του συστήματος. Τα μετρούμενα μεγέθη συνήθως είναι το μέτρο και η φασική γωνία σε κάποιους ζυγούς, το ρεύμα και η ενεργός και άεργος ισχύς. Σε αυτή τη διαδικασία λαμβάνονται υπόψη τα πιθανά σφάλματα των μετρήσεων, τα οποία οφείλονται σε πλήθος παραγόντων (όπως ο θόρυβος, η μεταφορά και διαδικασία μετατροπής των σημάτων των μετρούμενων μεγεθών), αλλά και γνώσεις (αν είναι διαθέσιμες) για την ακρίβεια των οργάνων μέτρησης.

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης κατάστασης είναι η λύση του προβλήματος ροής ισχύος (*power flow solution*) σε πραγματικό χρόνο.

2. ΕΞΥΠΝΑ ΔΙΚΤΥΑ.

Το δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας έχει αναπτυχθεί από το αρχικό σχέδιο των τοπικών DC δικτύων χαμηλής τάσης, στα τριφασικά AC δίκτυα υψηλής τάσης και τελικά στα σημερινά διασυνδεδεμένα δίκτυα με διάφορα επίπεδα τάσης και πολλαπλά ηλεκτρικά συστατικά στοιχεία.

Η αυξανόμενη ζήτηση για ηλεκτρική ενέργεια, μαζί με την πολύπλοκη φύση του δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας, έχουν προκαλέσει σοβαρά προβλήματα στο ήδη καταπονημένο δίκτυο, όπως διακοπές ρεύματος, βυθίσεις τάσης και υπερφορτίσεις, τα οποία μειώνουν σημαντικά την ποιότητα ρεύματος και την αξιοπιστία. Το υπάρχον δίκτυο, λοιπόν, βρίσκεται υπό μεγάλη πίεση από τις διάφορες προκλήσεις και ανάγκες που προκύπτουν από το περιβάλλον, τους καταναλωτές, την αγορά αλλά και από θέματα της υπάρχουσας υποδομής. Για να ξεπεραστούν αυτά τα προβλήματα γίνεται προσπάθεια ανάπτυξης ενός ηλεκτρικού δικτύου επόμενης γενιάς, το οποίο έχει συνοπτικά οριστεί ως “Έξυπνο Δίκτυο” (Smart Grid).

Τα έξυπνα δίκτυα είναι ηλεκτρικά δίκτυα που ενσωματώνουν έξυπνα τη συμπεριφορά και τις δράσεις όλων των χρηστών καταναλωτών ή και παραγωγών ηλεκτρικής ενέργειας στη διεσπαρμένη ανανεώσιμη παραγωγή, με σκοπό να παρέχουν ηλεκτρική ενέργεια με υψηλή απόδοση, ασφάλεια και οικονομία.

Με την εφαρμογή των έξυπνων δικτύων γίνεται καλύτερη διαχείριση της ηλεκτρικής ενέργειας, με αποθήκευση αυτής όταν η ζήτηση είναι χαμηλή και αξιοποίησή της όταν η ζήτηση αυξάνεται, ενώ ταυτόχρονα θα μπορεί να ενσωματωθεί στο σύστημα και να χρησιμοποιηθεί ηλεκτρική ενέργεια που προέρχεται από πηγές ΑΠΕ.

Τα αναμενόμενα οφέλη από ένα σύγχρονο ηλεκτρικό δίκτυο είναι πολλά καθώς ένα έξυπνο δίκτυο:

- Βελτιώνει την αξιοπιστία και την ποιότητα της ενέργειας.

- Βελτιώνει την ανθεκτικότητα προς βλάβες-διακοπές.
- Επιτρέπει την προληπτική συντήρηση και την αυτο-αποκατάσταση σε περίπτωση διαταραχών του συστήματος.
- Χρησιμοποιεί κατανεμημένες πηγές ενέργειας.
- Διευκολύνει την ευρεία ανάπτυξη των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.
- Αυτοματοποιεί τη συντήρηση και τη λειτουργία.
- Μειώνει τις εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα επιτρέποντας τη χρήση ηλεκτρικών οχημάτων και νέων πηγών ενέργειας.
- Δίνει τη δυνατότητα μετάβασης σε plug-in ηλεκτρικά οχήματα και νέων επιλογών αποθήκευσης της ενέργειας.
- Αυξάνει τις επιλογές των καταναλωτών.

1. ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σχεδόν όλη η παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος, καθώς και το μεγαλύτερο μέρος της μεταφοράς ισχύος στο σημερινό κόσμο γίνονται με τη μορφή τριφασικής εναλλασσόμενης ισχύος. Ένα τριφασικό σύστημα ισχύος αποτελείται από τριφασικές γεννήτριες (δηλ. τρεις πηγές τάσης με διαφορά φάσης 120° μεταξύ τους), τριφασικές γραμμές μεταφοράς και φορτία. Χρησιμοποιούνται ευρέως στο δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικού ρεύματος λόγω των πλεονεκτημάτων που παρουσιάζουν.

1.1.1 Πλεονεκτήματα τριφασικών συστημάτων

α) Έναντι των μονοφασικών συστημάτων εναλλασσόμενης ισχύος είναι δυνατή η απολαβή περισσότερης ισχύος ανά μονάδα βάρους μετάλλου από μία τριφασική μηχανή.

β) Οι απώλειες στις γραμμές μεταφοράς είναι μικρότερη για τριφασικά ρεύματα με αποτέλεσμα η απαιτούμενη διατομή των αγωγών να είναι μικρότερη από ότι σε αντίστοιχα μονοφασικά.

γ) Στα τριφασικά συστήματα η στιγμιαία ισχύς είναι σταθερή και ίση με τη μέση ισχύ (όπως θα δειχθεί στη συνέχεια) και όχι παλλόμενη, όπως η ισχύς των μονοφασικών συστημάτων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η κατασκευή και η λειτουργία των τριφασικών μηχανών και κινητήρων να είναι απλούστερη, οικονομικότερη και πιο σταθερή.

δ) Έναντι των συστημάτων συνεχούς ισχύος παρουσιάζουν το πλεονέκτημα της ικανότητας να μεταβάλουν το επίπεδο της τάσης, με σκοπό τη μείωση των απωλειών μεταφοράς. Αυτό μπορεί να γίνει με τη χρήση μετασχηματιστή. Ο μετασχηματιστής είναι μία διάταξη, που αποτελείται από πηνία. Η επαγωγική αντίσταση X_L του πηνίου ισούται με $X_L = j\omega L$ σε *Ohms*, όπου ω η κυκλική συχνότητα σε *rad/sec* και L η αυτεπαγωγή του πηνίου σε *Henry*. Στο συνεχές ρεύμα όμως η συχνότητα f ισούται με μηδέν, επομένως $\omega = 2\pi f = 0$ και $j\omega L = 0$. Δηλαδή στο συνεχές ρεύμα το πηνίο λειτουργεί σαν βραχυκύκλωμα. Αυτός είναι και ο λόγος, που ο μετασχηματιστής δεν έχει εφαρμογή σε κυκλώματα συνεχούς ρεύματος.

Αν θεωρήσουμε μία γραμμή μεταφοράς ορισμένου μήκους l και διατομής

d , η οποία μεταφέρει ισχύ P με τάση V , ρεύμα έντασης I και συντελεστή ισχύος $\cos\varphi$, σε σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος, τότε έχουμε:

$$P=VI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{V\cos\varphi} \quad (1.1)$$

Οι απώλειες ισχύος ρ σε μία γραμμή μεταφοράς, με ολική αντίσταση της γραμμής ίση με R , δίνονται από τον παρακάτω τύπο,

$$\rho=I^2 R = \left(\frac{P}{V\cos\varphi}\right)^2 R \quad (1.2)$$

και όπως αποδεικνύεται είναι ανάλογες του τετραγώνου του ρεύματος της γραμμής και αντιστρόφως ανάλογες του τετραγώνου της τάσης μεταφοράς. Δηλαδή, ο δεκαπλασιασμός π.χ. του επιπέδου της παραγόμενης τάσης, πριν από τη μεταφορά της και η αντίστοιχη μείωση του ρεύματος συνεπάγεται εκατό φορές μείωση των απωλειών μεταφοράς.

1.2 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ, ΡΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ

Μία τριφασική γεννήτρια αποτελείται από τρεις μονοφασικές γεννήτριες, των οποίων οι τάσεις είναι ίσες σε μέτρο και παρουσιάζουν διαφορά φάσης 120° η μία από τις άλλες. Η τάση της κάθε γεννήτριας δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= U_m \sin(\omega t) \\ u_2(t) &= U_m \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_3(t) &= U_m \sin(\omega t - 240^\circ) = U_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (1.3)$$

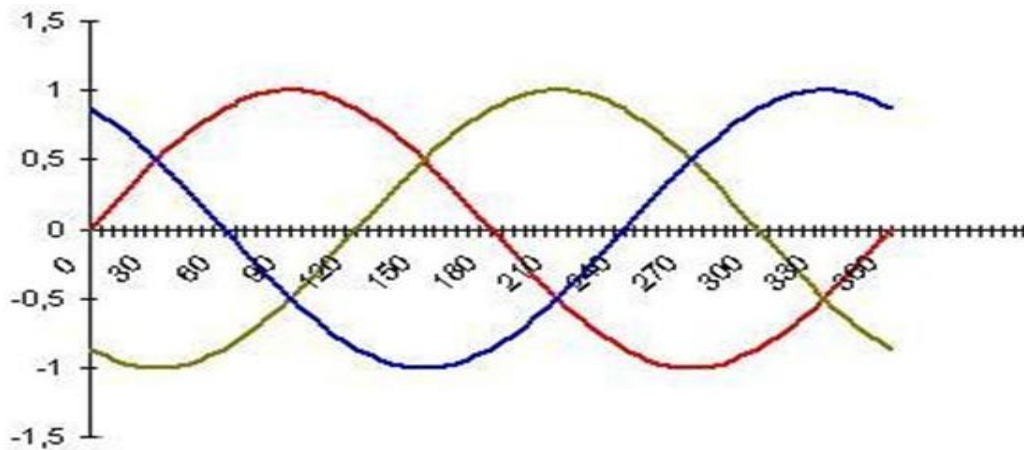
και σε γενική μορφή:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) \quad (1.4)$$

όπου $u(t)$ η εναλλασσόμενη τάση,

U_m το πλάτος ή η μέγιστη τιμή της κυματομορφής, και $\omega t + \theta = \varphi$, η φάση

Στο επόμενο σχήμα παρατηρούμε τις κυματομορφές τριών τάσεων με ίδιο μέτρο και διαφορά φάσης 120° μεταξύ τους:



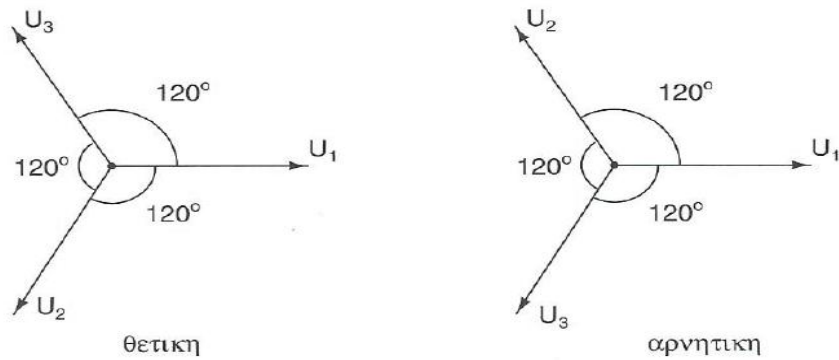
Σχήμα 1.1: Κυματομορφές τάσεων τριφασικής πηγής.
(Πηγή: <http://slideplayer.gr/slide/2902907/>)

Οι παραπάνω εναλλασσόμενες τάσεις μπορούν να εκφραστούν με στρεφόμενα διανύσματα (πολική μορφή ή φάσορες) ένα μέγεθος που συμπεριλαμβάνει ταυτόχρονα το πλάτος και τη φάση, στην προκειμένη περίπτωση, της τάσης, οπότε είναι δυνατόν να σχεδιαστούν σε δύο διαστάσεις. Επειδή σε μετρήσεις χρησιμοποιείτε η ενεργός τιμή, η σχέση που συνδέει το πλάτος U_m με την ενεργό τιμή (U_{rms} ή U) είναι $U_{rms} = U_m / \sqrt{2}$. Επομένως οι τάσεις σε πολική μορφή μπορούν να εκφραστούν ως:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= U \angle 0^\circ \\ \dot{U}_2 &= U \angle -120^\circ \\ \dot{U}_3 &= U \angle -240^\circ = U \angle +120^\circ \end{aligned} \quad (1.5)$$

όπου \dot{U} ο αντίστοιχος φάσορας της τάσης U_x

Η διαδοχή αυτή των φάσεων είναι γνωστή σαν θετική διαδοχή, επειδή στο διανυσματικό διάγραμμα τάσεων τα παραπάνω διανύσματα έχουν δεξιόστροφη φορά. Στην αντίθετη περίπτωση (αριστερόστροφη φορά) ορίζεται ως αρνητική διαδοχή. Οι δύο τύποι διαδοχής των φάσεων φαίνονται στα επόμενα σχήματα:



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα τάσεων για θετική και αρνητική διαδοχή φάσεων.
(Πηγή: Α. Δροσόπουλος, Ηλεκτροτεχνία Ε.Ρ.)

Αν στα άκρα της γεννήτριας συνδεθεί φορτίο μεγέθους $Z \angle \theta^\circ$, τότε θα έχουμε ροή ρεύματος από την άκρη της κάθε φάσης της γεννήτριας προς το φορτίο. Το ρεύμα I στο φορτίο μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση:

$$I = \frac{V}{Z} \quad (1.6)$$

Έτσι τα ρεύματα στις τρεις φάσεις θα είναι:

$$I_A = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle \theta^\circ} = I \angle -\theta^\circ$$

$$I_B = \frac{V \angle -120^\circ}{Z \angle \theta^\circ} = I \angle -120^\circ - \theta^\circ$$

$$I_C = \frac{V \angle 120^\circ}{Z \angle \theta^\circ} = I \angle 120^\circ - \theta^\circ \quad (1.7)$$

Επομένως το φορτίο τώρα τροφοδοτείται με ισχύ. Αντικαθιστώντας το πλάτος με την ενεργό τιμή στη σχέση 1.4 οι τριφασικές φάσεις στο φορτίο δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} u_A(t) &= \sqrt{2} U \sin(\omega t) \\ u_B(t) &= \sqrt{2} U \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_C(t) &= \sqrt{2} U \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (1.8)$$

και τα αντίστοιχα τριφασικά ρεύματα από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} I \sin(\omega t) \\ i_B(t) &= \sqrt{2} I \sin(\omega t - 120^\circ) \\ i_C(t) &= \sqrt{2} I \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Η στιγμιαία πραγματική ισχύς που τροφοδοτείται σε μια φάση του φορτίου δίνεται από την εξίσωση:

$$p(t) = v(t) i(t) \quad (1.10)$$

Έτσι, η ισχύς που παρέχεται σε κάθε φάση του φορτίου είναι:

$$\begin{aligned} p_A(t) &= u_A(t) i_A(t) = 2VI \sin(\omega t) \sin(\omega t - \theta) \\ p_B(t) &= u_B(t) i_B(t) = 2VI \sin(\omega t - 120^\circ) \sin(\omega t - 120^\circ - \theta) \\ p_C(t) &= u_C(t) i_C(t) = 2VI \sin(\omega t + 120^\circ) \sin(\omega t + 120^\circ - \theta) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Εφαρμόζοντας την επόμενη ταυτότητα:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \quad (1.12)$$

στην εξ. 1.11 η ισχύς στην κάθε φάση του φορτίου δίνεται:

$$\begin{aligned} p_A(t) &= 2VI \sin(\omega t) \sin(\omega t - \theta) = 2VI \frac{1}{2} [\cos(\omega t - \omega t - \theta) - \cos(\omega t + \omega t - \theta)] \\ &= VI [\cos(-\theta) - \cos(2\omega t - \theta)] = VI [\cos(\theta) - \cos(2\omega t - \theta)] \end{aligned} \quad (1.13)$$

Ομοίως για τις υπόλοιπες φάσεις:

$$p_B(t) = VI [\cos(\theta) - \cos(2\omega t - 120^\circ - \theta)] \quad (1.14)$$

$$p_C(t) = VI [\cos(\theta) - \cos(2\omega t + 120^\circ - \theta)] \quad (1.15)$$

Η συνολική πραγματική ισχύς, που παρέχεται στο τριφασικό φορτίο είναι:

$$p_{\text{total}}(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = 3VI \cos(\theta) \quad (1.16)$$

όπου V η τάση στα άκρα του φορτίου,

I το ρεύμα στο φορτίο, και

θ η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης στα άκρα του φορτίου

Τελικά όπως αποδεικνύεται, η συνολική ισχύς που παρέχεται σε ένα τριφασικό φορτίο είναι σταθερή κάθε χρονική στιγμή, σε αντίθεση με τα μονοφασικά συστήματα.

Το συνημίτονο της διαφοράς φάσης θ ονομάζεται συντελεστής ισχύος του φορτίου και εκφράζει το ποσοστό της πραγματικής ισχύος P επί της συνολικής (φαινόμενης) ισχύος S του φορτίου. Τα περισσότερα φορτία στην πράξη για

λειτουργία τους, εκτός από την παραγωγή πραγματικής ισχύος απαιτούν και την παραγωγή άεργης ισχύος. Η άεργη ισχύς, η οποία χρησιμεύει για την παραγωγή των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων των συσκευών των καταναλωτών, δεν καταναλίσκεται, αλλά είναι απαραίτητη, γιατί μέσω αυτής είναι δυνατή και η ροή της πραγματικής ισχύος για την παραγωγή ωφέλιμου έργου. Η άεργος ισχύς δίνεται από τον τύπο:

$$Q=3VI \sin (\theta) \quad (1.17)$$

Το σύνολο της ισχύος, με την οποία τροφοδοτείται το φορτίο, ορίζεται ως φαινόμενη ισχύς και δίνεται από τον τύπο:

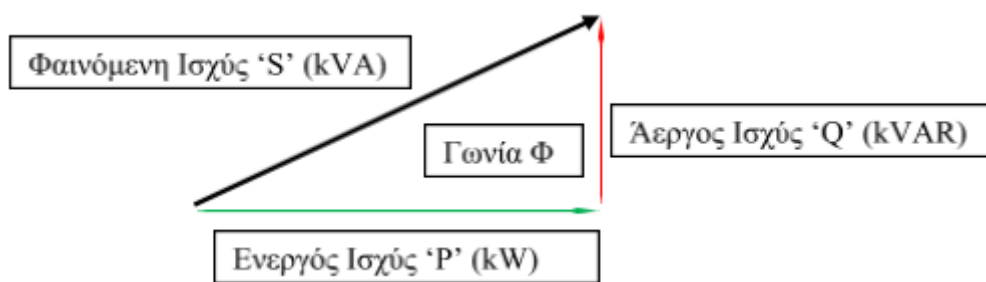
$$S=3VI \quad (1.18)$$

ή ισοδύναμα σε καρτεσιανή μορφή:

$$S=3(P+jQ) \quad (1.19)$$

Για λόγους διαχωρισμού, οι μονάδες της φαινόμενης ισχύος είναι τα Volt-ampere (VA), της πραγματικής τα Watt (W) και της άεργης τα Volt-ampere reactive (Var).

Η ενεργός, η άεργη και η φαινόμενη ισχύς, με τις οποίες τροφοδοτείται ένα φορτίο σχετίζονται μεταξύ τους μέσω του τριγώνου ισχύος (power triangle) το οποίο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

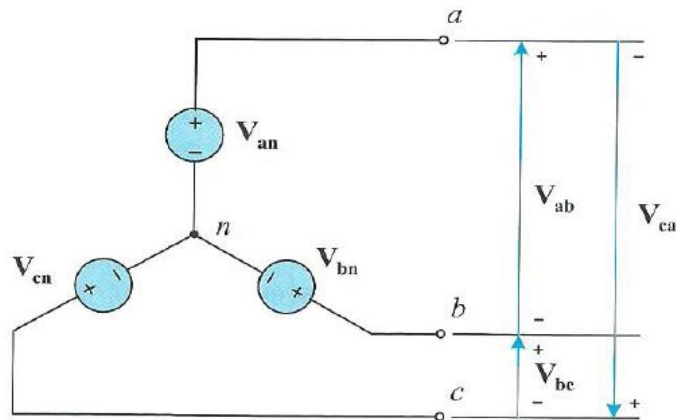


Σχήμα 1.3: Τρίγωνο ισχύος. (Πηγή:www.Enfos.gr)

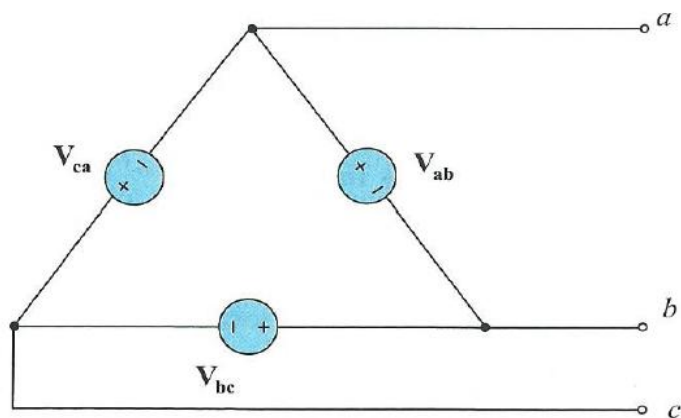
1.3 ΤΡΙΦΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ

Κάθε γεννήτρια και κάθε φορτίο τριφασικού συστήματος είναι δυνατό να συνδέεται σε αστέρα (Y) ή σε τρίγωνο (Δ). Σε ένα σύστημα ισχύος είναι δυνατό να συνυπάρχουν σε οποιοδήποτε αριθμό γεννήτριες και φορτία συνδεδεμένα σε αστέρα ή σε τρίγωνο. Οι δυνατές παραλλαγές συνδεσμολογίας πηγής-φορτίου είναι: Y↔Y, Y↔Δ, Δ↔Y, Δ↔Δ.

Στο παρακάτω σχήμα δείχνονται τριφασικές γεννήτριες συνδεδεμένες σε αστέρα και σε τρίγωνο.



Σχήμα 1.4: Συνδεσμολογία πηγών σε αστέρα. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)



Σχήμα 1.5: Συνδεσμολογία πηγών σε τρίγωνο. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

Οι τάσεις και τα ρεύματα σε μια δεδομένη φάση ονομάζονται φασικά μεγέθη και σημειώνονται με το δείκτη φ (δηλ. U_φ, I_φ), ενώ οι τάσεις και τα ρεύματα στις γραμμές που συνδέονται στις γεννήτριες ονομάζονται μεγέθη γραμμής ή πολικά μεγέθη και σημειώνονται συνήθως με το δείκτη L (U_L, I_L). Οι σχέσεις μεταξύ των φασικών μεγεθών και των μεγεθών γραμμής σε μια γεννήτρια ή σε ένα φορτίο εξαρτώνται από το είδος της συνδεσμολογίας της γεννήτριας ή του φορτίου.

1.3.1 Συνδεσμολογία αστέρα (Y)

Θεωρούμε την τριφασική γεννήτρια του σχήματος 1.4 οι φασικές τάσεις των οποίων έχουν θετική διαδοχή φάσεων, δηλαδή:

$$\begin{aligned}
U_{an} &= U \angle 0^\circ \\
U_{bn} &= U \angle -120^\circ \\
U_{cn} &= U \angle 120^\circ
\end{aligned}
\tag{1.20}$$

Συνδυάζοντας τον δεύτερο νόμο του Kirchoff (δηλ. το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων σε έναν βρόγχο είναι ίσο με μηδέν) με την επόμενη σχέση η οποία ισχύει για έναν φάσορα,

$$Ae^{j\theta} = A \angle \theta^\circ \tag{1.21}$$

και τη σχέση του Euler:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \tag{1.22}$$

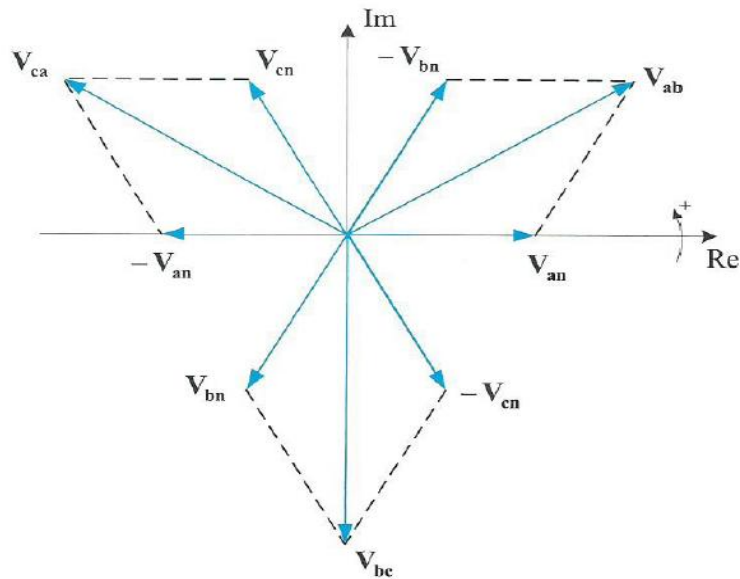
τότε έχουμε:

$$\begin{aligned}
U_{ab} &= U_{an} - U_{bn} = \\
&= U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \\
&= U e^{j0} - U e^{j(-120)} = \\
&= U(e^{j0} - e^{j(-120)}) = \\
&= U(\cos(0^\circ) + j \sin(0^\circ) - \cos(-120^\circ) - j \sin(-120^\circ)) = \\
&= U(1 + 0 + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}) = \\
&= U(\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}) = \\
&= \sqrt{3} U (\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2}) = \\
&= \sqrt{3} U \angle 30^\circ
\end{aligned}
\tag{1.23}$$

Αποδεικνύεται έτσι ότι οι πολικές τάσεις είναι μεγαλύτερες σε μέγεθος ως προς τις αντίστοιχες φασικές τάσεις κατά $\sqrt{3}$ φορές και προηγούνται κατά 30° , δηλ.:

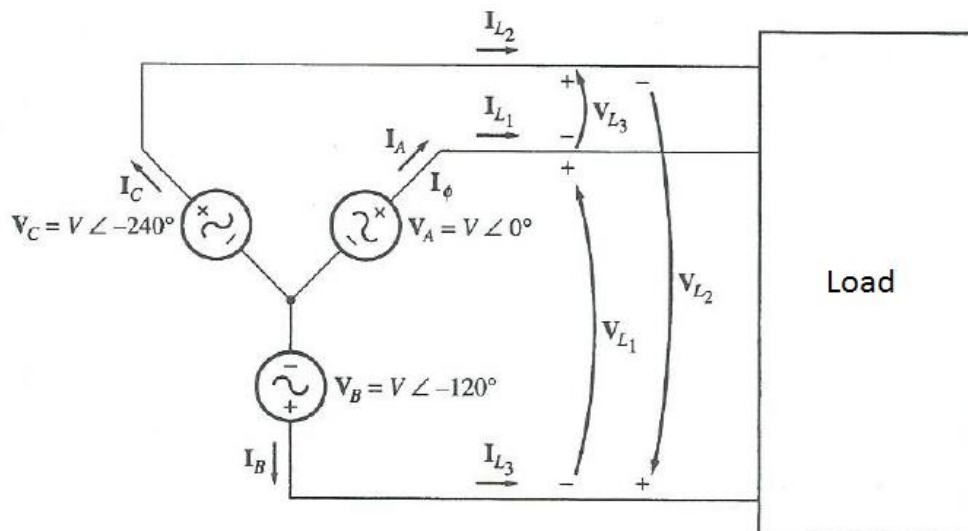
$$\begin{aligned}
U_{ab} &= \sqrt{3} U_{an} \angle 30^\circ = \sqrt{3} U \angle 0^\circ + 30^\circ = \sqrt{3} U \angle 30^\circ \\
U_{bc} &= \sqrt{3} U_{bn} \angle 30^\circ = \sqrt{3} U \angle -120^\circ + 30^\circ = \sqrt{3} U \angle 90^\circ \\
U_{ca} &= \sqrt{3} U_{cn} \angle 30^\circ = \sqrt{3} U \angle 120^\circ + 30^\circ = \sqrt{3} U \angle 150^\circ
\end{aligned}
\tag{1.24}$$

όπως φαίνονται και στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 1.6: Διανυσματικό διάγραμμα φασικών και πολικών τάσεων για συνδεσμολογία πηγών σε αστέρα. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

Αν στα άκρα της γεννήτριας συνδεθεί κάποιο φορτίο, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, το ρεύμα I_L της κάθε γραμμής είναι ίσο με το ρεύμα I_ϕ στην αντίστοιχη φάση. Έτσι στη συνδεσμολογία αστέρα τα δύο ρεύματα δεν διαφέρουν μεταξύ τους.



Σχήμα 1.7: Γεννήτρια σε συνδεσμολογία αστέρα συνδεδεμένη με φορτίο. (Πηγή: Alexander C.K., Fundamentals of Electric Circuits.)

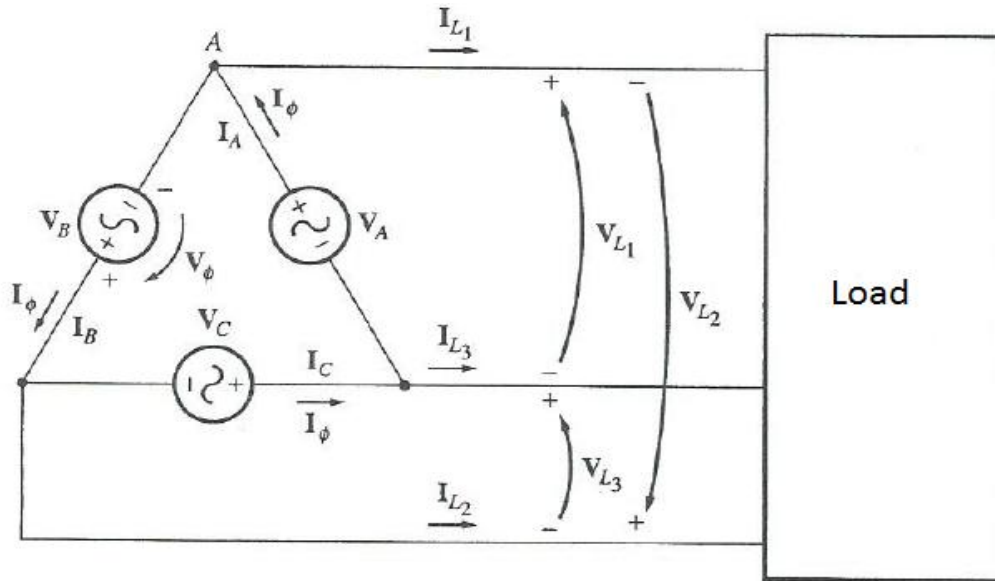
1.3.2 Συνδεσμολογία τριγώνου (Δ)

Όπως φαίνεται από το σχήμα 1.5 στην περίπτωση συνδεσμολογίας τριγώνου η τάση της κάθε γραμμής είναι ίση με την τάση της αντίστοιχης φά-

σης. Δηλ. ισχύει:

$$U_L = U_\phi \quad (1.25)$$

Η σχέση όμως μεταξύ του ρεύματος γραμμής I_L και του φασικού ρεύματος I_ϕ , είναι διαφορετική από την προηγούμενη περίπτωση, όταν συνδεθεί φορτίο στα άκρα της γεννήτριας, όπως φαίνεται από το επόμενο σχήμα:



Σχήμα 1.8: Γεννήτρια σε συνδεσμολογία τριγώνου συνδεδεμένη σε φορτίο.
(Πηγή: Alexander C.K., Fundamentals of Electric Circuits).

Θεωρούμε ότι το φορτίο, που συνδέεται στη γεννήτρια είναι ωμικό, έτσι το ρεύμα στην κάθε φάση της γεννήτριας θα είναι σε φάση με την αντίστοιχη τάση. Δηλαδή:

$$U_A = U \angle 0^\circ \quad U_B = U \angle -120^\circ \quad U_C = U \angle 120^\circ \quad (1.26)$$

και

$$I_A = I \angle 0^\circ \quad I_B = I \angle -120^\circ \quad I_C = I \angle 120^\circ \quad (1.27)$$

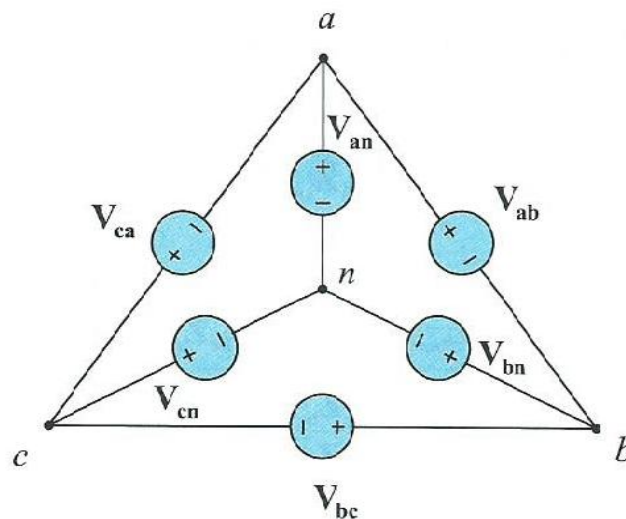
Συνδυάζοντας τις σχέσεις για τον φάσορα και του Euler όπως προηγουμένως και εφαρμόζοντας το νόμο των ρευμάτων του Kirchoff στον κόμβο A του σχήματος 1.8 έχουμε:

$$\begin{aligned} I_{L1} &= I_A - I_B = \\ &= I \angle 0^\circ - I \angle -120^\circ = \\ &= \sqrt{3} I \angle 30^\circ \end{aligned} \quad (1.28)$$

Αποδεικνύεται ότι τα ρεύματα γραμμής στη συνδεσμολογία τριγώνου είναι μεγαλύτερα σε μέγεθος κατά $\sqrt{3}$ φορές από τα αντίστοιχα φασικά ρεύματα και προηγούνται κατά 30° .

Αν και οι σχέσεις μεταξύ των φασικών και πολικών τάσεων και ρευμάτων στις συνδεσμολογίες αστέρα και τριγώνου υπολογίστηκαν με την υπόθεση, ότι ο συντελεστής ισχύος είναι μονάδα, εντούτοις οι σχέσεις αυτές ισχύουν για οποιαδήποτε τιμή του συντελεστή ισχύος.

Οποιαδήποτε συμμετρική τριφασική πηγή μπορεί εύκολα να μετατραπεί από συνδεσμολογία Y σε ισοδύναμη συνδεσμολογία Δ και αντίστροφα. Για μετατροπή από Δ σε Y , οι τάσεις στον αστέρα είναι $\sqrt{3}$ μικρότερες σε μέγεθος των τάσεων του τριγώνου και καθυστερούν ή προηγούνται κατά 30° των τάσεων του τριγώνου για ευθύ ή ανάστροφο αντίστοιχα συμμετρικό 3Φ σύστημα. Για μετατροπή από Y σε Δ οι τάσεις στο τρίγωνο είναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερες σε μέγεθος των τάσεων του τριγώνου και προηγούνται ή καθυστερούν κατά 30° των τάσεων του αστέρα για ευθύ ή ανάστροφο αντίστοιχα συμμετρικό 3Φ σύστημα.



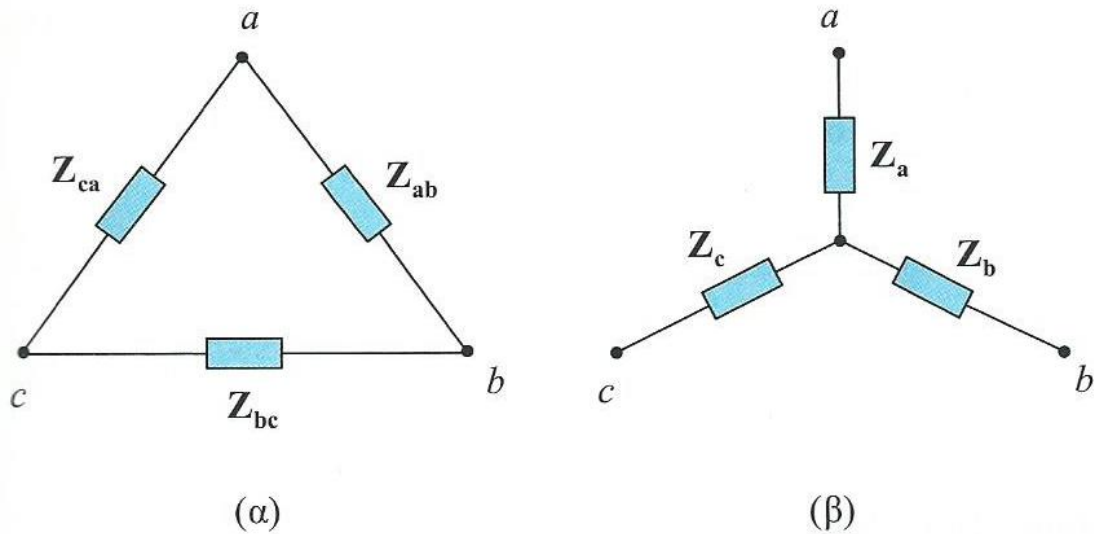
Σχήμα 1.8: Μετασχηματισμός 3Φ πηγών μεταξύ αστέρα - τριγώνου.

(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

1.4 ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

Τα 3Φ φορτία μπορεί να είναι συμμετρικά (δηλ. ίσα μεταξύ τους) ή ασύμμετρα, σε συνδεσμολογίες είτε αστέρα είτε τριγώνου, όπως φαίνονται στο επόμενο σχήμα.

Με βάση το θεώρημα Kenelly, οποιοδήποτε τριφασικό ασύμμετρο φορτίο μπορεί να μετατραπεί από συνδεσμολογία τριγώνου σε ισοδύναμη συνδεσμολογία αστέρα και αντίστροφα.



Σχήμα 1.9: Συνδεσμολογίες τριφασικών φορτίων, (α) σε τρίγωνο, και (β) σε αστέρα. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

Μετατροπή από τρίγωνο σε αστέρα ($\Delta \rightarrow Y$): Με βάση το σχήμα 1.9, για τη μετατροπή της συνδεσμολογίας των φορτίων, ισχύουν οι σχέσεις του θεωρήματος Kenelly:

$$\begin{aligned}
 Z_a &= \frac{Z_{ab}Z_{ac}}{Z_{ab}Z_{bc} + Z_{ab}Z_{ac} + Z_{bc}Z_{ac}} \\
 Z_b &= \frac{Z_{ab}Z_{bc}}{Z_{ab}Z_{bc} + Z_{ab}Z_{ac} + Z_{bc}Z_{ac}} \\
 Z_c &= \frac{Z_{ac}Z_{bc}}{Z_{ab}Z_{bc} + Z_{ab}Z_{ac} + Z_{bc}Z_{ac}}
 \end{aligned} \tag{1.29}$$

Μετατροπή από αστέρα σε τρίγωνο ($Y \rightarrow \Delta$):

$$\begin{aligned}
 Z_{ab} &= \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_c} \\
 Z_{bc} &= \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_a} \\
 Z_{ca} &= \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_b}
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

Στην περίπτωση συμμετρικού τριφασικού φορτίου ισχύουν οι επόμενες σχέσεις:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{\Delta} \quad (1.31)$$

και

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_Y \quad (1.32)$$

Αν οι τρεις πλευρές του αστερά είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή Z_Y , τότε και οι τρεις πλευρές του τριγώνου είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή:

$$Z_{\Delta} = \frac{3Z_Y^2}{Z_Y} = 3Z_Y \quad (1.33)$$

Ομοίως, αν οι τρεις πλευρές του τριγώνου είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή Z_{Δ} , τότε και οι τρεις πλευρές του αστερά είναι ίσες μεταξύ τους με τιμή:

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}^2}{3Z_{\Delta}} = \frac{1}{3}Z_{\Delta} \quad (1.34)$$

Για ένα φορτίο συνδεδεμένο σε αστερά, η ισχύς που καταναλώνεται δίνεται, όπως αναφέραμε προηγουμένως από τη σχέση $P=3V_{\phi}I_{\phi}\cos\theta$. Ισχύει όμως $I_L = I_{\phi}$ και $U_L = \sqrt{3} U_{\phi}$, όπως αποδείξαμε για τη συγκεκριμένη συνδεσμολογία, και έτσι η ισχύς που καταναλώνεται από το φορτίο γράφεται:

$$P=3V_{\phi}I_{\phi}\cos\theta=3\frac{U_L}{\sqrt{3}}I_L\cos\theta=\sqrt{3}U_LI_L\cos\theta \quad (1.35)$$

Για ένα φορτίο συνδεδεμένο σε τρίγωνο, αντίστοιχα ισχύουν $I_L = \sqrt{3} I_{\phi}$ και $U_L = U_{\phi}$. Επομένως η σχέση 1.35 γράφεται:

$$P=3V_{\phi}I_{\phi}\cos\theta=3U_L\frac{I_L}{\sqrt{3}}\cos\theta=\sqrt{3}U_LI_L\cos\theta \quad (1.36)$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η ισχύς ενός τριφασικού συμμετρικού φορτίου δεν εξαρτάται από τον τρόπο σύνδεσης του φορτίου. Ομοίως για την άεργο και φαινόμενη ισχύ έχουμε:

$$Q=\sqrt{3}U_LI_L\sin\theta \quad (1.37)$$

$$S=\sqrt{3}U_LI_L \quad (1.38)$$

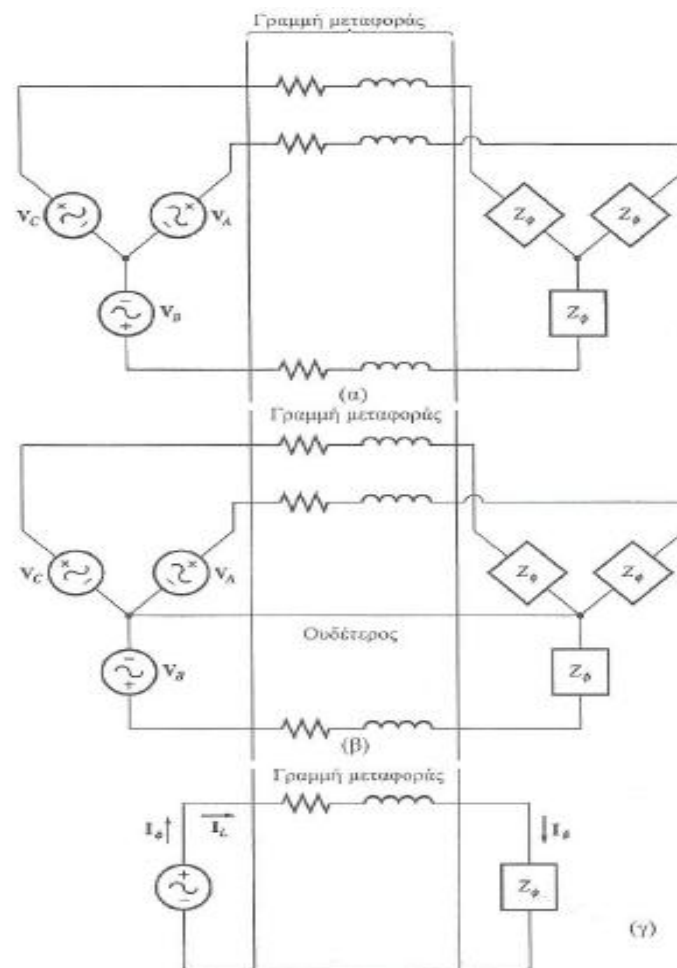
Εδώ ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι η γωνία θ εκφράζει τη διαφορά φάσης μεταξύ της φασικής τάσης και του φασικού ρεύματος και όχι μεταξύ της τάσης γραμμής και του ρεύματος γραμμής. Όπως αναφέραμε προηγουμένως μεταξύ της τάσης γραμμής και της φασικής τάσης στη συνδεσμολογία αστερά

υφίσταται διαφορά φάσης 30° , όπως και ανάμεσα στο ρεύμα γραμμής και το φασικό ρεύμα για τη συνδεσμολογία τριγώνου.

1.5 ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Αν ένα τριφασικό σύστημα ισχύος είναι συμμετρικό, που σημαίνει ότι οι πηγές είναι ίδιες μεταξύ τους (μόνη διαφορά η διαφορά φάσης) καθώς επίσης και ότι τα φορτία είναι ίσα μεταξύ τους, τότε είναι δυνατός ο προσδιορισμός των τάσεων, των ρευμάτων και της ισχύος σε διάφορα σημεία του συστήματος με τη χρήση ενός μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος.

Αυτό γίνεται με την εισαγωγή ενός αγωγού (ουδέτερος) ο οποίος δεν επηρεάζει καθόλου το σύστημα, αφού δε διαρρέεται από ρεύμα. Αφού οι φάσεις είναι ίσες ως προς το μέτρο μεταξύ τους είναι δυνατή η ανάλυση ενός κυκλώματος που αποτελείται από τη μια φάση και τον ουδέτερο, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 1.10: α) Γεννήτρια και φορτίο σε συνδεσμ. αστέρα. β) Το ίδιο σύστημα ισχύος με ουδέτερο. γ) Η ανά φάση μορφή του κυκλώματος. (Πηγή: Γ.Γιαννακόπουλου, Π. Βωβού, Εισαγωγή στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας)

Αυτή η μέθοδος ωστόσο μπορεί να εφαρμοστεί μόνο στα φορτία και τις γεννήτριες που συνδέονται σε αστέρα και όχι σε τρίγωνο, γιατί στην τελευταία περίπτωση δεν μπορεί να εφαρμοστεί ο ουδέτερος έστω και εξ υποθέσεως. Επομένως για πηγές ή φορτία που είναι συνδεδεμένα σε τρίγωνο πρέπει να γίνει μετασχηματισμός σε αστέρα.

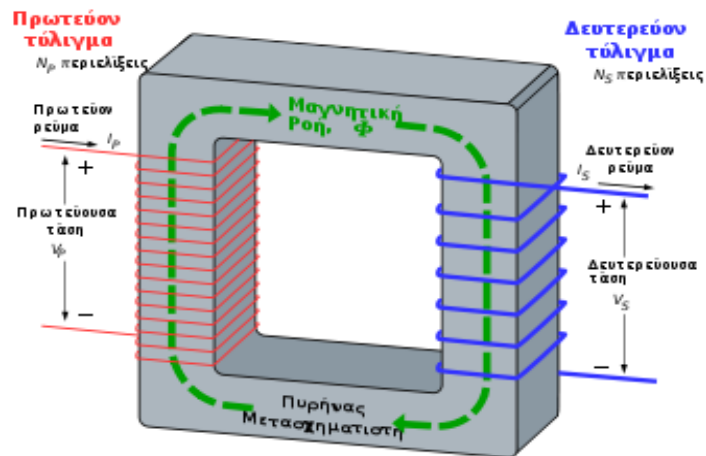
2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

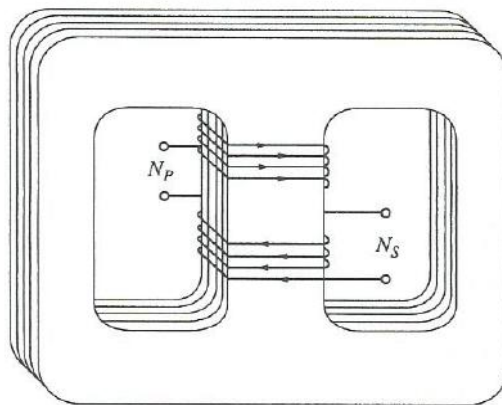
Ο μετασχηματιστής μετατρέπει το επίπεδο της εναλλασσόμενης τάσης που εφαρμόζεται στην είσοδό του σε τάση με διαφορετικό επίπεδο στην έξοδό του. Όταν τη τάση εισόδου ανυψώνεται, το αντίστοιχο ρεύμα υποβιβάζεται, ώστε η ισχύς εξόδου να είναι ίση με την ισχύ εισόδου. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατή η παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης σε κάποιο κεντρικό σημείο, η ανύψωση του επιπέδου της και η μεταφορά της σε μεγάλες αποστάσεις με πολύ μικρές απώλειες. Στο σημείο κατανάλωσης το επίπεδο της τάσης πρέπει και πάλι να υποβιβαστεί με τη βοήθεια ενός μετασχηματιστή υποβιβασμού.

2.2 ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

Ο μετασχηματιστής αποτελείται από δύο ή περισσότερα πηνία που τυλίγονται γύρω από ένα πυρήνα και τα οποία είναι ηλεκτρικά απομονωμένα μεταξύ τους. Τα πηνία (ή τυλίγματα) είναι κατασκευασμένα από χαλκό ή αλουμίνιο και ο πυρήνας κατασκευάζεται από σιδηρομαγνητικά υλικά υψηλής μαγνητικής διαπερατότητας. Δύο είναι οι τρόποι κατασκευής ενός μετασχηματιστή. Στον πρώτο, τα τυλίγματα του μετασχηματιστή τοποθετούνται γύρω από τις δύο απέναντι πλευρές ενός ορθογώνιου πυρήνα. Αυτού του είδους ο μετασχηματιστής ονομάζεται τύπου πυρήνα (*core form*). Ο άλλος τρόπος κατασκευής πραγματοποιείται σε έναν πυρήνα με τρία σκέλη. Τα τυλίγματα του μετασχηματιστή τοποθετούνται στο μεσαίο σκέλος. Η διατομή του μεσαίου σκέλους είναι διπλάσια από τη διατομή των δύο ακριανών, γιατί και η μαγνητική ροή στο μεσαίο σκέλος είναι διπλάσια εκείνης των ακριανών σκελών. Αυτό γίνεται, ώστε η πυκνότητα της μαγνητικής ροής να είναι τελικά ή ίδια και στα τρία σκέλη. Αυτού του είδους ο μετασχηματιστής ονομάζεται τύπου μανδύα (*shell form*). Οι δύο τύποι μετασχηματιστών φαίνονται στις επόμενες εικόνες:



Σχήμα 2.1: Συνδεσμολογία μετασχηματιστή τύπου πυρήνα.
(Πηγή: <https://el.wikipedia.org>)



Σχήμα 2.2: Συνδεσμολογία μετασχηματιστή τύπου μανδύα.
(Πηγή: Alexander C.K., Fundamentals of Electric Circuits).

Το ένα από τα δύο τυλίγματα του μετασχηματιστή συνδέεται με μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης και ονομάζεται πρωτεύον τυλίγμα ή τυλίγμα εισόδου, ενώ το άλλο συνδέεται με το φορτίο και ονομάζεται δευτερεύον τυλίγμα ή τυλίγμα εξόδου.

2.3 ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

Αν το πρώτο πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, τότε αναπτύσσεται γύρω του μαγνητική ροή ϕ . Καθώς τα δύο τυλίγματα του μετασχηματιστή έχουν μαγνητική σύζευξη μεταξύ τους, τότε μαγνητική ροή διέρχεται μέσα από τις σπείρες του δεύτερου πηνίου και σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής του *Faraday* θα επάγεται μία ηλεκτρική τάση στα άκρα του δεύτερου πηνίου η οποία θα είναι ανάλογη με τη μεταβολή της μαγνητικής ροής ως προς το χρόνο και τον αριθμό

των σπειρών του πηνίου. Δηλαδή:

$$e_{ind} = N \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

όπου e_{ind} η τάση που επάγεται στα άκρα του πηνίου
 ϕ η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο
 N ο αριθμός των σπειρών του πηνίου

Η παραπάνω σχέση μπορεί επίσης να γραφεί:

$$e_{ind} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (2.2)$$

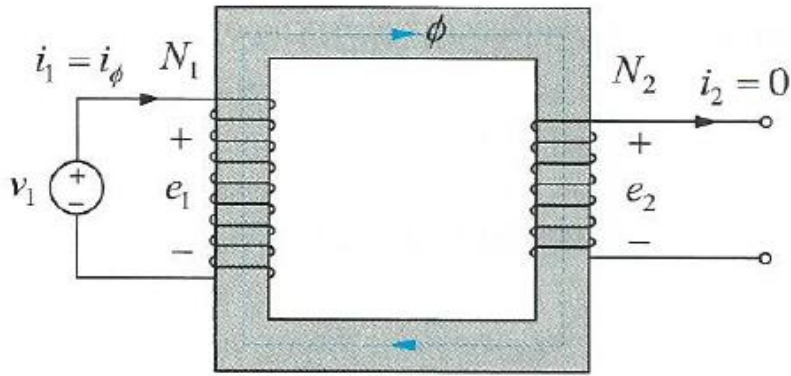
όπου $\lambda = \sum_{i=1}^N \phi$, ονομάζεται *πεπλεγμένη ροή (flux linkage)* του τυλίγματος και είναι το άθροισμα των ροών που διέρχονται από κάθε σπείρα του πηνίου. Οι μονάδες της πεπλεγμένης ροής είναι τα *Weber* επί σπείρες.

Για βέλτιστη απόδοση θα πρέπει η μαγνητική ροή, που οφείλεται στο ρεύμα του πρωτεύοντος, να εμπλέκει όλες τις σπείρες του δευτερεύοντος. Ο λόγος που ο πυρήνας κατασκευάζεται από σιδηρομαγνητικά υλικά υψηλής διαπερατότητας είναι η αύξηση της μαγνητικής σύζευξης των τυλιγμάτων.

Η πολικότητα των επαγόμενων τάσεων στα τυλίγματα των μετασχηματιστών προσδιορίζεται από τον νόμο του *Lenz*, σύμφωνα με τον οποίο η πολικότητα της τάσης που αναπτύσσεται είναι τέτοια ώστε αν τα άκρα του πηνίου βραχυκυκλωθούν, το παραγόμενο ρεύμα να δημιουργεί μαγνητική ροή, η οποία αντιτίθεται στη μεταβολή της αρχικής μαγνητικής ροής. Η πολικότητα της επαγόμενης τάσης (ή αλλιώς μαγνητεγερτική δύναμη - ΜΕΔ) ενός πηνίου μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια μιας παραλλαγής του δεξιού χεριού. Αν τα δάχτυλα του δεξιού χεριού λυγίσουν κατά τη φορά της ροής του ρεύματος στο πηνίο, τότε ο αντίχειρας θα δείχνει τη θετική φορά της ΜΕΔ.

2.4 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

Κατά τη λειτουργία κενού φορτίου, το τύλιγμα του δευτερεύοντος είναι ανοιχτό, επομένως δε διαρρέεται από ρεύμα, ενώ το τύλιγμα του πρωτεύοντος είναι συνδεδεμένο σε μία πηγή εναλλασσόμενης τάσης συχνότητας f , όπως δείχνεται και στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 2.3: Λειτουργία κενού φορτίου μονοφασικού μετασχηματιστή.
(Πηγή: B. Weedy, Μεταφορά και Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας).

Έστω η τάση του πρωτεύοντος τυλίγματος v_1 , η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$v_1 = V_{1,max} \cos(\omega t) = \sqrt{2} V_1 \cos(\omega t) \quad (2.3)$$

όπου $V_{1,max}$ η μέγιστη τιμή τάσης εισόδου σε Volts (V)
 V_1 η ενεργός τιμή τάσης εισόδου (V)
 ω κυκλική συχνότητα της τάσης εισόδου (rad/sec)

Σύμφωνα με τα προηγούμενα και με βάση τον νόμο των τάσεων του Kirchoff στο τύλιγμα του πρωτεύοντος θα ισχύει:

$$v_1 = i_\phi R_1 + e_1 = i_\phi R_1 + N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.4)$$

όπου i_ϕ το ρεύμα του πρωτεύοντος, και
 R_1 η ωμική αντίσταση του τυλίγματος

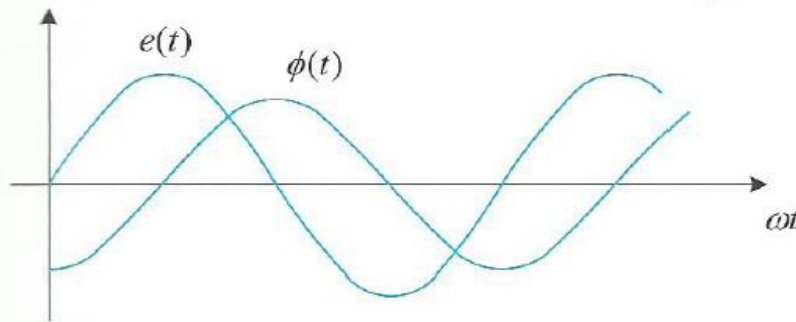
Το ρεύμα πρωτεύοντος κατά τη λειτουργία χωρίς φορτίο ορίζεται ως ρεύμα διέγερσης, το οποίο αποτελεί ένα μικρό ποσοστό του αντίστοιχου ονομαστικού ρεύματος του πρωτεύοντος και επειδή η αντίσταση των τυλιγμάτων έχει πολύ μικρή τιμή, μπορεί να θεωρηθεί:

$$e_1 = v_1 = V_{1,max} \cos(\omega t) = E_{1,max} \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

Η τιμή της μαγνητικής ροής ϕ στον πυρήνα δίνεται:

$$\begin{aligned} e_1 &= N_1 \frac{d\phi}{dt} \Leftrightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{e_1}{N_1} \Leftrightarrow \\ \phi &= \frac{1}{N_1} \int e_1 dt = \frac{1}{N_1} \int E_{1,max} \cos(\omega t) dt = \\ &= \frac{E_{1,max}}{N_1 \omega} \int \cos(\omega t) dt = \frac{E_{1,max}}{N_1 \omega} \sin(\omega t) = \phi_{max} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Αφού το $\sin(\omega t)$ καθυστερεί του $\cos(\omega t)$ κατά 90° , τότε και η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του πυρήνα του μετασχηματιστή θα καθυστερεί ως προς την επαγόμενη τάση κατά 90° .



Σχήμα 2.4: Χρονικές μεταβολές επαγόμενης τάσης και μαγνητικής ροής.
(Πηγή: Duffin W.J., Electricity and Magnetism).

Για τη μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής, από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$\varphi_{max} = \frac{E_{1,max}}{N_1\omega} = \frac{V_{1,max}}{2\pi f N_1} = \frac{V_1}{\sqrt{2}\pi f N_1} \quad (2.7)$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, η μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής εξαρτάται από την ενεργό τιμή της τάσης τροφοδοσίας V_1 , τη συχνότητά f και τον αριθμό των σπειρών N_1 του πρωτεύοντος τυλίγματος, υπό την προϋπόθεση όμως ότι η πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση του τυλίγματος αμελείται.

2.5 ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

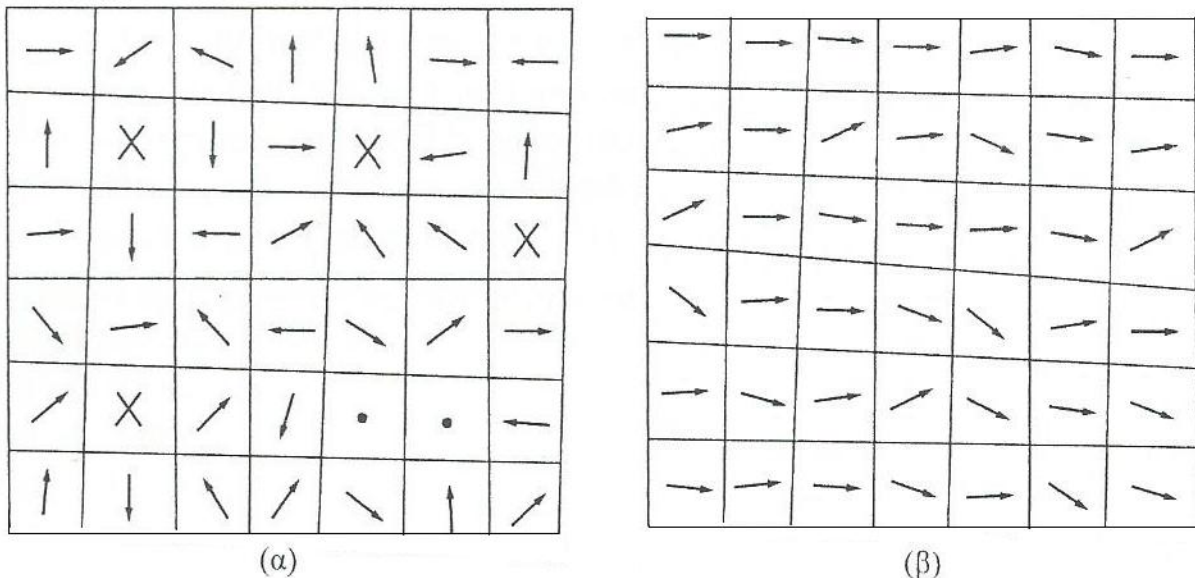
Οι πιο βασικές απώλειες οι οποίες λαμβάνονται υπόψη κατά τη λειτουργία του μετασχηματιστή είναι οι παρακάτω:

- 1) Απώλειες χαλκού. Πρόκειται για τις θερμικές απώλειες στις αντιστάσεις των τυλιγμάτων πρωτεύοντος και δευτερεύοντος του μετασχηματιστή και είναι ανάλογες με το τετράγωνο του ρεύματος στα τυλίγματά του (I^2R).
- 2) Απώλειες εξαιτίας των δινορρευμάτων. Η χρονικά μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή επάγει τάση, εκτός από το τυλίγμα N και μέσα στον ίδιο τον πυρήνα. Αυτή η τάση προκαλεί στο εσωτερικό του πυρήνα ρεύματα με τη μορφή στροβίλων. Τα ρεύματα αυτά μοιάζουν με τις δίνες που σχηματίζονται στις όχθες των ποταμών και γι' αυτό το λόγο ονομάζονται δινορρεύματα (*eddy currents*). Καθώς τα δινορρεύματα διαρρέουν τον αγωγίμο πυρήνα, καταναλώνεται ενέργεια. Η ενέργεια που χάνεται μετατρέπεται σε θερμότητα, η οποία θερμαίνει τον

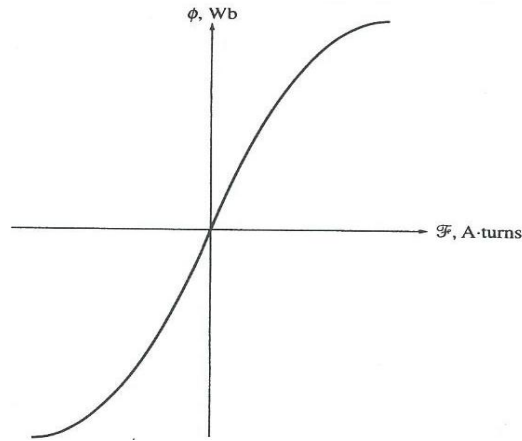
πυρήνα. Το ποσό της ενέργειας που χάνεται εξαιτίας των δινορρευμάτων είναι ανάλογο του μήκους της διαδρομής που αυτά διαγράφουν μέσα στον πυρήνα. Γι' αυτό το λόγο, οι σιδηρομαγνητικοί πυρήνες χωρίζονται σε λεπτά φύλλα, που ονομάζονται δυναμοελλάσματα (*laminations*), ανάμεσα στα οποία παρεμβάλλονται μονωτικές ρητίνες, οι οποίες περιορίζουν τις διαδρομές των δινορρευμάτων. Κατόπιν ενώνονται και πάλι και σχηματίζεται ο νέος πυρήνας. Λόγω του πολύ μικρού πάχους των ρητινών, οι τελευταίες δεν επηρεάζουν σχεδόν καθόλου τις μαγνητικές ικανότητες του πυρήνα.

3) Απώλειες υστέρησης. Τα μαγνητικά πεδία των ατόμων του σιδήρου και άλλων μετάλλων χωρίζονται σε μικρές περιοχές, που ονομάζονται τομείς (*domains*). Τα μαγνητικά πεδία των ατόμων στον κάθε τομέα έχουν την ίδια διεύθυνση. Όμως το πλήθος των τομέων είναι τυχαία προσανατολισμένο και γι' αυτό το λόγο το κομμάτι του μετάλλου φαίνεται μακροσκοπικά αμαγνήτιστο. Η εικόνα που παρουσιάζει μια τέτοια δομή με τομείς σ' ένα κομμάτι μετάλλου φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Με την εφαρμογή ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου τα άτομα στα άκρα των τομέων προσανατολίζονται από τη φύση τους αυτόματα προς τη διεύθυνση του πεδίου. Αυτά με τη σειρά τους προκαλούν περισσότερα άτομα να ευθυγραμμισθούν, αυξάνοντας έτσι την ένταση του πεδίου. Αυτό το φαινόμενο της θετικής ανάδρασης κάνει τα σιδηρομαγνητικά υλικά να έχουν διαπερατότητα πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του αέρα.

Τελικά όταν όλα τα άτομα και όλοι οι τομείς του μετάλλου έχουν πάρει τη σωστή διεύθυνση, δεν μπορεί να συνεχιστεί το φαινόμενο της θετικής ανάδρασης και να ισχυροποιηθεί περισσότερο το μαγνητικό πεδίο. Σε αυτό το σημείο, ο πυρήνας έχει κορεσθεί (Σχ. 2.6).



Σχήμα 2.5: α) Μαγνητικοί τομείς σιδηρομαγνητικού υλικού τυχαία προσανατολισμένοι. β) Ευθυγραμμισμένοι μαγνητικοί τομείς μετά την εφαρμογή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου στον πυρήνα. (Πηγή: Cheng D.K., Field and Wave Electromagnetism.)



Σχήμα 2.6: Καμπύλη μαγνήτισης για τον πυρήνα του μετασχηματιστή.
(Πηγή: Cheng D.K., Field and Wave Electromagnetism.)

Με την απομάκρυνση του πεδίου τώρα οι τομείς δεν ξαναπαίρνουν τυχαίες κατευθύνσεις. Αυτό συμβαίνει επειδή η αλλαγή της διεύθυνσης των πεδίων των ατόμων απαιτεί πρόσθετη ενέργεια. Αυτού του είδους οι απώλειες ονομάζονται απώλειες υστέρησης (*hysteresis losses*) και αντιστοιχούν στην ενέργεια που απαιτείται για τον αναπροσανατολισμό όλων των τομέων του μετάλλου σε κάθε περίοδο του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Επειδή οι απώλειες υστέρησης, μαζί με τις απώλειες λόγω δινορρευμάτων εμφανίζονται στο μέταλλο των πυρήνων, ονομάζονται από κοινού απώλειες πυρήνα (*core losses*).

4) Ροή διαρροής. Τα αποτελέσματα στο δευτερεύον τύλιγμα, από τη ροή που εμφανίζεται στο πρωτεύον τύλιγμα, εξαρτώνται από το ποσοστό της ροής του πρωτεύοντος που μεταφέρεται στο δευτερεύον, επειδή μερικές από τις δυναμικές γραμμές του πεδίου ξεφεύγουν από τον πυρήνα προς τον αέρα που τον περιβάλλει. Το τμήμα της ροής που εμφανίζεται στο ένα από τα τυλίγματα αλλά δε μεταφέρεται στο άλλο ονομάζεται ροή διαρροής (*leakage flux*). Έτσι η ροή του πρωτεύοντος μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα: Την αμοιβαία ροή (*mutual flux*) που παραμένει στον πυρήνα και συνδέει τα δύο τυλίγματα και τη ροή διαρροής, που, όπως είπαμε, διαρρέει το πρωτεύον αλλά δεν εμφανίζεται στο δευτερεύον, επειδή ξεφεύγει στον αέρα.

2.6 ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

Το ισοδύναμο κύκλωμα ενός πραγματικού μετασχηματιστή παίρνει υπόψη όλες τις βασικές ατέλειες, που παρουσιάζει η συμπεριφορά του.

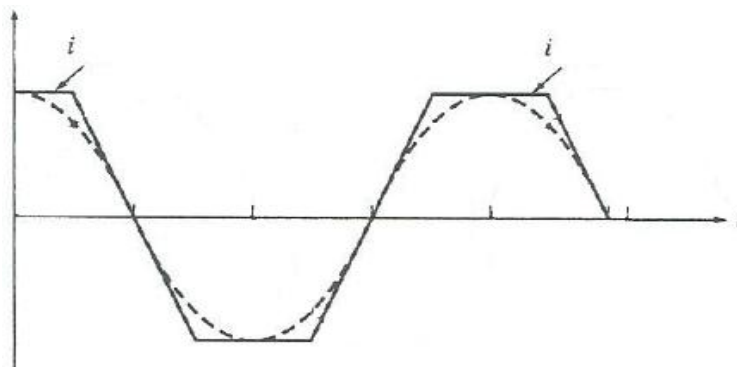
Οι απώλειες χαλκού, που είναι οι ωμικές απώλειες στις αντιστάσεις των τυλιγμάτων παρουσιάζονται με την προσθήκη δύο αντιστάσεων, που αντιστοιχούν στην ωμική αντίσταση του πρωτεύοντος και την ωμική αντίσταση του δευ-

τερεύοντος.

Η ροή διαρροής σε κάθε τύλιγμα εκφράζεται μέσω μιας σταθερής αυτεπαγωγής σκέδασης. Το ρεύμα που διαρρέει το πρωτεύον, όταν σε αυτό εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση, ακόμη και αν στο δευτερεύον δεν υπάρχει φορτίο, αποτελείται από δύο συνιστώσες:

- α) Το ρεύμα μαγνήτισης το οποίο είναι η αιτία ανάπτυξης μαγνητικής ροής στον πυρήνα του Μ/Σ, και
- β) το ρεύμα απωλειών πυρήνα που αντιστοιχεί στο φαινόμενο υστέρησης και στα δινορρεύματα του πυρήνα.

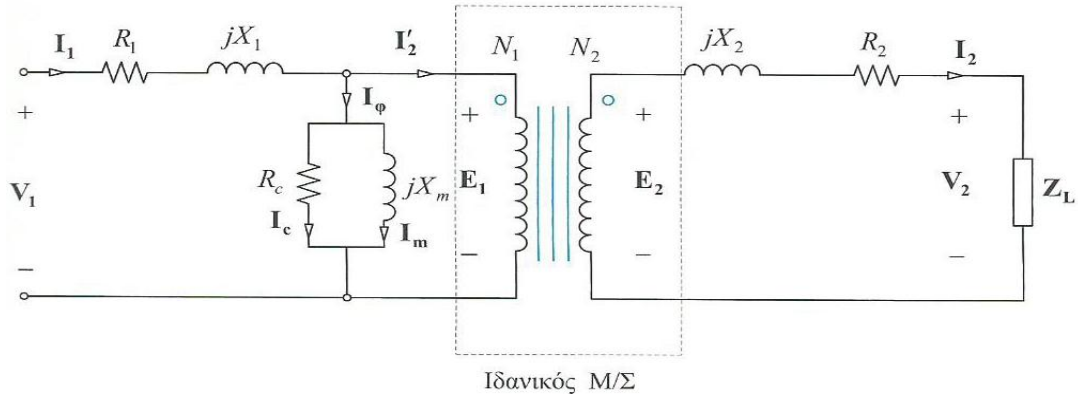
Το ρεύμα απωλειών πυρήνα είναι και αυτό ανάλογο της τάσης που εφαρμόζεται στον πυρήνα του μετασχηματιστή και η κυματομορφή του είναι σε φάση με την κυματομορφή της τάσης, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Έτσι το ρεύμα αυτό παρουσιάζεται με μια αντίσταση, τοποθετημένη παράλληλα στην πηγή της τάσης.



Σχήμα 2.7: Το ρεύμα απωλειών πυρήνα σε ένα μετασχηματιστή.
(Πηγή: Duffin W.J., Electricity and magnetism).

Το ρεύμα μαγνήτισης είναι ανάλογο της τάσης που εφαρμόζεται στον πυρήνα του μετασχηματιστή (στην ακόρεστη περιοχή, όπως είδαμε στο σχήμα 2.6), ενώ η κυματομορφή του έπεται της κυματομορφής της τάσης κατά 90° (Σχ. 2.4). Έτσι αυτό το ρεύμα αντιστοιχίζεται σε μια αντίδραση X_m τοποθετημένη παράλληλα στην πηγή τάσης. Το ισοδύναμο κύκλωμα του πραγματικού μετασχηματιστή φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Το ρεύμα του κλάδου διέγερσης συνήθως είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα στο φορτίο του μετασχηματιστή. Στην πραγματικότητα και σε κανονικές συνθήκες λειτουργίας αυτό το ρεύμα προκαλεί σχεδόν αμελητέα πτώση τάσης στη σύνθετη αντίδραση σκέδασης του πρωτεύοντος. Έτσι σε αρκετές περιπτώσεις, ο κλάδος διέγερσης αγνοείται στους υπολογισμούς.



Σχήμα 2.8: Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού μετασχηματιστή.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

2.7 ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

Για την ανάλυση του κυκλώματος του μετασχηματιστή, ως προς τα ρεύματα και τις τάσεις του, το αρχικό κύκλωμα απλοποιείται σε ένα ισοδύναμο με ένα μόνο επίπεδο τάσης. Αυτό μπορεί να γίνει με αντικατάσταση του ενός τμήματος μετασχηματιστή (πρωτεύοντος ή δευτερεύοντος) με ένα ισοδύναμο κύκλωμα εφαρμόζοντας τα θεωρήματα *Thevenin* και *Norton*. Στο τμήμα που αντικαταστάθηκε, οι τάσεις και τα ρεύματα υπολογίζονται λαμβάνοντας υπόψη και τον συντελεστή μετασχηματισμού του μετασχηματιστή.

Η διαδικασία αντικατάστασης της μιας πλευράς του κυκλώματος ενός μετασχηματιστή με το ισοδύναμο κύκλωμά της, ως προς το επίπεδο τάσης της άλλης πλευράς ονομάζεται ανάκλαση ή αναγωγή της πρώτης πλευράς στη δεύτερη.

2.7.1 Αναγωγή στο πρωτεύον τύλιγμα

Έστω σε ένα μετασχηματιστή, το πρωτεύον τύλιγμα διαθέτει N_1 αριθμό σπειρών και το δευτερεύον N_2 . Τότε σύμφωνα με το νόμο επαγωγής του *Faraday*, και τη σχέση 2.1, όπως αναφέρεται προηγουμένως ισχύει για το πρωτεύον:

$$v_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.8)$$

και για το δευτερεύον:

$$v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.9)$$

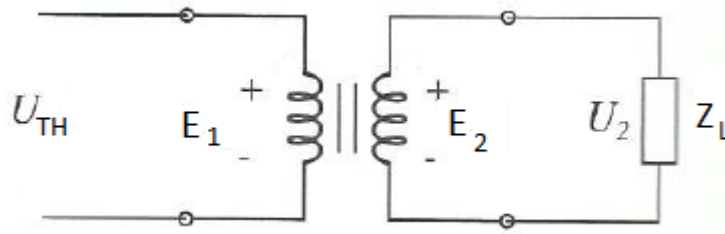
Διαιρώντας τις δύο σχέσεις κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2.10)$$

όπου ως a ορίζεται ο συντελεστής μετασχηματισμού και δίνει τη σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης τάσης στο πρωτεύον και τάσης στα άκρα του δευτερεύοντος. Εφόσον θεωρούμε ιδανικό μετασχηματιστή και η ισχύς στο πρωτεύον είναι ίση με την ισχύ στο δευτερεύον, έχουμε:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \Leftrightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{v_1}{v_2} = a \quad (2.11)$$

Για να κάνουμε αναγωγή του δευτερεύοντος στο πρωτεύον θεωρούμε αρχικά ανοικτούς τους ακροδέκτες στο πρωτεύον, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9 και εφαρμόζοντας θεώρημα *Thevenin* έχουμε $I_1 = I_2 = 0$, επομένως $V_2 = E_2$.

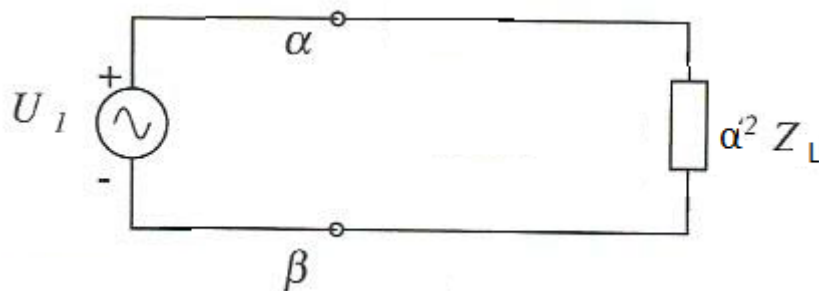


Σχήμα 2.9: Ισοδύναμο κύκλωμα Μ/Σ κατά Thevenin.

Σε συνδυασμό με τη σχέση 2.11, τότε ισχύει:

$$U_{TH} = U_1 = U_2 a \quad (2.12)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε θεώρημα Norton και βραχυκυκλώνουμε τους ακροδέκτες για να υπολογίσουμε την Z_{TH} . Το κύκλωμα τότε γίνεται όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

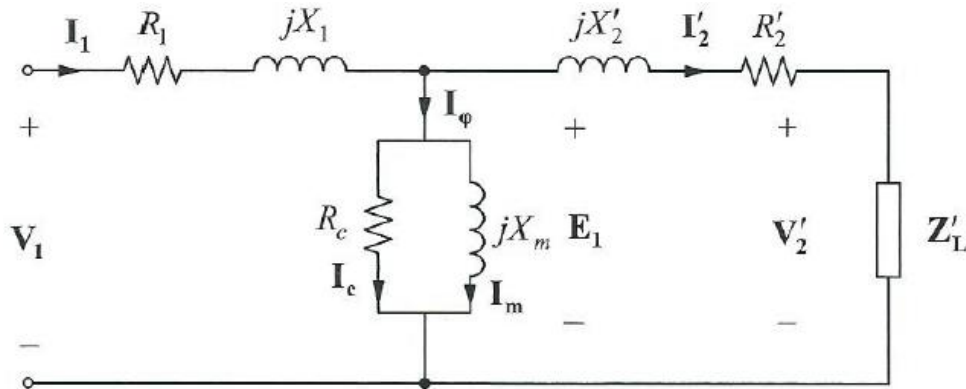


Σχήμα 2.10: Ισοδύναμο κύκλωμα Μ/Σ κατά Norton.

Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως σύμφωνα με τη σχέση 2.11 είναι $I_1 = I_2/\alpha$, οπότε:

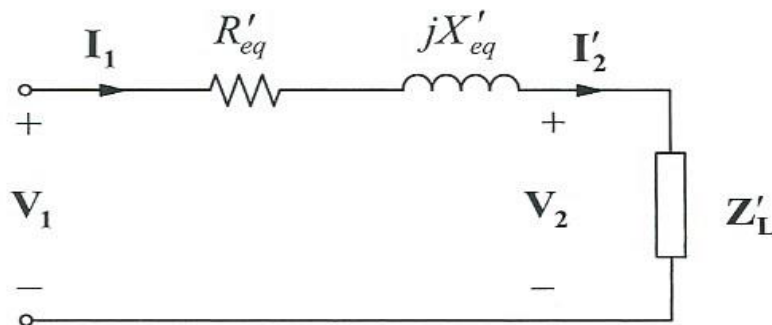
$$Z_{TH} = \frac{U_{TH}}{I_1} = \frac{U_2 \alpha}{I_2/\alpha} = \alpha^2 \frac{U_2}{I_2} = \alpha^2 Z_{TH} \quad (2.13)$$

Θέτοντας όπου $Z_L' = \alpha^2 Z_L$, $R_2' = \alpha^2 R_2$, $X_2' = \alpha^2 X_2$, $U_2' = \alpha U_2$ και $I_2' = I_2/\alpha$, το ισοδύναμο κύκλωμα του μετασχηματιστή παίρνει τη μορφή του επόμενου σχήματος:



Σχήμα 2.11: Ισοδύναμο κύκλωμα μονοφασικού Μ/Σ ανηγμένο στο πρωτεύον. (Πηγή: Irwin J.D., Basic Engineering Circuit Analysis).

Αμελώντας τον κλάδο μαγνήτισης, για τους λόγους που αναφέραμε πριν και θέτοντας $R'_{eq} = R_1 + R_2'$ και $X'_{eq} = X_1 + X_2'$ το απλουστευμένο ισοδύναμο κύκλωμα του μετασχηματιστή παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα.



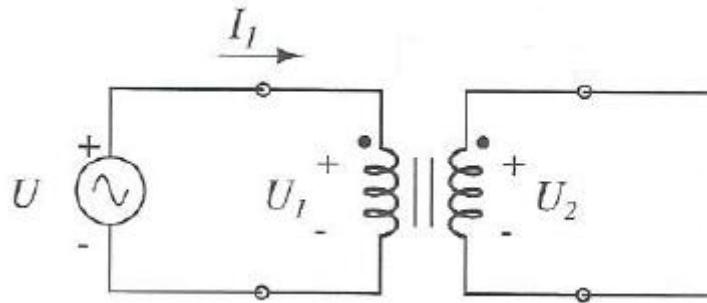
Σχήμα 2.12: Απλουστευμένο ισοδύναμο κύκλωμα μονοφασικού Μ/Σ ανηγμένο στο πρωτεύον. (Πηγή: Irwin J.D., Basic Engineering Circuit Analysis).

2.7.2 Αναγωγή στο δευτερεύον τύλιγμα

Σε αυτή την περίπτωση ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τη διαφορά ότι τώρα το τμήμα του μετασχηματιστή που αντικαθίσταται είναι το πρωτεύον τύλιγμα. Εφαρμόζοντας θεώρημα *Thevenin*, με ανοιχτούς τώρα τους ακροδέκτες

του δευτερεύοντος, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα, και σε συνδυασμό με τη σχέση 2.11, έχουμε:

$$U_{TH} = U_2 = \frac{U_1}{\alpha} \quad (2.14)$$



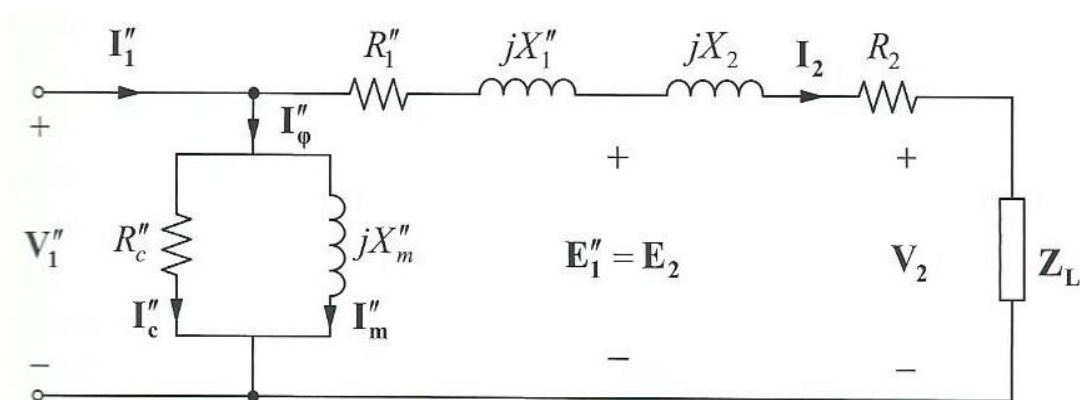
Σχήμα 2.13: Ισοδύναμο κύκλωμα Μ/Σ κατά Thevenin.

Βραχυκυκλώνοντας αντίστοιχα το δευτερεύον τύλιγμα και εφαρμόζοντας θεώρημα *Norton*, έχουμε:

$$I_2 = \alpha I_1 \quad (2.15)$$

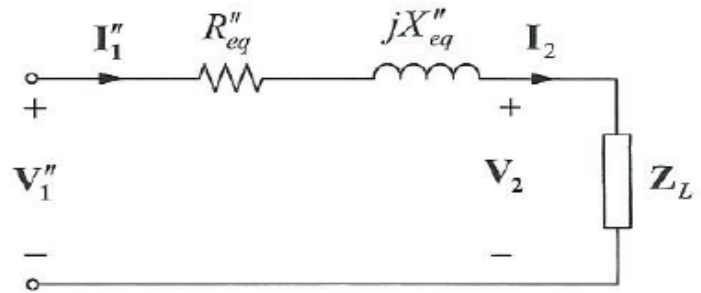
$$Z_{TH} = \frac{U_{TH}}{I_2} = \frac{U_1/\alpha}{\alpha I_1} = \frac{U_1}{\alpha^2 I_1} = \frac{Z}{\alpha^2} \quad (2.16)$$

Ομοίως θέτοντας $R''_1 = R_1/\alpha^2$, $X''_1 = X_1/\alpha^2$, $U''_1 = U_1/\alpha$, και $R''_{eq} = R''_1 + R_2$, $X''_{eq} = X''_1 + X_2$, το ισοδύναμο κύκλωμα του μετασχηματιστή παίρνει τη μορφή του επόμενου σχήματος:



Σχήμα 2.14: Ισοδύναμο κύκλωμα μονοφασικού Μ/Σ ανηγμένο στο δευτερεύον. (Πηγή: Irwin J.D., Basic Engineering Circuit Analysis).

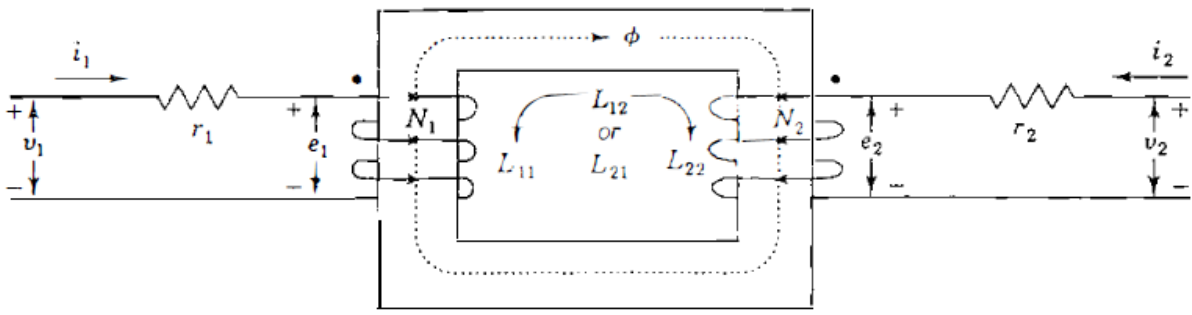
Το αντίστοιχο απλουστευμένο κύκλωμα με παράλειψη του παράλληλου κλάδου παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 2.15: Απλουστευμένο ισοδύναμο κύκλωμα μονοφασικού Μ/Σ ανηγμένο στο δευτερεύον. (Πηγή: Irwin J.D., Basic Engineering Circuit Analysis).

2.8 ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ.

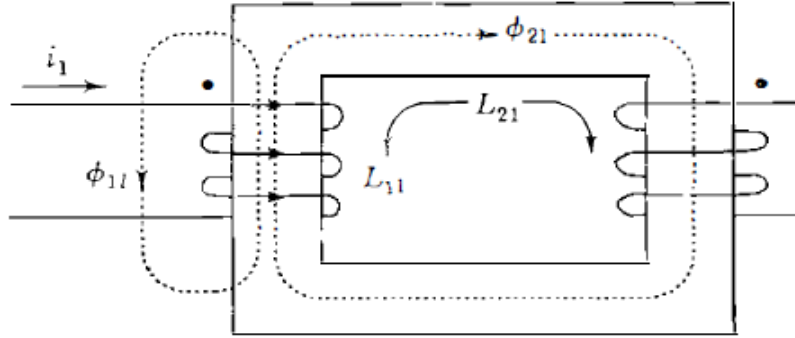
Στο παρακάτω σχήμα η φορά του ρεύματος i_2 του δευτερεύοντος τυλίγματος είναι τέτοια ώστε να δημιουργεί μαγνητική ροή ϕ κατά την ίδια διεύθυνση με τη μαγνητική ροή που παράγει το ρεύμα του πρωτεύοντος i_1 .



Σχήμα 2.16: Μαγνητική σύζευξη τυλιγμάτων μέσω αμοιβαίας μαγνητικής ροής λόγω των δύο ρευμάτων i_1 και i_2 . (Πηγή: O. Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

Εξετάζοντας τα δύο ρεύματα ξεχωριστά, το ρεύμα του πρωτεύοντος i_1 παράγει τη μαγνητική ροή, έστω ϕ_{11} , η οποία αποτελείται από δύο συνιστώσες, τη ροή σκέδασης ϕ_{1L} , η οποία αποτελεί τη μη ωφέλιμη συνιστώσα της παραγόμενης ροής, εφόσον δεν εμπλέκει το άλλο τύλιγμα, και τη συνιστώσα ϕ_{21} , η οποία αποτελεί τη χρήσιμη συνιστώσα της ροής, εφόσον εμπλέκει όλες τις σπείρες και των δύο τυλιγμάτων, όπως φαίνεται και στο σχήμα που ακολουθεί.

$$\phi_{11} = \phi_{1L} + \phi_{21} \tag{2.17}$$



Σχήμα 2.17: Αμοιβαία ροή και ροή διαρροής που οφείλονται μόνο στο ρεύμα i_1 .
(Πηγή: O. Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

Η πεπλεγμένη ροή λ κάθε τυλίγματος, που οφείλεται στο ρεύμα του πρωτεύοντος i_1 είναι:

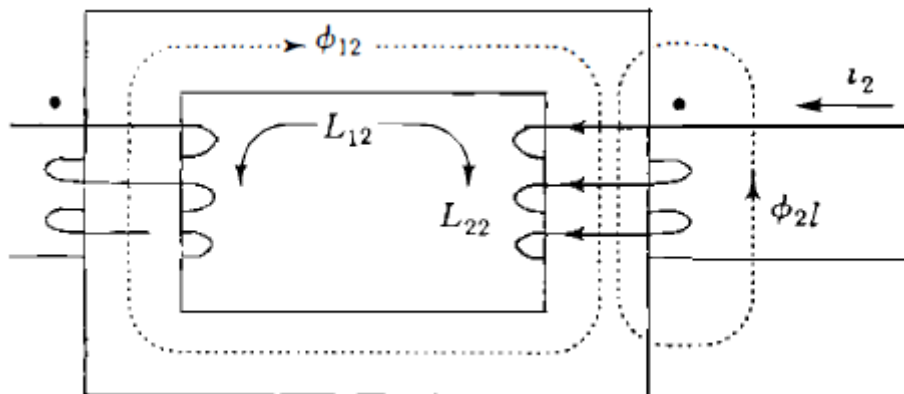
$$\lambda_{11} = N_1 \phi_{11} = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1} i_1 = L_{11} i_1 \quad (2.18)$$

$$\lambda_{21} = N_2 \phi_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1} i_1 = L_{21} i_1 \quad (2.19)$$

όπου L_{11} η αυτεπαγωγή σκέδασης του πρωτεύοντος τυλίγματος, και L_{12} η αλληλεπαγωγή μεταξύ των δύο τυλιγμάτων.

Ομοίως πράττουμε για το ρεύμα i_2 , το οποίο αντίστοιχα δημιουργεί τη μαγνητική ροή ϕ_{22} , η οποία επίσης αποτελείται από δύο συνιστώσες, τη ροή σκέδασης ϕ_{2L} και την ωφέλιμη συνιστώσα ϕ_{12} , όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα:

$$\phi_{22} = \phi_{2L} + \phi_{12} \quad (2.20)$$



Σχήμα 2.18: Αμοιβαία ροή και ροή διαρροής που οφείλονται μόνο στο ρεύμα i_2 .
(Πηγή: O. Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

Αντίστοιχα η πεπλεγμένη ροή λ του δευτερεύοντος τυλίγματος είναι:

$$\lambda_{22} = N_2 \varphi_{22} = L_{22} i_2 \quad (2.21)$$

$$\lambda_{12} = N_1 \varphi_{12} = L_{12} i_2 \quad (2.22)$$

Όταν και τα δύο ρεύματα ρέουν ταυτόχρονα, τότε η συνολική πεπλεγμένη ροή για κάθε τύλιγμα γίνεται:

$$\lambda_1 = \lambda_{11} + \lambda_{12} = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (2.23)$$

$$\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{22} = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \quad (2.24)$$

Για την αλληλεπαγωγή μεταξύ των δύο τυλιγμάτων ισχύει:

$$L_{12} = L_{21} = M \quad (2.25)$$

Η αυτεπαγωγή ενός τυλίγματος ορίζεται από το λόγο της συνολικής πεπλεγμένης ροής του τυλίγματος προς το ρεύμα του ιδίου του τυλίγματος, όταν τα ρεύματα των υπόλοιπων τυλιγμάτων θεωρηθούν μηδενικά. Επομένως για τα μαγνητικά συζευγμένα κυκλώματα ισχύει:

$$L_{11} = \frac{\lambda_1}{i_1 | i_2=0} = \frac{N_1(\varphi_{1L} + \varphi_{21})}{i_1} = L_1 + L_{21} \quad (2.26)$$

και ομοίως:

$$L_{22} = L_2 + L_{12} \quad (2.27)$$

Εφαρμόζοντας το νόμο των τάσεων του Kirchhoff στα δύο τυλίγματα έχουμε:

$$\begin{aligned} u_1 &= i_1 r_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \\ &+ M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \alpha M \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2'}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

όπου $\alpha = \frac{N_1}{N_2}$ και αM η ισοδύναμη αυτεπαγωγή μαγνήτισης ανηγμένη στο πρωτεύον. Αντίστοιχα για το δευτερεύον τύλιγμα:

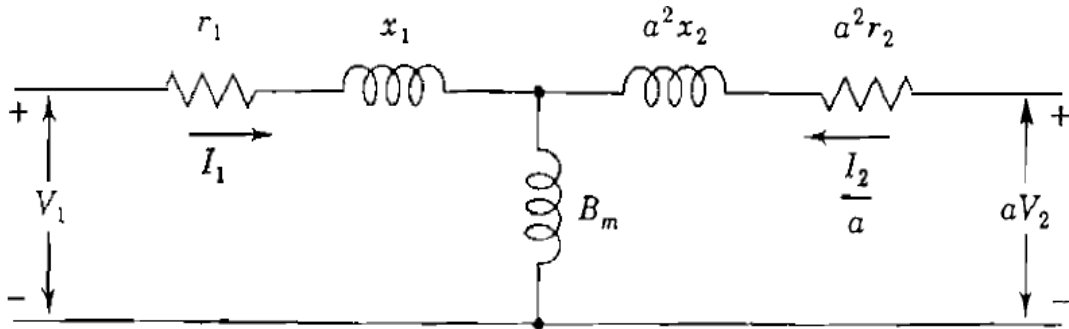
$$\begin{aligned} u_2 &= i_2 r_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt} = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt} = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \\ &+ M \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_1}{dt} \right) = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \alpha M \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_1'}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Οι παραπάνω σχέσεις με τη μορφή φασόρων γράφονται:

$$U_1 = (r_1 + j\omega L_1) I_1 + j\omega aM (I_1 + I'_2) \quad (2.30)$$

$$U_2 = (r_2 + j\omega L_2) I_2 + j\omega aM (I_2 + I'_1) \quad (2.31)$$

Θέτοντας $x_1 = \omega L_1$, $x_2 = \omega L_2$ και $B_m = \omega aM$, και με αναγωγή στο πρωτεύον παίρνουμε το παρακάτω ισοδύναμο κύκλωμα του μετασχηματιστή:



Σχήμα 2.19: Ισοδύναμο κύκλωμα Μ/Σ με αυτεπαγωγή μαγνήτισης των δύο τυλιγμάτων. (Πηγή: Ο. Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

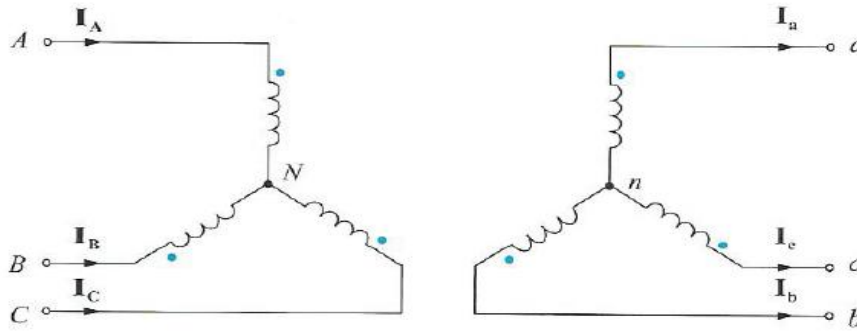
2.9 ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ

Τα τρία τυλίγματα σε κάθε πλευρά ενός τριφασικού μετασχηματιστή μπορούν να συνδεθούν είτε σε αστέρα, είτε σε τρίγωνο. Επομένως οι δυνατές συνδεσμολογίες για έναν τριφασικό μετασχηματιστή έξι τυλιγμάτων είναι οι εξής:

- α) Συνδεσμολογία αστέρα-αστέρα (Y/y)
- β) Συνδεσμολογία τριγώνου-τριγώνου (D/d)
- γ) Συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου (Y/d)
- δ) Συνδεσμολογία τριγώνου-αστέρα (D/y)

2.9.1 Συνδεσμολογία αστέρα-αστέρα (Y/y)

Στη συνδεσμολογία αυτή, το ένα από τα δύο άκρα των τυλιγμάτων της κάθε φάσης, τόσο στο πρωτεύον όσο και το δευτερεύον συνδέονται μεταξύ τους και σχηματίζουν κοινό κόμβο, ο οποίος είναι προτιμότερο να είναι ουδετερωμένος, τόσο για λόγους καλής λειτουργίας, όσο και για τη δυνατότητα τροφοδότησης και μονοφασικών φορτίων παράλληλα με τα τριφασικά.



Σχήμα 2.20: Συνδεσμολογία αστέρα-αστέρα. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

Οι σχέσεις μεταξύ των φασικών τάσεων πρωτεύοντος και δευτερεύοντος είναι:

$$\frac{U_{AN}}{U_{\alpha n}} = \frac{U_{BN}}{U_{\beta n}} = \frac{U_{CN}}{U_{\gamma n}} = \alpha \quad (2.32)$$

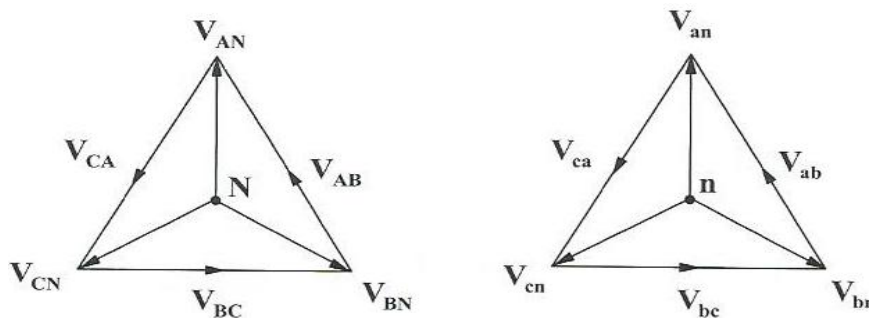
Τα φασικά ρεύματα στην προκειμένη περίπτωση αποτελούν ταυτόχρονα και τα ρεύματα γραμμής και για συμμετρικές συνθήκες φόρτισης είναι:

$$\frac{I_A}{I_\alpha} = \frac{I_B}{I_\beta} = \frac{I_C}{I_\gamma} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.33)$$

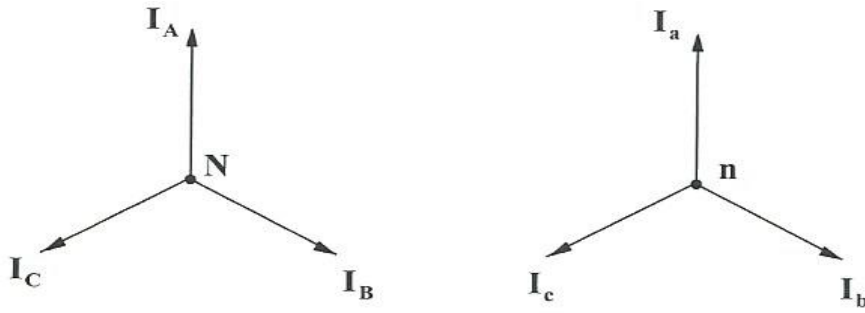
Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι πολικές τάσεις είναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερες σε μέγεθος και προηγούνται έναντι των αντίστοιχων φασικών για συστήματα ορθής ακολουθίας κατά 30° , ισχύει:

$$\frac{U_{AB}}{U_{\alpha\beta}} = \frac{U_{BC}}{U_{\beta\gamma}} = \frac{U_{CA}}{U_{\gamma\alpha}} = \alpha \quad (2.34)$$

Τα διανυσματικά διαγράμματα των φασικών και πολικών τάσεων των δύο τυλιγμάτων και τα αντίστοιχα ρεύματα φαίνονται στα επόμενα σχήματα:



Σχήμα 2.21: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων συνδεσμολογίας Y/y. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

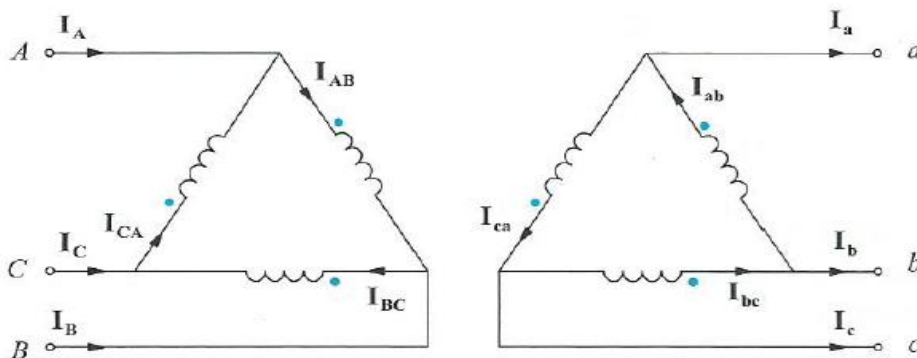


Σχήμα 2.22: Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων συνδεσμολογίας Y/y.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

2.9.2 Συνδεσμολογία τριγώνου-τριγώνου (D/d)

Εδώ οι φασικές τάσεις είναι ίσες με τις πολικές με βάση το επόμενο σχήμα. Η σχέση μεταξύ των τάσεων πρωτεύοντος και δευτερεύοντος είναι:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{U_{BC}}{U_{bc}} = \frac{U_{CA}}{U_{ca}} = \alpha \quad (2.35)$$



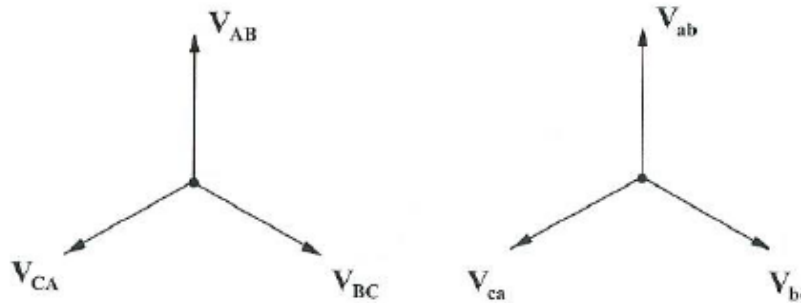
Σχήμα 2.23: Συνδεσμολογία τριγώνου-τριγώνου.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

Τα ρεύματα γραμμής είναι κατά $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερα από τα φασικά ρεύματα και γράφονται:

$$\frac{I_{AB}}{I_{ab}} = \frac{I_{BC}}{I_{bc}} = \frac{I_{CA}}{I_{ca}} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.36)$$

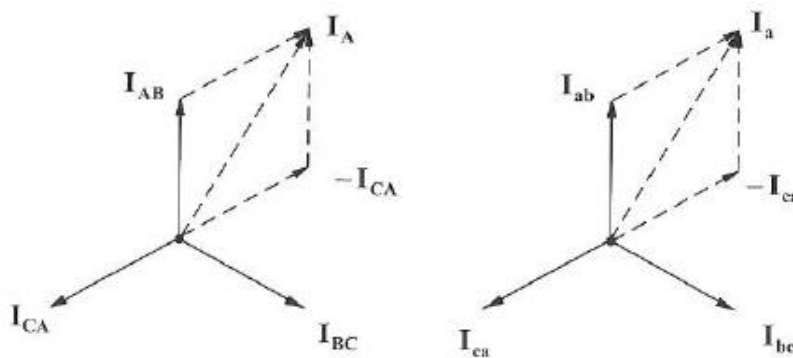
Σε αυτήν τη συνδεσμολογία δεν υπάρχει η δυνατότητα σύνδεσης ουδέτερου αγωγού. Για ικανοποιητική λειτουργία θα πρέπει οι μετασχηματιστές κάθε φάσης να έχουν τη ίδια σχέση μεταφοράς, αλλιώς τα δευτερεύοντα τυλίγματα θα διαρρέονται από εσωτερικά ρεύματα ακόμα και στην περίπτωση που δεν υπάρχει φορτίο.

Τα διανυσματικά διαγράμματα των φασικών και πολικών τάσεων, καθώς και τα αντίστοιχα ρεύματα των δύο τυλιγμάτων φαίνονται στα επόμενα σχήματα:



Σχήμα 2.24: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων συνδεσμολογίας D/d.

(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)



Σχήμα 2.25: Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων συνδεσμολογίας D/d.

(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

2.9.3 Συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου (Y/d)

Στη συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου τα ρεύματα των τυλιγμάτων του δευτερεύοντος είναι μικρότερα κατά $\sqrt{3}$ φορές από τα ρεύματα φορτίου. Επίσης και σε αυτήν τη συνδεσμολογία δεν μπορούν να τροφοδοτηθούν μονοφασικά φορτία, εφόσον δεν παρέχεται η δυνατότητα σύνδεσης ουδέτερου αγωγού.

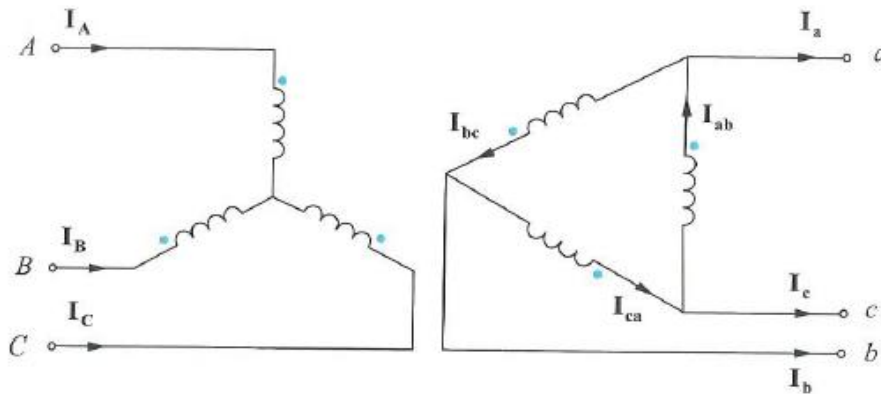
Οι πολικές τάσεις του πρωτεύοντος προηγούνται κατά 30° σε σχέση με τις πολικές τάσεις του δευτερεύοντος. Το ίδιο ισχύει και για τα ρεύματα. Αντίθετα, οι φασικές τάσεις των δύο τυλιγμάτων είναι σε φάση χρόνου μεταξύ τους. Το ίδιο ισχύει και για τα ρεύματα των τυλιγμάτων. Επομένως για ευθύ συμμετρικό τριφασικό σύστημα τάσεων τροφοδοσίας έχουμε:

$$\frac{U_{AN}}{U_{\alpha n}} = \frac{U_{BN}}{U_{bn}} = \frac{U_{CN}}{U_{cn}} = \alpha \quad (2.37)$$

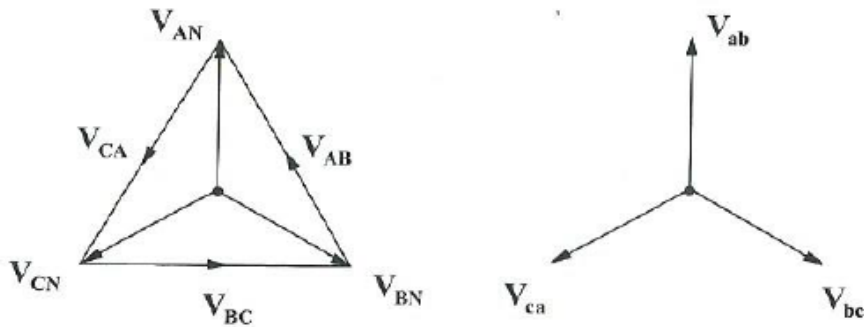
$$\frac{U_{AB}}{U_{\alpha b}} = \frac{U_{BC}}{U_{bc}} = \frac{U_{CA}}{U_{ca}} = \alpha \angle 30^\circ \quad (2.38)$$

$$\frac{I_A}{I_\alpha} = \frac{I_B}{I_b} = \frac{I_C}{I_c} = \frac{1}{a} \quad (2.39)$$

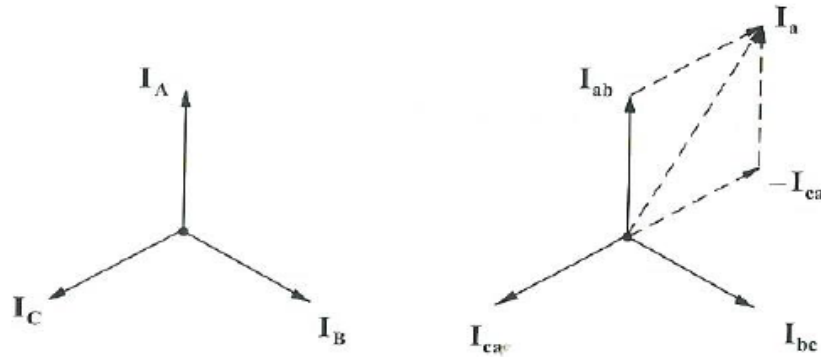
$$\frac{I_{AB}}{I_{\alpha b}} = \frac{I_{BC}}{I_{bc}} = \frac{I_{CA}}{I_{ca}} = \frac{1}{a} \angle -30^\circ \quad (2.40)$$



Σχήμα 2.26: Συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)



Σχήμα 2.27: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων συνδεσμολογίας Y/d.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

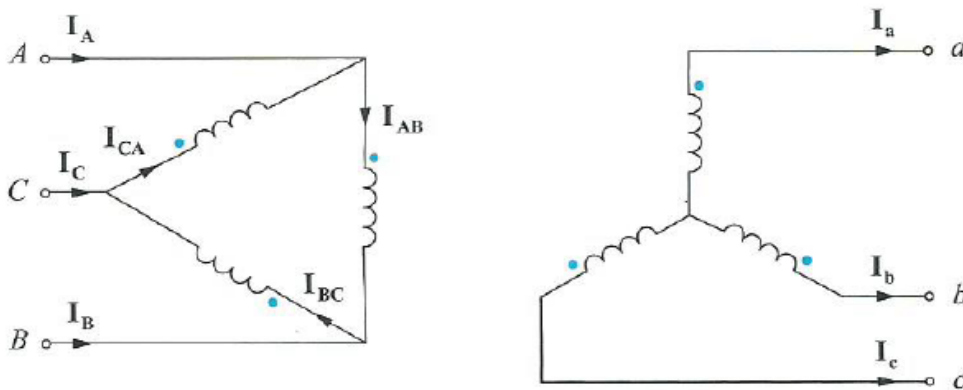


Σχήμα 2.28: Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων συνδεσμολογίας Y/d.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

2.9.4 Συνδεσμολογία τριγώνου-αστέρα (D/y)

Εδώ οι πολικές τάσεις του πρωτεύοντος καθυστερούν κατά 30° από τις αντίστοιχες πολικές τάσεις του δευτερεύοντος. Το ίδιο ισχύει και μεταξύ των ρευμάτων των δύο τυλιγμάτων. Επομένως ισχύει:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{U_{BC}}{U_{bc}} = \frac{U_{CA}}{U_{ca}} = \alpha \angle -30^\circ \quad (2.41)$$



Σχήμα 2.29: Συνδεσμολογία τριγώνου-αστέρα. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

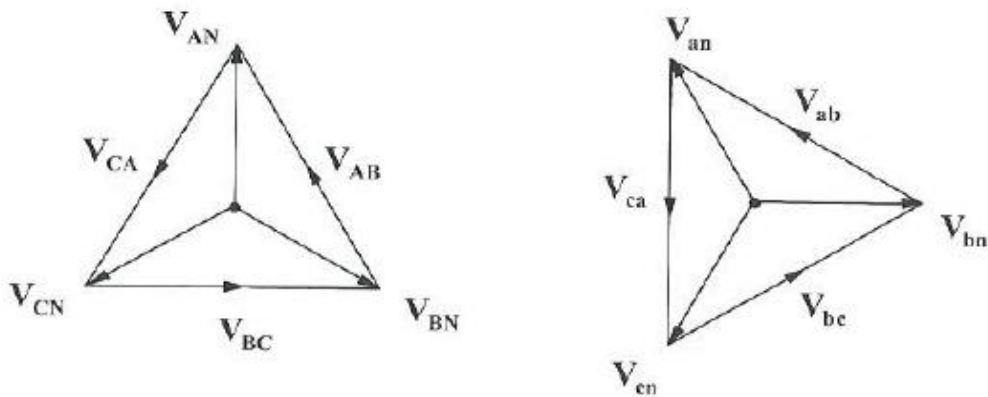
Οι πολικές τάσεις πρωτεύοντος και οι φασικές τάσεις του δευτερεύοντος βρίσκονται σε φάση χρόνου μεταξύ τους. Επομένως:

$$\frac{U_{AB}}{U_{an}} = \frac{U_{BC}}{U_{bn}} = \frac{U_{CA}}{U_{cn}} = \alpha \quad (2.42)$$

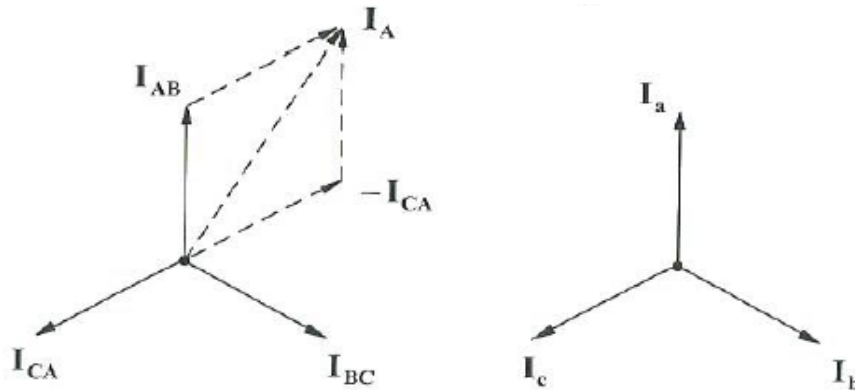
Αντίστοιχα και οι σχέσεις μεταξύ των φασικών και πολικών ρευμάτων δίνονται:

$$\frac{I_{AB}}{I_a} = \frac{I_{BC}}{I_b} = \frac{I_{CA}}{I_c} = \frac{1}{a} \quad (2.43)$$

$$\frac{I_A}{I_a} = \frac{I_B}{I_b} = \frac{I_C}{I_c} = \frac{1}{a} \angle -30^\circ \quad (2.44)$$



Σχήμα 2.30: Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων συνδεσμολογίας D/y.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)



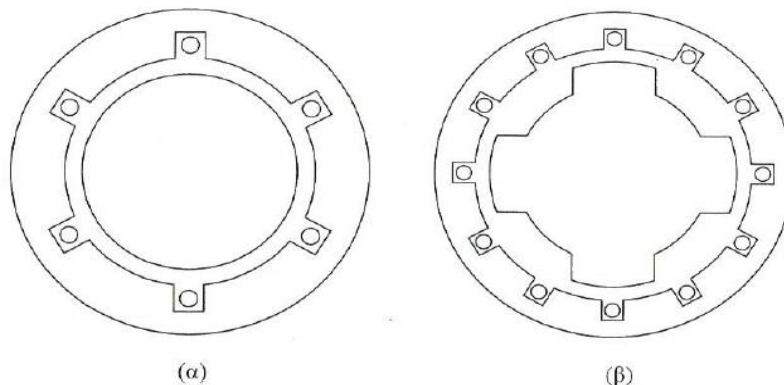
Σχήμα 2.31: Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων συνδεσμολογίας D/y.
(Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)

3. ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ - ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑ

3.1 ΔΟΜΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ

Οι σύγχρονες γεννήτριες είναι σύγχρονες μηχανές, οι οποίες μετατρέπουν μηχανική ενέργεια σε εναλλασσόμενη ηλεκτρική ενέργεια. Αποτελείται από ένα μεγάλο στατό μαγνήτη, ο οποίος δημιουργεί ένα σταθερό και ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό της γεννήτριας, καθώς και έναν περιστρεφόμενο βρόγχο μέσα στο πεδίο αυτό. Το περιστρεφόμενο τμήμα της ηλεκτρικής μηχανής ονομάζεται δρομέας (*rotor*) και το στατό τμήμα στάτης (*stator*).

Ο δρομέας της μηχανής μπορεί να είναι είτε κυλινδρικός, όταν οι πόλοι της γεννήτριας βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με την υπόλοιπη επιφάνειά του, είτε εκτύπων πόλων, όταν οι πόλοι του διακρίνονται (προεξέχουν) στην επιφάνειά του. Οι δύο τύποι δρομέα φαίνονται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 3.1: Ηλεκτρική μηχανή εναλλασσόμενου ρεύματος : α) κυλινδρικού δρομέα, β) εκτύπων πόλων. (Πηγή: Kothari-Nagrath, Electric Machines)

Για να λειτουργήσει μια σύγχρονη γεννήτρια το τύλιγμα του δρομέα τροφοδοτείται με συνεχές ρεύμα (*D.C.*). Αυτό το ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό της γεννήτριας και καθώς ο δρομέας περιστρέφεται παίρνοντας κίνηση από κάποια εξωτερική αιτία (π.χ. κινητήρια μηχανή ή άνεμο στην περίπτωση ανεμογεννήτριας), το μαγνητικό πεδίο περιστρέφεται μαζί του. Θεωρώντας ότι ο στάτης διαθέτει τρία τυλίγματα, που απέχουν μεταξύ τους 120° , τότε το στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο παράγει τριφασική τάση στα τυλίγματα του στάτη, η οποία εμφανίζεται στην έξοδο της μηχανής.

Ονομάζεται σύγχρονη επειδή το μαγνητικό πεδίο του δρομέα και το επα-

γόμενο μαγνητικό πεδίο του στάτη περιστρέφονται με την ίδια ταχύτητα (σύγχρονη ταχύτητα).

3.2 ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΩΝ ΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

Η σχέση της ηλεκτρικής συχνότητας του στάτη με την ταχύτητα περιστροφής του δρομέα στις σύγχρονες μηχανές δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{n p}{120} \quad (3.1)$$

όπου f η ηλεκτρική συχνότητα σε Hz

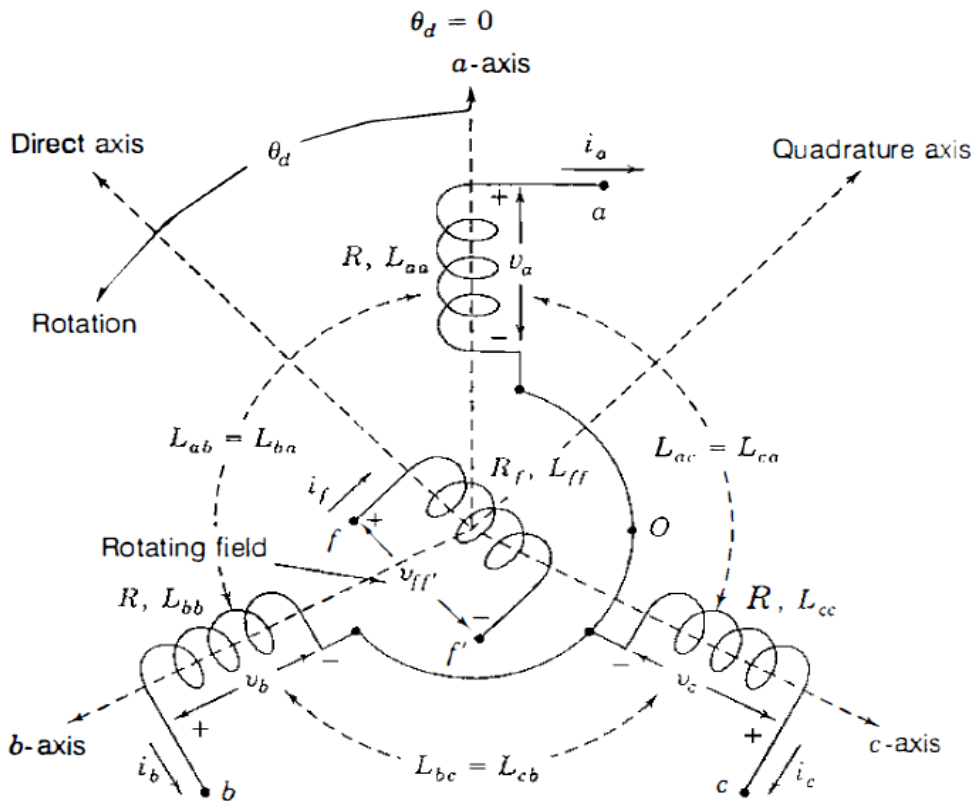
n η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα σε στροφές ανά λεπτό (rpm), και

p ο αριθμός των πόλων

Όλες οι γεννήτριες όμως παράγουν συχνότητες $50 Hz$ ή $60 Hz$, οπότε η ταχύτητα περιστροφής τους για συγκεκριμένο αριθμό πόλων είναι προκαθορισμένη. Για παράδειγμα κατά την παραγωγή συχνότητας $60 Hz$, μια μηχανή δύο πόλων θα πρέπει να περιστρέφεται με ταχύτητα $3600 rpm$, ενώ για $50 Hz$ μια μηχανή τεσσάρων πόλων με ταχύτητα $1500 rpm$. Επομένως η παραπάνω σχέση δίνει στην ταχύτητα με την οποία θα περιστρέφεται μια μηχανή, ώστε να παράγει τη συγκεκριμένη συχνότητα.

3.3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΑΣΗΣ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΤΗΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ

Το τριφασικό τύλιγμα τυμπάνου αποτελείται από τρία επιμέρους όμοια μονοφασικά διανεμημένα τυλίγματα, ένα για κάθε φάση. Το τύλιγμα τυμπάνου μπορεί να παρασταθεί με τρία όμοια συγκεντρωμένα τυλίγματα. Τα τρία τυλίγματα του στάτη θεωρούνται ιδανικά και η μία άκρη του καθενός από αυτά συνδέεται σε ένα κοινό σημείο O . Η άλλη άκρη από το καθένα σημειώνεται ως a , b , και c . Τα τρία τυλίγματα είναι τοποθετημένα με τους μαγνητικούς άξονες μετατιθέμενους στο χώρο κατά 120° . Ο μαγνητικός άξονας του τυλίγματος a ορίζεται ως άξονας αναφοράς σε γωνία $\theta_d = 0^\circ$, επομένως οι μαγνητικοί άξονες των τυλιγμάτων b και c βρίσκονται σε γωνία 120° και 240° αντίστοιχα. Ο άξονας κατά μήκος του άξονα του πόλου του δρομέα ονομάζεται ορθός άξονας (*direct axis* ή *d-axis*) και ο κάθετος στον ορθό άξονα ονομάζεται εγκάρσιος άξονας (*quadrature axis* ή *q-axis*). Η διάταξη των τυλιγμάτων φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 3.2: Τυλίγματα τυμπάνου (στάτη) a, b, c και τύλιγμα πεδίου (ρότορα) f τριφασικής γεννήτριας. Ο ορθός άξονας προηγείται πάντα κατά 90° του εγκάρσιου κατά τη φορά περιστροφής. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Κάθε ένα από τα τυλίγματα a, b, c έχει αυτεπαγωγή L_s , η οποία ισούται με τις αυτεπαγωγές L_{aa} , L_{bb} και L_{cc} των τυλιγμάτων του τυμπάνου που αντιστοιχούν, δηλαδή:

$$L_s = L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} \quad (3.2)$$

Η αλληλεπαγωγή μεταξύ κάθε ζευγαριού τυλιγμάτων ορίζεται ως $-M_s$, ώστε ισχύει:

$$-M_s = L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} \quad (3.3)$$

Η αλληλεπαγωγή μεταξύ του τυλιγματος του πεδίου και κάθε ενός από τα τυλίγματα του τυμπάνου εξαρτάται από τη γωνία θ_d του δρομέα και μεταβάλλεται ως συνημιτονοειδής συνάρτηση με μέγιστη τιμή M_f , έτσι ώστε:

$$\begin{aligned} L_{af} &= M_f \cos\theta_d \\ L_{bf} &= M_f \cos(\theta_d - 120^\circ) \\ L_{cf} &= M_f \cos(\theta_d - 240^\circ) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Το πηνίο του πεδίου έχει σταθερή αυτεπαγωγή ίση με L_{ff} . Το σύνολο της μαγνητικής ροής για κάθε ένα από τα τυλίγματα του τυμπάνου και του πεδίου οφείλεται στο ίδιο το ρεύμα του κάθε ενός ξεχωριστά μαζί με τα ρεύματα των υπόλοιπων τριών τυλιγμάτων. Επομένως οι εξισώσεις της πεπλεγμένης ροής για κάθε ένα από τα τυλίγματα είναι:

Για τυλίγματα τυμπάνου:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f = L_s i_a - M_s(i_b + i_c) + L_{af}i_f \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bf}i_f = L_s i_b - M_s(i_a + i_c) + L_{bf}i_f \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cf}i_f = L_s i_c - M_s(i_a + i_b) + L_{cf}i_f\end{aligned}\quad (3.5)$$

Για τύλιγμα πεδίου:

$$\lambda_f = L_{af}i_a + L_{bf}i_b + L_{cf}i_c \quad (3.6)$$

Αν τα τριφασικά ρεύματα i_a , i_b , i_c είναι και συμμετρικά τότε ισχύει:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (3.7)$$

Θέτοντας σε αυτή την περίπτωση $i_a = - (i_b + i_c)$, $i_b = - (i_a + i_c)$ και $i_c = - (i_b + i_a)$ τότε για τα τυλίγματα τυμπάνου έχουμε:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= (L_s + M_s) i_a + L_{af} i_f \\ \lambda_b &= (L_s + M_s) i_b + L_{bf} i_f \\ \lambda_c &= (L_s + M_s) i_c + L_{cf} i_f\end{aligned}\quad (3.8)$$

Σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης, το ρεύμα του δρομέα i_f όπως είπαμε είναι συνεχές (D.C.) με σταθερή τιμή I_f , και ο δρομέας περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , ώστε για μία διπολική μηχανή ισχύει:

$$\frac{d\theta_d}{dt} = \omega \quad (3.9)$$

και

$$\theta_d = \omega t + \theta_{d0} \quad (3.10)$$

όπου θ_{d0} η γωνία στην οποία δίνεται η αρχική θέση του τυλίγματος δρομέα τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση 3.10 και αντικαθιστώντας στις εξισώσεις αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του τυμπάνου και του πεδίου (εξ. 3.4) και θέτοντας $i_f = I_f$ οι εξισώσεις του συνόλου της μαγνητικής ροής για τα τυλίγματα τυμπάνου δίνονται:

$$\begin{aligned}
\lambda_a &= (L_s + M_s) i_a + M_f I_f \cos(\omega t + \theta_{d0}) \\
\lambda_b &= (L_s + M_s) i_b + M_f I_f \cos(\omega t + \theta_{d0} - 120^\circ) \\
\lambda_c &= (L_s + M_s) i_c + M_f I_f \cos(\omega t + \theta_{d0} - 240^\circ)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις η πεπλεγμένη ροή κάθε τύλιγματος αποτελείται από δύο συνιστώσες. Στο τύλιγμα a , η μία συνιστώσα οφείλεται στο ρεύμα του πεδίου I_f και η άλλη στο ρεύμα του τυμπάνου i_a , το οποίο ρέει προς την έξοδο της μηχανής. Θεωρώντας πως το τύλιγμα a του τυμπάνου έχει αντίσταση R , τότε η πτώση τάσης στο τύλιγμα μεταξύ των ακροδεκτών a και O , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, δίνεται:

$$u_a = -Ri_a - \frac{d\lambda_a}{dt} = -Ri_a - (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt} + \omega M_f I_f \sin(\omega t + \theta_{d0}) \tag{3.12}$$

Το αρνητικό πρόσημο χρησιμοποιείται, όταν το τύλιγμα λειτουργεί ως γεννήτρια, δηλ. παράγει ισχύ. Αντίστοιχα, όταν ένα τύλιγμα συμπεριφέρεται ως φορτίο, καταναλώνοντας ισχύ από μία πηγή, τότε χρησιμοποιείται θετικό πρόσημο.

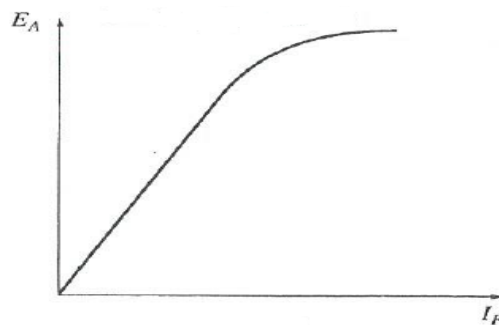
Ο τελευταίος όρος στην προηγούμενη εξίσωση εκφράζει μία εσωτερική ηλεκτρεγερτική δύναμη, ή τάση, την e_a , η οποία γράφεται:

$$e_a = \sqrt{3} |E_i| \sin(\omega t + \theta_{d0}) \tag{3.13}$$

όπου E_i η ενεργός τιμή της τάσης, η οποία είναι ανάλογη του ρεύματος πεδίου και δίνεται:

$$|E_i| = \frac{\omega M_f I_f}{\sqrt{2}} \tag{3.14}$$

Η σχέση μεταξύ της τάσης στο εσωτερικό της γεννήτριας και του ρεύματος διέγερσης δίνεται από την καμπύλη του επόμενου σχήματος. Αυτή η καμπύλη ονομάζεται *καμπύλη μαγνήτισης* ή *χαρακτηριστική ανοιχτού κυκλώματος* της μηχανής.



Σχήμα 3.3: Καμπύλη μαγνήτισης σύγχρονης γεννήτριας.

Αυτή η τάση, η οποία αναπτύσσεται στο εσωτερικό της γεννήτριας λόγω του ρεύματος διέγερσης, όταν το ρεύμα i_a είναι μηδέν, εμφανίζεται στην έξοδο της μηχανής και ονομάζεται *τάση κενού φορτίου (no-load voltage)* ή *τάση ανοιχτού κυκλώματος (open-circuit voltage)* της φάσης a .

Η γωνία θ_{d0} δείχνει τη θέση του παράλληλου άξονα (d -axis) του τυλίγματος του πεδίου ως προς τον παράλληλο άξονα του τυλίγματος a του τυμπάνου τη χρονική στιγμή $t = 0$. Οι παράλληλοι άξονες των τυλιγμάτων φαίνονται στο σχήμα 3.2. Η γωνία $\delta = \theta_{d0} - 90^\circ$ δείχνει τη θέση του κάθετου άξονα (q -axis) ο οποίος έχει διαφορά 90° από τον παράλληλο άξονα. Θέτοντας:

$$\theta_d = \omega t + \theta_{d0} = (\omega t + \delta + 90^\circ) \quad (3.15)$$

και αφού ισχύει $\sin(\alpha + 90) = \cos \alpha$, τότε η εξίσωση για την τάση ανοιχτού κυκλώματος της φάσης a (εξ. 3.13) γράφεται:

$$e_a = \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta) \quad (3.16)$$

Επομένως η τάση στην έξοδο της μηχανής u_a γράφεται:

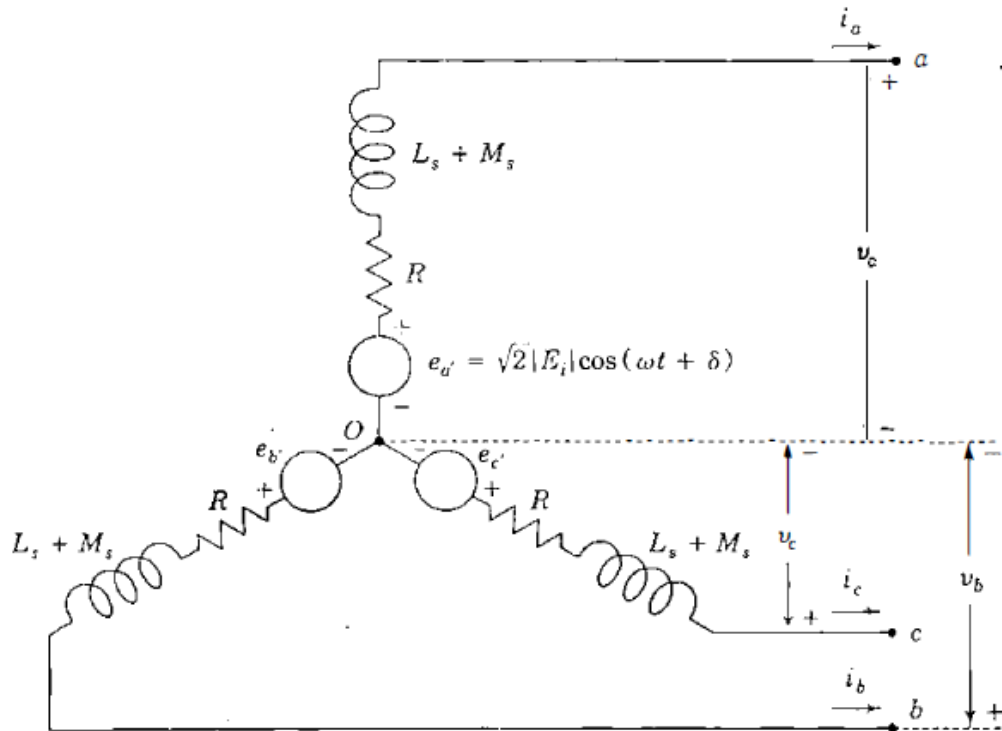
$$\begin{aligned} u_a &= -Ri_a - (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt} + \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta) = \\ &= -Ri_a - (L_s + M_s) \frac{di_a}{dt} + e_a \end{aligned} \quad (3.17)$$

Η παραπάνω εξίσωση αντιστοιχεί στη φάση a του κυκλώματος, που φαίνεται στο επόμενο σχήμα (σχ. 3.4), όπου η τάση ανοιχτού κυκλώματος e_a είναι η πηγή τάσης και το εξωτερικό φορτίο θεωρείται συμμετρικό και για τις τρεις φάσεις.

Λαμβάνοντας υπόψη και τις αντίστοιχες ροές λ_b και λ_c των τυλιγμάτων των υπόλοιπων φάσεων, οδηγούμαστε σε παρόμοια αποτελέσματα για τις εσωτερικές τάσεις κενού φορτίου e_b και e_c , οι οποίες έχουν διαφορά φάσης 120° και 240° με την τάση e_a αντίστοιχα. Το ίδιο ισχύει και για τις τάσεις των υπόλοιπων φάσεων στην έξοδο της μηχανής. Δηλαδή:

$$\begin{aligned} u_b &= -Ri_b - (L_s + M_s) \frac{di_b}{dt} + \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta - 120^\circ) = \\ &= -Ri_b - (L_s + M_s) \frac{di_b}{dt} + e_b \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} u_{ac} &= -Ri_c - (L_s + M_s) \frac{di_c}{dt} + \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta - 240^\circ) = \\ &= -Ri_c - (L_s + M_s) \frac{di_c}{dt} + e_c \end{aligned} \quad (3.19)$$



Σχήμα 3.4: Ισοδύναμο κύκλωμα τυμπάνου 3Φ γεννήτριας στο οποίο διακρίνονται οι τάσεις κενού φορτίου e_a , e_b και e_c . (Πηγή: O.Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

Συνδέοντας τριφασικό συμμετρικό φορτίο στην έξοδο της μηχανής, έχουμε ροή συμμετρικών ρευμάτων, τα οποία δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 i_a &= \sqrt{2} |I_a| \cos(\omega t + \delta - \theta_a) \\
 i_b &= \sqrt{2} |I_a| \cos(\omega t + \delta - \theta_a - 120^\circ) \\
 i_c &= \sqrt{2} |I_a| \cos(\omega t + \delta - \theta_a - 240^\circ)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

όπου $|I_a|$ η ενεργός τιμή του ρεύματος, και θ_a η φασική γωνία καθυστέρησης μεταξύ του ρεύματος i_a και της τάσης e_a .

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις που δίνουν την αμοιβαία επαγωγή L_{af} , L_{bf} και L_{cf} μεταξύ των τυλιγμάτων του τυμπάνου με το τύλιγμα του πεδίου (εξ. 3.4) και την εξ. 3.6, που δίνει το σύνολο της μαγνητικής ροής λ_f στο πεδίο, η τελευταία μπορεί να εκφραστεί:

$$\lambda_f = L_{ff} I_f + M_f [i_a \cos \theta_d + i_b \cos(\theta_d - 120^\circ) + i_c \cos(\theta_d - 240^\circ)] \tag{3.18}$$

Ο πρώτος όρος μέσα στην παρένθεση, σύμφωνα με τις εξισώσεις 3.9, 3.10 και 3.17 μπορεί να αντικατασταθεί με:

$$i_a \cos\theta_d = \sqrt{2} |I_a| \cos(\omega t + \delta - \theta_a) \cos(\omega t + \delta + 90^\circ) \quad (3.19)$$

Χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρική ταυτότητα $2\cos(a)\cos(\beta) = \cos(a-\beta) + \cos(a+\beta)$, τότε έχουμε:

$$i_a \cos\theta_d = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [-\sin\theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a)] \quad (3.20)$$

Ομοίως για τα ρεύματα i_b και i_c έχουμε:

$$i_b \cos(\theta_d - 120^\circ) = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [-\sin\theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a - 120^\circ)] \quad (3.21)$$

$$i_c \cos(\theta_d - 240^\circ) = \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} [-\sin\theta_a - \sin(2(\omega t + \delta) - \theta_a - 240^\circ)] \quad (3.22)$$

Οι όροι που περιλαμβάνουν το $2\omega t$ στις παραπάνω εξισώσεις ισούνται με μηδέν για κάθε χρόνο t , οπότε κάνοντας τις πράξεις στην παρένθεση έχουμε:

$$[i_a \cos\theta_d + i_b \cos(\theta_d - 120^\circ) + i_c \cos(\theta_d - 240^\circ)] = -3 \frac{|I_a|}{\sqrt{2}} \sin\theta_a \quad (3.23)$$

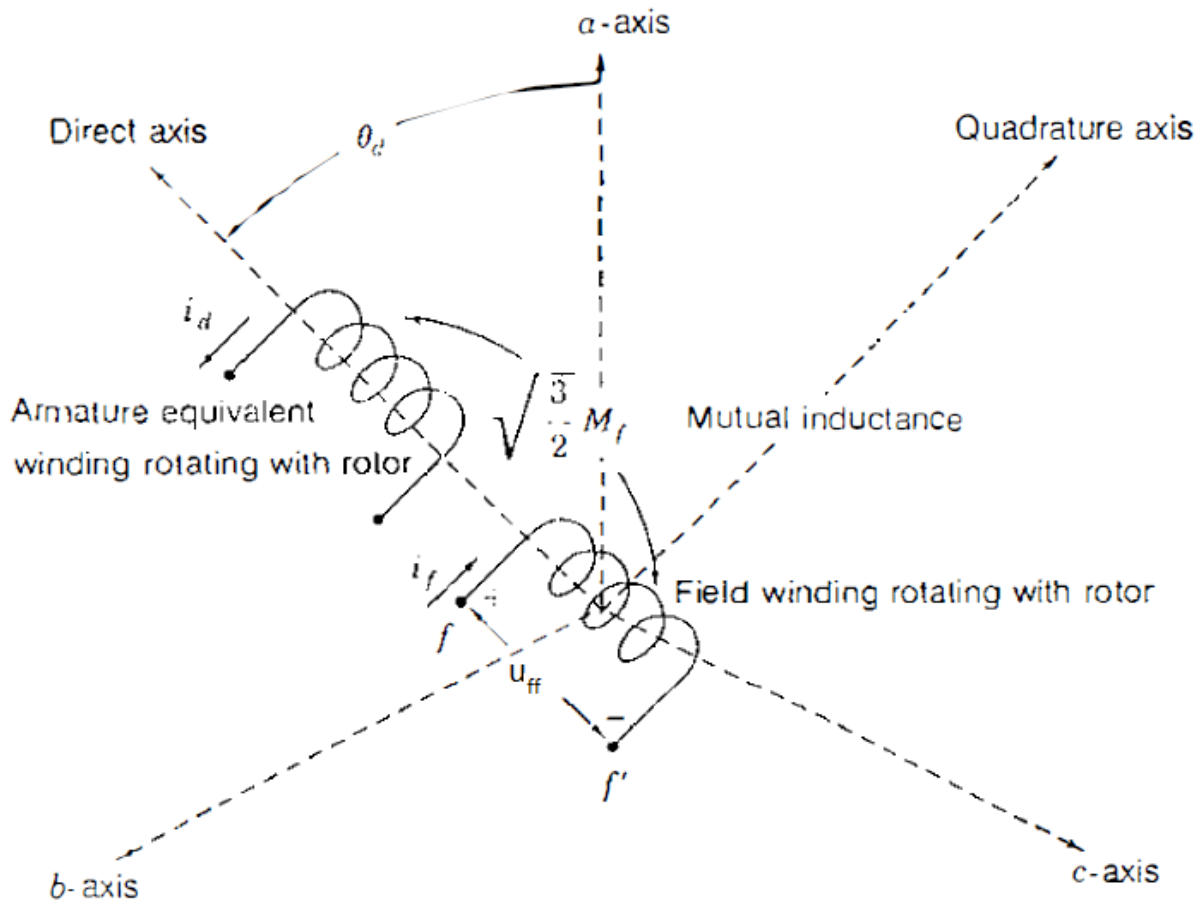
και η σχέση για το συνολική μαγνητική ροή στο πεδίο λ_f απλοποιείται σε:

$$\lambda_f = L_{ff} i_f - 3 \frac{M_f |I_a|}{\sqrt{2}} \sin\theta_a = L_{ff} i_f + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_d \quad (3.24)$$

θέτοντας

$$i_d = -\sqrt{3} |I_a| \sin\theta_a \quad (3.25)$$

Όπως παρατηρούμε από τις προηγούμενες εξισώσεις η συνιστώσα της μαγνητικής ροής στο πεδίο που οφείλεται στα ρεύματα i_a , i_b και i_c δεν μεταβάλλεται με το χρόνο. Επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οφείλεται στο συνεχές ρεύμα i_d ενός κυκλώματος (τυλίγματος), το οποίο συμπίπτει με τον παράλληλο άξονα του τυλίγματος του πεδίου και μένει σταθερό με αναφορά το τυλίγμα του πεδίου. Τα δύο τυλίγματα περιστρέφονται μαζί στη σύγχρονη ταχύτητα και η αμοιβαία επαγωγή μεταξύ τους ισούται με $\sqrt{\frac{3}{2}} M_f$, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 3.5: Τα τυλίγματα τυμπάνου σύγχρονης μηχανής ως ένα ενιαίο τύλιγμα στον παράλληλο άξονα του τυλίγματος πεδίου με αμοιβαία επαγωγή $\sqrt{\frac{3}{2}}M_f$. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Αν θεωρήσουμε ότι το τύλιγμα του πεδίου παρουσιάζει αντίσταση R_f και το ρεύμα που κυκλοφορεί i_f τότε η τάση στα άκρα του δίνεται:

$$u_{ff} = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (3.26)$$

Επειδή η μαγνητική ροή λ_f δεν μεταβάλλεται με το χρόνο η τάση του πεδίου γίνεται:

$$u_{ff} = R_f i_f \quad (3.27)$$

και το ρεύμα $i_f = I_f$ μπορεί να τροφοδοτηθεί από μία πηγή συνεχούς ρεύματος.

Από την εξίσωση του ρεύματος i_d (εξ. 3.25) βλέπουμε ότι η τιμή του εξαρτάται από το πλάτος του ρεύματος τυμπάνου I_a και τη γωνία θ_a μεταξύ του ρεύματος τυμπάνου και της τάσης στο εσωτερικό της γεννήτριας e_a . Για επαγωγικό συντελεστή ισχύος η γωνία θ_a θα είναι θετική και επομένως η τιμή του ρεύματος i_d αρνητική, το οποίο σημαίνει ότι η συνδυασμένη επίδραση και των

τριών ρευμάτων του στάτη i_a , i_b και i_c προκαλεί μια εξασθένηση στο μαγνητικό πεδίο, το οποίο είχε διαμορφωθεί από το ρεύμα διέγερσης I_f . Σε αυτή την περίπτωση το ρεύμα I_f πρέπει να αυξηθεί μέσω του συστήματος ελέγχου διέγερσης της μηχανής. Για χωρητικό συντελεστή ισχύος, η γωνία θ_a παίρνει μικρότερες τιμές, οπότε η εξασθένηση που προκαλείται είναι μικρότερη και επομένως το ρεύμα I_f μπορεί και πάλι να προσαρμοστεί κατάλληλα (π.χ. να μειωθεί αν πριν λειτουργούσε με επαγωγικό συντελεστή ισχύος) μέσω του συστήματος ελέγχου διέγερσης.

Η επίδραση των ρευμάτων του στάτη στο μαγνητικό πεδίο που είχε διαμορφωθεί στο εσωτερικό της γεννήτριας από το ρεύμα πεδίου ονομάζεται *αντίδραση οπλισμού*.

3.4 ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

Η τάση e_a η οποία αναπτύσσεται στα άκρα της μιας φάσης στο εσωτερικό της γεννήτριας είναι ίση με την αντίστοιχη φασική τάση U_ϕ στην έξοδο της μηχανής μόνο όταν το ρεύμα τυμπάνου είναι μηδέν, δηλ. όταν δεν έχει συνδεθεί κάποιο φορτίο. Οι λόγοι που η τάση e_a διαφοροποιείται από την U_ϕ είναι οι εξής:

- α) Οι ωμικές αντιστάσεις των αγωγών του στάτη
- β) Οι αυτεπαγωγές των αγωγών του στάτη
- γ) Η αντίδραση οπλισμού

Θεωρώντας ότι η μηχανή περιστρέφεται με σύγχρονη ταχύτητα ω και το ρεύμα διέγερσης I_f είναι σταθερό, τότε η μόνιμη κατάσταση λειτουργίας της μηχανής φαίνεται στο σχήμα 3.4, όπου στο εσωτερικό της μηχανής έχουν αναπτυχθεί οι τάσεις e_a , e_b και e_c . Θεωρώντας ως φάση αναφοράς τη φάση a της μηχανής, τα ρεύματα και οι τάσεις των φάσεων b και c θα καθυστερούν κατά 120° και 240° αντίστοιχα. Επειδή στην πράξη όμως η τάση e_a δεν μπορεί να μετρηθεί όταν στη μηχανή είναι συνδεδεμένο κάποιο φορτίο, θα θεωρήσουμε ως φάση αναφοράς τη φάση της τάσης U_a στην έξοδο της μηχανής, με βάση την οποία θα μετρηθεί και η γωνία του ρεύματος i_a . Επομένως ορίζουμε:

$$U_a = \sqrt{2} |V_a| \cos(\omega t) \quad (3.28)$$

$$e_a = \sqrt{2} |E_i| \cos(\omega t + \delta) \quad (3.29)$$

$$i_a = \sqrt{2} |I_a| \cos(\omega t - \theta) \quad (3.30)$$

όπου η γωνία θ ισούται με $(\theta_a - \delta)$ στην εξίσωση 3.17 για το ρεύμα i_a με αναφορά την τάση e_a .

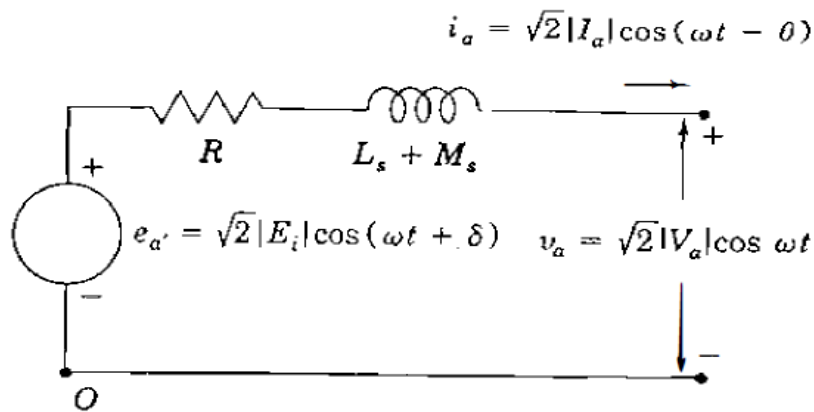
Τα παραπάνω μεγέθη μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή φασόρων ως:

$$U_a = |V_a| \angle 0^\circ \quad (3.31)$$

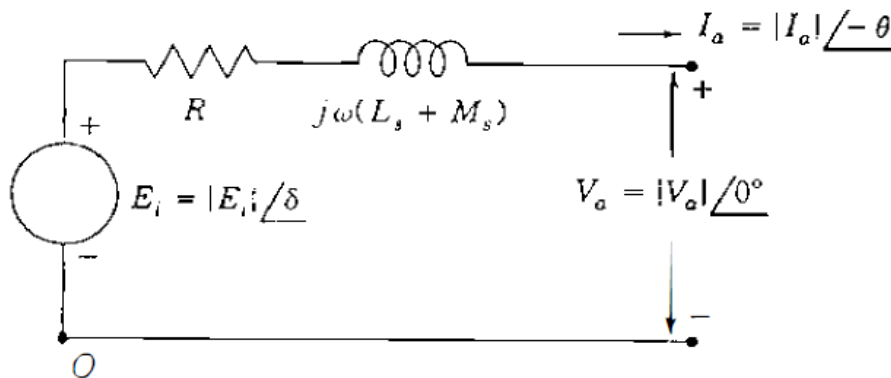
$$E_a = |E_i| \angle \delta \quad (3.32)$$

$$I_a = |I_a| \angle -\theta \quad (3.33)$$

Επομένως το ισοδύναμο κύκλωμα για μια φάση της σύγχρονης γεννήτριας εκφρασμένο και με τις δυο μορφές φαίνεται στις επόμενες εικόνες:



(α)



(β)

Σχήμα 3.6: Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης γεννήτριας με αναφορά τη φάση α με α) συνημιτονοειδή μορφή, και β) με τη μορφή φασόρων. (Πηγή: O.Elgerd, Electric Energy Systems Theory.)

Εφαρμόζοντας το νόμο του Kirchoff, η τάση U_a στην έξοδο της μηχανής δίνεται:

$$U_a = E_i - RI_a - j\omega L_s I_a - j\omega M_s I_a \quad (3.34)$$

όπου RI_a η πτώση τάσης λόγω της ωμικής αντίστασης των τυλιγμάτων του στάτη

$j\omega L_s I_a$ η πτώση τάσης λόγω της αυτεπαγωγής των τυλιγμάτων του στάτη,

$j\omega M_s I_a$ η πτώση τάσης λόγω αντίδρασης οπλισμού.

Η αντίδραση οπλισμού και η αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του στάτη εκφράζονται με μία ενιαία αντίδραση, η οποία ονομάζεται σύγχρονη αντίδραση της μηχανής X_d και ισούται με:

$$X_d = \omega(L_s + M_s) \quad (3.35)$$

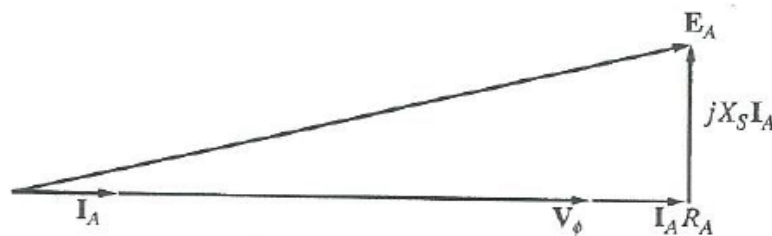
Αντίστοιχα η συνολική εμπέδηση της μηχανής ορίζεται ως σύγχρονη εμπέδηση Z_d και ισούται:

$$Z_d = R + jX_d \quad (3.36)$$

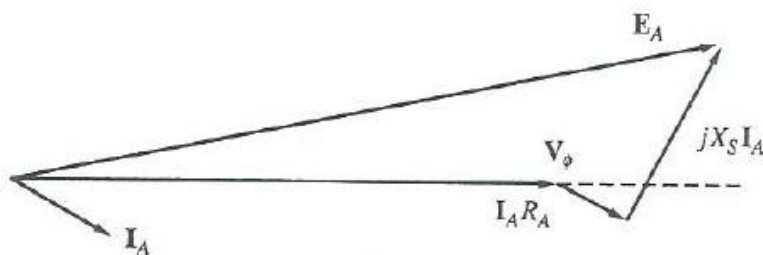
και η εξίσωση για την τάση U_a γράφεται:

$$U_a = E_i - I_a Z_d = E_i - R I_a - jX_d I_a \quad (3.37)$$

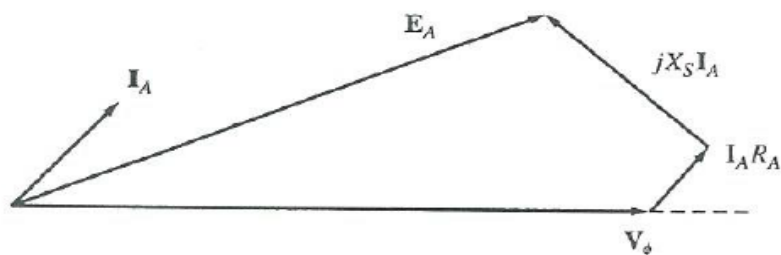
Η σχέση μεταξύ του ρεύματος τυμπάνου I_a και των εναλλασσόμενων τάσεων (E_a , U_ϕ , $I_a R$, $jX_d I_a$) που αναπτύσσονται σε μια σύγχρονη γεννήτρια μπορεί να παρασταθεί σε ένα διανυσματικό διάγραμμα, εφόσον τα μεγέθη είναι εκφρασμένα με τη μορφή φασόρων, δηλαδή διαθέτουν πλάτος και φάση. Ως αναφορά όλων των τάσεων και των ρευμάτων θεωρείται, όπως και στο ισοδύναμο κύκλωμα, η τάση εξόδου της γεννήτριας U_ϕ , γι' αυτό και η φάση της θεωρείται μηδενική. Ανάλογα με το είδος του φορτίου (ωμικό, χωρητικό ή επαγωγικό) το αντίστοιχο διανυσματικό διάγραμμα φαίνεται στις επόμενες εικόνες:



Σχήμα 3.7: Διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης γεννήτριας που λειτουργεί με ωμικό συντελεστή ισχύος (ίσο με μονάδα.) (Πηγή: W.Stevenson, Elements of Power System Analysis).



Σχήμα 3.8: Διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης γεννήτριας που λειτουργεί με επαγωγικό συντελεστή ισχύος. (Πηγή: W.Stevenson, Elements of Power System Analysis).



Σχήμα 3.9: Διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης γεννήτριας που λειτουργεί με χωρητικό συντελεστή ισχύος. (Πηγή: W.Stevenson, Elements of Power System Analysis).

3.5 ΕΛΕΓΧΟΣ ΙΣΧΥΟΣ

Συνήθως οι σύγχρονες γεννήτριες συνδέονται σε άπειρο ζυγό, δηλαδή ένα μεγάλο σύστημα ισχύος, σταθερής τάσης και συχνότητας, το οποίο παραμένει αμετάβλητο από την εισαγωγή ή έξοδο της γεννήτριας σε αυτό ή και σε οποιαδήποτε μεταβολή στα χαρακτηριστικά τους. Επομένως, όταν μια σύγχρονη γεννήτρια συνδέεται σε άπειρο ζυγό, η ταχύτητα περιστροφής της και η τάση στην έξοδό της παραμένουν σταθερές. Παρόλα αυτά, το ρεύμα διέγερσης και η ροπή στον άξονα παραμένουν ελεγχόμενα. Μέσω της μεταβολής του ρεύματος διέγερσης I_f ελέγχεται το ποσό της άεργου ισχύος που παρέχεται από τη γεννήτρια, ενώ μέσω της μεταβολής της ροπής στον άξονα της γεννήτριας ελέγχεται η ενεργός ισχύς.

Αμελώντας την ωμική αντίσταση στο τύλιγμα του στάτη και θεωρώντας ότι η γεννήτρια είναι συνδεδεμένη σε ζυγό, η συνολική ισχύς που παρέχεται από τη γεννήτρια ισούται με:

$$S = P + jQ = U_\varphi I_\alpha^* = |U_\varphi| |I_\alpha| (\cos\theta + j \sin\theta) \quad (3.38)$$

όπου I_α^* ο συζυγής αριθμός του ρεύματος τυμπάνου I_α , και θ_α , όπως έχουμε αναφέρει, η γωνία μεταξύ της τάσης εξόδου U_φ και του ρεύματος I_α .

Εφόσον η ενεργός ισχύς P της γεννήτριας ισούται με το πραγματικό μέρος της εξίσωσης και η άεργος Q με το φανταστικό, τότε:

$$P = |U_\varphi| |I_\alpha| \cos\theta \quad (3.39)$$

και

$$Q = |U_\varphi| |I_\alpha| \sin\theta \quad (3.40)$$

Η ισχύς της γεννήτριας όμως μπορεί να εκφραστεί και ως συνάρτηση της γωνίας δ , δηλ. της γωνίας μεταξύ της τάσης E_α στο εσωτερικό της γεννήτριας και της τάσης εξόδου U_φ . Λαμβάνοντας υπόψη από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 3.7 ότι:

$$U_\varphi = |U_\varphi| \angle 0^\circ \quad (3.41)$$

και

$$E_\alpha = |E_\alpha| \angle \delta \quad (3.42)$$

και για το ρεύμα τυμπάνου I_α ότι:

$$I_\alpha = \frac{|E_\alpha| \angle \delta - |U_\varphi| \angle 0^\circ}{jX_d} \quad (3.43)$$

τότε:

$$I_\alpha^* = \frac{|E_\alpha| \angle \delta - |U_\varphi| \angle 0^\circ}{-jX_d} \quad (3.44)$$

και η συνολική ισχύς δίνεται:

$$\begin{aligned} S = U_\varphi I_\alpha &= \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \angle -\delta - |U_\varphi|^2}{-jX_d} = \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| (\cos\delta + j \sin\delta) - |U_\varphi|^2}{-jX_d} = \\ &= \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \cos\delta}{-jX_d} - \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| j \sin\delta}{-jX_d} - \frac{|U_\varphi|^2}{-jX_d} = j \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \cos\delta}{X_d} + \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \sin\delta}{X_d} - jX_d = \\ &= \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \sin\delta}{X_d} + j \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \cos\delta - |U_\varphi|^2}{X_d} \end{aligned} \quad (3.45)$$

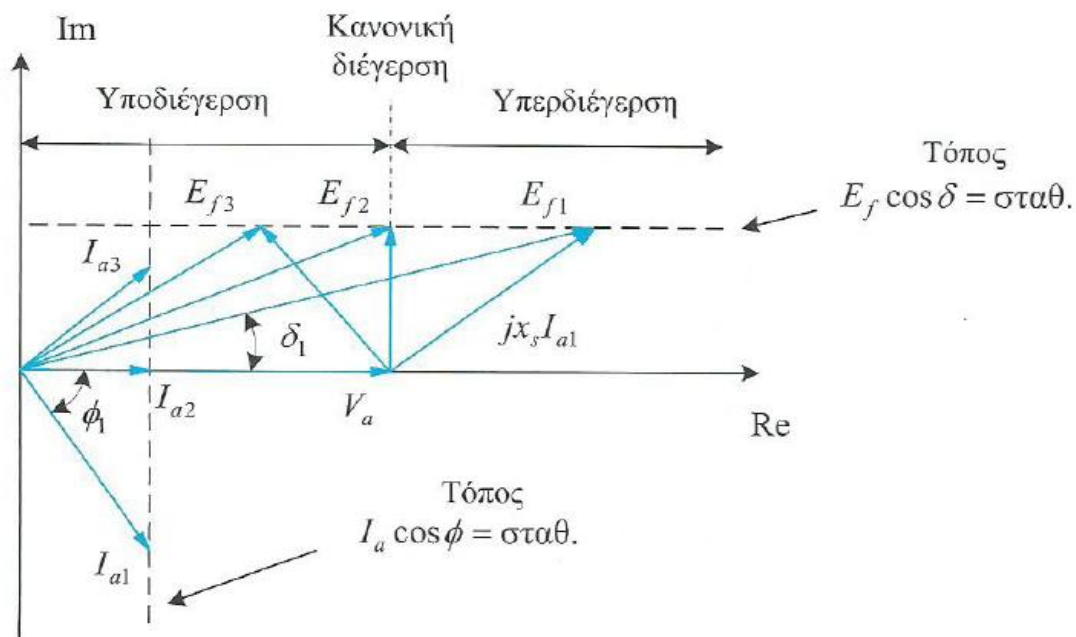
Ομοίως με πριν, για το πραγματικό και το φανταστικό μέρος έχουμε:

$$P = \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \sin\delta}{X_d} \quad (3.46)$$

για την ενεργό ισχύ, και για την άεργο ισχύ:

$$Q = \frac{|U_\varphi| |E_\alpha| \cos\delta - |U_\varphi|^2}{X_d} \quad (3.47)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις βλέπουμε ότι για την περίπτωση λειτουργίας της σύγχρονης γεννήτριας, όπου η ενεργός ισχύς P που παράγεται από αυτήν και τροφοδοτείται στο σύστημα σταθερής τάσης (ζυγό) πρέπει να παραμένει σταθερή, τότε στην εξίσωση 3.39 ο όρος $(I_a \cos\theta)$ θα πρέπει να παραμένει σταθερός. Δηλαδή για οποιαδήποτε μεταβολή του μέτρου του ρεύματος στο τύλιγμα του στάτη έχουμε και μεταβολή της γωνίας θ μεταξύ του ρεύματος και της τάσης στο στάτη, ώστε η προβολή του ρεύματος στον άξονα της τάσης στο διανυσματικό διάγραμμα να παραμένει σταθερή. Επομένως, κάτω από αυτές τις συνθήκες όσο μεταβάλλεται το ρεύμα διέγερσης I_F , μεταβάλλεται ανάλογα και η παραγόμενη τάση E_a στο εσωτερικό της γεννήτριας, πάντα όμως με τρόπο ώστε ο όρος $(I_a \cos\theta)$ να παραμένει σταθερός. Από την εξίσωση 3.46 όμως πρέπει παράλληλα και ο όρος $(E_a \sin\delta)$ να παραμένει σταθερός, ώστε και η ενεργός ισχύς P να παραμένει σταθερή. Δηλαδή οποιαδήποτε μεταβολή του ρεύματος διέγερσης I_F θα συνεπάγεται και αντίστοιχη μεταβολή της γωνίας δ , ώστε το γινόμενο $(E_a \sin\delta)$ να μην μεταβάλλεται. Το διανυσματικό διάγραμμα της γεννήτριας που δείχνει την επίδραση της μεταβολής του ρεύματος διέγερσης I_F για λειτουργία με σταθερή ισχύ P , φαίνεται στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 3.10: Λειτουργία σύγχρονης γεννήτριας με σταθερό φορτίο και μεταβλητό ρεύμα διέγερσης. Τόποι μεταβολής των E_a και I_a . (Πηγή: Β. Παπαδιά, Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας.)

Από την εξίσωση 3.47, για την περίπτωση που $|E_a| \cos\delta = |U_\phi|$, τότε $Q = 0$, επομένως ο συντελεστής ισχύς είναι μοναδιαίος (ωμικός) και η γεννήτρια λειτουργεί σε κανονική διέγερση. Αντίστοιχα, και όπως βλέπουμε από το προηγούμενο σχήμα, για $|E_a| \cos\delta > |U_\phi|$, τότε $Q > 0$, ο συντελεστής ισχύος μειώνεται, καθώς τείνει από ωμικός σε ωμικό-επαγωγικό, επομένως η γεννήτρια

λειτουργεί σε υπερδιέγερση και τροφοδοτεί το σύστημα (ζυγό) με άεργο ισχύ, ενώ για $|E_\alpha| \cos \delta < |U_\phi|$, τότε $Q < 0$, ο συντελεστής ισχύος τείνει σε ωμικό-χωρητικό και η γεννήτρια λειτουργεί σε υποδιέγερση καταναλώνοντας άεργο ισχύ.

Όπως βλέπουμε από το διανυσματικό διάγραμμα του προηγούμενου σχήματος και θεωρώντας ότι γεννήτρια λειτουργεί σε υπερδιέγερση καθώς το ρεύμα διέγερσης ελαττώνεται, η τάση E_α μειώνεται, ενώ η γωνία φορτίου δ αυξάνεται. Ταυτόχρονα, το μέτρο του ρεύματος I_α μειώνεται παίρνοντας την ελάχιστη τιμή του, όταν η τάση και το ρεύμα τυμπάνου είναι συμφασικά, δηλαδή, όταν η γεννήτρια λειτουργεί στην κανονική διέγερση. Περαιτέρω μείωση του ρεύματος διέγερσης οδηγεί τη γεννήτρια σε υποδιέγερση με επιπρόσθετη μείωση της τάσης E_α και αύξηση της γωνίας φορτίου δ . Το μέτρο όμως του ρεύματος τυμπάνου I_α αυξάνεται με την ελάττωση του ρεύματος διέγερσης στην περιοχή υποδιέγερσης. Επομένως η άεργος ισχύς Q μπορεί να ελεγχθεί και ως προς το μέτρο και ως προς την κατεύθυνση μεταβάλλοντας το ρεύμα διέγερσης I_F .

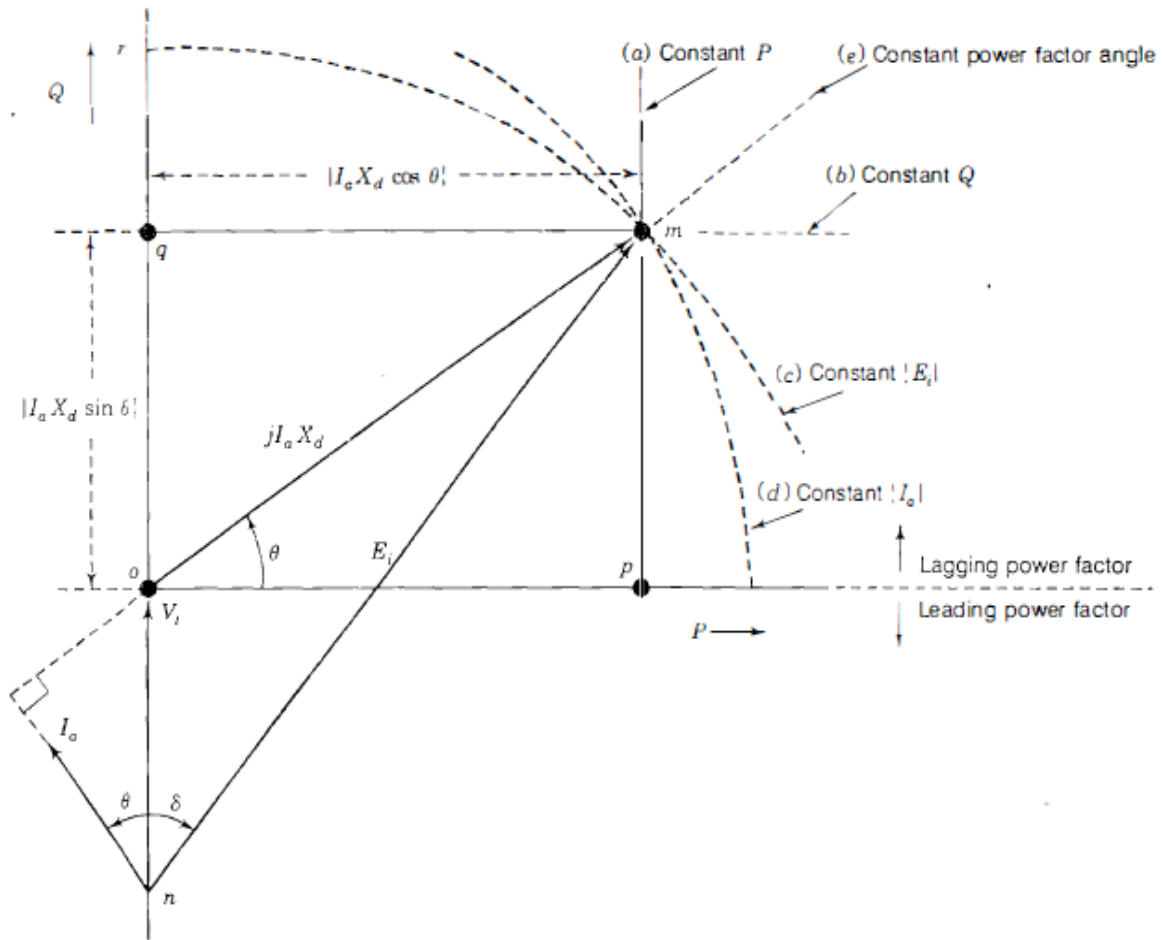
Η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή του ρεύματος διέγερσης για λόγους ευστάθειας (δηλ. δεν έχουμε αποσυγχρονισμό της μηχανής), είναι εκείνη για την οποία η γωνία δ ισούται με 90° , και εφόσον ισχύει $\sin 90 = 1$, τότε η τάση E_α παίρνει τη μικρότερη τιμή της και βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα (ισχύει για γεννήτρια με κυλινδρικό δρομέα).

3.6 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Όλες οι συνθήκες λειτουργίας της σύγχρονης γεννήτριας, όταν συνδέεται σε ζυγό μπορούν να παρασταθούν, όπως είδαμε, σε ένα διανυσματικό διάγραμμα, το οποίο ονομάζεται *διάγραμμα ικανότητας φόρτισης (Loading Capability Diagram)* ή *διάγραμμα λειτουργίας (Operation Chart)* της μηχανής. Το διάγραμμα αυτό είναι απαραίτητο για τη σωστή φόρτιση και λειτουργία της γεννήτριας.

Το διάγραμμα λειτουργίας της γεννήτριας κατασκευάζεται βάσει της παραδοχής, ότι η γεννήτρια έχει σταθερή τάση εξόδου U_ϕ και αμελητέα ωμική αντίσταση στο στάτη. Όπως και πριν, ως φάσορας αναφοράς θεωρείται και εδώ η τάση U_ϕ ($U_\phi \angle 0^\circ$).

Το διάγραμμα λειτουργίας αντικατοπτρισμένο, περιστρέφεται και μας δίνει το διανυσματικό διάγραμμα της γεννήτριας που φαίνεται στο επόμενο σχήμα, στο οποίο φαίνονται πέντε δυνατές λειτουργίες της γεννήτριας, στην κάθε μία από τις οποίες μία παράμετρος παραμένει σταθερή.



Σχήμα 3.11: Διανυσματικό διάγραμμα φασόρων σύγχρονης γεννήτριας στο οποίο απεικονίζονται οι δυνατές λειτουργίες της γεννήτριας. (Πηγή: P. Anderson, A. Fouad, Power System Control and Stability.)

Πιο αναλυτικά, οι δυνατές λειτουργίες της γεννήτριας είναι:

α) Σταθερή διέγερση.

Ο τρόπος λειτουργίας της γεννήτριας για σταθερή διέγερση δείχνεται από το τόξο κύκλου με κέντρο το σημείο n και ακτίνα ίση με το μέτρο της τάσης E_a , η οποία παραμένει σταθερή για σταθερό ρεύμα διέγερσης, όπως δείχνεται και από την εξίσωση 3.14.

β) Σταθερό ρεύμα τυμπάνου I_a .

Ο τρόπος λειτουργίας για σταθερό μέτρο του ρεύματος τυμπάνου δείχνεται από το τόξο με κέντρο το σημείο O και ακτίνα μήκους $O-m$ ανάλογη της σταθερής τιμής του μέτρου του ρεύματος I_a . Επειδή και η τάση U_ϕ είναι σταθερή, τα σημεία λειτουργίας σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχούν και σε σταθερή ισχύ εξόδου (VA) από τη γεννήτρια.

γ) Σταθερή ενεργός ισχύς P .

Εφόσον η ενεργός ισχύς στη έξοδο της γεννήτριας δίνεται από τον τύπο $P = |U_\phi| |I_\alpha| \cos\theta$ και το μέτρο της τάσης U_ϕ είναι σταθερό, το σύνολο των σημείων που απέχουν σταθερή απόσταση $X_d I_\alpha \cos\theta$ από τον άξονα $n-O$ και για τα οποία η ενεργός ισχύς P παραμένει σταθερή, σχηματίζουν την ευθεία γραμμή $m-p$. Η ενεργός ισχύς στην έξοδο της γεννήτριας είναι πάντα θετική, ανεξάρτητα από το συντελεστή ισχύος.

δ) Σταθερή άεργος ισχύς Q .

Ομοίως για σταθερό μέτρο της τάσης U_ϕ και εφόσον η άεργος ισχύς δίνεται από τον τύπο $Q = |U_\phi| |I_\alpha| \sin\theta$, το σύνολο των στοιχείων που απέχουν σταθερή απόσταση $X_d I_\alpha \sin\theta$ και για τα οποία έχουμε σταθερή άεργο ισχύ Q , σχηματίζουν την ευθεία γραμμή $q-m$. Για μοναδιαίο συντελεστή ισχύος, η άεργος ισχύς ισούται με μηδέν και αντιστοιχεί με ένα σημείο λειτουργίας πάνω στον άξονα $o-p$. Για χωρητικό ή επαγωγικό συντελεστή ισχύος τα σημεία λειτουργίας βρίσκονται παράλληλα κάτω ή πάνω από τη γραμμή $o-p$ αντίστοιχα.

ε) Σταθερός συντελεστής ισχύος.

Η ευθεία γραμμή $o-m$ αντιστοιχεί στα σημεία λειτουργίας, για τα οποία μένει σταθερή η γωνία θ μεταξύ της τάσης εξόδου U_ϕ της γεννήτριας και του ρεύματος τυμπάνου I_α . Για μοναδιαίο συντελεστή ισχύος, δηλ. $\theta = 0^\circ$, το σημείο λειτουργίας βρίσκεται επάνω στη γραμμή $o-p$. Για επαγωγικό ή χωρητικό συντελεστή ισχύος, βρίσκεται αντίστοιχα επάνω ή κάτω από τη γραμμή $o-p$.

3.7 ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ ΕΚΤΥΠΩΝ ΠΟΛΩΝ

Σε σχέση με τις γεννήτριες κυλινδρικού δρομέα, οι έκτυποι πόλοι εισαγάγουν μια ανομοιομορφία στο διάκενο μεταξύ δρομέα και στάτη, με αποτέλεσμα η μαγνητική αντίσταση του κυκλώματος να μην είναι σταθερή γύρω από την περιφέρεια του διακένου. Όπως είναι αναμενόμενο και στις μηχανές εκτύπων πόλων το κάθε τυλίγμα χαρακτηρίζεται από μια αυτεπαγωγή και αμοιβαίες επαγωγές με τα υπόλοιπα τυλίγματα (και σε αυτή την περίπτωση, οι ωμικές αντιστάσεις των τυλιγμάτων θα θεωρηθούν αμελητέες).

Πιο συγκεκριμένα, οι αμοιβαίες επαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη, εφόσον δεν υπάρχουν αλλαγές στη δομή του, και του τυλίγματος πεδίου, το οποίο "βλέπει" το ίδιο διάκενο σταθερά, ανεξάρτητα από τη θέση του ρότορα, είναι οι ίδιες με τις αντίστοιχες του κυλινδρικού δρομέα. Αντίθετα, σε κάθε περιστροφή του ρότορα, οι αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων τυμπάνου L_{aa} , L_{bb} και L_{cc} , και οι αμοιβαίες επαγωγές μεταξύ τους L_{ab} , L_{bc} και L_{ca} δεν είναι σταθερές, όπως αντίθετα συμβαίνει στον κυλινδρικό δρομέα, αλλά μεταβάλλονται σε συ-

νάρτηση με τη γωνία θ_d , εξαρτώνται δηλαδή από τη θέση του δρομέα για κάθε χρονική στιγμή t .

Αναλυτικότερα, δίνονται στον επόμενο πίνακα οι εκφράσεις όλων των αυτεπαγωγών και αμοιβαίων επαγωγών των τυλιγμάτων για τη σύγχρονη γεννήτρια εκτύπων πόλων.

Πίνακας 3.1: Εξισώσεις για τις επαγωγές τυλιγμάτων και πεδίου τριφασικής σύγχρονης γεννήτριας εκτύπων πόλων. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Stator	Self-inductances ($L_s > L_m > 0$)	$\begin{cases} L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta_d \\ L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta_d + 2\pi/3) \end{cases}$
	Mutual-inductances ($M_s > L_m > 0$)	$\begin{cases} L_{ab} = L_{ba} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d + \pi/6) \\ L_{bc} = L_{cb} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d - \pi/2) \\ L_{ca} = L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2(\theta_d + 5\pi/6) \end{cases}$
Rotor	Self-inductances	$\begin{cases} \text{Field winding: } L_{ff} \\ \text{D-damper winding: } L_{D} \\ \text{Q-damper winding: } L_{Q} \end{cases}$
	Mutual-inductances	$\begin{cases} \text{Field/D-winding: } M_r \\ \text{Field/Q-winding: } 0 \\ \text{D-winding/Q-winding: } 0 \end{cases}$
Stator-rotor mutual inductances	Armature/field	$\begin{cases} L_{af} = L_{fa} = M_f \cos \theta_d \\ L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$
	Armature/D-winding	$\begin{cases} L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos \theta_d \\ L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$
	Armature/Q-winding	$\begin{cases} L_{aQ} = L_{Qa} = M_Q \cos \theta_d \\ L_{bQ} = L_{Qb} = M_Q \cos(\theta_d - 2\pi/3) \\ L_{cQ} = L_{Qc} = M_Q \cos(\theta_d - 4\pi/3) \end{cases}$

Το σύνολο της μαγνητικής ροής για κάθε ένα από τα τρία τυλίγματα του στάτη συναρτήσει των αντίστοιχων ρευμάτων και επαγωγών δίνονται:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f \\ \lambda_b &= L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bf}i_f \\ \lambda_c &= L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cf}i_f \end{aligned} \quad (3.48)$$

Αν και οι εξισώσεις είναι ίδιες με τις αντίστοιχες για τη σύγχρονη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα, εντούτοις όλες οι παράμετροι είναι μεταβλητές. Για ευκολία, οι δείκτες a , b , και c μετασχηματίζονται σε νέες μεταβλητές, οι οποίες ονομάζονται συνιστώσες ευθείου άξονα, εγκάρσιου άξονα και μηδενικής ακολουθίας, και συμβολίζονται με τους δείκτες d , q και 0 αντίστοιχα. Για παράδειγμα τα τρία ρεύματα του στάτη i_a , i_b και i_c μετασχηματίζονται σε τρία ισοδύναμα ρεύματα, το ρεύμα ευθείου άξονα i_d , το ρεύμα εγκάρσιου άξονα i_q και το ρεύμα μηδενικής ακολουθίας i_0 .

Ο μετασχηματισμός γίνεται μέσω του πίνακα P , όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα και η τεχνική αυτή ονομάζεται μετασχηματισμός *Park*.

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} \textcircled{a} & \textcircled{b} & \textcircled{c} \\ \textcircled{a} & \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \cos (\theta_d - 120^\circ) & \cos (\theta_d - 240^\circ) \\ \sin \theta_d & \sin (\theta_d - 120^\circ) & \sin (\theta_d - 240^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Σχήμα 3.12: Ο πίνακας Park για τον μετασχηματισμό των ρευμάτων τυμπάνου σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Τα ρεύματα, οι τάσεις και η συνολική μαγνητική ροή των φάσεων a , b και c μετασχηματίζονται μέσω του πίνακα P στις μεταβλητές d , q και 0 όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}$$

Σχήμα 3.13: Μετασχηματισμοί Park ρευμάτων, τάσεως και ισχύος τριφασικής γεννήτριας. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Τα ρεύματα i_d , i_q και i_0 μπορούν να θεωρηθούν ως τα ρεύματα τριών εικονικών τυλιγμάτων (d , q και 0 αντίστοιχα) η συνολική μαγνητική ροή των οποίων, ύστερα από μετασχηματισμό Park, προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\lambda_d &= L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_f \\
\lambda_q &= L_q i_q \\
\lambda_0 &= L_0 i_0
\end{aligned}
\tag{3.49}$$

όπου i_f το ρεύμα πεδίου, και

L_d , L_q και L_0 οι αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων,

οι οποίες ονομάζονται σύγχρονη επαγωγή ευθέος άξονα, σύγχρονη επαγωγή εγκάρσιου άξονα και επαγωγή μηδενικής ακολουθίας αντίστοιχα και ισούνται:

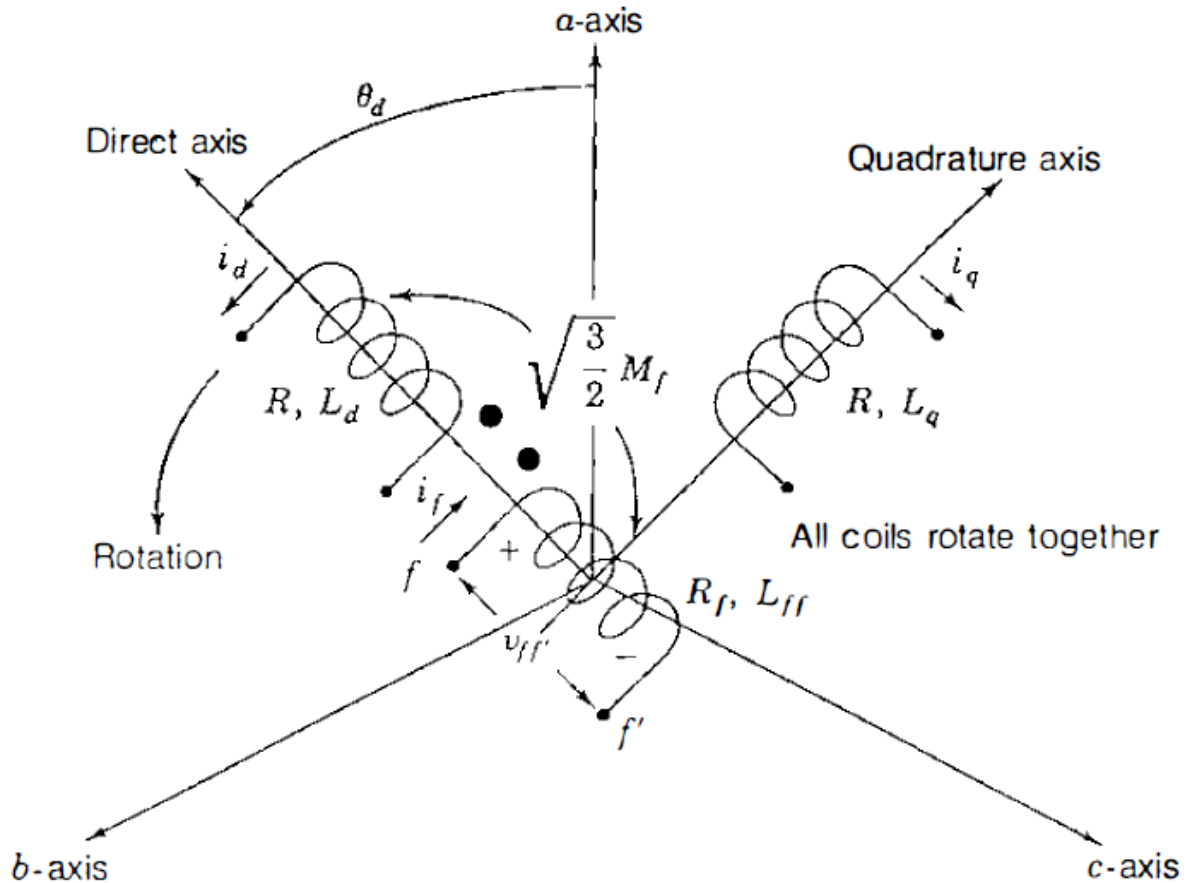
$$\begin{aligned}
L_d &= L_s + M_s + \frac{3}{2} L_m \\
L_q &= L_s + M_s - \frac{3}{2} L_m \\
L_0 &= L_s - 2M_s
\end{aligned}
\tag{3.50}$$

Η συνολική μαγνητική ροή του πεδίου δίνεται, όπως και στη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα, από τη σχέση:

$$\lambda_f = L_{ff} i_f + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_d
\tag{3.51}$$

Το τύλιγμα που έχει αυτεπαγωγή L_d και διαρρέεται από το ρεύμα i_d , θεωρείται τοποθετημένο κατά μήκος του άξονα d του πεδίου, ενώ αυτό που έχει αυτεπαγωγή L_q και διαρρέεται από ρεύμα i_q είναι τοποθετημένο κατά μήκος του άξονα q του πεδίου. Τα ρεύματα i_d και i_q παράγουν τις ίδιες συνιστώσες ροής όπως τα πραγματικά ρεύματα i_a , i_b και i_c του στάτη.

Τα τυλίγματα d και q εφόσον είναι τοποθετημένα επάνω στο δρομέα περιστρέφονται μαζί με αυτόν. Όπως φαίνεται και από τις εξισώσεις 3.50, το εικονικό τύλιγμα στον άξονα d και το τύλιγμα του πεδίου f δρούν ως δύο συζευγμένα κυκλώματα που έχουν αμοιβαία επαγωγή $k M_f$ ($k = \sqrt{\frac{3}{2}}$) μεταξύ τους. Αντίθετα, τα τυλίγματα f και q δεν έχουν μαγνητική σύζευξη με το τύλιγμα στον άξονα q , το οποίο καθυστερεί του άξονα d κατά 90° . Η επαγωγή L_0 σχετίζεται με ένα εικονικό ακίνητο τύλιγμα, το οποίο δεν έχει σύζευξη με κανένα από τα υπόλοιπα τυλίγματα. Σε συμμετρική κατάσταση λειτουργίας δεν διαρρέεται από ρεύμα ($i_0 = 0$) επομένως παραλείπεται. Τα τυλίγματα στους άξονες d και q που αντιπροσωπεύουν τα τυλίγματα του στάτη σε μια σύγχρονη γεννήτρια έκτυπων πόλων, φαίνονται στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 3.14: Απεικόνιση ισοδύναμων τυλιγμάτων ευθείου και εγκάρσιου άξονα σύγχρονης γεννήτριας εκτύπων πόλων, στρεφόμενα σε συγχρονισμό με το τυλιγμα πεδίου του ροτόρα. (Πηγή: R.Arthur, V.Vittal, Power System Analysis.)

Όπως είδαμε και πριν, η τάση στην έξοδο της μηχανής για κάθε φάση δίνεται από τον γενικό τύπο:

$$u = -R_s i - \frac{d\lambda}{dt} \quad (3.51)$$

Εφόσον και εδώ ο συντελεστής λ δεν είναι σταθερός, αλλά εξαρτάται από τη γωνία θ και συνεπώς από το χρόνο t , εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Park προκύπτει:

$$u_d = -R_s i_d - \omega L_q i_q \quad (3.52)$$

$$u_q = -R_s i_q + \omega L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega M_f i_f \quad (3.53)$$

Πολλαπλασιάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις με τους όρους $j e^{j\delta}/\sqrt{3}$ και $e^{j\delta}/\sqrt{3}$ αντίστοιχα και τις προσθέσουμε κατά μέλη έχουμε:

$$\begin{aligned} \left(\frac{u_q}{\sqrt{3}} + j \frac{u_d}{\sqrt{3}} \right) e^{j\delta} &= -R_s \left(\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j \frac{i_d}{\sqrt{3}} \right) e^{j\delta} + \omega L_d \frac{i_d}{\sqrt{3}} e^{j\delta} - j \omega L_q \frac{i_q}{\sqrt{3}} e^{j\delta} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3}{2}} \omega M_f i_f e^{j\delta} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$U_d = \frac{u_d}{\sqrt{3}} \quad (3.55)$$

$$U_q = \frac{u_q}{\sqrt{3}} \quad (3.56)$$

$$I_d = \frac{i_d}{\sqrt{3}} \quad (3.57)$$

$$I_q = \frac{i_q}{\sqrt{3}} \quad (3.58)$$

$$|E_a| = \frac{\omega M_f i_f}{\sqrt{2}} \quad (3.59)$$

τότε η εξίσωση 3.54 γράφεται:

$$\begin{aligned} (U_d + U_q) e^{j\delta} &= -R_s (I_q + I_d) e^{j\delta} + \omega L_d I_d e^{j\delta} - j \omega L_q I_q e^{j\delta} + \\ &+ |E_a| e^{j\delta} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$I_\alpha = (I_d + I_q) e^{j\delta} \quad (3.61)$$

καθώς επίσης και ότι:

$$E_\alpha = |E| e^{j\delta} \quad (3.62)$$

τότε η εξίσωση για την τάση γράφεται:

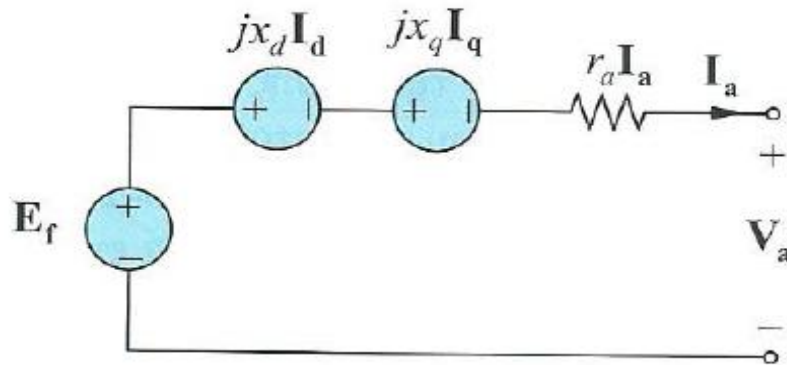
$$E_\alpha = U_\alpha + R_s I_\alpha + (jX_d + jX_q) I_\alpha \quad (3.63)$$

όπου οι ποσότητες X_d και X_q ονομάζονται σύγχρονες αντιδράσεις κατά τον d και q άξονα αντίστοιχα και ισούνται:

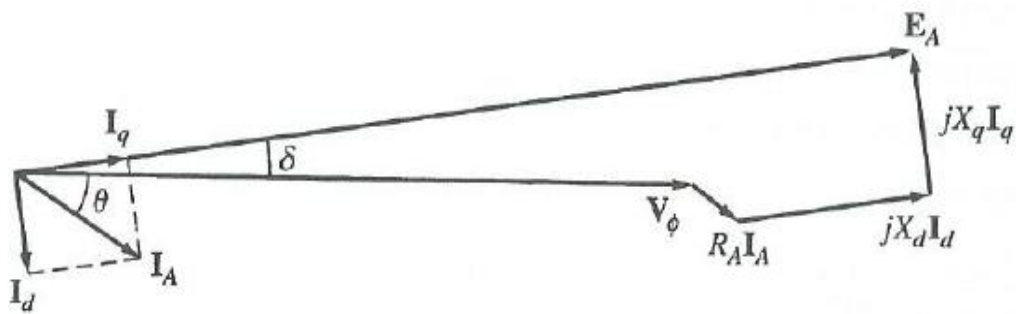
$$X_d = \omega L_d \quad (3.64)$$

$$X_q = \omega L_q \quad (3.65)$$

Το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα και το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων - ρευμάτων για την περίπτωση της σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας με έκτυπους πόλους φαίνονται στα επόμενα σχήματα:



Σχήμα 3.15: Μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα μιας φάσης σύγχρονης γεννήτριας εκτύπων πόλων. (Πηγή: Γ. Χατζαράκης, Ηλεκτρικά Κυκλώματα.)



Σχήμα 3.16: Το διανυσματικό διάγραμμα σύγχρονης γεννήτριας εκτύπων πόλων. (Πηγή: W.Stevenson, Elements of Power System Analysis).

4. ΤΟ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΣΥΣΤΗΜΑ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας εμπεριέχονται διάφορα επίπεδα τάσης, κυρίως λόγω της ύπαρξης μετασχηματιστών στα διάφορα στάδια της παραγωγής, μεταφοράς και διανομής της ηλεκτρικής ενέργειας. Αν και με τη χρήση του ισοδύναμου κυκλώματος της μιας φάσης, λόγω της τριφασικής συμμετρίας επιτυγχάνεται μια απλοποίηση στην ανάλυση αυτών των συστημάτων, εντούτοις τα διάφορα επίπεδα τάσης σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (για συντομία από εδώ και πέρα θα αναφέρεται Σ.Η.Ε.) καθιστούν δύσκολη των ανάλυσή τους. Ο λόγος είναι, ότι λόγω της ύπαρξης μετασχηματιστών είναι επιβεβλημένη η αναγωγή των παραμέτρων των μονοφασικών ισοδύναμων κυκλωμάτων τους καθώς και των στοιχείων του δικτύου που παρεμβάλλονται σε μια από τις δύο πλευρές (πρωτεύον τύλιγμα ή δευτερεύον), όπως είδαμε και στο 2^ο κεφάλαιο.

Το γεγονός αυτό δυσχεραίνει την ανάλυση καθώς υπάρχει πλήθος μετασχηματιστών σε διαφορετικούς ζυγούς και με διαφορετικά επίπεδα τάσης. Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την ανάλυση ενός Σ.Η.Ε. είναι και η περίπτωση μετατροπής των συνδεσμολογιών των στοιχείων (π.χ. γεννήτριες, μετασχηματιστές, φορτία κτλ.) από συνδεσμολογία τριγώνου σε ισοδύναμη συνδεσμολογία αστερά.

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την απλοποιημένη παράσταση και ανάλυση συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας είναι το *ανά μονάδα σύστημα* (*per-unit system*). Μερικά από τα πλεονεκτήματα της συγκεκριμένης μεθοδολογίας είναι τα εξής:

α) Η σύνθετη αντίσταση του μετασχηματιστή στο ανά μονάδα σύστημα είναι η ίδια, ανεξάρτητα από το εάν αναφέρεται στο πρωτεύον ή στο δευτερεύον τύλιγμα, με αποτέλεσμα να μην απαιτείται αναγωγή της στο ένα ή στο άλλο τύλιγμα.

β) Στην περίπτωση μετατροπής πολικών τάσεων σε φασικές τάσεις, εξαλείφεται πλήρως η πιθανότητα σφάλματος στους υπολογισμούς λόγω παράλειψης του παράγοντα μετατροπής $\sqrt{3}$, αφού η ανά μονάδα τιμή της τάσης μεταξύ φά-

σης και ουδέτερου συμπίπτει με την ανά μονάδα τιμή της τάσης μεταξύ των δύο φάσεων.

γ) Οι ανά μονάδα τιμές των ωμικών αντιστάσεων και των επαγωγικών αντιδράσεων ηλεκτρικών μηχανών του ίδιου τύπου (π.χ. μετασχηματιστών, σύγχρονων ή ασύγχρονων μηχανών, κ.τ.λ.) μεταβάλλονται σε στενά όρια, ανεξάρτητα από τα μεγέθη της ονομαστικής τάσης και της ονομαστικής ισχύος τους. Έτσι, στην περίπτωση που δεν γνωρίζουμε τις ακριβείς παραμέτρους, δε θα ήταν σημαντικό σφάλμα να υποθέσουμε τις μέσες σε ανά μονάδα τιμές των παραπάνω ορίων. Για παράδειγμα, όταν σε όλους τους μετασχηματιστές μεταξύ 3 kVA και 300 kVA η αντίδραση σκέδασης κυμαίνεται στα όρια από 0.01 α.μ ή pu έως 0.03 pu, για ένα μετασχηματιστή 50 kVA θα μπορούσαμε να υποθέσουμε για την επαγωγική συνιστώσα 0.02 pu.

Η ανά μονάδα τιμή οποιουδήποτε φυσικού μεγέθους (τάση, ρεύμα, ισχύς κ.τ.λ.) ορίζεται από το λόγο της απόλυτης (πραγματικής) τιμής του μεγέθους αυτού προς την τιμή βάσης του μεγέθους. Δηλαδή:

$$\text{Ανά μονάδα τιμή} = \frac{\text{Απόλυτη τιμή}}{\text{Βασική τιμή}} \quad (4.1)$$

Η απόλυτη τιμή του φυσικού μεγέθους μπορεί να είναι πραγματικός ή φανταστικός αριθμός, η βασική τιμή είναι πάντα πραγματικός αριθμός σε απόλυτη τιμή, ενώ η ανά μονάδα τιμή είναι αδιάστατο μέγεθος.

4.2 ΕΠΙΛΟΓΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Για τα φυσικά μεγέθη του ρεύματος, της τάσης, της ισχύος και της σύνθετης αντίστασης, λόγω των σχέσεων που συνδέονται μεταξύ τους, μπορεί να γίνει επιλογή βασικών τιμών για δύο μόνο από τα προηγούμενα μεγέθη. Οι βασικές τιμές που επιλέγονται συνήθως είναι της τάσης και της ισχύος και από αυτές υπολογίζονται οι βασικές τιμές του ρεύματος και της σύνθετης αντίστασης.

Για μονοφασικά συστήματα ως βασική τάση ορίζεται συνήθως η ενεργός τιμή της ονομαστικής τάσης μεταξύ φάσης και ουδέτερου, δηλ. η τάση $U_{b,LN}$. Ως βασικό ρεύμα ορίζεται το ρεύμα γραμμής του κυκλώματος. Ως βασική σύνθετη αντίσταση ορίζεται η αντίσταση για την οποία έχουμε πτώση τάσης, η οποία ισούται με την τιμή της βασικής τάσης, όταν το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση έχει τιμή ίση με αυτή του βασικού ρεύματος. Η βάση ισχύος δίνεται από το γινόμενο της τιμής της βασικής τάσης και της αντίστοιχης τιμής του βασικού ρεύματος. Με βάση τα παραπάνω για τα μονοφασικά συστήματα ισχύουν οι σχέσεις:

$$\text{Βασικό ρεύμα: } I_b (A) = \frac{\text{Βασική ισχύς } S_{b,1\Phi} (kVA)}{\text{Βασική τάση } V_{b,LN} (kV)} \quad (4.2)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b (\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LN} (V)}{\text{Βασικό ρεύμα } I_b (A)} \quad (4.3)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b (\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LN} (kV_{LN}^2 * 1000)}{\text{Βασική ισχύς } S_{b,1\Phi} (kVA)} \quad (4.4)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b (\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LN} (kV_{LN}^2)}{\text{Βασική ισχύς } S_{b,1\Phi} (MVA)} \quad (4.5)$$

$$\text{Ανά μονάδα τιμή σύνθετης αντίστασης: } \frac{\text{πραγματική τιμή σύνθετης αντίστασης}}{\text{βασική τιμή σύνθετης αντίστασης}} \quad (4.6)$$

Έχοντας ορίσει τις βασικές τιμές, οι ανά μονάδα τιμές (α.μ. ή pu) των επιμέρους μεγεθών ορίζονται από τις σχέσεις:

$$U_{LN,pu} = \frac{U_{LN}}{U_{b,LN}} = \frac{Z}{Z_b} \frac{I}{I_b} = Z_{pu} I_{pu} \quad (4.7)$$

$$S_{1\Phi,pu} = \frac{S_{1\Phi}}{S_{b,1\Phi}} \quad (4.8)$$

Για τα τριφασικά συστήματα, ως βασική τάση ορίζεται η ενεργός τιμή της ονομαστικής τάσης μεταξύ δύο φάσεων ($U_{b,LL}$) ενώ για συμμετρικό τριφασικό σύστημα η βασική ισχύς ισούται με το τριπλάσιο της βασικής ισχύος του ισοδύναμου κυκλώματος της μιας φάσης. Επομένως ισχύει:

$$U_{b,LL} = \sqrt{3} U_{b,LN} \quad (4.9)$$

$$S_{b,3\Phi} = 3 S_{b,1\Phi} \quad (4.10)$$

Ομοίως για τα τριφασικά συστήματα, μέσω της βασικής τάσης U_b και της βασικής ισχύος S_b , υπολογίζονται τα υπόλοιπα μεγέθη.

$$\text{Βασικό ρεύμα: } I_b (A) = \frac{\text{Βασική ισχύς } S_{b,3\Phi} (kVA)}{\sqrt{3} * \text{Βασική τάση } V_{b,LL} (kV_{LL})} \quad (4.11)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b (\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LL} (kV_{LL}/\sqrt{3})^2 * 1000}{\text{Βασική ισχύς } S_{b,3\Phi} (kVA/3)} \quad (4.12)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b (\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LL} (kV_{LL}^2 * 1000)}{\text{Βασική ισχύς } S_{b,3\Phi} (kVA)} \quad (4.13)$$

$$\text{Βασική σύνθετη αντίσταση: } Z_b(\Omega) = \frac{\text{Βασική τάση } V_{b,LL} (kV_{LN}^2)}{\text{Βασική ισχύς } S_{b,3\Phi} (MVA)} \quad (4.14)$$

Για την περίπτωση του ισοδύναμου κυκλώματος του μονοφασικού μετασχηματιστή, οι ανά μονάδες τιμές των παραμέτρων του ισοδύναμου κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.12, δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$R'_{eq,pu} = \frac{R'_{eq}}{Z_b} \quad (4.15)$$

$$X'_{eq,pu} = \frac{X'_{eq}}{Z_b} \quad (4.16)$$

Μεταξύ ενός συμμετρικού τριφασικού συστήματος και του ισοδύναμου κυκλώματος της μιας φάσης, στο ανά μονάδα σύστημα, ισχύει ότι:

$$U_{LN,pu} = \frac{U_{LN}}{U_{b,LL}} = \frac{\sqrt{3}U_{LN}}{\sqrt{3}U_{b,LL}} = \frac{U_{LL}}{U_{b,LL}} = \frac{U_{LL}}{U_{b,LL}} = U_{LL,pu} = U_{pu} \quad (4.17)$$

$$S_{1\Phi,pu} = \frac{S_{1\Phi}}{S_{b,1\Phi}} = \frac{3 S_{1\Phi}}{3 S_{b,1\Phi}} = \frac{S_{3\Phi}}{S_{b,3\Phi}} = S_{3\Phi,pu} = S_{pu} \quad (4.18)$$

Δηλαδή η ανά μονάδα τιμή της τάσης μεταξύ φάσης και ουδετέρου σε βάση τάσης μεταξύ φάσης και ουδετέρου είναι ίση με την ανά μονάδα τιμή της τάσης μεταξύ δύο φάσεων στο ίδιο σημείο, σε βάση τάσης μεταξύ δύο φάσεων. Ομοίως, καθώς η τριφασική ισχύς είναι τρεις φορές η ισχύς ανά φάση και η βασική τριφασική ισχύς είναι τρεις φορές η βασική ισχύς ανά φάση, η ανά μονάδα τιμή της τριφασικής ισχύος σε βάση τριφασικής ισχύος ισούται με την ανά μονάδα τιμή μονοφασικής ισχύος σε βάση ισχύος της μιας φάσης.

Για την αναγωγή ενός Σ.Η.Ε. στο ανά μονάδα σύστημα πρέπει να τηρούνται οι επόμενοι βασικοί κανόνες:

α) Στην περίπτωση διαφόρων επιπέδων τάσης σε ένα σύστημα λόγω ύπαρξης μετασχηματιστών, επιλέγουμε ως βασική τάση μία τιμή σε ένα από τα επίπεδα και οι βασικές τιμές των τάσεων στα υπόλοιπα επίπεδα ορίζονται με βάση τους λόγους των τάσεων των μετασχηματιστών που παρεμβάλλονται.

β) Ως βασική ισχύ, επιλέγουμε μία τιμή και επειδή η βασική ισχύς είναι αναλλοίωτο μέγεθος, θα έχει την ίδια τιμή σε όλα τα διαφορετικά επίπεδα τάσης στην περίπτωση ύπαρξης μετασχηματιστών.

γ) Οι σύνθετες αντιστάσεις ανάγονται στο ανά μονάδα σύστημα με βάση τα κοινά βασικά μεγέθη που επιλέξαμε.

4.3 ΑΛΛΑΓΗ ΒΑΣΗΣ

Κάποιες φορές η σύνθετη αντίσταση ενός στοιχείου του συστήματος είναι εκφρασμένη σε μια βασική τιμή διαφορετική από την επιλεγμένη για το σύστημα ή το μέρος του συστήματος, στο οποίο θα τοποθετηθεί. Εφόσον, όπως αναφέραμε παραπάνω, όλες οι σύνθετες αντιστάσεις σε οποιοδήποτε μέρος του συστήματος πρέπει να είναι ανηγμένες στην ίδια βασική τιμή, τότε πρέπει να γίνει μετατροπή από την παλιά βασική τιμή στη νέα.

Έστω λοιπόν τα δύο συστήματα αναφοράς, το παλιό ($U_{b,old}$, $S_{b,old}$) και το νέο ($U_{b,new}$, $S_{b,new}$). Μεταξύ της πραγματικής τιμής της σύνθετης αντίστασης και των ανηγμένων τιμών της στα δύο διαφορετικά συστήματα βάσεων, σύμφωνα με τις εξισώσεις 4.5 και 4.6 ισχύει:

$$Z = Z_{pu, old} Z_{b, old} = Z_{pu, new} Z_{b, new} \quad (4.19)$$

όπου:

$$Z_{b, old} = \frac{U_{b,old}^2}{S_{b,old}} \quad (4.20)$$

και

$$Z_{b, new} = \frac{U_{b,new}^2}{S_{b,new}} \quad (4.21)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$Z_{pu, new} = Z_{pu, old} \frac{Z_{b,old}}{Z_{b,new}} = Z_{pu, old} \left(\frac{U_{b,old}}{U_{b,new}} \right)^2 \left(\frac{S_{b,old}}{S_{b,new}} \right) \quad (4.22)$$

5. ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μέχρι και σήμερα δεν έχει αναπτυχθεί αποδοτικός τρόπος αποθήκευσης μεγάλης ποσότητας ηλεκτρικής ενέργειας και για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Επομένως θα πρέπει η εγκατεστημένη ισχύ των σταθμών παραγωγής, οι οποίοι αποτελούν ένα Σ.Η.Ε. να μπορεί να καλύψει τις ενεργειακές ανάγκες των φορτίων ανά πάσα στιγμή.

Η κατανάλωση της ηλεκτρικής ενέργειας ή αλλιώς το φορτίο, δεν είναι πάντα σταθερό μέγεθος. Η διακύμανσή του εξαρτάται από πλήθος παραγόντων όπως την εποχή, τις καιρικές συνθήκες, την ημέρα της εβδομάδος (εργάσιμη ή αργία), την ώρα του εικοσιτετραώρου (ημέρα ή νύχτα), το είδος των καταναλωτών κτλ. Μια σημαντική παράμετρος των φορτίων, την οποία θα εξετάσουμε αργότερα, είναι το μέγεθος και η συχνότητα τροφοδοσίας τους γιατί σχετίζεται άμεσα με θέματα ευστάθειας κατά την κατάσταση λειτουργίας του συστήματος.

Το συνολικό φορτίο ενός Σ.Η.Ε. σε κάθε χρονική στιγμή ορίζεται ως το άθροισμα όλων των καταναλώσεων που λειτουργούν τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Επομένως ένα Σ.Η.Ε. σε κάθε χρονική στιγμή θα πρέπει να μπορεί να παρέχει την απαιτούμενη πραγματική και άεργο ισχύ που απαιτεί το σύνολο των καταναλωτών του και επιπλέον τις δικές του απώλειες σε πραγματική και άεργο ισχύ λόγω ύπαρξης μετασχηματιστών, μηχανών, γραμμών μεταφοράς κτλ. Δηλαδή η παραγωγή θα πρέπει να προσαρμόζεται συνεχώς σε πραγματικό χρόνο με τις απαιτήσεις της κατανάλωσης.

Η πραγματική και η άεργος ισχύς εξαρτώνται από τη συχνότητα και το μέγεθος της τάσης αντίστοιχα. Η πραγματική ισχύς προέρχεται από τη μηχανική ισχύ, που διατίθεται στους άξονες των σύγχρονων γεννητριών που βρίσκονται στους σταθμούς παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας και το ποσοστό που παρέχεται από την κάθε μία από αυτές, ρυθμίζεται μέσω κατάλληλου ρυθμιστή στροφών που διαθέτει. Πρακτικά η ροή της ενεργού ισχύος μεταξύ των γραμμών μεταφοράς καθορίζεται από τις φασικές γωνίες των τάσεων των ζυγών μέσω των ρυθμιστών στροφών των γεννητριών. Η απαιτούμενη άεργος ισχύς προέρχεται από την κατάλληλη ρύθμιση των ρευμάτων των τυλιγμάτων διέγερσης των σύγχρονων γεννητριών, όπως αναφέραμε σε προηγούμενο κεφάλαιο,

επηρεάζοντας τα μέτρα των τάσεων των ζυγών και ρυθμίζοντας με αυτόν τον τρόπο τη ροή της άεργου ισχύος μεταξύ των γραμμών. Έχοντας γνωστές τις τάσεις καθώς και τα φορτία των ζυγών σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις ροές της ενεργής και άεργου ισχύος σε όλες τις γραμμές μεταφοράς του Σ.Η.Ε.

Τα δεδομένα που απαιτούνται λαμβάνονται με επιλεκτικές μετρήσεις στους σταθμούς παραγωγής και στο σύστημα μεταφοράς. Στόχος των μετρήσεων είναι να γνωρίζουμε σε πραγματικό χρόνο την κατάσταση του Σ.Η.Ε. δηλαδή τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών. Στη γενική περίπτωση σε κάθε έναν από τους ζυγούς του Σ.Η.Ε. εμφανίζονται 6 μεγέθη: $U_i, \delta_i, P_{Gi}, Q_{Gi}, P_{Di}$ και Q_{Di} , όπου:

i ο εκάστοτε ζυγός

U_i η ενεργός τιμή της τάσης ζυγού (kV)

δ_i η γωνία τάσης ζυγού (μοίρες)

P_{Gi} η παραγόμενη πραγματική ισχύς (MW)

Q_{Gi} η παραγόμενη άεργη ισχύς (MVar)

P_{Di} η πραγματική ισχύς ζήτησης (MW)

Q_{Di} η άεργη ισχύς ζήτησης (MVar)

Τα φορτία χαρακτηρίζονται ως μεταβλητές ζήτησης ή διαταραχής καθώς οι διακυμάνσεις τους επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος. Μπορούν να εκφραστούν ως στοιχεία ενός διανύσματος, το οποίο καλείται διάνυσμα διαταραχής d και αποτελούν ανεξάρτητες μεταβλητές:

$$d = \begin{bmatrix} P_{D_1} \\ P_{D_2} \\ \vdots \\ P_{D_n} \\ \dots \\ Q_{D_1} \\ Q_{D_2} \\ \vdots \\ Q_{D_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{D_i} \\ \dots \\ Q_{D_i} \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5.1)$$

Οι τάσεις των ζυγών (μέτρο και γωνία) καθορίζουν τη κατάσταση του συστήματος και αποτελούν εξαρτημένες μεταβλητές. Χαρακτηρίζονται ως μεταβλητές κατάστασης και αποτελούν τα στοιχεία του διανύσματος κατάστασης x :

$$x = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \dots \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_i \\ \dots \\ V_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5.2)$$

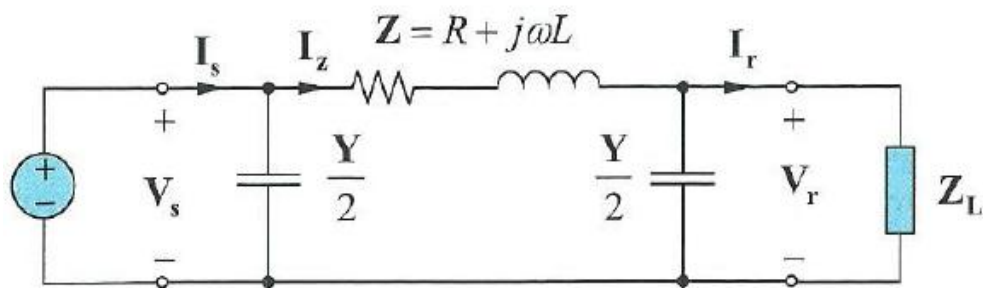
Οι εξαρτημένες μεταβλητές της πραγματικής και άεργης ισχύος θα πρέπει να έχουν τέτοιες τιμές, ώστε να εξασφαλίζεται η λειτουργία του Σ.Η.Ε. στα αποδεκτά όρια, που καθορίζονται από τις προδιαγραφές λειτουργίας. Ενδεικτικά, τα όρια μεταβολής της συχνότητας, η οποία εξαρτάται από την ισχύ και εκφράζει άμεσα την ενεργειακή ισορροπία του συστήματος έχει αρκετά περιορισμένα όρια μεταβολής, της τάξης του 1%. Στην περίπτωση ρύθμισης του μεγέθους της τάσης τα όρια μεταβολής εξαρτώνται από το επίπεδο της τάσης (π.χ για την Μέση Τάση είναι 8%). Οι μεταβλητές αυτές χαρακτηρίζονται ως *μεταβλητές ελέγχου* και αποτελούν τις παραμέτρους του *διανύσματος ελέγχου* u :

$$u = \begin{bmatrix} P_{G_1} \\ P_{G_2} \\ \vdots \\ P_{G_n} \\ \dots \\ Q_{G_1} \\ Q_{G_2} \\ \vdots \\ Q_{G_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G_i} \\ \dots \\ Q_{G_i} \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5.3)$$

Εκτίμηση κατάστασης είναι η διαδικασία με την οποία αποκτούμε την καλύτερη εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης του Σ.Η.Ε., χρησιμοποιώντας μετρήσεις που γνωρίζουμε ότι περιέχουν λάθη (όπως θα δούμε στη συνέχεια) και είναι πλεονασματικές δηλαδή πολύ περισσότερες από τις μεταβλητές κατάστασης, και μετρήσεις των οποίων οι τιμές είναι δυνατόν να προκύψουν από τις υπόλοιπες μετρήσεις π.χ. μέτρηση των τάσεων και στις τρεις φάσεις, ενώ απαιτείται μέτρηση μόνο στη μία για συμμετρική λειτουργία. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση της κατάστασης των Σ.Η.Ε. ονομάζονται *εκτιμητές κατάστασης* και πρόκειται για μεθόδους που βασίζονται σε τεχνικές ελαχίστων τετραγώνων, οι οποίες θα αναλυθούν στη συνέχεια.

5.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Οι γραμμές μεταφοράς του δικτύου συμβολίζονται με το ισοδύναμο κύκλωμα τύπου "π", το οποίο αποτελείται από δύο εγκάρσιες και ίσες αγωγιμότητες και μία σύνθετη αντίσταση σε σειρά. Η εγκάρσια αγωγιμότητα Y εκφράζει την ισοδύναμη χωρητικότητα που εμφανίζει ο κάθε αγωγός ως προς τη γη και η σύνθετη αντίσταση Z αντιπροσωπεύει την ωμική και επαγωγική αντίσταση που εμφανίζει ο αγωγός κατά τη διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος συχνότητας f δια μέσω αυτού. Κάτω από κανονικές συνθήκες λειτουργίας, για τάσεις μικρότερες των 60 kV η εγκάρσια αγωγιμότητα είναι πολύ μικρή και η επίδρασή της θεωρείται αμελητέα, συνεπώς για πρακτικούς λόγους η τελευταία συνήθως παραλείπεται.



Σχήμα 5.1: Το ισοδύναμο κύκλωμα "π" γραμμής μεταφοράς.
(Πηγή: Β. Παπαδιά, Γραμμές Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας.)

Στους μετασχηματιστές χρησιμοποιείται το απλουστευμένο ισοδύναμο κύκλωμα του μετασχηματιστή, το οποίο περιλαμβάνει μόνο τις ωμικές αντιστάσεις και τις αντιδράσεις σκέδασης των τυλιγμάτων, δηλαδή αμελείται η επίδραση του παράλληλου κλάδου και είναι όπως το κύκλωμα του σχήματος 2.12, όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο για τους μετασχηματιστές.

Οι γεννήτριες των σταθμών παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας θεωρούνται ως ιδανικές πηγές πραγματικής και άεργης ισχύος, στους ζυγούς που είναι συνδεδεμένες. Στο συμβολισμό των γεννητριών εμπεριέχονται και οι μετασχηματιστές ανύψωσης της τάσης, που υπάρχουν στους σταθμούς παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας.

5.3 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΖΥΓΩΝ

Οι ζυγοί ενός συστήματος χωρίζονται σε τρεις τύπους. Τους ζυγούς παραγωγής, τους ζυγούς φορτίου και σε ένα ζυγό αναφοράς ή ταλάντωσης. Αναλυτικότερα:

α) Ζυγός παραγωγής (*generator bus*) καλείται οποιοσδήποτε ζυγός, στον οποίο είναι απευθείας συνδεδεμένος σταθμός παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας (συνήθως γεννήτρια). Η ρύθμιση της πραγματικής ισχύος επιτυγχάνεται μέσω της ρύθμισης της μηχανικής ισχύος της κινητήριας μηχανής της γεννήτριας ενώ η ρύθμιση του μεγέθους του μέτρου της τάσης μέσω του ρεύματος διέγερσης της γεννήτριας. Σε αυτή την περίπτωση, αφού το μέτρο της τάσης παραμένει σταθερό, οι ζυγοί παραγωγής χαρακτηρίζονται και ως *ζυγοί ελέγχου τάσης (voltage control bus)*.

Από τα 6 μεγέθη, που όπως αναφέραμε πριν εμφανίζονται σε κάθε ζυγό ($U_i, \delta_i, P_{Gi}, Q_{Gi}, P_{Di}$ και Q_{Di}) στους ζυγούς παραγωγής θεωρούνται γνωστά το μέτρο της τάσης U_i και η πραγματική ισχύς του ζυγού i , $P_i = P_{Gi} - P_{Di}$ (τα φορτία P_{Di} και Q_{Di} του συστήματος θεωρούνται εκ των προτέρων γνωστά, είτε μέσω κατάλληλων προβλέψεων είτε μέσω μετρήσεων από τις ηλεκτρικές εταιρείες). Επομένως οι άγνωστες μεταβλητές είναι η γωνία της τάσης δ_i και η παραγωγή άεργης ισχύος Q_{Gi} .

β) Ζυγός φορτίου (*Load Bus*) καλείται οποιοδήποτε ζυγός του συστήματος στον οποίο δεν είναι συνδεδεμένος άμεσα σταθμός παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Επομένως σε κάθε ζυγό φορτίου ισχύει $P_{Gi} = Q_{Gi} = 0$, $P_i = -P_{Di}$ και $Q_i = -Q_{Di}$, τα οποία θεωρούνται γνωστά για τους λόγους που αναφέραμε παραπάνω. Οι άγνωστες μεταβλητές σε αυτή την περίπτωση είναι το μέτρο και η γωνία της τάσης του ζυγού, δηλ. τα U_i και δ .

γ) Ζυγός αναφοράς ή ταλάντωσης (*Reference ή Slack Bus*). Παρόλο που τα φορτία του συστήματος είναι γνωστά δεν μπορούν να καθοριστούν εκ των προτέρων οι παραγωγές σε πραγματική και άεργη ισχύ όλων των σταθμών παραγωγής και αυτό γιατί δε γνωρίζουμε τις απώλειες των γραμμών μεταφοράς του συστήματος. Για κάθε χρονική στιγμή ισχύει το ισοζύγιο ισχύος:

$$S_L = \sum S_G - \sum S_D \quad (5.4)$$

όπου S_L οι συνολικές απώλειες των γραμμών μεταφοράς
 $\sum S_G$ η συνολική παραγόμενη ισχύς, και
 $\sum S_D$ η συνολική ισχύς ζήτησης.

Επίσης ισχύει:

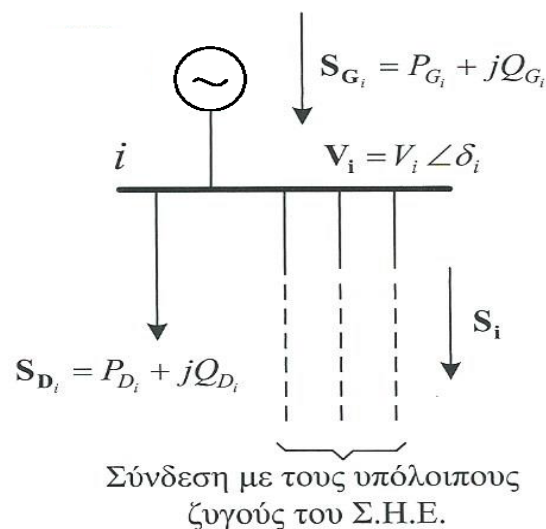
$$S_L = P_L + jQ_L \quad (5.5)$$

Γι' αυτό το λόγο επιλέγουμε έναν ζυγό από τους ζυγούς παραγωγής, για τον οποίο θεωρούμε ότι το μέτρο της τάσης V και η γωνία δ είναι καθορισμένα (συνήθως η τάση ισούται με μονάδα στο ανά μονάδα σύστημα και η γωνία ισούται με μηδέν) και η πραγματική και άεργη ισχύς P και Q αντίστοιχα θεω-

ρούνται άγνωστες, έτσι ώστε στην παραγωγή του ζυγού να συμπεριληφθούν και οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς του δικτύου σε πραγματική και άεργη ισχύ. Αυτός είναι και ο λόγος, που ως ζυγός αναφοράς επιλέγεται ένας ζυγός παραγωγής.

5.4 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΩΝ ΦΟΡΤΙΟΥ

Θεωρούμε το ζυγό i του επόμενου σχήματος με παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας και φορτίο.



Σχήμα 5.2: Τυπικός ζυγός Σ.Η.Ε. με παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας και φορτίο (Πηγή: B. Weedy, Μεταφορά και Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας).

Η μιγαδική ισχύς S_{G_i} αντιπροσωπεύει την πραγματική και άεργη ισχύ του σταθμού παραγωγής και η ισχύς S_{D_i} τη ζήτηση σε πραγματική και άεργη ισχύ του φορτίου στον συγκεκριμένο ζυγό. Ως μιγαδική ισχύς S_i του ζυγού i , ορίζεται η διαφορά μεταξύ της παραγόμενης μιγαδικής ισχύος και της μιγαδικής ισχύς του φορτίου, και η οποία διοχετεύεται στους υπόλοιπους ζυγούς του συστήματος μέσω των γραμμών μεταφοράς που τους συνδέουν. Δηλαδή ισχύει:

$$S_i = S_{G_i} - S_{D_i} \quad (5.6)$$

και επομένως:

$$P_i = P_{G_i} - P_{D_i} \quad (5.7)$$

$$Q_i = Q_{G_i} - Q_{D_i} \quad (5.8)$$

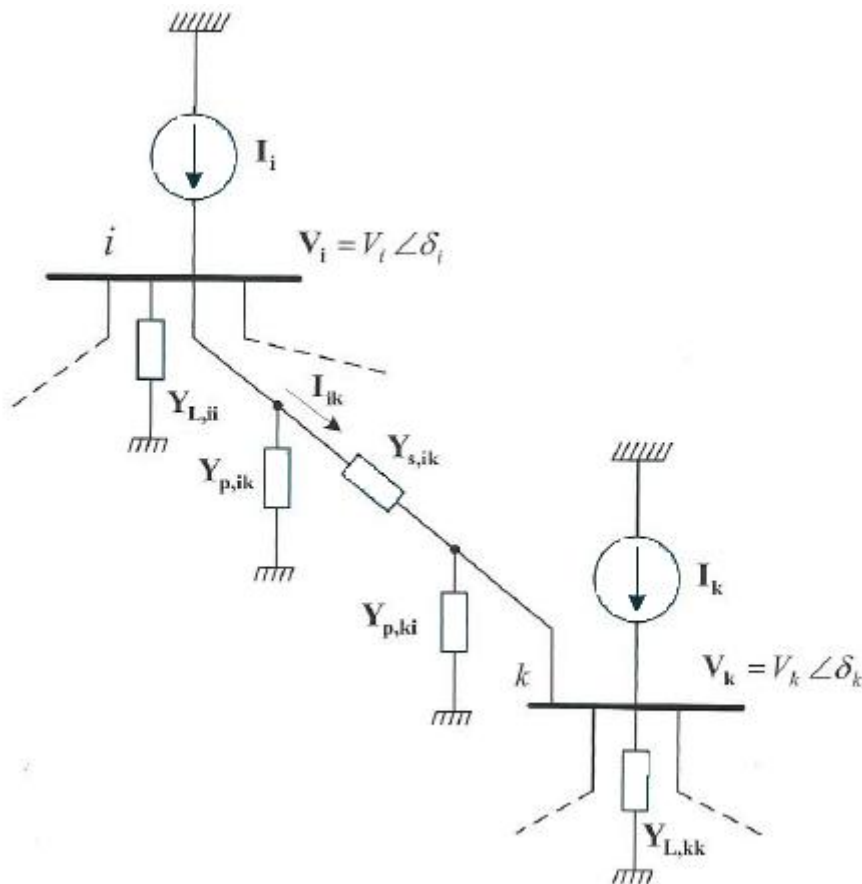
όπου P_i η εγχεόμενη πραγματική ισχύς, και

Q_i η εγγεόμενη άεργη ισχύς.

Η μιγαδική ισχύς S_i μπορεί να έχει χαρακτήρα παραγωγής (εξερχόμενη) ή ζήτησης (εισερχόμενη). Το ρεύμα στο συγκεκριμένο ζυγό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_i = \frac{S_i^*}{U_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{U_i^*} \quad (5.9)$$

Αντικαθιστώντας την πηγή τάσης με μια ιδανική πηγή ρεύματος και παριστάνοντας τις γραμμές μεταφοράς με το ισοδύναμο κύκλωμα "π", όπως αναφέραμε προηγουμένως, ο ζυγός μπορεί να πάρει τη μορφή του επόμενου σχήματος:



Σχήμα 5.3: Ζυγός Σ.Η.Ε. με παραγωγή, φορτίο και γραμμές μεταφοράς.
(Πηγή: B.Weedy, Μεταφορά και Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας).

Με βάση το προηγούμενο σχήμα η εξ. 5.9 γράφεται:

$$I_i = \frac{S_i^*}{U_i^*} = Y_{LL,ii} U_i + \sum_{k \neq i}^n Y_{p,ik} U_i + \sum_{k \neq i}^n Y_{s,ik} (U_i - U_k) = [Y_{LL,ii} +$$

$$+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (Y_{p,ik} + Y_{s,ik}) U_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (-Y_{s,ik}) U_k \Rightarrow$$

$$I_i = y_{i1}U_1 + y_{i2}U_2 + \dots + y_{ik}U_k = \sum_{k=1}^n y_{ik}U_k \quad (5.10)$$

$$\text{όπου } y_{ii} = Y_{L,ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n (Y_{p,ik} + Y_{s,ik}), \text{ και} \quad (5.11)$$

$$y_{ik} = y_{ki} = -Y_{s,ik} \quad (5.12)$$

Με βάση τις εξισώσεις 5.10, 5.11 και 5.12 οι σχέσεις μεταξύ των ρευμάτων και των τάσεων σε n -ζυγούς του συστήματος σε μητρική μορφή είναι:

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{i1} & y_{i2} & y_{i3} & \cdots & y_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

και σε συνοπτική μορφή:

$$[Y_{bus}] [V] = [I] \quad (5.14)$$

όπου Y_{bus} η μήτρα αγωγιμοτήτων του Σ.Η.Ε.

Τα φορτία μπορούν να θεωρηθούν είτε ως σταθερής αγωγιμότητας, είτε ως σταθερής ισχύος, είτε ως συνδυασμός αυτών. Το ρεύμα σε κάθε περίπτωση του φορτίου εξαρτάται από την τάση του κόμβου στον οποίο συνδέεται το φορτίο. Με μια μείωση της τάσης για φορτία σταθερής ισχύος το ρεύμα αυξάνεται, ενώ το ρεύμα σε φορτία σταθερής αγωγιμότητας για την ίδια μεταβολή της τάσης θα μειωθεί. Για τον υπολογισμό της μήτρας αγωγιμοτήτων, τα φορτία σταθερής μιγαδικής ισχύος δεν λαμβάνονται υπόψη, σε αντίθεση με τα φορτία σταθερής σύνθετης αντίστασης, τα οποία ενσωματώνονται. Τα διαγώνια στοιχεία y_{ii} της μήτρας αγωγιμοτήτων, σύμφωνα με τη σχέση 5.11, προέρχονται από το άθροισμα όλων των αγωγιμοτήτων στο ζυγό i . Τα υπόλοιπα στοιχεία είναι ίσα με τις αγωγιμότητες μεταξύ των ζυγών, με αντίθετο όμως πρόσημο.

Έστω οι τάσεις στους ζυγούς i και k του συστήματος και η αντίστοιχη μεταξύ τους αγωγιμότητα Y_{ik} , σε πολική και καρτεσιανή μορφή:

$$U_i = U_i \angle \delta_i = U_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (5.15)$$

$$U_k = U_k \angle \delta_k = U_k (\cos \delta_k + j \sin \delta_k) \quad (5.16)$$

$$Y_{ik} = y_{ik} \angle \gamma_{ik} = y_{ik} (\cos \gamma_{ik} + j \sin \gamma_{ik}) \quad (5.17)$$

Τότε η μιγαδική εξίσωση των ροών του φορτίου σε συνδυασμό με τη σχέση 5.10 γράφεται:

$$\begin{aligned} S_i^* &= P_i - jQ_i = U_i^* I_i = U_i^* \sum_{k=1}^n y_{ik} U_k = U_i^* \sum_{k=1}^n y_{ik} U_i U_k \angle (\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) = \\ &= U_i^* \sum_{k=1}^n y_{ik} U_i U_k [\cos(\delta_i - \delta_k - \gamma_{ik}) - j \sin(\delta_i - \delta_k - \gamma_{ik})] \end{aligned} \quad (5.18)$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά από τα φανταστικά μέρη έχουμε:

$$P_i = \sum_{k=1}^n y_{ik} U_i U_k [\cos(\delta_i - \delta_k - \gamma_{ik})] \quad (5.19)$$

και

$$Q_i = \sum_{k=1}^n y_{ik} U_i U_k [\sin(\delta_i - \delta_k - \gamma_{ik})] \quad (5.20)$$

5.5 ΜΕΘΟΔΟΣ NEWTON-RAPHSON

Λόγω της μη γραμμικότητας των εξισώσεων ροής φορτίου απαιτείται για την επίλυσή τους μια επαναληπτική μέθοδος. Για την επίλυση των εξισώσεων ροής φορτίου έχει καθιερωθεί η μέθοδος των Newton-Raphson. Έστω η εξίσωση:

$$f(x) = 0 \quad (5.21)$$

και έστω r μία από τις ρίζες της, για την οποία ισχύει:

$$f(r) = 0 \quad (5.22)$$

Αρχικά κάνουμε μια πρόβλεψη $x^{(0)}$ για τη ρίζα r . Τότε θα ισχύει:

$$r = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} \quad (5.23)$$

όπου $\Delta x^{(0)}$ η απόκλιση της πρόβλεψης από την πραγματική ρίζα r .

Αναπτύσσοντας την εξίσωση $f(x)$ σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο $x^{(0)}$ έχουμε:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = f(x^{(0)}) + \left(\frac{df(x)}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2f(x)}{d^2x}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \dots = 0 \quad (5.24)$$

Με την υπόθεση ότι η αρχική πρόβλεψη $x^{(0)}$ βρίσκεται κοντά στην πραγματική ρίζα r , δηλαδή η απόκλιση $\Delta x^{(0)}$ είναι πολύ μικρή, μπορούμε να αμελήσουμε τους όρους των μεταβολών του διανύσματος Δx από τη δεύτερη δύναμη και πάνω. Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση 5.24 γράφεται:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = f(x^{(0)}) + \left(\frac{df(x)}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} = 0 \quad (5.25)$$

Εντελώς ανάλογα, για ένα αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων, όπως στην προκειμένη περίπτωση, το αντίστοιχο του συστήματος ρών φορτίου 2 εξισώσεων (P_{ik}, Q_{ik}) με 4 αγνώστους $(U_i, U_k, \delta_i$ και $\delta_k)$ έχουμε:

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \quad (5.26)$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \quad (5.27)$$

όπου f_1 και f_2 οι εξισώσεις για τις ισχείς P_i και Q_i αντίστοιχα, και σε συνοπτική μορφή:

$$f(x) = 0 \quad (5.28)$$

όπου:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

και

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \quad (5.30)$$

όπου με τον δείκτη T δηλώνεται η αλληλο-μετάθεση μεταξύ γραμμών και στηλών ενός πίνακα.

Έστω $x^{(0)}$ η αρχική πρόβλεψη για τη λύση του συστήματος. Τότε, και σύμφωνα με την εξίσωση 5.30 έχουμε:

$$x^{(0)} = [x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, x_4^{(0)}]^T \quad (5.31)$$

Αναπτύσσοντας ομοίως τις εξισώσεις $f_1(x)$ και $f_2(x)$ σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο $x^{(0)}$ και αμελώντας τους όρους των μεταβολών του διανύσματος

Δx από τη δεύτερη δύναμη και πάνω έχουμε:

$$f_1(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = f_1(x^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_3}\right)^{(0)} \Delta x_3^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_4}\right)^{(0)} \Delta x_4^{(0)} = 0 \quad (5.32)$$

$$f_2(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = f_2(x^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_3}\right)^{(0)} \Delta x_3^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_4}\right)^{(0)} \Delta x_4^{(0)} = 0 \quad (5.33)$$

ή ισοδύναμα σε μορφή πινάκων:

$$\begin{bmatrix} f_1(x^{(0)}) \\ f_2(x^{(0)}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_4}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2(x)}{\partial x_4}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \Delta x_3^{(0)} \\ \Delta x_4^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

και σε συνοπτική μορφή:

$$f(x^{(0)}) + J(x)^{(0)} \Delta x^{(0)} = 0 \quad (5.35)$$

όπου $J(x)$ η μήτρα των μερικών παραγώγων, η οποία ονομάζεται *Ιακωβιανή μήτρα (Jacobian matrix)* του συστήματος.

Επιλύοντας την εξίσωση 5.35 ως προς $\Delta x^{(0)}$ και προσθέτοντας το αποτέλεσμα στην αρχική πρόβλεψη $x^{(0)}$ προκύπτει μια νέα πιο βελτιωμένη πρόβλεψη $x^{(1)}$, δηλαδή:

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = x^{(0)} - [J(x)^{(0)}]^{-1} f(x^{(0)}) \quad (5.36)$$

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία, δηλαδή θεωρώντας ως αρχική πρόβλεψη την $x^{(1)}$, θα προκύψει η ακόμα πιο βελτιωμένη πρόβλεψη $x^{(2)}$, γενικεύοντας:

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} + \Delta x^{(v)} = x^{(v)} - [J(x)^{(v)}]^{-1} f(x^{(v)}) \quad (5.37)$$

Η επαναληπτική διαδικασία ολοκληρώνεται όταν η διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων γίνει μικρότερη από μια καθορισμένη τιμή.

5.6 ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Σε ένα δίκτυο μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούνται βατόμετρα, βαρόμετρα, βολτόμετρα και αμπερόμετρα για τη μέτρηση της πραγματικής ισχύος, άεργης ισχύος, τάσης και του ρεύματος αντίστοιχα. Αυτές οι μετρήσεις λαμβάνονται από όργανα τοποθετημένα στις γραμμές μεταφοράς, στους μετασχηματιστές, στους ζυγούς και στους υποσταθμούς του δικτύου. Τα αναλογικά σήματα περνούν μέσα από μετατροπείς αναλογικού σε ψηφιακό και το ψηφιακό σήμα οδηγείται μέσω γραμμών στο κέντρο ελέγχου. Τα σήματα όμως αυτά περιέχουν λάθη, τα οποία οφείλονται σε παράγοντες όπως ο θόρυβος, η διαδικασία μετατροπής αναλογικού σε ψηφιακό κτλ. Αυτά τα λάθη μπορούν να ποσοτικοποιηθούν σε μια στατιστική βάση και έπειτα οι εκτιμώμενες τιμές των μεγεθών που μετρούνται είτε να γίνονται αποδεκτές ως λογικές είτε να απορρίπτονται στην αντίθετη περίπτωση.

Εξαιτίας του θορύβου, οι πραγματικές τιμές των μετρούμενων μεγεθών δεν είναι ποτέ γνωστές. Γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων ώστε να βρεθεί το καλύτερο διάνυσμα κατάστασης που ταιριάζει σε μια κατανομή μετρήσεων (best fit). Όσο περισσότερες είναι οι μετρήσεις που διαθέτουμε, τόσο καλύτερη είναι και η εκτίμηση του συστήματος που μπορούμε να κάνουμε. Ως καλύτερη εκτίμηση επιλέγεται αυτή, για την οποία το άθροισμα των ελαχίστων τετραγώνων των σφαλμάτων των μετρήσεων ελαχιστοποιείται.

Με το σύμβολο z εκφράζονται οι μετρούμενες τιμές των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν, με το σύμβολο x τα αντίστοιχα εκτιμώμενα μεγέθη και με το σύμβολο e τα λάθη ή σφάλματα των μετρήσεων.

Θεωρώντας ένα σύστημα, στο οποίο έχουμε 4 μετρούμενα μεγέθη και 2 άγνωστα. Τότε, σύμφωνα με τα παραπάνω έχουμε ένα αλγεβρικό σύστημα 4 εξισώσεων με δύο αγνώστους x_1 και x_2 . Το σύνολο των εξισώσεων των μετρήσεων, σε συνάρτηση με τις αγνώστες μεταβλητές x σε ένα σύστημα ορίζεται ως:

$$\begin{aligned}z_1 &= z_{1,true} + e_1 = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + e_1 \\z_2 &= z_{2,true} + e_2 = h_{21}x_1 + h_{22}x_2 + e_2 \\z_3 &= z_{3,true} + e_3 = h_{31}x_1 + h_{32}x_2 + e_3 \\z_4 &= z_{4,true} + e_4 = h_{41}x_1 + h_{42}x_2 + e_4\end{aligned}\tag{5.38}$$

όπου z οι τιμές των μετρήσεων,

z_{true} οι πραγματικές τιμές των μετρούμενων μεγεθών,

h οι συντελεστές των εκτιμώμενων μεγεθών

x τα αντίστοιχα εκτιμώμενα μεγέθη, και

e τα σφάλματα που εμπεριέχονται στις μετρήσεις.

Λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις ως προς τα σφάλματα e και μετατρέποντας

τα αποτελέσματα σε μορφή πινάκων έχουμε:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_{1,true} \\ z_{2,true} \\ z_{3,true} \\ z_{4,true} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ h_{31} & h_{32} \\ h_{41} & h_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

και σε πιο γενική μορφή ή εξίσωση γράφεται:

$$e = z - z_{true} = z - Hx \quad (5.40)$$

η οποία εκφράζει τα σφάλματα μεταξύ των μετρήσεων z και των πραγματικών (αλλά άγνωστων) τιμών των αντίστοιχων μεγεθών. Οι πραγματικές τιμές x των μεγεθών δεν μπορούν να προσδιοριστούν επακριβώς αλλά αντίθετα θα υπολογίσουμε τα εκτιμώμενα αντίστοιχα μεγέθη, τα οποία ορίζουμε ως \hat{x} . Αντικαθιστώντας με τα εκτιμώμενα μεγέθη στην εξίσωση 5.39 έχουμε:

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \\ \hat{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ h_{31} & h_{32} \\ h_{41} & h_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Συνεπώς τα μεγέθη με το "καπέλο" είναι οι εκτιμήσεις των αντίστοιχων μεγεθών χωρίς το "καπέλο". Επομένως ο όρος \hat{e} εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των πραγματικών μετρήσεων z και των αντίστοιχων εκτιμώμενων μεγεθών $\hat{z} = H\hat{x}$. Έτσι ισχύει:

$$\hat{e} = z - \hat{z} = z - H\hat{x} = e - H(\hat{x} - x) \quad (5.42)$$

Για τον υπολογισμό των εκτιμώμενων μεγεθών \hat{x} , από τα οποία θα υπολογιστούν αργότερα τα μεγέθη \hat{e} και \hat{z} , προτιμάται να επιλεγεί η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των ελαχίστων τετραγώνων των σφαλμάτων και όχι απλώς η ελαχιστοποίηση του αλγεβρικού αθροίσματός των, καθώς υπάρχει η περίπτωση θετικά και αρνητικά σφάλματα να αλληλοαναιρούνται και έτσι οι εκτιμήσεις μας να είναι αναληθής. Ωστόσο, για να διασφαλίσουμε ότι οι μετρήσεις από όργανα με μεγαλύτερη ακρίβεια λαμβάνονται περισσότερο υπόψη από τις αντίστοιχες οργάνων χαμηλότερης ακρίβειας, κάθε όρος στο άθροισμα των ελαχίστων τετραγώνων πολλαπλασιάζεται με έναν συντελεστή βαρύτητας w , όπως δίνεται στην επόμενη εξίσωση για το αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων που αναφέραμε παραπάνω:

$$f = \sum_{j=1}^n w_j e_j^2 = w_1 e_1^2 + w_2 e_2^2 + w_3 e_3^2 + w_4 e_4^2 \quad (5.43)$$

Επιλέγεται ως καλύτερη εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης εκείνες οι τιμές των εκτιμώμενων μεγεθών \hat{x} για τις οποίες η συνάρτηση f της εξ. 5.43 παίρνει την ελάχιστη τιμή. Για την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης f , τα εκτιμώμενα μεγέθη \hat{x} είναι οι τιμές των μεγεθών x , για τις οποίες ικανοποιούνται οι εξισώσεις:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\hat{x}} = 2 \left[w_1 e_1 \frac{\partial e_1}{\partial x_1} + w_2 e_2 \frac{\partial e_2}{\partial x_1} + w_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial x_1} + w_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial x_1} \right] \Big|_{\hat{x}} = 0 \quad (5.44)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{\hat{x}} = 2 \left[w_1 e_1 \frac{\partial e_1}{\partial x_2} + w_2 e_2 \frac{\partial e_2}{\partial x_2} + w_3 e_3 \frac{\partial e_3}{\partial x_2} + w_4 e_4 \frac{\partial e_4}{\partial x_2} \right] \Big|_{\hat{x}} = 0 \quad (5.45)$$

Ο δείκτης $|\hat{x}$ δηλώνει ότι οι εξισώσεις επιλύονται με τη χρήση των μεταβλητών κατάστασης \hat{x} , εφόσον οι πραγματικές τιμές x δεν είναι γνωστές. Οι πραγματικές τιμές των σφαλμάτων e , ομοίως είναι άγνωστες και γι αυτό αντικαθίστανται από τα εκτιμώμενα σφάλματα \hat{e} , τα οποία υπολογίζονται αμέσως μόλις οι μεταβλητές κατάστασης x γίνουν γνωστές. Οι προηγούμενες εξισώσεις σε μορφή πινάκων γράφονται:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2}{\partial x_1} & \frac{\partial e_3}{\partial x_1} & \frac{\partial e_4}{\partial x_1} \\ \frac{\partial e_1}{\partial x_2} & \frac{\partial e_2}{\partial x_2} & \frac{\partial e_3}{\partial x_2} & \frac{\partial e_4}{\partial x_2} \end{bmatrix} \Big|_{\hat{x}} \begin{bmatrix} w_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & w_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & w_3 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \\ \hat{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

όπου W ο διαγώνιος πίνακας των συντελεστών βαρύτητας.

Λύνοντας κάθε μερική παράγωγο από τον προηγούμενο πίνακα, και σε συνδυασμό με την εξ. 5.38, έχουμε:

$$\frac{\partial e_1}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} (z_1 - h_{11}x_1 - h_{12}x_2) = -h_{11} \quad (5.47)$$

Επομένως κάθε μερική παράγωγος βρίσκεται να είναι σταθερή και να ισούται με το αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα H . Έτσι η εξ. 5.46 τώρα γράφεται:

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & w_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & w_3 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \\ \hat{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Σε συνδυασμό με την εξ. 5.42 η γενική μορφή της παραπάνω εξίσωσης γράφεται:

$$H^T W \hat{e} = H^T W (z - H\hat{x}) = 0 \quad (5.49)$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς το εκτιμώμενο μέγεθος \hat{x} έχουμε:

$$\begin{aligned} H^T W \hat{e} = H^T W (z - H\hat{x}) = 0 &\Rightarrow H^T W z = H^T W H \hat{x} \Rightarrow \\ \hat{x} = (H^T W H)^{-1} H^T W z &\Rightarrow \hat{x} = G^{-1} H^T W z \end{aligned} \quad (5.50)$$

όπου \hat{x} η βεβαρυμένη εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων των μεταβλητών κατάστασης.

Επομένως από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων περιμένουμε να αποκομίσουμε εκτιμήσεις των μεταβλητών \hat{x} , όσο το δυνατόν πιο κοντά στις πραγματικές τιμές x των μεταβλητών κατάστασης. Η έκφραση για τη διαφορά μεταξύ της εκτίμησης και της πραγματικής τιμής του μεγέθους δίνεται με τον συνδυασμό των εξ. 5.40 και 5.50, όπου αντικαθιστώντας στην τελευταία έχουμε:

$$\begin{aligned} \hat{x} = G^{-1} H^T W z = G^{-1} H^T W (Hx + e) &= G^{-1} (H^T W H) x + G^{-1} H^T W e = \\ = G^{-1} G x + G^{-1} H^T W e &\Rightarrow \hat{x} - x = G^{-1} H^T W e \end{aligned} \quad (5.51)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. 5.51 στην εξ. 5.42, μπορούμε να συγκρίνουμε τις εκτιμώμενες τιμές $\hat{z} = H\hat{x}$ των μετρούμενων μεγεθών με τις πραγματικές μετρήσεις z :

$$\hat{e} = z - \hat{z} = e - H G^{-1} H^T W e = [I - H G^{-1} H^T W] e \quad (5.52)$$

όπου I ένας μοναδιαίος πίνακας.

5.7 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Η κατάσταση ενός ηλεκτρικού συστήματος ισχύος εναλλασσόμενου ρεύματος εκφράζεται μέσω των μέτρων $|V_i|$ και των φασικών γωνιών δ_i των τάσεων στους εκάστοτε ζυγούς. Παρόλο που οι φασικές γωνίες των ζυγών δεν μπορούν να μετρηθούν, εντούτοις μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας δεδομένα σε πραγματικό χρόνο τα οποία μας παρέχονται από το σύστημα. Τα δεδομένα αυτά εισάγονται σε ένα υπολογιστικό πρόγραμμα, τον "εκτιμητή κατάστασης", το οποίο υπολογίζει το μέτρο και τη φασική γωνία των τάσεων στους ζυγούς του συστήματος σε πραγματικό χρόνο.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς λαμβάνονται από απομακρυσμένες τερματικές μονάδες, οι οποίες είναι τοποθετημένες σε διά-

φορα σημεία του συστήματος, οι οποίες κάνουν δειγματοληπτική μέτρηση:

- α) των ροών ενεργούς και άεργου ισχύος στις κύριες γραμμές μεταφοράς του συστήματος
- β) στα φορτία ενεργούς και άεργης ισχύος των γεννητριών και των μετασχηματιστών, και
- γ) του μέτρου των τάσεων στους περισσότερους από τους ζυγούς του συστήματος.

Το σύνολο των μετρήσεων συνήθως λαμβάνεται με διαφορά μερικών δευτερολέπτων. Τα δεδομένα που συλλέγονται είναι όπως αναφέραμε και νωρίτερα, πλεονασματικά και μεταφέρονται μέσω τηλεπικοινωνιακών συνδέσεων.

Όταν οι εξισώσεις του συστήματος είναι γραμμικές (όπως για παράδειγμα στην περίπτωση κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος) η εκτιμημένη κατάσταση μπορεί να δοθεί από την εξ. 5.50. Όταν όμως οι εξισώσεις του συστήματος είναι μη γραμμικές, όπως συμβαίνει με τα Σ.Η.Ε., τότε χρησιμοποιούνται επαναληπτικές μέθοδοι, όπως η μέθοδος Newton-Raphson που αναπτύξαμε προηγουμένως.

Αρχικά θεωρούμε τις εξισώσεις που περιγράφουν ένα Σ.Η.Ε. με την επόμενη μορφή:

$$e_1 = z_1 - h_1(x_1, x_2) \quad (5.53)$$

$$e_2 = z_2 - h_2(x_1, x_2) \quad (5.54)$$

$$e_3 = z_3 - h_3(x_1, x_2) \quad (5.55)$$

$$e_4 = z_4 - h_4(x_1, x_2) \quad (5.56)$$

όπου h_1, h_2, h_3, h_4 οι μη γραμμικές συναρτήσεις που εκφράζουν τα μετρούμενα μεγέθη συναρτήσει των μεταβλητών κατάστασης, και

e_1, e_2, e_3, e_4 τα σφάλματα των μετρήσεων που οφείλονται σε διάφορους παράγοντες όπως ο θόρυβος.

Οι πραγματικές τιμές των μεταβλητών x_1, x_2 δεν είναι γνωστές και θα εκτιμηθούν από τα μετρούμενα μεγέθη z_1, z_2, z_3, z_4 . Αντικαθιστώντας τον πίνακα βαρύτητας W σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$W = R^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{1}{\sigma_1^2} & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_3^2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_4^2} \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

όπου σ_j^2 η διακύμανση ενός μεγέθους, και επομένως ο συντελεστής βαρύτητας w_j ισούται με το αντίστροφο κλάσμα της αντίστοιχης διακύμανσης σ_j^2 .

Σύμφωνα με τα παραπάνω ορίζουμε το άθροισμα των ελαχίστων τετραγώνων των σφαλμάτων e αντικαθιστώντας τους συντελεστές βαρύτητας w_j με τις διακυμάνσεις των αντίστοιχων σφαλμάτων, και σε συνδυασμό με την εξ. 5.43 έχουμε:

$$\hat{f} = \sum_{j=1}^4 w_j \hat{e}_j^2 = \sum_{j=1}^4 \frac{w_j}{\sigma_j^2} = \frac{(z_1 - h_1(x_1 - x_2))^2}{\sigma_1^2} + \frac{(z_2 - h_2(x_1 - x_2))^2}{\sigma_2^2} + \frac{(z_3 - h_3(x_1 - x_2))^2}{\sigma_3^2} + \frac{(z_4 - h_4(x_1 - x_2))^2}{\sigma_4^2} \quad (5.58)$$

Όπως είδαμε και νωρίτερα, τα εκτιμώμενα μεγέθη \hat{x}_1 και \hat{x}_2 για τα οποία η προηγούμενη εξίσωση ελαχιστοποιείται, πρέπει να ικανοποιούν την εξ. 5.46, επομένως τώρα η εξίσωση με τη μορφή πινάκων γράφεται:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_3}{\partial x_1} & \frac{\partial h_4}{\partial x_1} \\ \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_3}{\partial x_2} & \frac{\partial h_4}{\partial x_2} \end{bmatrix} \Big|_{\hat{x}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_3^2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_4^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_2 - h_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_3 - h_3(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_4 - h_4(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

Ορίζοντας ως H_x την Ιακωβιανή μήτρα των μερικών παραγώγων που εξαρτώνται από τις μεταβλητές x_1 και x_2 , η οποία ισούται με:

$$H_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_1} & \frac{\partial h_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial h_4}{\partial x_1} & \frac{\partial h_4}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

τότε η εξ. 5.59 μπορεί να γραφεί ως:

$$H_x^T R^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_2 - h_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_3 - h_3(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \\ z_4 - h_4(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

Για την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης ως προς τις μεταβλητές \hat{x}_1 και \hat{x}_2 χρησιμοποιούμε την επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson. Αναπτύσσοντας τη συνάρτηση σε σειρά Taylor γύρω από τα αρχικά σημεία $x_1^{(0)}$ και $x_2^{(0)}$ έ-

χουμε:

$$h_1(x_1, x_2) = h_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial h_1^{(0)}}{\partial x_1^{(0)}} + \Delta x_2^{(0)} \frac{\partial h_1^{(0)}}{\partial x_2^{(0)}} \quad (5.62)$$

όπου η διαφορά $\Delta x_i^{(0)} = x_i^{(1)} - x_i^{(0)}$ αντιπροσωπεύει τη διόρθωση της μεταβλητής κατάστασης, και $x_i^{(1)}$ η πρώτη υπολογισμένη τιμή για το x_i .

Πράττοντας ομοίως και για τα $h_2(x_1, x_2)$, $h_3(x_1, x_2)$ και $h_4(x_1, x_2)$, και αντικαθιστώντας στην εξ. 5.61, έχουμε:

$$H_x^{(0)T} R^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ z_2 - h_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ z_3 - h_3(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ z_4 - h_4(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} = H_x^{(0)T} R^{-1} H_x^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

όπου οι όροι με τον δείκτη $^{(0)}$ είναι υπολογισμένοι με τις αρχικές τιμές των μεταβλητών x_1 και x_2 , δηλαδή με τις τιμές $x_1^{(0)}$ και $x_2^{(0)}$.

Εφόσον απαιτούμε οι διορθώσεις Δx_1 και Δx_2 να είναι μηδέν, ή όσο το δυνατόν πιο κοντά σε αυτό, ώστε να ικανοποιείται η εξ. 5.61, επιλύοντας την εξ. 5.63 ως προς Δx_i , και σε συνδυασμό με την εξ. 5.37, όπου $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(k+1)} \\ x_2^{(k+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \end{bmatrix} = (H_x^T R^{-1} H_x)^{-1} H_x^T R^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \\ z_2 - h_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \\ z_3 - h_3(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \\ z_4 - h_4(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

όπου ο δείκτης $^{(k)}$ χρησιμοποιείται ως μετρητής των επαναλήψεων.

Σε κάθε επανάληψη οι τιμές των στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας H_x και των μεγεθών $z_i - h_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$ καθορίζονται από τις τιμές που προκύπτουν από την τελευταία κάθε φορά επανάληψη των μεταβλητών κατάστασης, μέχρι τη στιγμή που οι τιμές των δύο τελευταίων επαναλήψεων συγκλίνουν σε μια διαφορά μεταξύ τους μικρότερη από μία τιμή ε , δηλαδή όταν $|x_i^{(k+1)} - x_i^k| < \varepsilon$, για κάθε i .

Όταν υπάρχουν N_s μεταβλητές κατάστασης και ένας μεγαλύτερος αριθμός N_m μετρήσεων, τότε ο ορθογώνιος πίνακας H_x για την επανάληψη k , έχει την επόμενη μορφή:

$$H_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} | (k) & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} | (k) & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_{N_s}} | (k) \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} | (k) & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} | (k) & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_{N_s}} | (k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_{N_m}}{\partial x_1} | (k) & \frac{\partial h_{N_m}}{\partial x_2} | (k) & \dots & \frac{\partial h_{N_m}}{\partial x_{N_s}} | (k) \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

και η εξ. 5.64 στη γενική της μορφή γίνεται:

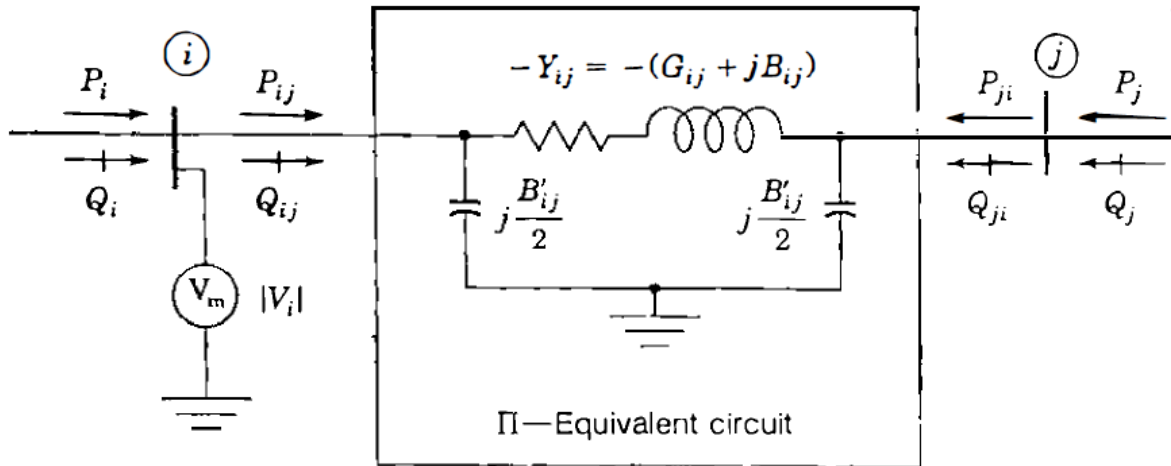
$$x^{(k+1)} - x^{(k)} = (H_x^T R^{-1} H_x)^{-1} H_x^T R^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \\ z_2 - h_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \\ \vdots \\ z_{N_m} - h_{N_m}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

Αφού επιτευχθεί η επιθυμητή σύγκλιση μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων, η τιμή $x^{(k+1)}$ αντιστοιχεί στην εκτίμηση των ελαχίστων τετραγώνων των μεταβλητών κατάστασης, οι οποίες δίνονται με την παρακάτω μορφή:

$$x^{(k+1)} = \hat{x} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \dots \quad \hat{x}_{N_s}]^T \quad (5.67)$$

5.8 Η ΙΑΚΩΒΙΑΝΗ ΜΗΤΡΑ H_x

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα, οι γωνίες των φασικών τάσεων στους διάφορους υποσταθμούς (ή ζυγούς) του συστήματος δεν μπορούν να ληφθούν ως δεδομένα, σε αντίθεση με τα μέτρα των τάσεων. Για την εκτίμηση και των δύο αυτών μεγεθών πρέπει να επιλεγεί η γωνία σε έναν από τους N ζυγούς του συστήματος ως αναφορά για τις γωνίες όλων των υπόλοιπων ζυγών. Έτσι μένει να υπολογιστούν $N - 1$ γωνίες και τάσεις N ζυγών χρησιμοποιώντας την εξ. 5.66. Επομένως η Ιακωβιανή μήτρα εκτίμησης κατάστασης H_x , (σε αντίθεση με την τετράγωνη μήτρα J της επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson), αποτελείται από $2N - 1$ στήλες και από ένα μεγαλύτερο αριθμό N_m γραμμών (με τον δείκτη m συμβολίζονται τα μετρούμενα μεγέθη). Κάθε γραμμή της μήτρας H_x αντιστοιχεί σε ένα και μόνο μετρούμενο μέγεθος, τα οποία δείχνονται στο ισοδύναμο κύκλωμα των γραμμών μεταφοράς του επόμενου σχήματος.



Σχήμα 5.4: Απεικόνιση μετρούμενων μεγεθών (εγχεόμενη ισχύς, μέτρο τάσης και ροή ισχύος) στο ισοδύναμο κύκλωμα γραμμής μεταφοράς. (Πηγή: R. Miller, Power System Operation).

Πιο αναλυτικά, τα μετρούμενα μεγέθη είναι:

- α) Το μέτρο της τάσης $|V_i|$ στον ζυγό i .
- β) Η ενεργός ισχύς P_i η οποία εγχέεται στο δίκτυο μέσω του ζυγού i .
- γ) Η άεργος ισχύς Q_i η οποία εγχέεται στο δίκτυο μέσω του ζυγού i .
- δ) Η ροή ενεργούς ισχύος P_{ij} του ζυγού i , ή η ισχύς P_{ji} του ζυγού j στη γραμμή μεταφοράς που συνδέει τους ζυγούς i και j .
- ε) Η ροή άεργης ισχύος Q_{ij} του ζυγού i , ή η ισχύς Q_{ji} του ζυγού j στη γραμμή μεταφοράς που συνδέει τους ζυγούς i και j .

Όταν σε κάθε ζυγό i τα μετρούμενα μεγέθη είναι το μέτρο της τάσης ζυγού $|V_i|$, η ενεργός ισχύς ζυγού P_i , η άεργος ισχύς ζυγού Q_i και σε κάθε γραμμή μεταφοράς μεταξύ των ζυγών αντίστοιχα οι ροές ενεργούς ισχύος P_{ij} , P_{ji} και οι ροές άεργης ισχύος Q_{ij} και Q_{ji} , τότε έχουμε τον πλήρη αριθμό μετρήσεων και η μήτρα H_x έχει συνολικό αριθμό γραμμών $N_m = 3N + 4B$, όπου N ο αριθμός των ζυγών και B ο αριθμός των γραμμών του δικτύου. Σε αυτήν την περίπτωση ο πίνακας των μετρήσεων z παίρνει την επόμενη μορφή:

χωρίζοντας τον αντίστοιχο όρο που προκύπτει από το συνολικό άθροισμα για την περίπτωση $i=n$, δηλαδή για το αντίστοιχο μέγεθος του ενός εκ των δύο ζυγών, οι εξισώσεις για την ενεργό και άεργο ισχύ P_i και Q_i αντίστοιχα στο ζυγό i που εγχέονται στο δίκτυο γράφονται:

$$P_i = |V_i|^2 G_{ii} + \sum_{n \neq i}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (5.69)$$

$$Q_i = -|V_i|^2 B_{ii} - \sum_{n \neq i}^N |V_i V_n Y_{in}| \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (5.70)$$

Οι όροι που περιέχουν τα G_{ii} και B_{ii} προέρχονται από την εξίσωση 5.68 και το γεγονός ότι η γωνία $\delta_n - \delta_i$ ισούται με μηδέν για $i=n$. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η εγχεόμενη ισχύς P_i περιλαμβάνει όλες τις ροές ενεργούς ισχύος προς τους υπόλοιπους ζυγούς του δικτύου, επομένως για μια συγκεκριμένη γραμμή μεταφοράς μεταξύ δύο ζυγών i και j , η ροή ενεργούς ισχύος P_{ij} από τον ζυγό i στον ζυγό j , δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$P_{ij} = -|V_i|^2 G_{ij} + |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (5.71)$$

Ομοίως για τη ροή άεργης ισχύος Q_{ij} μεταξύ των δύο ζυγών i και j :

$$Q_{ij} = -|V_i|^2 \left(\frac{B'_{ij}}{2} - B_{ij} \right) - |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (5.72)$$

όπου B'_{ij} η εγκάρσια χωρητική αγωγιμότητα της γραμμής μεταφοράς, και B_{ij} η επαγωγική αντίδραση της γραμμής μεταφοράς, όπως και οι δύο φαίνονται στο σχήμα 5.4.

Παραγωγίζοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις για τις ισχείς P_i, Q_i, P_{ij} και Q_{ij} ως προς τις φασικές γωνίες των ζυγών $\delta_2, \dots, \delta_N$ και τα μέτρα των τάσεων $|V_i|, \dots, |V_N|$ των ζυγών, παίρνουμε τις εκφράσεις των υπόλοιπων στοιχείων της Ιακωβιανής μήτρας H_x . Επομένως η αντίστοιχη Ιακωβιανή μήτρα για τον αντίστοιχο πίνακα των μετρήσεων z του σχήματος 5.5, είναι ένας ορθογώνιος πίνακας με την επόμενη μορφή:

Πίνακας 5.1: Τυπικά στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας H_x . (Πηγή: J.F. Dopazo, O.A. Klitin, G.W. Stagg, State Calculations of Power Systems from Line Flow Measurements.)

		δ_2	δ_3	...	δ_N	$ V_1 $	$ V_2 $...	$ V_N $		
$H_x =$		0	0	...	0	1	1	...	1	} N voltage magnitudes $ V_i $	
						1	2				
		$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_2}$...		$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_N}$	$\frac{\partial P_1}{\partial V_1 }$...		$\frac{\partial P_1}{\partial V_N }$		} N bus injections P_i
		\vdots			\vdots			\vdots			
		$\frac{\partial P_N}{\partial \delta_2}$...		$\frac{\partial P_N}{\partial \delta_N}$	$\frac{\partial P_N}{\partial V_1 }$...		$\frac{\partial P_N}{\partial V_N }$		
						3	4				
		$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2}$...		$\frac{\partial Q_1}{\partial \delta_N}$	$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1 }$...		$\frac{\partial Q_1}{\partial V_N }$		} N bus injections Q_i
		\vdots			\vdots				\vdots		
		$\frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2}$...		$\frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N}$	$\frac{\partial Q_N}{\partial V_1 }$...		$\frac{\partial Q_N}{\partial V_N }$		
						5	6				
		\vdots			\vdots				\vdots		} B line flows P_{ij}
		$\dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$			$\dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$	$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i }$	$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j }$		$\dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$		
						7	8				
	\vdots			\vdots				\vdots		} B line flows P_{ji}	
	$\dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$			$\dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$	$\frac{\partial P_{ji}}{\partial V_i }$	$\frac{\partial P_{ji}}{\partial V_j }$		$\dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$			
					9	10					
	\vdots			\vdots				\vdots		} B line flows Q_{ij}	
	$\dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$			$\dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$	$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i }$	$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j }$		$\dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} \dots$			
					11	12					
	\vdots			\vdots				\vdots		} B line flows Q_{ji}	
	$\dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$			$\dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$	$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_i }$	$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_j }$		$\dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_i} \dots \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_j} \dots$			
					13	14					
		$\underbrace{\hspace{10em}}_{N-1}$				$\underbrace{\hspace{10em}}_N$					

Στην περίπτωση που ο αριθμός των μετρούμενων μεγεθών είναι ίσος με τον αριθμό των μεταβλητών κατάστασης, η Ιακωβιανή μήτρα γίνεται ένας τετράγωνος πίνακας. Σε αυτήν την περίπτωση το γινόμενο $(H_x^T R^{-1} H_x)^{-1} H_x^T R^{-1}$ αντικαθίσταται τώρα από τον όρο της αντεστραμμένης μήτρας H_x^{-1} , και η σχέση 5.66 τώρα γράφεται:

$$x^{(k+1)} - x^{(k)} = H_x^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \\ z_2 - h_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \\ \vdots \\ z_{N_m} - h_{N_m}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{N_s}^{(k)}) \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Όπως βλέπουμε επίσης, σε αυτήν την περίπτωση ο πίνακας των συντελεστών βαρύτητας λόγω της ακρίβειας των οργάνων μέτρησης R^{-1} δεν έχει καμία επίδραση, όλες οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται ως έχουν, ακόμα και αν κάποια είναι λανθασμένη. Αν λείπει όμως έστω και μια μέτρηση τότε το σύστημα δεν μπορεί να λυθεί.

Όπως παρατηρούμε στον πίνακα 5.1, ο πίνακας H_x έχει μια γραμμή για την ενεργό ισχύ P_I , μια γραμμή για την άεργο ισχύ Q_I και μια στήλη για το μέτρο της τάσης V_I , κάτι αντίστοιχο όμως δεν συμβαίνει για την γωνία δ_I . Αυτό συμβαίνει γιατί για τους υπολογισμούς στην εκτίμηση κατάστασης επιλέγεται ως γωνία αναφοράς μία από όλους τους ζυγούς, και αυτός ο ζυγός ορίζεται ως ο ζυγός "I".

Τα μηδενικά στοιχεία στον υποπίνακα 1 του πίνακα 5.1 οφείλονται στο γεγονός ότι το μέτρο της τάσης ενός ζυγού $|V_i|$ δεν εξαρτάται από τη φασική γωνία δ του ίδιου ή άλλου ζυγού, έτσι ο όρος $\partial|V_i|/\partial\delta_j$ ισούται με μηδέν για όλα τα i και j . Επίσης, για την περίπτωση που έχουμε πλήρη αριθμό μετρήσεων, τα διαγώνια στοιχεία στον υποπίνακα 2 ισούνται με μονάδα επειδή ο όρος $\partial|V_i|/\partial|V_j|=1$, όταν $i=j$. Σε αντίθετη περίπτωση, δηλ. για $i \neq j$, τότε ισούται με μηδέν.

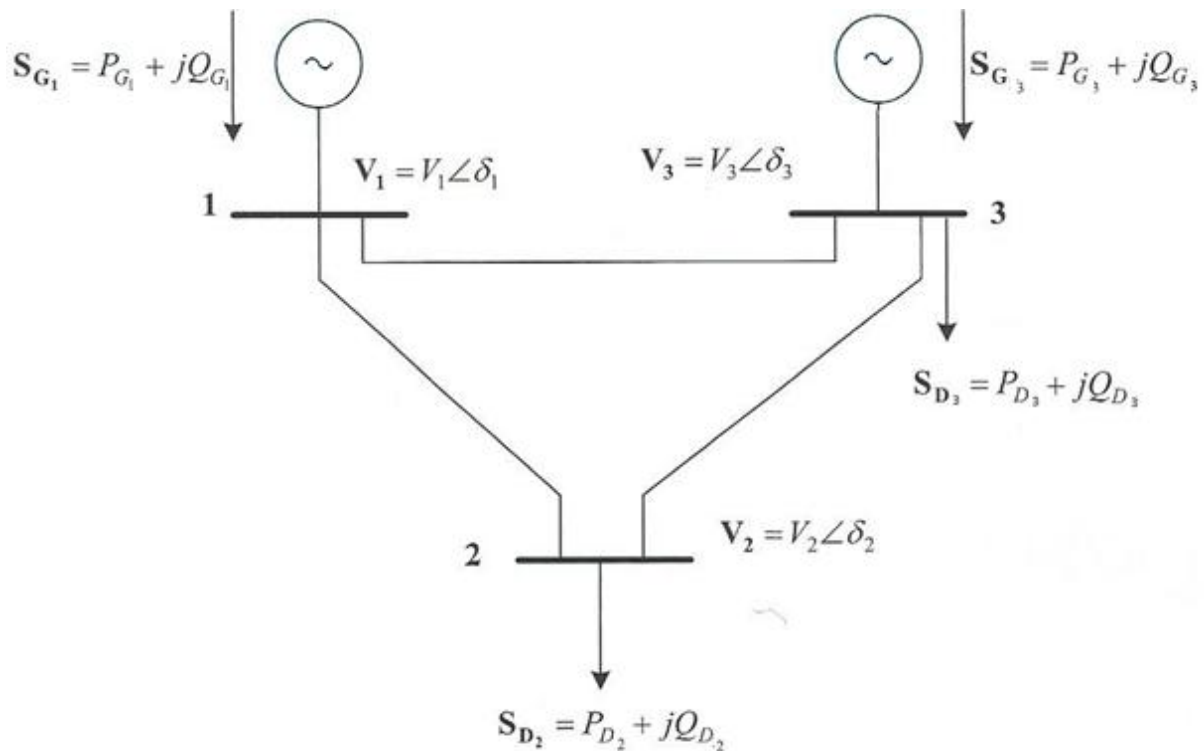
Οι εκφράσεις για τα υπόλοιπα στοιχεία της μήτρας H_x , παραγωγίζοντας τις ισχείς ως προς τις μεταβλητές κατάστασης, φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

Πίνακας 5.2: Εκφράσεις για τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας H_x . (Πηγή: J.F. Dopazo, O.A. Klitin, G.W. Stagg, State Calculations of Power Systems from Line Flow Measurements.)

$\frac{\partial V_i }{\partial \delta_j} = 0 \quad \text{all } i \text{ and } j$		$\frac{\partial V_i }{\partial V_j } = 0 (i \neq j); \quad \frac{\partial V_i }{\partial V_i } = 1$	
1 2			
$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial P_i}{\partial V_j } =$	$ V_i Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N V_i V_n Y_{in} \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)$		$\frac{\partial P_i}{\partial V_i } = 2 V_i G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N$	$ V_n Y_{in} \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)$
3 4			
$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j } =$	$- V_i Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N V_i V_n Y_{in} \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)$		$\frac{\partial}{\partial V_i } = -2 V_i B_{ii} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N$	$ V_n Y_{in} \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)$
5 6			
$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j } =$	$ V_i Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i } =$	$2 V_i G_{ij} + V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
7 8			
$\frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_j} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$		$\frac{\partial P_{ji}}{\partial V_j } =$	$2 V_j G_{ij} + V_i Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$
$\frac{\partial P_{ji}}{\partial \delta_i} = - V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$		$\frac{\partial P_{ji}}{\partial V_i } =$	$ V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$
9 10			
$\frac{\partial_j}{\partial \delta_j} = - V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial_j}{\partial V_j } =$	$- V_i Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
$\frac{\partial_j}{\partial \delta_i} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$		$\frac{\partial_j}{\partial V_i } = -2 V_i \left(\frac{B'_{ij}}{2} + B_{ij} \right) -$	$ V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$
11 12			
$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_j} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$		$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_j } = -2 V_j \left(\frac{B'_{ij}}{2} + B_{ij} \right) -$	$ V_i Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$
$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_i} = - V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$		$\frac{\partial Q_{ji}}{\partial V_i } =$	$- V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j)$
13 14			

5.9 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΕΝΟΣ ΕΞΥΠΙΝΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ.

Θεωρούμε το ηλεκτρικό δίκτυο του επόμενου σχήματος, στο οποίο απεικονίζεται ένα Σ.Η.Ε. αποτελούμενο από ζυγούς παραγωγής, ζυγούς φορτίου και γραμμές μεταφοράς.



Σχήμα 5.6: Μονογραμμικό διάγραμμα Σ.Η.Ε.

Η ηλεκτρική ενέργεια του δικτύου παράγεται, σύμφωνα με το προηγούμενο σχήμα, στους ζυγούς παραγωγής 1 και 2. Ο ζυγός 2 αποτελεί τον ζυγό φορτίου του Σ.Η.Ε., αλλά όπως βλέπουμε υπάρχει και άλλο ένα φορτίο συνδεδεμένο στον ζυγό παραγωγής 3.

Ο ζυγός παραγωγής 1 θεωρούμε ότι είναι συνδεδεμένος σε ένα μεγάλο εξωτερικό σύστημα (δίκτυο) με σταθερή τάση και συχνότητα στα 120 kV και 50 Hz αντίστοιχα. Επομένως ο ζυγός 1 θεωρείται ως σταθμός παραγωγής υψηλής τάσης (Υ.Τ.). Ο σταθμός παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας στο ζυγό 3 αποτελείται από 1 ανεμογεννήτρια, ονομαστικής ισχύος 1.7 MW . Η παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται υπό τάση 575 Volts και συχνότητα επίσης 50 Hz . Τα φορτία που είναι συνδεδεμένα στους ζυγούς 2 και 3, αποτελούνται από έναν κινητήρα ισχύος 2 MVA και ένα ωμικό φορτίο ισχύος 550 kW , συχνότητας 50 Hz και τάσης 25 kV , επομένως πρόκειται για καταναλωτές μέσης τάσης.

Λόγω της ύπαρξης διαφορετικών επιπέδων της τάσης, τόσο μεταξύ των ίδιων των σταθμών παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας, αλλά και μεταξύ των

σταθμών παραγωγής και των καταναλωτών, κρίνεται αναγκαία η ύπαρξη υποσταθμών ανύψωσης και υποβιβασμού της εκάστοτε τάσης σε κατάλληλη τιμή ώστε να επιτρέπει η είσοδος της στο σύστημα μεταφοράς. Αυτό, όπως αναφέραμε και στο 2^ο κεφάλαιο, γίνεται με τη χρήση μετασχηματιστών. Οι μετασχηματιστές που θα χρησιμοποιηθούν, και οι παράμετροί τους (οι οποίες είναι ήδη ορισμένες στο πρόγραμμα Simulink, σε μονάδες pu με βάση τα ονομαστικά μεγέθη των αντίστοιχων μετασχηματιστών) είναι οι εξής:

α) Ένας μετασχηματιστής υποβιβασμού της τάσης μεταξύ των ζυγών παραγωγής 1 (δίκτυο) και 3 (ανεμογεννήτρια), ονομαστικής τάσης $120\text{ kV}/25\text{ kV}$ και ονομαστικής ισχύος 47 MVA . Η συνολική ωμική αντίσταση (ωμική αντίσταση του πρωτεύοντος συν ωμική αντίσταση του δευτερεύοντος ανηγμένη στο πρωτεύον) του μετασχηματιστή ισούται με 0.005 pu και συνολική επαγωγική αντίδραση (ομοίως η επαγωγική αντίδραση του δευτερεύοντος ανηγμένη στο πρωτεύον) ίση με 0.16 pu , σε βασική ισχύ $S_b=47\text{ MVA}$ και βασική τάση $V_b=25\text{ kV}$.

β) Ένας, όμοιος με τον προηγούμενο, μετασχηματιστής μεταξύ του ζυγού παραγωγής 1 και του ζυγού φορτίου 2.

γ) Ένας μετασχηματιστής ανύψωσης της τάσης μεταξύ της ανεμογεννήτριας και του ζυγού παραγωγής 3, ονομαστικής τάσης $575\text{ V}/25\text{ kV}$ και ονομαστικής ισχύος 12 MVA , με συνολική ωμική αντίσταση και επαγωγική αντίδραση ίση με 0.0016 pu και 0.05 pu αντίστοιχα, σε βάση ισχύος $S_b = 12\text{ MVA}$ και βασική τάση $V_b=25\text{ kV}$.

Ομοίως και για την ανεμογεννήτρια, θεωρώντας την τελευταία ως σύγχρονη γεννήτρια, και ανάγοντας στο ισοδύναμο κύκλωμα της γεννήτριας τη μεριά του ρότορα στον στάτη, η συνολική ωμική αντίσταση της ανεμογεννήτριας λαμβάνεται ίση με 0.00706 pu για το στάτη και ίση με 0.005 pu για τον ρότορα. Αντίστοιχα η συνολική επαγωγική αντίδραση ισούται με 0.171 pu για τον στάτη και 0.156 pu για τον ρότορα. Και για τα δύο έχει επιλεγεί βάση ισχύος 10 MW και βασική τάση 25 kV .

Μεταξύ του δικτύου και του ζυγού παραγωγής 1, λαμβάνεται επίσης υπόψη μία αντίσταση δικτύου ίση με 0.04 pu σε βάση ισχύος $S_b=100\text{ MVA}$ και βασική τάση $U_b=25\text{ kV}$.

Οι ζυγοί μεταξύ τους συνδέονται με γραμμές μεταφοράς με τα κάτωθι χαρακτηριστικά, όπως δίνονται από το Simulink.

α) Από τον ζυγό 1 στον ζυγό 2: γραμμή μεταφοράς μήκους 20 km με ωμική αντίσταση R ίση με $0,1153\ \Omega/\text{km}$ και αυτεπαγωγή L ίση με $0,00105\text{ H}$.

β) Από το ζυγό 1 στον ζυγό 3: γραμμή μεταφοράς ιδίων μήκους και χαρακτηριστικών με την άνωθεν.

γ) Από τον ζυγό 2 στον ζυγό 3: γραμμή μεταφοράς μήκους 10 km με όμοια επίσης χαρακτηριστικά.

Οι σταθμοί παραγωγής της ηλεκτρικής ενέργειας θεωρούνται στους αντίστοιχους ζυγούς παραγωγής, επομένως δεν λαμβάνονται υπόψη τυχόν απώλειες λόγω γραμμών μεταφοράς. Επιπλέον, σε όλες τις γραμμές μεταφοράς παραλείπεται η εγκάρσια αγωγιμότητα.

Με βάση τα παραπάνω, θα μετατρέψουμε όλα τα μεγέθη των επιμέρους στοιχείων που απαρτίζουν το Σ.Η.Ε. στο ανά μονάδα σύστημα, σε κοινή βάση ισχύος και βασική τάση, ώστε κατόπιν να υπολογίσουμε τη μήτρα αγωγιμότητων Y_{bus} . Έτσι, για τους επόμενους υπολογισμούς ορίζεται ως βασική ισχύς S_b ίση με 100 MVA και βασική τάση U_b ίση με 25 kV .

Μεταξύ του δικτύου και του ζυγού παραγωγής 1, η αντίσταση δικτύου (0.04 pu) μένει ως έχει, εφόσον είναι ήδη ανηγμένη στα επιθυμητά βασικά μεγέθη.

Για τους μετασχηματιστές μεταξύ των ζυγών 1-2 και των ζυγών 1-3, οι ανά μονάδα τιμές των παραμέτρων τους είναι ανηγμένες από το πρόγραμμα με βάση τα αντίστοιχα ονομαστικά τους μεγέθη. Επομένως χρειάζεται εδώ να γίνει αλλαγή βάσης, χρησιμοποιώντας συνδυαστικά τις εξ. 4.15 και 4.16. Τα μεγέθη των μετασχηματιστών είναι ανηγμένα σε βάση ισχύος 47 MVA και γίνεται αλλαγή σε βάση ισχύος 100 MVA . Η βασική τάση U_b παραμένει ως έχει. Επομένως έχουμε:

$$Z_{tr,pu} = R_{tr,pu} + jX_{tr,pu} = 0.005 + j0.16 \text{ pu} \quad (5.74)$$

όπου $Z_{tr,pu}$ η σύνθετη αντίσταση του μετασχηματιστή σε pu,
 $R_{tr,pu}$ η ωμική αντίσταση του μετασχηματιστή σε pu, και
 $X_{tr,pu}$ η επαγωγική αντίσταση του μετασχηματιστή σε pu.

Τα νέα μεγέθη με αλλαγή βάσης υπολογίζονται:

$$R_{tr,pu,new} = 0.005 \frac{100}{47} = 0.01065 \text{ pu} \quad (5.75)$$

$$X_{tr,pu,new} = 0.16 \frac{100}{47} = 0.341 \text{ pu} \quad (5.76)$$

$$Z_{tr,pu,new} = R_{tr,pu,new} + jX_{tr,pu,new} = 0.01065 + j0.341 \text{ pu} \quad (5.77)$$

Για τον μετασχηματιστή μεταξύ του ζυγού 3 και της ανεμογεννήτριας, με χρήση των ίδιων εξισώσεων, γίνεται αλλαγή βάσης ισχύος από τα 12 MVA που είναι ανηγμένες οι παράμετροι του μετασχηματιστή στα 100 MVA . Επομένως έχουμε:

$$Z_{tr,pu} = 0.0016 + j0.05 pu \quad (5.78)$$

$$R_{tr,pu,new} = 0.0016 \frac{100}{12} = 0.014 pu \quad (5.79)$$

$$X_{tr,pu,new} = 0.05 \frac{100}{12} = 0.41 pu \quad (5.80)$$

$$Z_{tr,pu,new} = R_{tr,pu,new} + jX_{tr,pu,new} = 0.014 + j0.41 pu \quad (5.81)$$

Για τη συνολική σύνθετη αντίσταση του ισοδύναμου κυκλώματος της ανεμογεννήτριας, η οποία είναι ανηγμένη σε βάση ισχύος $10 MW$ γίνεται επίσης αλλαγή σε βάση ισχύος $100 MVA$, ενώ η βασική τάση παραμένει ίδια. Οι παράμετροι που δίνονται από το πρόγραμμα είναι: ωμική αντίσταση στάτη $R_{stat,pu}$ ίση με $0.00706 pu$, επαγωγική αντίδραση στάτη $X_{stat,pu}$ ίση με $0.171 pu$, ωμική αντίσταση ρότορα ίση με $R_{rot,pu}$ ίση με $0.005 pu$ και επαγωγική αντίδραση ρότορα $X_{rot,pu}$ ίση με $0.156 pu$. Με αλλαγή βάσης τα παραπάνω μεγέθη γίνονται:

$$Z_{WT,pu} = 0.01206 + j0.327 pu \quad (5.82)$$

όπου $Z_{WT,pu}$ η συνολική σύνθετη αντίσταση της ανεμογεννήτριας σε pu ,

$$R_{stat,pu,new} = 0.00706 \frac{100}{10} = 0.706 pu \quad (5.83)$$

$$X_{stat,pu,new} = 0.171 \frac{100}{10} = 1.71 pu \quad (5.84)$$

$$R_{rot,pu,new} = 0.005 \frac{100}{10} = 0.05 pu \quad (5.85)$$

$$X_{rot,pu,new} = 0.156 \frac{100}{10} = 1.56 pu \quad (5.86)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις έχουμε:

$$R_{WT,pu,new} = 0.706 + 0.05 = 0.1206 pu \quad (5.87)$$

$$X_{WT,pu,new} = 1.71 + 1.56 = 3.27 pu \quad (5.88)$$

επομένως η συνολική σύνθετη αντίσταση ισούται:

$$Z_{WT,pu,new} = 0.1206 + j3.27 pu \quad (5.89)$$

Συνολικά οι απώλειες μεταξύ του ζυγού 3 και της ανεμογεννήτριας οφείλονται στο άθροισμα της σύνθετης αντίδρασης του μετασχηματιστή και της αντίστοιχης της ανεμογεννήτριας. Συνεπώς η συνολική σύνθετη αντίσταση Z_{total} μεταξύ του ζυγού 3 και της ανεμογεννήτριας ισούται:

$$Z_{total} = Z_{tr,pu,new} + Z_{WT,pu,new} = 0.1346 + j3.68 pu \quad (5.90)$$

Οι απώλειες στις γραμμές μεταφοράς εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά τους και το μήκος τους. Επομένως για τη σύνθετη αντίσταση Z_L υπολογίζουμε:

$$R_L = R L = 0.1153 * 20 = 2.306 \Omega \quad (5.91)$$

όπου R η ωμική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς σε Ohms/km

L το μήκος της γραμμής μεταφοράς σε km, και

R_L η συνολική ωμική αντίσταση της γραμμής μεταφοράς.

Ομοίως για την αυτεπαγωγή και συνεπώς για την επαγωγική αντίδραση της γραμμής μεταφοράς:

$$L_L = L l = 0.00105 * 20 = 0.021 H \quad (5.92)$$

όπου L η αυτεπαγωγή της γραμμής μεταφοράς σε Henry,

l το μήκος της γραμμής μεταφοράς σε km, και

L_L η συνολική αυτεπαγωγή της γραμμής μεταφοράς.

Επομένως η συνολική επαγωγική αντίδραση X_L είναι:

$$X_L = j\omega L_L = j 2\pi f L_L = j 2 * 3.14 * 50 * 0.021 = j6.6 \Omega \quad (5.93)$$

Η συνολική σύνθετη αντίσταση Z_L των γραμμών μεταφοράς μεταξύ των ζυγών 1-2 και 1-3 ισούται με:

$$Z_L = 2.306 + j6.6 \Omega \quad (5.94)$$

Για τη μετατροπή της Z_L στο ανά μονάδα σύστημα, υπολογίζουμε τη βασική αντίσταση Z_b σύμφωνα με τη σχέση 4.14:

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{25^2 (kV)}{100 (MVA)} = 6.25 \Omega \quad (5.95)$$

και σε συνδυασμό με τις σχέσεις 4.15 και 4.16 έχουμε:

$$R_{L,pu} = \frac{R_L}{Z_b} = \frac{2.306}{6.25} = 0.369 pu \quad (5.96)$$

$$X_{L,pu} = \frac{X_L}{Z_b} = \frac{6.6}{6.25} = 1.056 pu \quad (5.97)$$

Επομένως η συνολική σύνθετη αντίσταση για τις γραμμές μεταφοράς μεταξύ των ζυγών 1-2 και 1-3 στο ανά μονάδα σύστημα ισούται με:

$$Z_{L,pu} = 0.369 + j1.056 pu \quad (5.98)$$

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία και για την εναπομείνουσα γραμμή μεταφοράς μεταξύ των ζυγών 2 και 3 έχουμε:

$$R_L = R L = 0.1153 * 10 = 1.153 \Omega \quad (5.99)$$

$$L_L = L l = 0.00105 * 10 = 0.0105 H \quad (5.100)$$

$$X_L = j\omega L_L = j 2\pi f L_L = j 2 * 3.14 * 50 * 0.0105 = j3.3 \Omega \quad (5.101)$$

Η συνολική σύνθετη αντίσταση Z_L ισούται με:

$$Z_L = 1.153 + j3.3 \Omega \quad (5.102)$$

Για τη μετατροπή στο ανά μονάδα σύστημα η βασική αντίσταση Z_b παραμένει σταθερή, επομένως:

$$R_{L,pu} = \frac{R_L}{Z_b} = \frac{1.153}{6.25} = 0.1845 pu \quad (5.103)$$

$$X_{L,pu} = \frac{X_L}{Z_b} = \frac{3.3}{6.25} = 0.528 pu \quad (5.104)$$

$$Z_{L,pu} = 0.1845 + j0.528 pu \quad (5.105)$$

Σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει ως τώρα για το δίκτυό μας, η συνολική σύνθετη αντίσταση μεταξύ των ζυγών αποτελείται από το άθροισμα των σύνθετων αντιστάσεων του μετασχηματιστή και της γραμμής μεταφοράς. Επομένως για το Σ.Η.Ε. που απεικονίζεται στο σχήμα 5.6 έχουμε:

$$\begin{aligned} Z_{1-2,pu} &= Z_{tr,pu} + Z_{L,pu} = (0.01065 + j0.341) + (0.369 + j1.056) = \\ &= 0.38 + j1.397 pu \end{aligned} \quad (5.106)$$

όπου $Z_{1-2,pu}$ η συνολική σύνθετη αντίσταση μεταξύ των ζυγών 1 και 2 στο ανά μονάδα σύστημα

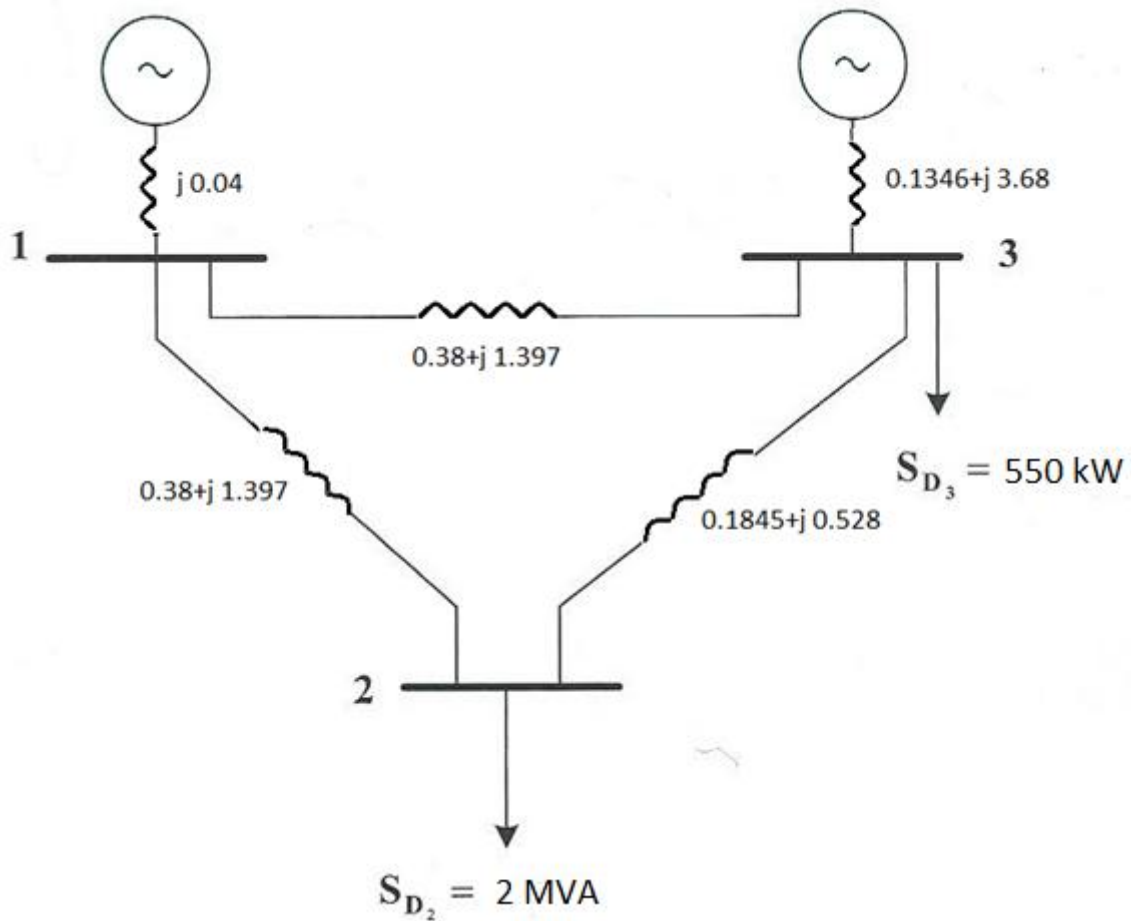
Εφόσον μεταξύ των ζυγών 1-2 και 1-3 υπάρχουν τα ίδια στοιχεία με τις ίδιες παραμέτρους, ισχύει:

$$Z_{1-3,pu} = Z_{1-2,pu} = 0.38 + j1.397 pu \quad (5.107)$$

Μεταξύ των ζυγών 2 και 3 δεν υπάρχει μετασχηματιστής, οπότε η σύνθετη αντίσταση $Z_{2-3,pu}$ μεταξύ των ζυγών 2 και 3 ισούται:

$$Z_{2-3,pu} = Z_{L,pu} = 0.1845 + j0.528 pu \quad (5.108)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω αποτελέσματα και απεικονίζοντας τις σύνθετες αντιστάσεις μεταξύ των ζυγών το Σ.Η.Ε. του σχήματος 5.6 τώρα γίνεται:



Σχήμα 5.7: Σύνθετες αντιστάσεις μεταξύ των ζυγών του Σ.Η.Ε.

Έχοντας υπολογίσει τις σύνθετες αντιστάσεις Z μεταξύ των ζυγών, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε τις αντίστοιχες αγωγιμότητες Y , ώστε να υπολογίσουμε τη μήτρα αγωγιμοτήτων Y_{bus} . Όπως αναφέραμε και πριν, τα στοιχεία y_{ii} της μήτρας αγωγιμοτήτων ισούνται με το άθροισμα των αγωγιμοτήτων όλων των στοιχείων που συντρέχουν στο ζυγό i , ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία της μήτρας y_{ij} ισούνται με τις αγωγιμότητες των στοιχείων των ζυγών i και j , με αντίθετο όμως πρόσημο. Επομένως έχουμε:

$$\begin{aligned}
 y_{11} &= \frac{1}{j0.04} + \frac{1}{0.38+j1.397} + \frac{1}{0.38+j1.397} = \frac{1}{0.04\angle 90} + \frac{1}{1.59\angle 76.19} + \frac{1}{1.59\angle 76.19} = \\
 &= 25\angle -90 + 0.629\angle -76.19 + 0.629\angle -76.19 = -25j + 0.15 - \\
 &\quad -j0.611 + 0.15 - j0.611 = 0.3 - j26.22 \quad (5.109)
 \end{aligned}$$

$$y_{12} = -\frac{1}{0.38+j1.397} = -\frac{1}{1.59\angle 76.19} = -0.15 + j0.611 \quad (5.110)$$

$$y_{13} = y_{12} = -0.15 + j0.611 \quad (5.111)$$

$$y_{21} = y_{12} = -0.15 + j0.611 \quad (5.112)$$

$$\begin{aligned} y_{22} &= \frac{1}{0.38+j1.397} + \frac{1}{0.1845+j0.528} + \frac{1}{0.1346+j3.68} = \frac{1}{1.59\angle 76.19} + \frac{1}{0.631\angle 72.99} + \\ &+ \frac{1}{3.68\angle 87.91} = 0.629\angle -76.19 + 1.585\angle -72.99 + 0.272\angle -87.91 \\ &= 0.15 - j0.611 + 0.464 - j1.516 + 0.01 - j0.272 \\ &= 0.624 - j2.4 \end{aligned} \quad (5.113)$$

$$y_{23} = -\frac{1}{0.1845+j0.528} = -\frac{1}{0.631\angle 72.99} = -0.464 + j1.516 \quad (5.114)$$

$$y_{31} = y_{13} = -0.15 + j0.611 \quad (5.115)$$

$$y_{32} = y_{23} = -0.464 + j1.516 \quad (5.116)$$

$$\begin{aligned} y_{33} &= \frac{1}{0.38+j1.397} + \frac{1}{0.1845+j0.528} = \frac{1}{1.59\angle 76.19} + \frac{1}{0.631\angle 72.99} = 0.629\angle -76.19 \\ &+ 1.585\angle -72.99 = 0.16 - j0.884 + 0.464 - j1.516 \\ &= 0.624 - j2.4 \end{aligned} \quad (5.117)$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα, η μήτρα αγωγιμοτήτων σε καρτεσιανή μορφή είναι:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.3 - j26.22 & -0.15 + j0.611 & -0.15 + j0.611 \\ -0.15 + j0.611 & 0.614 - j2.127 & -0.464 + j1.516 \\ -0.15 + j0.611 & -0.464 + j1.516 & 0.624 - j2.4 \end{bmatrix} \quad (5.118)$$

και σε πολική μορφή:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 26.22\angle -89.34 & 0.629\angle 103.79 & 0.629\angle 103.79 \\ 0.629\angle 103.79 & 2.214\angle -73.9 & 1.585\angle 107.02 \\ 0.629\angle 103.79 & 1.585\angle 107.2 & 2.48\angle -75.43 \end{bmatrix} \quad (5.119)$$

Το επόμενο βήμα για να κάνουμε εκτίμηση κατάστασης του Σ.Η.Ε. που απεικονίζεται στο προηγούμενο σχήμα, είναι να τοποθετήσουμε τα όργανα μέτρησης στα διάφορα σημεία του συστήματος που θα επιλέξουμε. Ο στόχος των μετρήσεων είναι να γνωρίζουμε σε πραγματικό χρόνο την κατάσταση του Σ.Η.Ε. μέσω των μεταβλητών κατάστασης, δηλ. τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων των ζυγών. Για τον λόγο ότι είναι πιο εύκολο να μετρηθούν, συνήθως μετρούνται τα μέτρα των τάσεων, οι ροές πραγματικής και άεργου ισχύος ή τα μέτρα των ρευμάτων. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέγουμε να μετράται η ισχύς που παράγεται από την ανεμογεννήτρια, εφόσον μεταβάλλεται συνεχώς, αφού κάθε χρονική στιγμή εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου, και τα μέτρα των τάσεων των ζυγών 2 και 3. Επομένως τα όργανα που θα τοποθετηθούν είναι για τον ζυγό παραγωγής 3, ένα βατόμετρο για τη μέτρηση πραγματικής ισχύος, ένα βαρόμετρο για τη μέτρηση της άεργης ισχύος και ένα βολτόμετρο για τη μέτρηση του μέτρου της τάσης, καθώς επίσης και ένα βολτόμετρο για τη μέτρηση του μέτρου της τάσης στον ζυγό 2. Ο ζυγός παραγωγής 1, ο οποίος είναι συνδεδεμένος στο δίκτυο, επιλέγεται ως ο ζυγός αναφοράς με σταθερό μέτρο τάσης ίσο με μονάδα (στο ανά μονάδα σύστημα) και σταθερή γωνία ίση με μηδέν (σε ακτίνια). Επομένως στον ζυγό 1 δεν τοποθετούμε όργανα μέτρησης και μέσω της εκτίμησης κατάστασης θα προσδιορίσουμε την ισχύ που απαιτείται, ώστε να παρασχεθεί η ελλειπόμενη κάθε φορά από τον ζυγό 3 ισχύς για την κάλυψη των φορτίων του Σ.Η.Ε. Αυτός είναι και ο λόγος, για τον οποίο το δίκτυο αυτό χαρακτηρίζεται ως έξυπνο. Επομένως σύμφωνα με τα παραπάνω έχουμε:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ P_3 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (5.120)$$

όπου ο πίνακας z ο πίνακας των μετρούμενων μεγεθών. Η σειρά των στοιχείων του πίνακα z καθορίζεται από τον πίνακα του σχήματος 5.5., και

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (5.121)$$

Οι μετρήσεις όμως περιέχουν και τα σφάλματα, τα οποία οφείλονται σε λόγους που αναφέραμε προηγουμένως και επομένως λαμβάνονται και αυτά υπόψη δημιουργώντας τον αντίστοιχο πίνακα σφαλμάτων e :

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (5.122)$$

Σε συνδυασμό με την εξίσωση 5.40 τα αντίστοιχα σφάλματα εκφράζονται:

$$e_1 = z_1 - U_{2,true} \quad (5.123)$$

$$e_2 = z_2 - U_{3,true} \quad (5.124)$$

$$e_3 = z_3 - P_{3,true} \quad (5.125)$$

$$e_4 = z_4 - Q_{3,true} \quad (5.126)$$

Σύμφωνα με τις εξισώσεις Newton-Raphson (εξ. 5.69 και 5.70) για τις ισχύεις σε ένα ζυγό και σύμφωνα με τα αποτελέσματα της μήτρας αγωγιμοτήτων, η ενεργός και η άεργη ισχύς στο ζυγό 3 δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις (για τους υπολογισμούς οι μοίρες μετατρέπονται σε ακτίνια):

$$\begin{aligned} P_3 &= U_3^2 G_{33} + U_3 U_1 Y_{31} \cos(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) + U_3 U_2 Y_{32} \cos(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) = \\ &= U_3^2 0.624 + U_3 U_1 0.629 \cos(1.8115 + \delta_1 - \delta_3) + U_3 U_2 1.585 \cos(1.8679 \\ &\quad + \delta_2 - \delta_3) \end{aligned} \quad (5.127)$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= -U_3^2 B_{33} - U_3 U_1 Y_{31} \sin(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) - U_3 U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \\ &= -U_3^2 (-2.4) - U_3 U_1 0.629 \sin(1.8115 + \delta_1 - \delta_3) - U_3 U_2 1.585 \sin \\ &\quad (1.8679 + \delta_2 - \delta_3) \end{aligned} \quad (5.128)$$

Εκφράζοντας τις πραγματικές τιμές των μετρούμενων μεγεθών συναρτήσει των μεταβλητών κατάστασης και λαμβάνοντας υπόψη ότι το μέτρο της τάσης του ζυγού αναφοράς έχει οριστεί ίσο με τη μονάδα (στο ανά μονάδα σύστημα) και η γωνία της τάσης ίση με μηδέν (σε ακτίνια), οι εξισώσεις των σφαλμάτων των μετρήσεων, σε συνδυασμό με τις εξ. 5.53-5.56 γράφονται:

$$e_1 = z_1 - h_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = z_1 - x_3 \quad (5.129)$$

$$e_2 = z_2 - h_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = z_2 - x_4 \quad (5.130)$$

$$\begin{aligned} e_3 &= z_3 - h_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = z_3 - [x_4^2 0.624 + x_4 0.629 \cos(1.8115 - x_2) \\ &\quad + x_4 x_3 1.585 \cos(1.8679 + x_1 - x_2)] \end{aligned} \quad (5.131)$$

$$e_4 = z_4 - h_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = z_4 - [(-x_4^2)(-2.4) - x_4 0.629 \sin(1.8115 - x_2) - x_4 x_3 1.585 \cos(1.8679 + x_1 - x_2)] \quad (5.132)$$

Στο επόμενο βήμα θα υπολογίσουμε την Ιακωβιανή μήτρα H_x του συστήματος, η οποία αποτελείται από τις μερικές παραγώγους των πραγματικών τιμών των μετρούμενων μεγεθών z συναρτήσεως των μεταβλητών κατάστασης x , ως προς τις μεταβλητές κατάστασης. Παρατηρούμε ότι ο αριθμός των μετρούμενων μεγεθών είναι ίσος με τον αριθμό των μεταβλητών κατάστασης. Επομένως σε αυτήν την περίπτωση, η Ιακωβιανή μήτρα H_x είναι ένας τετράγωνος πίνακας, και σε συνδυασμό με την εξ. 5.65 θα έχει την παρακάτω μορφή:

$$H_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial U_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial U_2}{\partial U_2} & \frac{\partial U_2}{\partial U_3} \\ \frac{\partial U_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial U_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial U_3}{\partial U_2} & \frac{\partial U_3}{\partial U_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial U_2} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} \end{bmatrix} \quad (5.133)$$

Τα στοιχεία της μήτρας H_x που αφορούν τη μεταβολή του μέτρου και της γωνίας της τάσης των ζυγών 2 και 3, σύμφωνα με τον πίνακα 5.2, και επειδή όπως αναφέραμε και πριν το μέτρο της τάσης ενός ζυγού δεν εξαρτάται από τη γωνία δ , υπολογίζονται:

$$\frac{\partial U_2}{\partial \delta_2} = 0 \quad (5.134)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \delta_3} = 0 \quad (5.135)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial U_2} = 1 \quad (5.136)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial U_3} = 0 \quad (5.137)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial \delta_2} = 0 \quad (5.138)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial \delta_3} = 0 \quad (5.139)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial U_2} = 0 \quad (5.140)$$

$$\frac{\partial U_3}{\partial U_3} = 0 \quad (5.141)$$

Τα υπόλοιπα στοιχεία της μήτρας H_x που αφορούν τη μεταβολή της ενεργούς και άεργης ισχύος, και σύμφωνα με τον πίνακα 5.6 σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες εξισώσεις 5.127 και 5.128, υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2} [U_3^2 G_{33} + U_3 U_1 Y_{31} \cos(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) + U_3 U_2 Y_{32} \cos(\gamma_{32} \\ + \delta_2 - \delta_3)] = -U_3 U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \end{aligned} \quad (5.142)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = U_3 U_1 Y_{31} \sin(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) + U_3 U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \quad (5.143)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial U_2} = U_3 Y_{32} \cos(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \quad (5.144)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = 2U_3 G_{33} + U_1 Y_{31} \cos(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) + U_2 Y_{32} \cos(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \\ (5.145) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2} [-U_3^2 B_{33} - U_3 U_1 Y_{31} \sin(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) - U_3 U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} \\ + \delta_2 - \delta_3)] = -U_3 U_2 Y_{32} \cos(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \end{aligned} \quad (5.146)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = U_3 U_1 Y_{31} \cos(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) + U_3 U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \\ (5.147) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial U_2} = -U_3 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \quad (5.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} = -2U_3 G_{33} - U_1 Y_{31} \sin(\gamma_{31} + \delta_1 - \delta_3) - U_2 Y_{32} \sin(\gamma_{32} + \delta_2 - \delta_3) \\ (5.149) \end{aligned}$$

Κατά τη διάρκεια της επαναληπτικής διαδικασίας, έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση των ζητούμενων μεγεθών, τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας H_x και τα στοιχεία του πίνακα e , δεν παραμένουν σταθερά αλλά κάθε φορά υπολογίζονται με την τιμή των μεταβλητών κατάστασης της τελευταίας επανάληψης. Για την εκκίνηση κάθε επαναληπτικής διαδικασίας, γίνεται όπως αναφέραμε και πριν, μια αρχική πρόβλεψη για τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης. Για τα

μέτρα των τάσεων των ζυγών, ως αρχική πρόβλεψη επιλέγεται τιμή ίση με τη μονάδα (στο ανά μονάδα σύστημα) και για τις γωνίες των ζυγών τιμή ίση με το μηδέν (σε ακτίνια). Δηλαδή, ο πίνακας x των μεταβλητών κατάστασης στην προκειμένη περίπτωση, για τον πρώτο υπολογισμό (επανάληψη $k=0$) παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.150)$$

Χρησιμοποιώντας τώρα τις αρχικές προβλέψεις των μεταβλητών κατάστασης στις εξισώσεις για τα στοιχεία της Ιακωβιανής μήτρας H_x (εξ. 5.142-5.149), η τελευταία υπολογίζεται:

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -1 * 1 * 1.585 \sin(1.8679 + 0 - 0) = -1.516 \quad (5.151)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} &= 1 * 1 * 0.629 \sin(1.8115 + 0 - 0) + 1 * 1 * 1.585 \sin(1.8679 \\ &+ 0 - 0) = 2.126 \end{aligned} \quad (5.152)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial U_2} = 1 * 1.585 \cos(1.8679 + 0 - 0) = -0.464 \quad (5.153)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_3}{\partial U_3} &= 2 * 1 * 0.624 + 1 * 0.629 \cos(1.8115 + 0 - 0) + 1 * 1.585 \\ &\cos(1.8679 + 0 - 0) = 0.634 \end{aligned} \quad (5.154)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -1 * 1 * 1.585 \cos(1.8679 + 0 - 0) = 0.464 \quad (5.155)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} &= 1 * 1 * 0.629 \cos(1.8115 + 0 - 0) + 1 * 1 * 1.585 \cos \\ &1.8679 + 0 - 0) = -0.614 \end{aligned} \quad (5.156)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial U_2} = -1 * 1.585 \sin(1.8679 + 0 - 0) = -1.516 \quad (5.157)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} &= -2 * 1 * (-2.4) - 1 * 0.629 \sin(1.8115 + 0 - 0) \\ &- 1 * 1.585 \sin(1.8679 + 0 - 0) = 2.67 \end{aligned} \quad (5.158)$$

Με βάση τους παραπάνω υπολογισμούς, η Ιακωβιανή μήτρα για κάθε πρώτο

υπολογισμό ($k=0$) για κάθε επαναληπτική διαδικασία, παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$H_x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.516 & 2.126 & -0.464 & 0.634 \\ 0.464 & -0.614 & -1.516 & 267 \end{bmatrix} \quad (5.159)$$

Βασισμένοι στις εξισώσεις των σφαλμάτων $e_i^{(0)}$ (εξ. 5.129-5.132), η εξίσωση 5.64 για την εκτίμηση κατάστασης γράφεται:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \end{bmatrix} = (H_x^{(0)T} R^{-1} H_x^{(0)})^{-1} H_x^{(0)T} R^{-1} \begin{bmatrix} e_1^{(0)} \\ e_2^{(0)} \\ e_3^{(0)} \\ e_4^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.160)$$

Επειδή όμως η Ιακωβιανή μήτρα στην προκειμένη περίπτωση είναι ένας τετράγωνος πίνακας, το γινόμενο των πινάκων $[(H_x^{(0)T} R^{-1} H_x^{(0)})^{-1} H_x^{(0)T} R^{-1}]$ αντικαθίσταται από τον αντίστροφο πίνακα της Ιακωβιανής μήτρας, δηλ. από τον πίνακα $[H_x^{(k)}]^{-1}$, και έτσι η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται στην παρακάτω μορφή:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \end{bmatrix} = [H_x^{(0)}]^{-1} \begin{bmatrix} e_1^{(0)} \\ e_2^{(0)} \\ e_3^{(0)} \\ e_4^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.161)$$

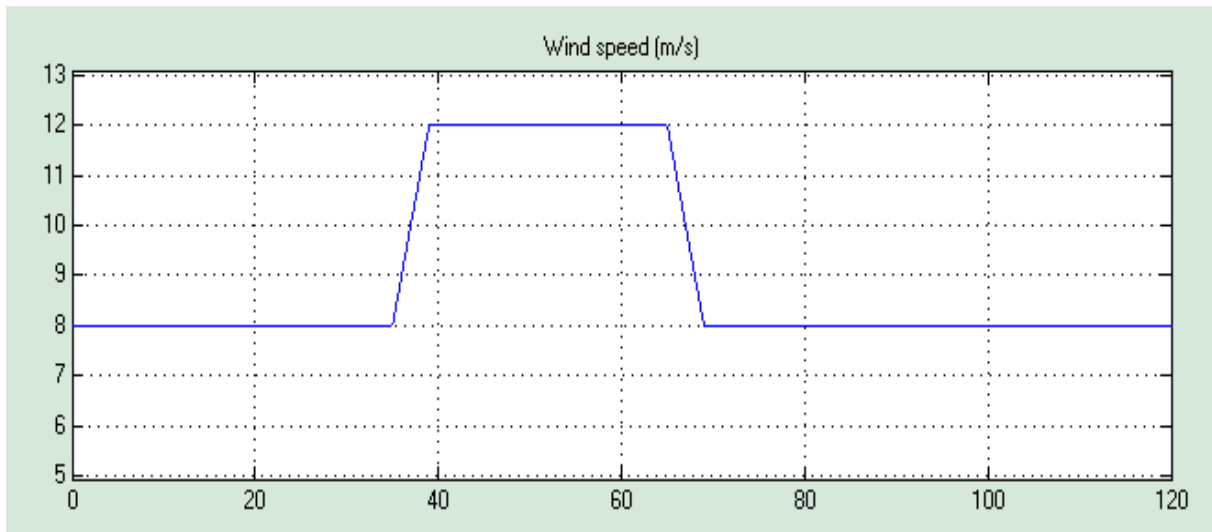
Όπως βλέπουμε ο πίνακας R^{-1} που αφορά στην ακρίβεια των οργάνων μέτρησης, έχει εξαλειφθεί, επομένως σε αυτήν την περίπτωση δεν επηρεάζονται τα αποτελέσματα της εκτίμησης κατάστασης από την ακρίβεια των οργάνων.

Επιλύοντας την προηγούμενη εξίσωση ως προς τους όρους $x_i^{(1)}$ υπολογίζουμε τις καινούριες τιμές των μεταβλητών κατάστασης, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως νέες αρχικές τιμές των αντίστοιχων μεταβλητών κατάστασης για την επόμενη επανάληψη ($k=1$) έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση μεταξύ των διαδοχικών αποτελεσμάτων.

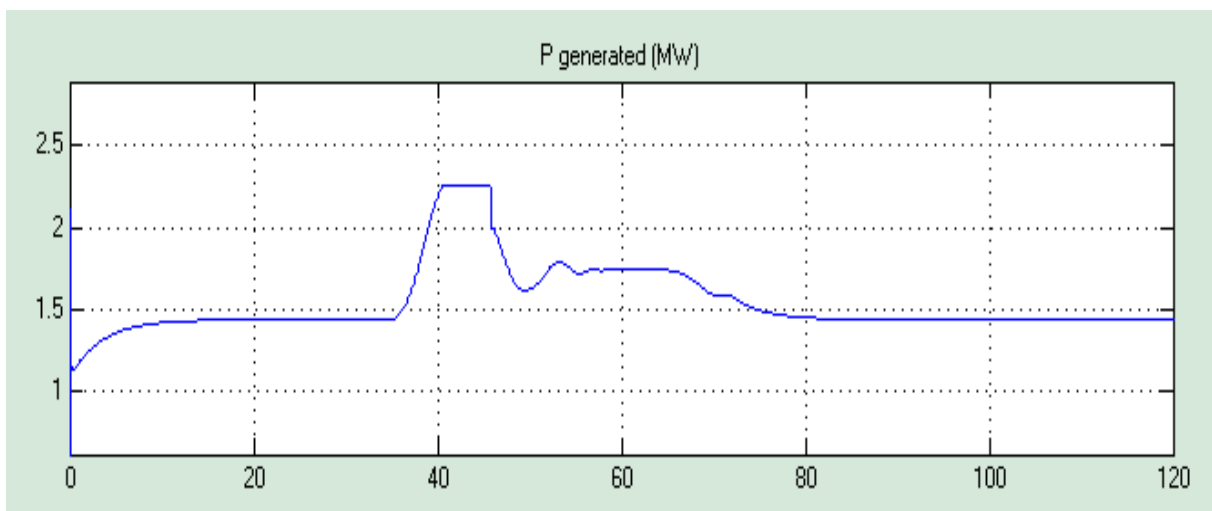
Αρχικά, κατά την έναρξη λειτουργίας του δικτύου θεωρούμε μια ταχύτητα ανέμου ίση με 8 m/s . Έπειτα από χρονικό διάστημα $t = 35 \text{ sec}$. συμβαίνει μια μεταβολή στην ταχύτητα του ανέμου, η οποία αυξάνεται σταδιακά μέχρι τα 12 m/s και παραμένει σταθερή για χρονικό διάστημα $t = 30 \text{ sec}$. Στη συνέχεια

έχουμε μια νέα μεταβολή στην ταχύτητα του ανέμου η οποία μειώνεται μέχρι την ταχύτητα των 8 m/s πάλι. Σε αυτήν την περίπτωση θα εξετάσουμε τη μεταβολή στην ισχύ που παρέχεται από την ανεμογεννήτρια και τις επιπτώσεις της τελευταίας στη λειτουργία του δικτύου συνολικά, συμπεριλαμβανομένης και της μεταβολής της ισχύος που παρέχεται από το δίκτυο για την κάλυψη των φορτίων του Σ.Η.Ε.

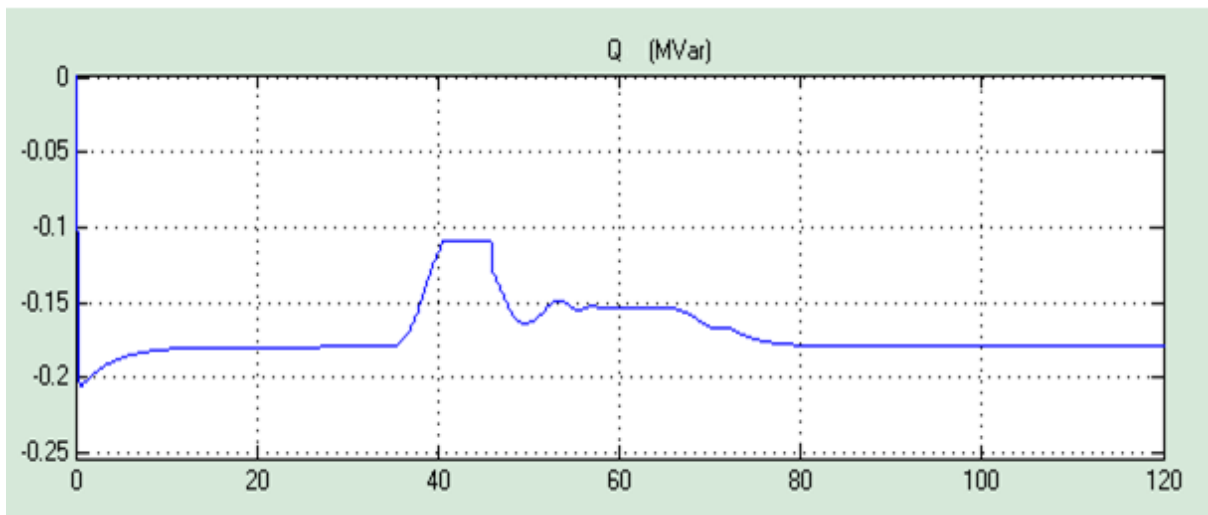
Στα επόμενα σχεδιαγράμματα απεικονίζονται οι μεταβολές των διαφόρων μεγεθών στον ζυγό παραγωγής 3. Τα μεγέθη αυτά αφορούν στην τάση, το ρεύμα, την ενεργό και άεργη ισχύ που παράγονται από την ανεμογεννήτρια, σε αντιστοιχία με την ταχύτητα του ανέμου. Τα ηλεκτρικά μεγέθη της τάσεως και του ρεύματος δίνονται στο ανά μονάδα, με βασικά μεγέθη ισχύος και τάσης τα 100 MVA και 25 kV αντίστοιχα, με βάση τα οποία έγιναν και οι προηγούμενοι υπολογισμοί, ενώ η ενεργός και άεργη ισχύς σε MW και MVar αντίστοιχα.



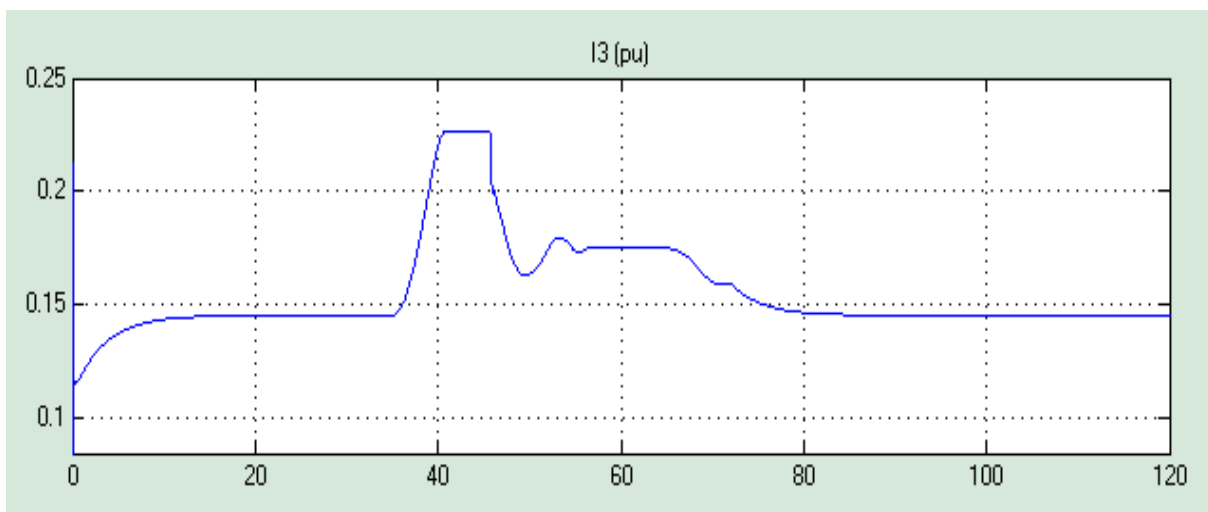
Σχήμα 5.8: Ταχύτητα ανέμου σε m/s .



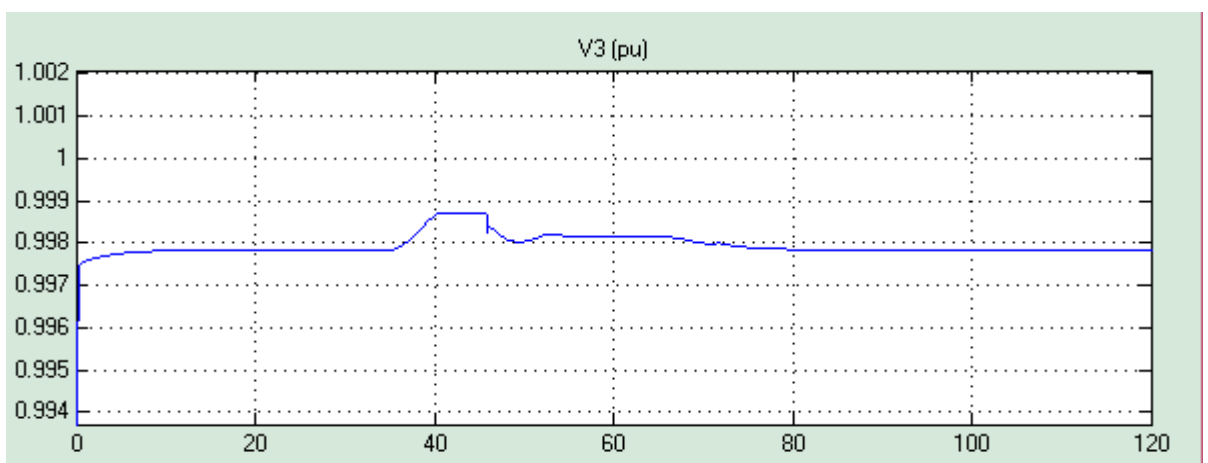
Σχήμα 5.9: Παραγόμενη ενεργός ισχύς από την ανεμογεννήτρια σε MW .



Σχήμα 5.10: Άεργος ισχύς από το δίκτυο στην ανεμογεννήτρια σε MVar.



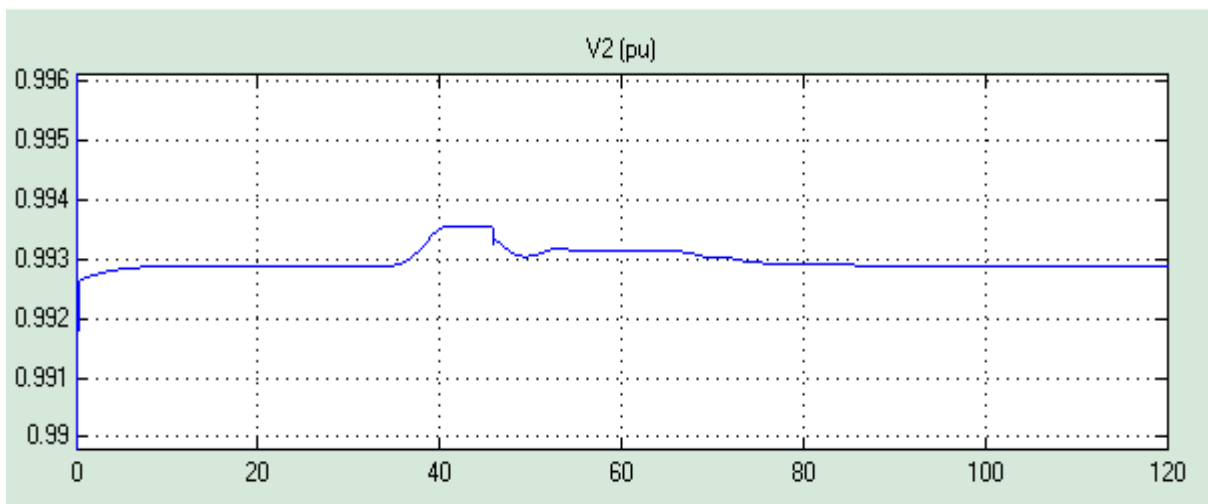
Σχήμα 5.11: Μετρούμενο παραγόμενο ηλεκτρικό ρεύμα από την ανεμογεννήτρια σε pu.



Σχήμα 5.12: Μετρούμενη ηλεκτρική τάση στο ζυγό παραγωγής 3 σε pu.

Όπως παρατηρούμε από τα προηγούμενα σχεδιαγράμματα, με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου έχουμε μια αντίστοιχη αύξηση της παραγόμενης πραγματικής ισχύος P , η οποία στη συνέχεια σταθεροποιείται, μέχρι τη στιγμή που μεταβάλλεται (μειώνεται) με την μετέπειτα μείωση της ταχύτητας του ανέμου. Εντελώς ανάλογα κινείται και η κυματομορφή του ρεύματος εφόσον η ισχύς μεταβάλλεται, όπως φαίνεται από τα σχήματα 5.9 και 5.11 αντίστοιχα. Η άεργος ισχύς είναι αρνητική επειδή έχει φορά από το δίκτυο προς την ανεμογεννήτρια, η οποία μειώνεται με την μείωση της πραγματικής ισχύος που παρέχεται από το δίκτυο, εφόσον η αντίστοιχη παραγόμενη πραγματική ισχύς από την ανεμογεννήτρια αυξάνεται, όπως θα δούμε και στα επόμενα σχήματα.

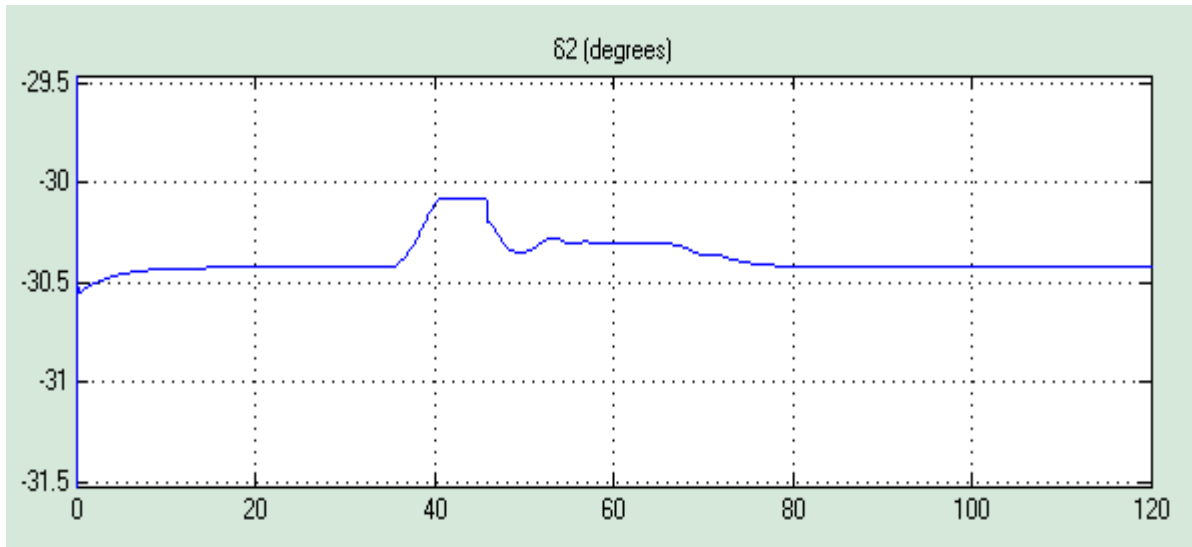
Το επόμενο ηλεκτρικό μέγεθος που μετράμε είναι η τάση στον ζυγό φορτίου 2, η οποία φαίνεται στο επόμενο σχεδιάγραμμα.



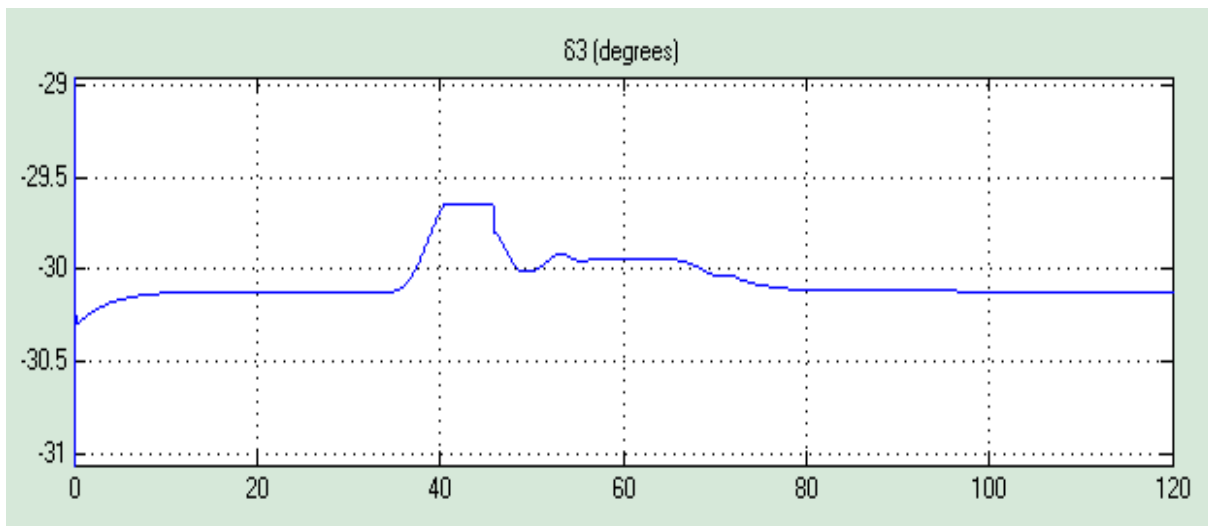
Σχήμα 5.13: Μετρούμενη ηλεκτρική τάση στο ζυγό φορτίου 2 σε pu.

Συνεπώς τώρα έχει ολοκληρωθεί ο πίνακας z των απαιτούμενων μετρούμενων μεγεθών U_2 , U_3 , P_3 και Q_3 . Για κάθε χρονική στιγμή t οι αντίστοιχες τιμές των μετρούμενων μεγεθών αντικαθίστανται στις εξισώσεις 5.129-5.132 για τον υπολογισμό των αντίστοιχων σφαλμάτων μέτρησης, και σε συνδυασμό με την εξ. 5.150, όπου έχουν οριστεί οι αρχικές τιμές για τις μεταβλητές κατάστασης, ήτοι 0 rad για τις φασικές γωνίες δ των ζυγών 2 και 3 και 1 pu για τα μέτρα της τάσης των ιδίων ζυγών, υπολογίζονται οι αρχικές τιμές για τον πίνακα σφαλμάτων $e^{(0)}$. Έπειτα, χρησιμοποιώντας τις εξ. 5.134-5.141 και τις εξ. 5.151-5.158, οι οποίες έχουν υπολογιστεί με τις αρχικές προβλέψεις για τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης, υπολογίζεται η Ιακωβιανή μήτρα του συστήματος $H_x^{(0)}$, η οποία έχει τη μορφή που δίνεται στην εξ. 5.159. Στη συνέχεια, και εφόσον η Ιακωβιανή μήτρα αποτελεί έναν τετράγωνο πίνακα, αντιστρέφουμε την τελευταία και αντικαθιστώντας στην εξ. 5.161, υπολογίζουμε τις νέες τιμές των μεταβλητών κατάστασης $x_i^{(1)}$. Οι νέες αυτές τιμές χρησιμοποιούνται ως είσοδοι για τη νέα επανάληψη, έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση μεταξύ δύο διαδο-

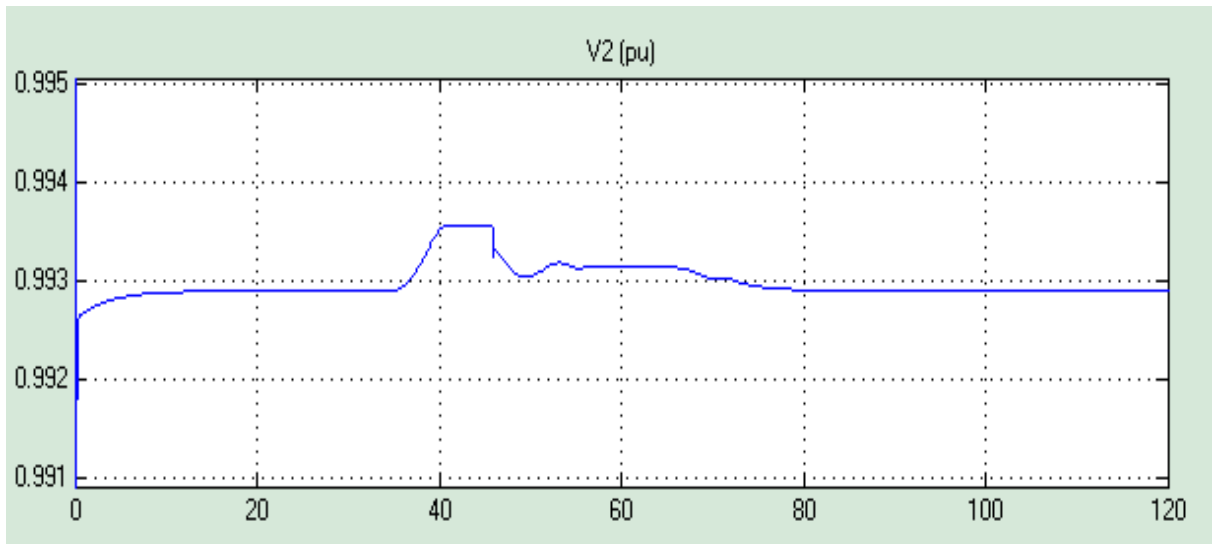
χικών επαναλήψεων. Η επιτρεπόμενη διαφορά των υπολογισμένων τιμών μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων ώστε να θεωρηθεί ότι οι τιμές συγκλίνουν έχει οριστεί να μην είναι μεγαλύτερη από την τιμή 0.01 . Επαναλαμβάνοντας αυτήν τη διαδικασία για κάθε χρονική στιγμή t , τα αποτελέσματα των μεταβλητών κατάστασης δ_2 , δ_3 , U_2 και U_3 δίνονται στα επόμενα σχεδιαγράμματα. (Τα αποτελέσματα των γωνιών δ των ζυγών απεικονίζονται σε μοίρες.)



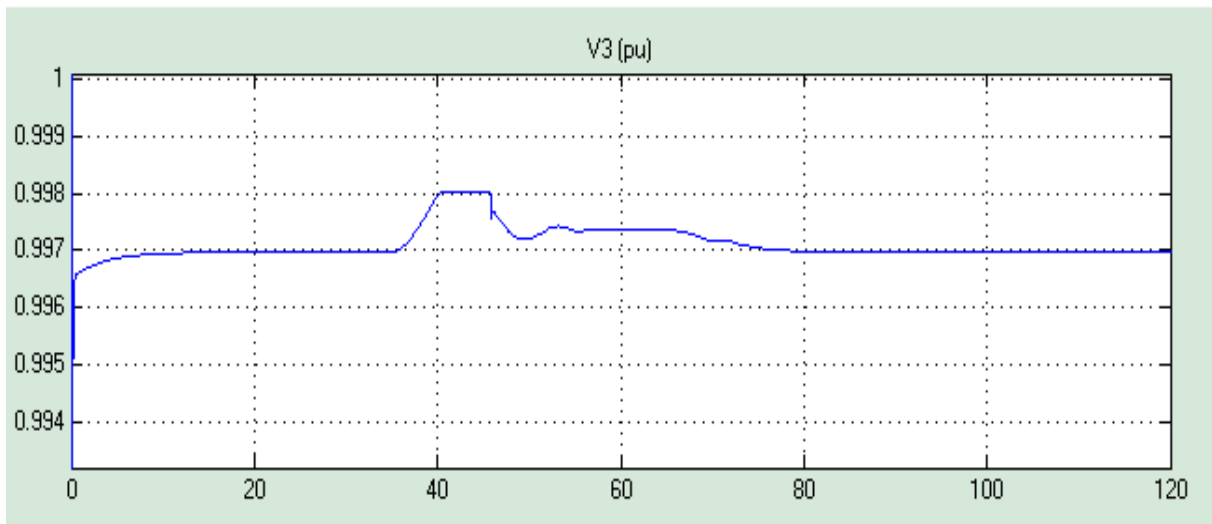
Σχήμα 5.14: Εκτιμώμενη (estimated) φασική γωνία δ του ζυγού 2 σε μοίρες.



Σχήμα 5.15: Εκτιμώμενη φασική γωνία δ του ζυγού 3 σε μοίρες.



Σχήμα 5.16: Εκτιμώμενο μέτρο τάσης ζυγού 2 σε pu.

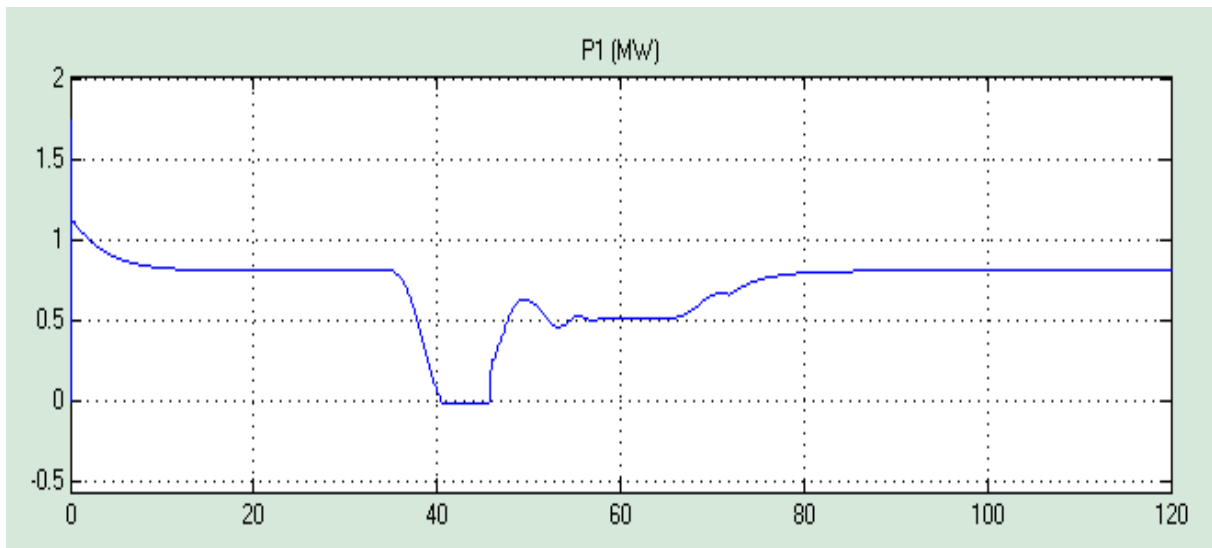


Σχήμα 5.17: Εκτιμώμενο μέτρο τάσης ζυγού 3 σε pu.

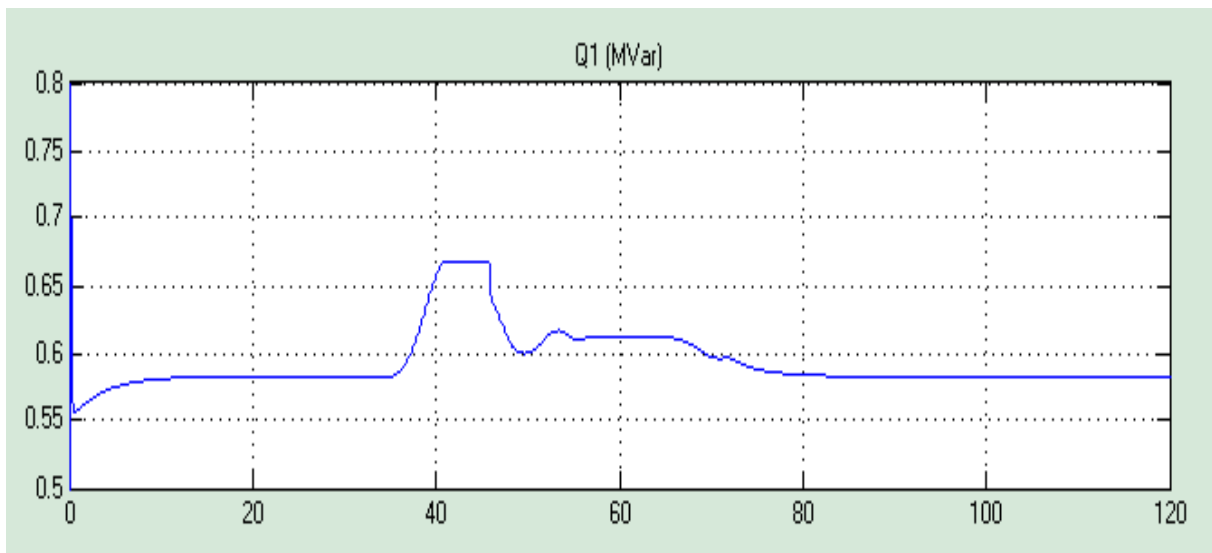
Όπως παρατηρούμε από τα σχεδιαγράμματα 5.14 και 5.15 οι φασικές γωνίες των ζυγών 2 και 3 γίνονται θετικότερες για την υψηλότερη τιμή της ταχύτητας του ανέμου. Αυτό συμβαίνει γιατί, για την αρχική τιμή της ταχύτητας του ανέμου, η συνολική ισχύς που παρέχεται από τον ζυγό παραγωγής 3 δεν επαρκεί για την πλήρη κάλυψη των φορτίων του Σ.Η.Ε., επομένως η διαφορά μεταξύ της παραγόμενης και ζητούμενης ισχύος καλύπτεται από την ισχύ που παρέχεται από το δίκτυο, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά ισχύος από το δίκτυο προς τους υπόλοιπους ζυγούς. Με την αύξηση όμως της ταχύτητας του ανέμου μειώνεται η ροή της ισχύος από το δίκτυο προς τους υπόλοιπους ζυγούς και λαμβάνοντας υπόψη τα συγκεκριμένα φορτία του Σ.Η.Ε., το μεγαλύτερο ποσοστό της ζητούμενης ισχύος καλύπτεται από την ανεμογεννήτρια. Επομένως η φορά ισχύος είναι αντίθετη από πριν, τείνοντας έτσι και τις φασικές γωνίες των

ζυγών προς το αντίθετο πρόσημο.

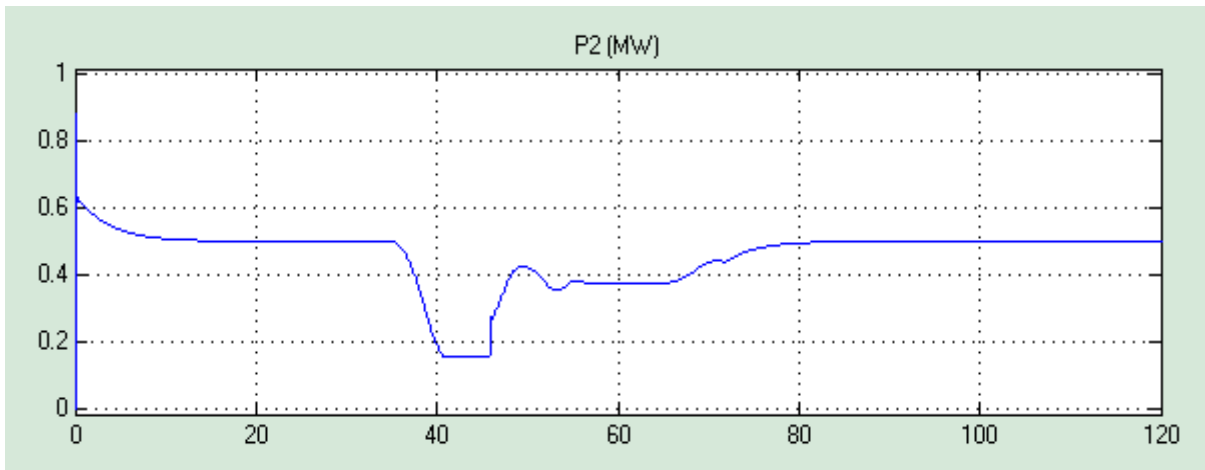
Στην περίπτωση που η παραγόμενη ισχύς είναι μεγαλύτερη από την ισχύ που χρειάζεται για την κάλυψη των φορτίων (κυρίως κατά τη διάρκεια μεταβατικών φαινομένων στην προκειμένη περίπτωση), η περίσσεια ισχύος απορροφάται από το δίκτυο, η οποία, με βάση τα παραπάνω δηλώνεται ως αρνητική λόγω της φοράς της. Στα επόμενα σχήματα φαίνονται οι ισχείς των ζυγών του δικτύου:



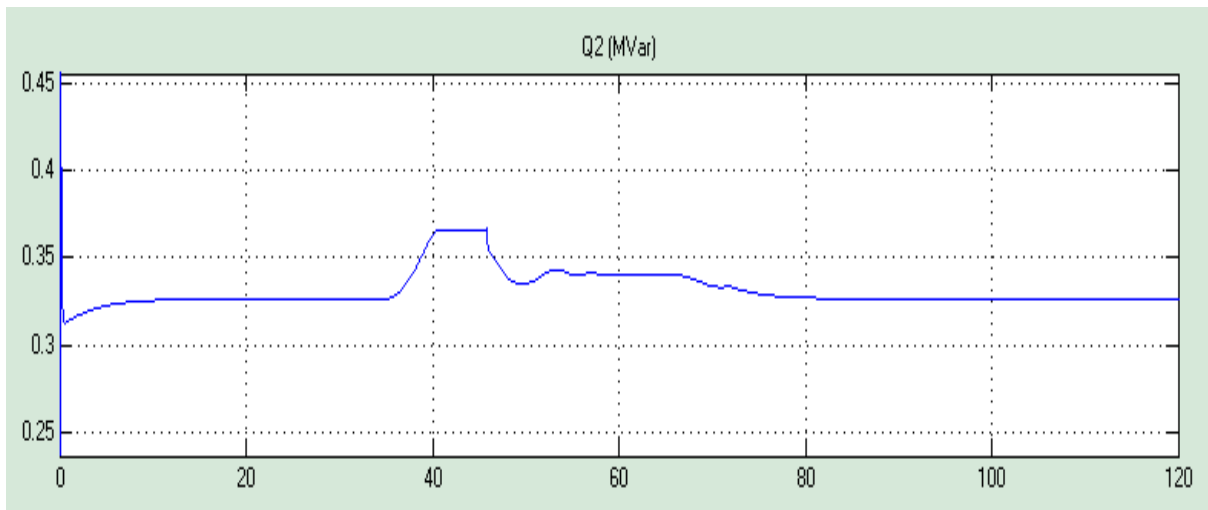
Σχήμα 5.18: Ενεργός ισχύς ζυγού 1.



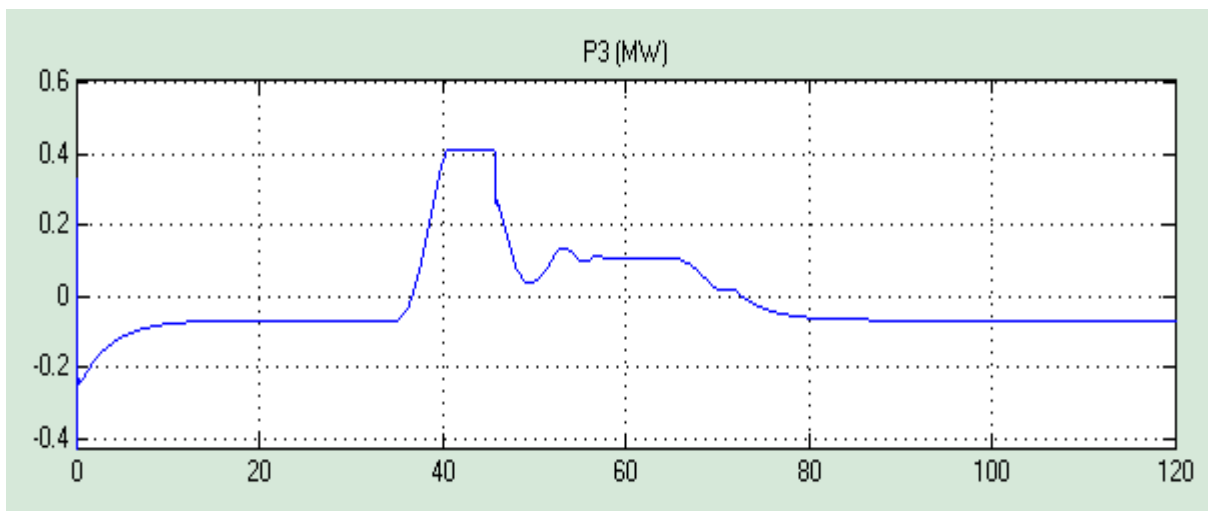
Σχήμα 5.19: Άεργος ισχύς ζυγού 1.



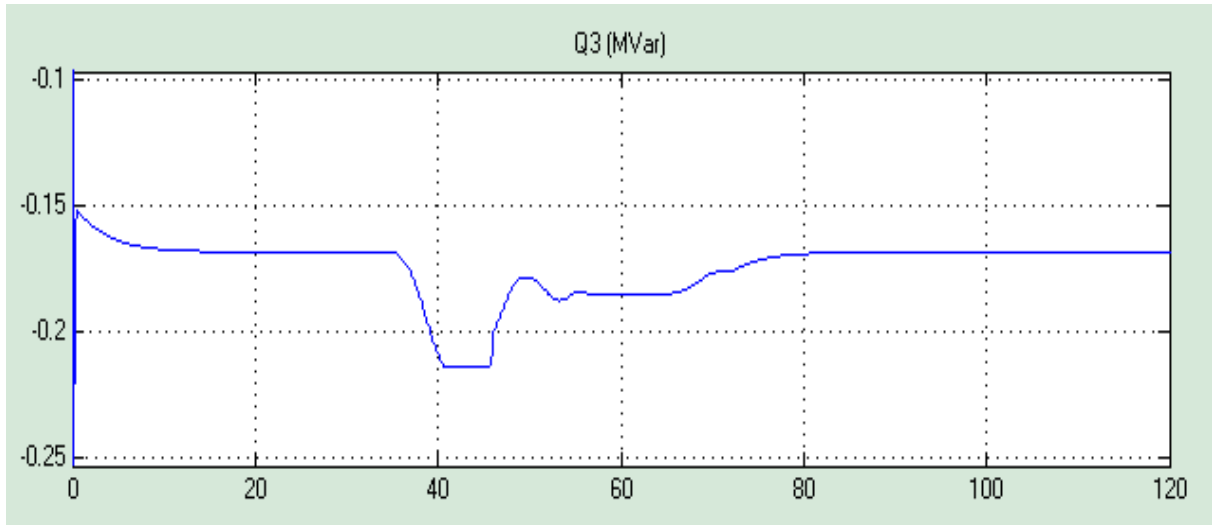
Σχήμα 5.20: Ενεργός ισχύς ζυγού 2.



Σχήμα 5.21: Άεργος ισχύς ζυγού 2.



Σχήμα 5.22: Ενεργός ισχύς ζυγού 3.



Σχήμα 5.23: Άεργος ισχύς ζυγού 3.

Όπως βλέπουμε από τα σχήματα 5.18 και 5.22, αρχικά η ζήτηση ισχύος του Σ.Η.Ε. καλύπτεται εξ' ολοκλήρου από το δίκτυο (η ισχύς στον ζυγό 3 είναι αρνητική, γεγονός που δηλώνει ότι δεν έχουμε ροή ισχύος από την ανεμογεννήτρια προς το δίκτυο αλλά το αντίθετο). Στη συνέχεια αρχίζει να παράγεται ισχύς από την ανεμογεννήτρια έως ότου φτάσει τη ονομαστική της ισχύ. Η παραγόμενη τότε από την ανεμογεννήτρια ισχύς απορροφάται πλήρως από το Σ.Η.Ε., μειώνοντας παράλληλα τη ροή ισχύος από το δίκτυο.

Το τελευταίο βήμα για την εκτίμηση κατάστασης του συστήματος αποτελεί η εκτίμηση της ισχύος που παρέχεται από το δίκτυο για την ομαλή λειτουργία του Σ.Η.Ε. Αυτή η ισχύς δεν είναι σταθερή, αλλά για κάθε χρονική στιγμή πρέπει να προσαρμόζεται ανάλογα με την ισχύ που παράγεται από την ανεμογεννήτρια σε πραγματικό χρόνο, ούτως ώστε για κάθε χρονική στιγμή είτε να παρέχεται από το δίκτυο όση ισχύς λείπει για την κάλυψη των φορτίων (στην περίπτωση χαμηλών τιμών της ταχύτητας του ανέμου), είτε να απορροφάται η περίσσεια παραγόμενης ενέργειας στην αντίθετη περίπτωση.

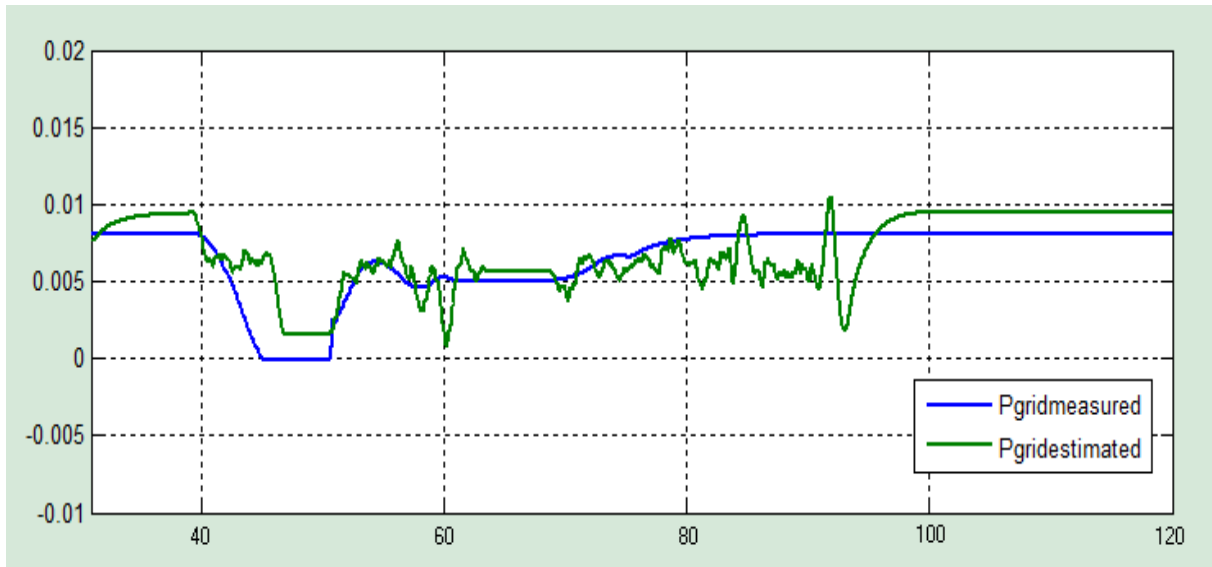
Για τον υπολογισμό της ισχύος στον ζυγό 1 θα χρησιμοποιήσουμε την εξ. 5.69, όπως ακριβώς κάναμε και για τον υπολογισμό της ισχύος στον ζυγό 3. Η εξ. 5.69 για τον ζυγό 1 τώρα γράφεται:

$$P_1 = U_1^2 G_{11} + U_1 U_2 Y_{12} \cos(\gamma_{12} + \delta_2 - \delta_1) + U_1 U_3 Y_{13} \cos(\gamma_{13} + \delta_3 - \delta_1) \quad (5.162)$$

Σύμφωνα με τις παραδοχές για τις τιμές του μέτρου της τάσης U_1 και της φασικής γωνίας δ_1 του ζυγού αναφοράς 1, και με βάση τα υπολογισμένα στοιχεία της μήτρας αγωγιμοτήτων Y_{bus} , η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 1^2 * 0.3 + 1 * U_2 * 0.629 \cos(1.8115 + \delta_2 - 0) + 1 * U_3 * 0.629 * \\
&\cos(1.8115 + \delta_3 - 0) = 0.3 + U_2 * 0.629 \cos(1.8115 + \delta_2) + U_3 * \\
&0.629 \cos(1.8115 + \delta_3) \qquad (5.163)
\end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω εξίσωση, η εκτιμώμενη ισχύς η οποία πρέπει να δίνεται από το δίκτυο (σε pu) φαίνεται στην επόμενη κυματομορφή σε σύγκριση με την μετρούμενη πραγματική ισχύ που δίνεται από το δίκτυο:



Σχήμα 5.24: Εκτίμηση ισχύος ζυγού 1.

5.10 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Όπως βλέπουμε από το προηγούμενο σχήμα και αμελώντας το χρονικό διάστημα για το οποίο λαμβάνουν χώρα κυρίως μεταβατικά φαινόμενα λόγω της εκκίνησης λειτουργίας του δικτύου, για το χρονικό διάστημα αφού έχει επέλθει ισορροπία στο σύστημα και συμβαίνουν οι μεταβολές του ανέμου, η εκτίμηση κατάστασης κρίνεται ικανοποιητική αφού κυμαίνεται αρκετά κοντά στην πραγματική μετρούμενη ισχύ του δικτύου. Η διαφοροποίηση αυτή οφείλεται σε κάποιες παραδοχές κατά την διάρκεια των υπολογισμών όπως το ότι στις γραμμές μεταφοράς δεν λήφθηκε υπόψη η εγκάρσια αγωγιμότητα ενώ το πρόγραμμα την περιλαμβάνει και η ακρίβεια σύγκλισης τέθηκε ίση με 0.01 (1%), καθώς μεγαλύτερη ακρίβεια δεν έχει πρακτική αξία και η επαναληπτική διαδικασία θα απαιτούσε περισσότερο χρόνο με συνέπεια να μην καθίσταται ικανή να παρακολουθεί τα μεταβατικά φαινόμενα του δικτύου.

Στην πράξη, τα φορτία του συστήματος δεν είναι σταθερά, αλλά χρονικά μεταβαλλόμενα κατά την διάρκεια του εικοσιτετραώρου. Επειδή όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η ανάλυση των ροών φορτίου και κατ' επέκταση η εκτί-

μηση κατάστασης του συστήματος αντιπροσωπεύει τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας, η εξάρτησή της από το χρόνο μπορεί να ληφθεί υπόψη μέσα από πολλαπλές αναλύσεις ροών φορτίου, για διαφορετικά κάθε φορά σενάρια φόρτισης. Μεγαλύτερη έμφαση πρέπει να δίνεται στις πιο δυσμενείς περιπτώσεις σύμφωνα με τα δεδομένα που υπάρχουν είτε από μετρήσεις προηγούμενων χρονικών διαστημάτων, είτε από προβλέψεις φορτίων, κ.τ.λ., έτσι ώστε να γίνονται οι απαραίτητες ενέργειες και χειρισμοί στις περιπτώσεις εκείνες που θα παρατηρηθούν ενδεχόμενες αποκλίσεις των διαφόρων παραμέτρων από τα αποδεκτά όρια λειτουργίας (π.χ. υπερφόρτιση των γεννητριών, μετασχηματιστών ή των γραμμών μεταφοράς, σημαντικές αποκλίσεις των τάσεων των ζυγών από τις αντίστοιχες ονομαστικές τιμές).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Γιαννακόπουλος Γ., Βωβός Π., Εισαγωγή στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας, Εκδόσεις Ζήτη, 2^η έκδοση, 2011.
2. Δροσόπουλος Α., Ηλεκτροτεχνία Εναλλασσόμενου Ρεύματος, Επιστημονικές Εκδόσεις και Λογισμικό, 2006.
3. Κατεργιαννάκης Α., Δυναμική τιμολόγηση και μελέτη περίπτωσης/προσομοίωσης της ωριαίας ανάλυσης καταναλώσεων και τιμών ενέργειας σε δίχωρο διαμέρισμα, Τ.Ε.Ι Κρήτης, Δεκέμβριος 2013.
4. Μαλατέστας Π., Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, Εκδόσεις Τζιόλα, 2014.
5. Παπαδιά Β., Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας-Τόμος 2, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1^η έκδοση, 1985.
6. Χατζαράκης Γ., Ηλεκτρικά Κυκλώματα, Τόμος Α, εκδόσεις Τζιόλα, 1^η έκδοση, 2002.
7. Alexander C.K. and Sadiku M.N.O., Fundamentals of Electric circuits, McGraw-Hill, 2nd Edition, 2003.
8. Anderson P., Fouad A., Power System Control and Stability, Iowa State University Press, 1st Edition, 1977.
9. Arthur R., Vittal V., Power System Analysis, Prentice Hall, 2nd Edition, 2000.
10. Cheng D.K., Field and Wave Electromagnetism, Addison-Wesley, 2nd edition, 1989.
11. Chapman J. Stephen, Ηλεκτρικές Μηχανές AC-DC, εκδόσεις Τζιόλα, 3^η έκδοση, Θεσσαλονίκη, 2003.

12. Dopazo J.F., Klitin O.A., Stagg G.W., VanSlyck L.S., State Calculations of Power Systems from Line Flow Measurements, IEEE Trans. on Pas, Vol. PAS-89, September/October 1970, pp 1698-1708.
13. Duffin W.J., Electricity and Magnetism, McGraw-Hill, 2nd Edition, 1973.
14. Elgerd O., Electric Energy Systems Theory, McGraw-Hill, 1st Edition, 1983.
15. Grainger J., Stevenson W., Power System Analysis, McGraw Hill, 1st Edition, 1994.
16. Irwin J.D., Basic Engineering Circuit Analysis, McMillan, 2nd Edition, 1987.
17. Kothari D.P., Nagrath I.J., Electric Machines, Tata McGraw-Hill, 4th Edition, 2006.
18. Miller R., Power System Operation, McGraw-Hill, 1970.
19. Stevenson W., Elements of Power System Analysis, McGraw-Hill, 4th Edition, 1982.
20. Weedy B., Μεταφορά και Διανομή Ηλεκτρικής Ενέργειας, Εκδόσεις Γκιούρδα, 8^η έκδοση, 1977.

