

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤ. ΕΛΛΑΔΑΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**



**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΩΝ**

**ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΠΟΥΛΟΥ ΦΩΤ. ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ**

**ΦΡΑΓΚΟΥ ΙΩΑΝ. ΜΑΡΙΑ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ**

**ΛΥΜΠΕΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 2015**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤ. ΕΛΛΑΔΑΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

**Π Τ Υ Χ Ι Α Κ Η Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α**

**ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΩΝ**

**ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΠΟΥΛΟΥ ΦΩΤ. ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ (Α.Μ. 15796)**

**ΦΡΑΓΚΟΥ ΙΩΑΝ. ΜΑΡΙΑ (Α.Μ. 15804)**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ**

**ΛΥΜΠΕΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 2015**

## ***Πνευματικά δικαιώματα***

*Copyright © Τριανταφυλλοπούλου Σταυρούλα, Φράγκου Μαρία 2015. Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.*

*Η έγκριση της πτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας δεν υποδηλώνει απαραίτητως και αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα εκ μέρους του Τμήματος.*

*Στην οικογένειά μου (Σ.Τ.)*

*Στο γιό μου Δημήτρη (Μ.Φ.)*

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της πτυχιακής μας εργασίας, η οποία υλοποιήθηκε στο Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Δυτικής Ελλάδας, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους εκείνους που συνέβαλαν στην περάτωσή της με τις γνώσεις και τις συμβουλές τους.

Συγκεκριμένα οφείλουμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα κ. Λυμπέρη Γεώργιο για την εμπιστοσύνη που μας έδειξε και τον καθηγητή μας κ. Αμπελιώτη Δημήτριο για την ανάθεση του συγκεκριμένου θέματος. Επίσης, θα θέλαμε να τους ευχαριστήσουμε για την καθοδήγηση, τις πολύτιμες συμβουλές και τις κατευθύνσεις που μας έδωσαν κατά τη διάρκεια εκπόνησής της.

Επιπλέον, θα θέλαμε να πούμε και ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους τους καθηγητές του τμήματος που είχαμε την τιμή να γνωρίσουμε κατά τη διάρκεια των σπουδών μας, διότι μας βοήθησαν να αποκομίσουμε όσο το δυνατόν περισσότερες γνώσεις σχετικά με την επιστήμη μας.

Τέλος, ευχαριστούμε τις οικογένειές μας που ήταν δίπλα μας σε όλη αυτή την προσπάθεια παρέχοντάς μας ψυχολογική υποστήριξη και κατανόηση.

# ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΩΝ

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΙ ΟΡΟΙ:** Θεωρία Παιγνίων, στρατηγικά παίγνια, το δίλημμα του φυλακισμένου, ισορροπία Nash, ολιγοπωλιακά υποδείγματα.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικειμενικός σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι η ανάλυση της θεωρίας παιγνίων και η ανάπτυξη των σημαντικότερων υποδειγμάτων ολιγοπωλίου (Cournot, Bertrand, Stackelberg) που βασίζονται σε συγκεκριμένες συμπεριφορές των επιχειρήσεων. Το σύγχρονο εργαλείο μελέτης των ατελώς ανταγωνιστικών αγορών - ολιγοπωλίων (oligopoly) είναι η Θεωρία Παιγνίων (Game Theory). Θεμελιώδης είναι η έννοια της ισορροπίας κατά Nash (Nash Equilibrium), σύμφωνα με την οποία η στρατηγική ενός παίκτη αποτελεί την καλύτερη αντίδραση - απόκριση στην στρατηγική του άλλου παίκτη. Η Θεωρία Παιγνίων δείχνει πως μια ολιγοπωλιακή επιχείρηση λαμβάνει στρατηγικές αποφάσεις ώστε να κερδίσει ανταγωνιστικό πλεονέκτημα έναντι των ανταγωνιστών της ή πως μπορεί να ελαχιστοποιήσει τον πιθανό κίνδυνο που προέρχεται από μια στρατηγική κίνησης ενός ανταγωνιστή της.

## ABSTRACT

The objective of this thesis is the analysis of game theory and the development of the most important models of oligopoly (Cournot, Bertrand, Stackelberg) based on specific behaviors of firms. The modern study tool of imperfect competitive markets - oligopolies is Game theory). Essential is the concept of Nash Equilibrium, according to which the strategy of a player is the best response - to the strategy of the other player. Game theory shows how an oligopolistic company receives strategic decisions to gain competitive advantage over its competitors or how can be minimized the potential risk from a strategic move of a competitor.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

<b>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</b> .....	<b>V</b>
<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>VI</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 ΘΕΜΕΛΙΩΤΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>2</b>
<b>1.3 Η ΖΩΗ ΤΟΥ JOHN NASH</b> .....	<b>4</b>
<b>1.4 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>5</b>
<b>1.5 ΒΑΣΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>5</b>
1.5.1 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ Ή ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ .....	5
1.5.2 ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ .....	6
<b>1.6 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>8</b>
<b>1.7 ΕΙΔΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ</b> .....	<b>10</b>
1.7.1 ΑΜΙΓΓΕΙΣ/ΚΑΘΑΡΕΣ ΚΑΙ ΜΕΙΚΤΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ.....	10
1.7.2 ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΚΑΙ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ .....	10
1.7.2.1 ΑΥΣΤΗΡΑ Ή ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ.....	11
1.7.2.2 ΑΥΣΤΗΡΑ Ή ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ .....	11
1.7.3 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ “TRIGGER” .....	11
<b>1.8 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>12</b>
1.8.1 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΕ ΑΥΣΤΗΡΑ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ.....	12
1.8.2 ΟΠΙΣΘΟΓΕΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗ (BACKWARDS INDUCTION) .....	14
1.8.3 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑ PARETO .....	15
1.8.4 ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ BAYES.....	15
1.8.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΕ ΜΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΠΑΙΓΝΙΑ .....	17
<b>1.9 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ NASH</b> .....	<b>18</b>
<b>1.10 ΒΑΣΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΠΑΙΓΝΙΩΝ</b> .....	<b>21</b>
1.10.1 ΤΟ ΔΙΛΗΜΜΑ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ (PRISONER’S DILEMMA) .....	21
1.10.2 ΤΟ ΠΑΙΓΝΙΟ ΤΟΥ «ΔΕΙΛΟΥ» (CHICKEN GAME) .....	23
1.10.3 ΚΟΡΟΝΑ Ή ΓΡΑΜΜΑΤΑ (MATCHING PENNIES) .....	25
1.10.4 Η ΜΑΧΗ ΤΩΝ ΦΥΛΩΝ (BATTLE OF SEXES) .....	25
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΟ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ</b> .....	<b>27</b>
<b>2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	<b>27</b>
<b>2.2 ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ</b> .....	<b>28</b>
<b>2.3 ΠΗΓΕΣ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟΥ</b> .....	<b>30</b>
<b>2.4 ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΣΤΟ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ</b> .....	<b>32</b>
<b>2.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΟ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ</b> .....	<b>34</b>
<b>2.6 ΒΑΣΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΩΝ</b> .....	<b>34</b>

2.6.1 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ COURNOT .....	36
2.6.1.1 ΙΣΧΥΣ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΚΑΘΕ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ .....	40
2.6.1.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ COURNOT ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ .....	42
2.6.1.3 ΣΥΜΠΡΑΞΗ ΚΑΡΤΕΛ .....	43
2.6.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BERTRAND .....	46
2.6.2 .1 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BERTRAND ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ.....	53
2.6.2 .2 ΣΙΩΠΗΡΗ ΣΥΜΠΛΑΙΓΝΙΑ.....	54
2.6.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ STACKELBERG .....	57
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>62</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>63</b>



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Κανονική ή στρατηγική μορφή Παιγνίου .....	6
Πίνακας 2: Πάιγνιο με αυστηρώς κυριαρχούμενες στρατηγικές.....	13
Πίνακας 3: Πάιγνιο με διαγραμμένη την αυστηρώς κυριαρχούμενη στρατηγική.....	13
Πίνακας 4: Συνέχεια Παιγνίου.....	14
Πίνακας 5: Ισορροπία Nash σε παίγνιο αμιγών στρατηγικών.....	18
Πίνακας 6: Μη ισορροπία Nash σε παίγνιο αμιγών στρατηγικών .....	19
Πίνακας 7 Στρατηγική μορφή του "Διλήμματος του Φυλακισμένου" .....	21
Πίνακας 8:"Δίλημμα του φυλακισμένου" και "Ηθικός Κίνδυνος" .....	23
Πίνακας 9:Στρατηγική μορφή του "chicken game" .....	24
Πίνακας 10: Στρατηγική μορφή για το παίγνιο "κορώνα γράμματα" .....	25
Πίνακας 11: Πίνακας ωφελειών για την «μάχη των φύλων» .....	26

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Εικόνα 1: Εκτεταμένη Μορφή Παιγνίου .....	7
Εικόνα 2: Εκτεταμένη μορφή παιγνίου ατελούς πληροφόρησης .....	16
Εικόνα 3: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Cournot .....	38
Εικόνα 4: Προσαρμογή στην Ισορροπία Cournot .....	39
Εικόνα 5: Εύρος τιμής και ποσότητας στο ολιγοπώλιο.....	43
Εικόνα 6: Καμπύλη αντίδρασης της Επιχείρησης.....	49
Εικόνα 7: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Bertrand.....	50
Εικόνα 8: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Bertrand για $MC=0$ .....	51
Εικόνα 9: Ισορροπία Bertrand με διαφοροποιημένα προϊόντα.....	54
Εικόνα 10: Ισορροπία Stackelberg .....	60

### 1.1 Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Η Θεωρία Παιγνίων (Game Theory) αποτελεί τον κλάδο της μικροοικονομικής θεωρίας που ασχολείται με την ανάλυση της διαδικασίας λήψης άριστων αποφάσεων σε περιπτώσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης.

Το παίγνιο (game) αποτελεί ένα στυλιζαρισμένο υπόδειγμα που απεικονίζει περιπτώσεις στρατηγικής συμπεριφοράς (strategic behavior) στις οποίες η ανταμοιβή ενός παράγοντα εξαρτάται από τις δικές του ενέργειες καθώς και από τις ενέργειες των άλλων παραγόντων.<sup>1</sup> Για παράδειγμα, σε μια ολιγοπωλιακή αγορά όπου υπάρχει μικρός αριθμός επιχειρήσεων, το κέρδος μιας επιχείρησης εξαρτάται από την τιμή που εκείνη ορίζει καθώς και από τις τιμές που θα ορίσουν και οι άλλες επιχειρήσεις. Η άριστη επιλογή μιας επιχείρησης εξαρτάται από τις υποθέσεις που θα κάνει η ίδια για τις επιλογές των άλλων επιχειρήσεων. Επειδή και οι άλλες επιχειρήσεις ενεργούν με παρόμοιο τρόπο ίσως χρειαστεί να εκτιμήσει η επιχείρηση τις υποθέσεις που κάνουν οι άλλοι για αυτή. Όλη αυτή η διαδικασία του ενός παράγοντα που πρέπει να πάρει απόφαση εξαρτώμενος από τους άλλους απαιτεί συστηματοποίηση που γίνεται με την χρήση υποδειγμάτων όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Η στρατηγική αλληλεπίδρασης λαμβάνει χώρα σε συγκεκριμένες περιόδους αλλά και σε διαφορετικές περιόδους. Για παράδειγμα, έστω ότι υπάρχουν δύο παίκτες και η στρατηγική αλληλεπίδραση λαμβάνει χώρα σε πολλές περιόδους  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$  τότε λέμε ότι ο πρώτος παίκτης ο οποίος υιοθετεί μια στρατηγική στην περίοδο  $t_0$  θα πρέπει να λάβει υπόψη του τη στρατηγική του δεύτερου παίκτη όχι μόνο τη χρονική περίοδο  $t_0$  αλλά και σε όλες τις χρονικές περιόδους. Δηλαδή, ο πρώτος παίκτης ο οποίος λαμβάνει μια απόφαση στην περίοδο  $t_0$  θα πρέπει να αντιλαμβάνεται πως η απόφασή του αυτή θα έχει αντίκτυπο στις μελλοντικές επιλογές του άλλου παίκτη.

---

<sup>1</sup> Cabral, L., 2000, 'Introduction to industrial organization'. Cambridge, Mass: MIT Press,. Print. Cambridge .pp. 49

## 1.2 ΘΕΜΕΛΙΩΤΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Κατά τον 19<sup>ο</sup> αιώνα (1838) ο Γάλλος οικονομολόγος Augustin Cournot είναι ο πρώτος που ανέλυσε τις ολιγοπωλιακές καταστάσεις με τρόπο παρόμοιο με τις σύγχρονες μεθόδους της θεωρίας παιγνίων.

Αργότερα και συγκεκριμένα το 1913 ο Γερμανός μαθηματικός Ernest Zermelo, απέδειξε ότι μια παρτίδα σκάκι έχει πάντα λύση από οποιαδήποτε κατάσταση και αν βρίσκονται οι δύο παίκτες<sup>2</sup>.

Δραστική συμβολή στην ανάπτυξη της Θεωρίας Παιγνίων υπήρξε μέσω από τον Ούγγρο φυσικομαθηματικό, John von Neumann, ο οποίος το 1928 απέδειξε ότι τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος έχουν πάντα λύση και ότι η ζημία του ενός παίκτη είναι ίση με το κέρδος του δεύτερου<sup>3</sup>. Επίσης από τον ίδιο, σε συνεργασία με τον Oskar Morgenstern, σημαντική εξέλιξη στην θεωρία παιγνίων υπήρξε το 1944 η έκδοση του βιβλίου «Theory of Games & Economic Behavior».

Τον σημαντικότερο ρόλο στην ανάπτυξη του συγκεκριμένου ζητήματος όμως, διαδραμάτισε ο Αμερικάνος οικονομολόγος και μαθηματικός John Nash ο οποίος το 1950 εισήγαγε την έννοια της ισορροπίας, η οποία είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη έννοια στην σύγχρονη θεωρία παιγνίων. Η έννοια της ισορροπίας κατά τον Nash περιγράφει ως μία κατάσταση όπου κανένας παίκτης δεν έχει συμφέρον να απομακρυνθεί από την επιλογή του, δεδομένων των επιλογών των αντιπάλων του<sup>4</sup>.

Από εκεί και μετά η θεωρία παιγνίων αναπτύχθηκε σε μεγάλο βαθμό και η εφαρμογή της έλαβε χώρα σε όλους τους τομείς και τις πολιτικές επιστήμες, καθώς και πληθώρα ερευνητικών πειραμάτων ξεκίνησαν την προσπάθεια να βρουν λύση σε όλο και περισσότερα προβλήματα.

Το 1965, ο Reinhard Selten μελέτησε τα δυναμικά παίγνια (αυτά που εξελίσσονται στην πορεία του χρόνου) εισάγοντας την έννοια της ισορροπίας στα

---

<sup>2</sup> Zermelo, E., 1913, 'Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels,' in Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians, Volume II, pp. 501-504

<sup>3</sup> von Neumann, J., 1928, 'Zur Theorie der Gesellschaftsspiele', *Mathematische Annalen*, 100: 295-320. English translation in Luce R. D. and Tucker A. W., 1959, eds., Contributions to the Theory of Games IV, pp. 13-42, Princeton University Press, Princeton

<sup>4</sup> Nash, J., 1951 'Non-Cooperative Games' *The Annals of Mathematics* 54(2) pp.286-295.

υποπαίγνια (subgame perfect equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (trembling hand perfect equilibrium). Το 1975 ο John Harsanyi γενίκευσε τις ιδέες του Nash και μελέτησε παίγνια μερικώς πληροφόρησης (incomplete information)<sup>5</sup>.

Τη δεκαετία του 1970, μέσω του John Maynard Smith και της ερευνάς του σχετικά με την έννοια της «εξελικτικά σταθερής στρατηγικής» (evolutionary stable strategy), η θεωρία παιγνίων άρχισε να εφαρμόζεται και στον κλάδο της βιολογίας<sup>6</sup>.

Η θεωρία παιγνίων εφαρμόστηκε και στο σχεδιασμό δημοπρασιών στα τέλη της δεκαετίας του 1990. Πάνω σε αυτό ασχολήθηκαν διάφοροι επιστήμονες για την κατανομή δικαιωμάτων χρήσης ηλεκτρομαγνητικού φάσματος στη βιομηχανία των κινητών τηλεπικοινωνιών με βασικό σκοπό τον διαμοιρασμό των πόρων αυτών με περισσότερο αποδοτικό τρόπο σε σχέση με τις παραδοσιακές κυβερνητικές πρακτικές<sup>7</sup>.

Το 2005 ο Αμερικάνος οικονομολόγος Tomas Schelling και ο Αμερικανό-Ισραηλινός μαθηματικός Robert Aumann κέρδισαν το βραβείο Νόμπελ Οικονομικών «επειδή ενίσχυσαν την αντίληψη μας πάνω στις έννοιες της συνεργασίας και του ανταγωνισμού μέσω της παίγνιο-θεωρητικής ανάλυσης<sup>8</sup>».

Τέλος το 2012 το Βραβείο Νόμπελ Οικονομικών απενεμήθη στους Αμερικάνους οικονομολόγους Lloyd Shapley, και Alvin Roth «για την θεωρία σταθερών κατανομών και της εφαρμογής του σχεδιασμού της αγοράς<sup>9</sup>».

---

<sup>5</sup> Harsanyi, J, 1997, 'Games with incomplete information played by "bayesian" player', Levine's Working Paper Archive, David K. Levine, viewed 26 May 2015 <<http://EconPapers.repec.org/RePEc:cla:levarc:1175>>

<sup>6</sup> Βλαχοπούλου Αθ., 2010, 'Εμπειρική προσέγγιση της Nash ισορροπίας', Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, σσ.7

<sup>7</sup> Παναγοπούλου Ν. Π., 2005, 'Μελέτη δρομολογήσεων και Συμφόρησης σε Δίκτυα με βάση τη Θεωρία Παιγνίων', Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών, σσ.9

<sup>8</sup> Nobelprize.org, 2015: 'The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2005', viewed. 23 May 2015. <[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economic-sciences/laureates/2005/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2005/)>

<sup>9</sup> Nobelprize.org, 2015, 'The Prize in Economic Sciences 2012', Web. 24 May 2015. <[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economic-sciences/laureates/2012/index.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2012/index.html)>

### 1.3 Η ΖΩΗ ΤΟΥ JOHN NASH

Ο Nash ήταν ένας από τους βασικούς θεμελιωτές της θεωρίας παιγνίων. Εισήγαγε στα παίγνια την ιδέα της ισορροπίας η οποία χρησιμοποιείται πλέον ευρέως σε όλους τους κλάδους της σύγχρονης επιστήμης.

Ο John Nash γεννήθηκε το 1928 στη Δυτική Βιρτζίνια. Στην πορεία αποφάσισε να γίνει ηλεκτρολόγος μηχανικός όπως και ο πατέρας του, αν και ενδιαφερόταν για τα μαθηματικά. Το 1945 αποφάσισε να γίνει χημικός μηχανικός, κάτι που στην πορεία δεν του άρεσε και έτσι ασχολήθηκε με τα μαθηματικά.

Το 1948 ήταν ένας από τους κορυφαίους στην θεωρία παιγνίων, καθώς ήδη είχε ασχοληθεί με «προβλήματα συμφωνιών», δηλαδή προβλήματα στα οποία οι παίκτες μοιράζονται κάποια κοινά συμφέροντα.

Το πιο σημαντικό του έργο όμως ήταν η ισορροπία στη θεωρία παιγνίων, η οποία χάρη στην πολύτιμη συμβολή του πήρε το όνομα «ισορροπία Nash». Ο Nash σε ηλικία 21 ετών δημοσίευσε την ιδέα του για την ισορροπία. Το 1950 έγινε αναφορά με τίτλο “Equilibrium Points in n-Person Games”, όπου δημοσίευε περιληπτικά την ύπαρξη των λύσεων για παίγνια με n παίκτες. Το 1951 δημοσίευσε μια μεγαλύτερη έκδοση με τίτλο “Non-cooperative Games”<sup>10</sup>.

Το 1994, η προσέγγιση του Nash για την θεωρία παιγνίων, τον οδήγησε στην απόκτηση του βραβείου Νόμπελ. Η ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων έγινε εφικτή σε όλους τους τομείς χάρη στην ανακάλυψη του John Nash, καθώς επίσης απέδειξε ότι κάθε παίγνιο διαθέτει τουλάχιστον μια τέτοια λύση<sup>11</sup>.

Το 2015 καθώς εκείνος και η σύζυγός του Alicia Nash επέβαιναν σε ένα ταξί στην περιοχή του New Jersey το όχημα συγκρούστηκε σε προστατευτικό κιγκλίδωμα με αποτέλεσμα να χάσουν και οι δύο την ζωή τους<sup>12</sup>

<sup>10</sup> Siegfried T.,2006, ‘A beautiful Math: John Nash, game theory and the Modern quest for a code of nature’, 1<sup>st</sup> edition, Joseph Henry Press, Washington,D.C., pp. 59

<sup>11</sup> Fisher Len.,2008, ‘Rock, Paper, Scissors: Game Theory in every day life’,Basic Books, New York, pp.18

<sup>12</sup>Καθημερινή,2015, ‘Νεκρός σε τροχαίο ο διάσημος μαθηματικός Τζον Νας’, kathimerini.gr, viewed: 31 May 2015<<http://www.kathimerini.gr/816720/article/epikairothta/kosmos/nekros-se-troxaio-odiashmos-mathmatikos-tzon-nas>>

## 1.4 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Ως παίγνιο ορίζεται η στρατηγική αλληλεπίδραση που περιλαμβάνει τους κανόνες για τις δράσεις που οι παίκτες μπορούν να λάβουν και τις αποδόσεις των παικτών από αυτές τις δράσεις, αλλά δεν προσδιορίζει τις δράσεις που τελικά οι παίκτες λαμβάνουν.<sup>13</sup>

Ένα παίγνιο αποτελείται από: α) έναν αριθμό παικτών, β) ένα σύνολο κανόνων, οι οποίοι κανόνες ορίζουν ποιός μπορεί να κάνει τί και πότε γ) στρατηγικές δ) ένα σύνολο μηχανισμών ανταμοιβής και ε) στρατηγική αλληλεξάρτηση μεταξύ των παικτών .

**Παίκτες (players)** καλούνται όσοι συμμετέχουν στο παίγνιο και λαμβάνουν αποφάσεις. Στο ολιγοπώλιο, οι παίκτες είναι οι επιχειρήσεις του κλάδου. Οι επιλογές που κάνει ένας παίκτης ονομάζονται στρατηγική και τα συγκεκριμένα πράγματα που γίνονται σύμφωνα με μία στρατηγική ονομάζονται ενέργειες. Στο τέλος κάθε παιγνίου, οι παίκτες λαμβάνουν ανταμοιβές. **Ανταμοιβή-απόδοση - απολαβή (payoff)** είναι το όφελος που αντλεί ο κάθε παίκτης ως αποτέλεσμα κάθε δυνατού συνδυασμού στρατηγικών. Ουσιαστικά, αποδόσεις για τις επιχειρήσεις είναι τα κέρδη τους. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως οι παίκτες ενεργούν ορθολογικά έτσι ώστε να μεγιστοποιήσουν τις απολαβές τους.

## 1.5 ΒΑΣΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

### 1.5.1 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ Ή ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Η στρατηγική μορφή αποτελεί τον πιο διαδεδομένο τρόπο περιγραφής ενός παιγνίου και εκφράζει ένα μοντέλο διαδραστικής διαδικασίας λήψης αποφάσεων στο οποίο κάθε παίκτης επιλέγει το σχέδιο δράσης του, μια για πάντα, και ταυτόχρονα με τους υπόλοιπους<sup>14</sup>. Το μοντέλο αποτελείται από ένα σύνολο πεπερασμένο παικτών  $N$  αριθμού και όπου για κάθε  $i$  παίκτη υπάρχει ένα σύνολο  $A_i$  στρατηγικών το οποίο ονομάζεται στρατηγικό προφίλ του κάθε παίκτη (strategic profile) και όπως επίσης

<sup>13</sup> Osborne M. J., and Rubinstein A., 1994, 'A Course in Game Theory', 1<sup>st</sup> edition, , MIT Press, Print, Cambridge, pp. 2

<sup>14</sup> *ibid*, pp. 11

και μια απόδοση  $u_i$  που εκφράζει το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των στρατηγικών όλων των παικτών πάνω στην στρατηγική που επιλέγει κάθε παίκτης

Στην απλουστευμένη περίπτωση των δύο παικτών ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής αναπαριστάται μέσω μιας μήτρας  $N \times N$  διαστάσεων όπως η ακόλουθη:

2 1	L	M	R
U	4,3	5,1	6,2
M	2,1	8,4	3,6
D	3,0	9,6	2,8

**Πίνακας 1: Κανονική ή στρατηγική μορφή Παιγνίου**

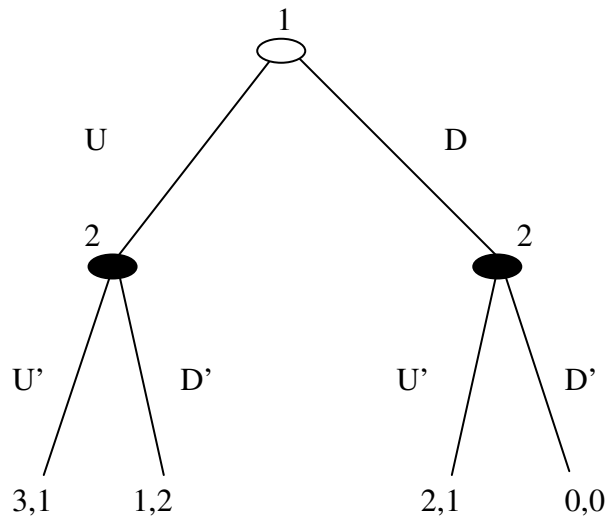
Κάτω από τον παίκτη 1 και δεξιά από τον παίκτη 2 υπάρχει το στρατηγικό τους προφίλ. Για τον παίκτη 1 είναι  $A_1$  (U,M,D) και για τον παίκτη 2 είναι  $A_2$  (L,M,R) αντίστοιχα. Κάθε κελί του πίνακα παρουσιάζει τον συνδυασμό αποδόσεων που λαμβάνει ο κάθε παίκτης και αντικατοπτρίζει τον συνδυασμό στρατηγικών. Ο πρώτος αριθμός σε κάθε κελί του πίνακα αντικατοπτρίζει τις αποδόσεις του 1<sup>ου</sup> παίκτη ενώ ο αριθμός που έπεται της υποδιαστολής αναφέρεται στην απόδοση που λαμβάνει ο δεύτερος παίκτης

Με την περιγραφή ενός παιγνίου σε στρατηγική μορφή επιλέγουμε ένα στατικό τρόπο αναπαράστασής του έχοντας ως δεδομένο ότι οι παίκτες αποφασίζουν ταυτόχρονα την στρατηγική τους, ή γενικά δεν έχουν γνώση της κίνησης του αντιπάλου τους.

### 1.5.2 ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Η δεύτερη βασική αναπαράσταση ενός παιγνίου είναι η εκτεταμένη μορφή. Η συγκεκριμένη μορφή αποτελείται από έναν αριθμό παικτών, ένα «δέντρο» (game tree), και μια σειρά από αποδόσεις. Στο παίγνιο εκτεταμένης μορφής οι παίκτες συμβολίζονται με κόμβους απόφασης και οι στρατηγικές που όλοι οι παίκτες μπορούν να επιλέξουν βρίσκονται στην άκρη κάθε κόμβου ως διακλαδώσεις όπου

στο τέλος τους , και εφόσον δεν ακολουθούν άλλοι κόμβοι απόφασης, βρίσκονται οι αποδόσεις όλων των παικτών.<sup>15</sup>



**Εικόνα 1: Εκτεταμένη Μορφή Παιγνίου**

Οι θεωρητικοί των παιγνίων χρησιμοποιούν την έννοια ενός παιχνιδιού σε εκτεταμένη μορφή για να προσομοιάσουν δυναμικές καταστάσεις. Η εκτεταμένη μορφή καθιστά σαφή τη σειρά με την οποία οι παίκτες κινούνται, όπως επίσης και τι γνωρίζει ήδη κάθε παίκτης, όταν ασκεί κάθε μια από τις στρατηγικές του αποφάσεις. Σε αυτό το πλαίσιο, οι στρατηγικές αντιστοιχούν σε εξαρτώμενα στρατηγικά σχέδια και όχι τόσο σε ανεξάρτητες ενέργειες.<sup>16</sup>

Ένα εκτεταμένο παιχνίδι είναι μια λεπτομερής περιγραφή της διαδοχικής δομής των προβλημάτων απόφασης που αντιμετωπίζουν οι παίκτες σε μία στρατηγική κατάσταση. Επίσης υπάρχει τέλεια πληροφόρηση σε ένα παιχνίδι τέτοιας μορφής, αν κάθε παίκτης, κατά τη λήψη οποιασδήποτε απόφασης, είναι απόλυτα ενημερωμένος για όλα τα γεγονότα που έχουν συμβεί στο παρελθόν.<sup>17</sup> Γενικά κάθε παίγνιο εκτεταμένης μορφής μπορεί να περιγραφεί με μοναδικό τρόπο σε παίγνιο στρατηγικής μορφής. Το αντίθετο όμως δεν ισχύει.<sup>18</sup>

<sup>15</sup> Thi-Van-Anh Nguyen, 2014 ‘*Constraint Games: Modeling and Solving Games with Constraints*. Computer Science’. Universite de Caen, 2014. English. pp. 30

<sup>16</sup> Fudenberg D, Tirole J.,1991, *Game Theory*. 1<sup>st</sup> edition, MIT Press, Cambridge.pp. 67

<sup>17</sup> Osborne M. J., and Rubinstein A., *op cit.* pp.89

<sup>18</sup> Tadelis, S., 2013, ‘*Game theory : an introduction*’, 1<sup>st</sup> edition,Princeton University Press., Print. Princeton Oxford pp.144



## 1.6 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ<sup>19</sup>

Για τη καλύτερη κατανόηση και τη συστηματικότερη ανάλυση των παιγνίων μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση διάφορα κριτήρια. Έτσι, λοιπόν, έχουμε τους εξής διαχωρισμούς:

- **Ανάλογα με τον αριθμό των παικτών που λαμβάνουν μέρος.** Αν υπάρχουν δύο παίκτες τότε ονομάζονται “παιγνιο δύο παικτών” (two-person game), ενώ αν συμμετέχουν  $n$  παίκτες τότε έχουμε “παιγνιο  $n$  παικτών” ( $n$ -person game), όπου  $n > 2$ . Με την ύπαρξη δύο τουλάχιστον παικτών ικανοποιείται η αναγκαία συνθήκη ώστε να έχουμε φαινόμενα ανταγωνισμού και συνεργασίας. Στην περίπτωση των “παιγνίων  $n$  παικτών” η παρουσία περισσότερων των δύο παικτών δίνει την δυνατότητα σχηματισμού συνασπισμών.<sup>20</sup>
- **Ανάλογα με τη δυνατότητα συνεργασίας.** Εάν οι παίκτες έχουν την δυνατότητα να επικοινωνήσουν μεταξύ τους και η οποιαδήποτε απόφασή τους ως προς τον τρόπο με τον οποίο θα παίξουν είναι εκτελεστή τότε μιλάμε για “παιγνιο συνεργασίας”<sup>21</sup> (cooperative game). Αντίθετα, εάν οι παίκτες δρουν σύμφωνα με το προσωπικό τους συμφέρον, με την έννοια ότι η διαπραγμάτευση και η εκτέλεση δεσμευτικών συμβολαίων δεν είναι δυνατή, τότε μιλάμε για “παιγνιο μη-συνεργασίας” (non cooperative game).
- **Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των αποδόσεων τους.** Όταν το κέρδος/όφελος ενός παίκτη αντισταθμίζεται πλήρως με την απώλεια του αντιπάλου του τότε το παιγνιο ονομάζεται “παιγνιο μηδενικού αθροίσματος” (zero-sum game). Αυτά τα παιγνία έχουν συνολική απόδοση ίση με το μηδέν με αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η συνεργασία μεταξύ των παικτών.<sup>22</sup> Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου παιγνίου είναι το στοίχημα ανάμεσα σε δύο παίκτες, ό,τι κερδίζει ο ένας το χάνει ο άλλος. Το ίδιο ισχύει για όλα τα τυχερά παιχνίδια που παίζονται με χαρτιά ή άλλο τρόπο. Όταν το άθροισμα των αμοιβών είναι διάφορο του μηδενός τότε έχουμε το λεγόμενο “παιγνιο μη-μηδενικού αθροίσματος” (non zero-sum game).

<sup>19</sup> Muzenitova M.2008, *Εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων στο Στρατηγικό Μάνατζμεντ* Διπλωματική Εργασία, ΑΠΘ σσ.33

<sup>20</sup> Δρακάτος Στ. 2012. *Το πρόβλημα της ισορροπίας Nash στις κοινοβουλευτικές Συμμαχίες*, Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πειραιώς σσ.3

<sup>21</sup> Harsanyi, J. C.,1974, *An Equilibrium-Point Interpretation of Stable Sets and a Proposed Alternative Definition*. Management Science pp 1472-1479

<sup>22</sup> Flanagan, T. ,1998,. *Game theory and Canadian politics*., 1<sup>st</sup> edition,University of Toronto Press., Print, Toronto

Το κέρδος του ενός παίκτη δεν σημαίνει απαραίτητα τη ζημιά του ανταγωνιστή του. Και οι δύο μπορεί να κερδίσουν ή και να χάσουν αντίστοιχα.

- **Ανάλογα με τον βαθμό συμμετρίας.** Στην περίπτωση που σε ένα παίγνιο είναι εφικτή η αναστροφή των παικτών χωρίς να αλλάξουν τα αποτελέσματα, τότε το παίγνιο είναι συμμετρικό. Δηλαδή είναι το παίγνιο στο οποίο οι αποδόσεις που προκύπτουν από την εκτέλεση μιας συγκεκριμένης στρατηγικής, εξαρτώνται μόνο από τις στρατηγικές που εφαρμόζονται και όχι από το ποιος παίκτης τις ακολουθεί.
- **Ανάλογα με τη σειρά που λαμβάνονται αποφάσεις.** Αν οι παίκτες ενός παιχνιδιού κινηθούν και επιλέξουν ταυτόχρονα μια στρατηγική στην αρχή του παιχνιδιού, χωρίς ο ένας να γνωρίζει τι θα πράξει ο άλλος, τότε μιλάμε για “στατικό παίγνιο” ή “στρατηγικό παίγνιο” ή “παίγνιο σε κανονική μορφή”. Αντίθετα, όταν οι παίκτες έχουν γνωρίζουν τις προηγούμενες ενέργειες και άρα η σειρά με την οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις έχει σημασία τότε έχουμε το λεγόμενο “δυναμικό παίγνιο” ή “παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή”.
- **Ανάλογα με τον αριθμό των στρατηγικών.** Το παίγνιο που τελειώνει σε ένα πεπερασμένο αριθμό κινήσεων καλείται “πεπερασμένο παίγνιο”. Ενώ, το παίγνιο στο οποίο οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους από ένα συνεχές σύνολο τις στρατηγικές τους καλείται “μη πεπερασμένο παίγνιο”.
- **Ανάλογα με την πληροφόρηση που παρέχει το παίγνιο.** Όταν οι παίκτες που καλούνται να επιλέξουν στρατηγική σε ένα παίγνιο γνωρίζουν μέχρι εκείνη την στιγμή όλο το ιστορικό των κινήσεων των αντιπάλων τους τότε έχουμε ένα “παίγνιο τέλειας πληροφόρησης”. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό μόνο τα δυναμικά παίγνια μπορεί να είναι παίγνια τέλειας πληροφόρησης μιας και στα στατικά οι παίκτες δεν είναι ενημερωμένοι. Στην περίπτωση που οι παίκτες είναι μερικώς ενημερωμένοι λέμε ότι έχουμε “παίγνιο ατελούς πληροφόρησης”. Στην περίπτωση που όλοι οι παίκτες γνωρίζουν τις αποδόσεις των αντιπάλων τους για όλες τις εναλλακτικές τους στρατηγικές το παίγνιο χαρακτηρίζεται ως πλήρους πληροφόρησης. Στην περίπτωση όμως που κάποιος παίκτης δεν γνωρίζει πλήρως τα χαρακτηριστικά του αντιπάλου του το παίγνιο ονομάζεται ελλιπούς πληροφόρησης.
- **Ανάλογα με το αν ο κάθε παίκτης επιλέγει διακριτές στρατηγικές.** Αν ο παίκτης επιλέγει διακριτές στρατηγικές τότε κάθε στρατηγική ορίζει μία συγκεκριμένη κίνηση που πρόκειται να κάνει ο παίκτης, ανεξάρτητα από άλλες

παραμέτρους του παιγνίου (pure strategy) και έτσι το παίγνιο χαρακτηρίζεται ως “παίγνιο καθαρής στρατηγικής”. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου ο κάθε παίκτης μπορεί να επιλέξει ένα συνδυασμό στρατηγικών (mixed strategy) βασισμένο σε μια κατανομή πιθανότητας αυτών των στρατηγικών, λέμε ότι έχουμε “παίγνιο μεικτής στρατηγικής”.

## 1.7 ΕΙΔΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ

### 1.7.1 ΑΜΙΓΕΙΣ/ΚΑΘΑΡΕΣ ΚΑΙ ΜΕΙΚΤΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Ως καθαρή στρατηγική ορίζουμε εκείνη που καθορίζει πλήρως το πώς ένας παίκτης θα κινηθεί σε ένα παίγνιο. Ειδικότερα, προσδιορίζει την κίνηση που ο παίκτης θα κάνει για οποιαδήποτε κατάσταση εκείνος θα ήταν πιθανό να αντιμετωπίσει<sup>23</sup>.

Αντίθετα ως μεικτή στρατηγική περιγράφουμε την κατανομή πιθανοτήτων σε κάθε καθαρή στρατηγική. Αυτό επιτρέπει σε κάποιον παίκτη να επιλέξει τυχαία μια καθαρή στρατηγική με πιθανότητα μεταξύ του 0 και του 1. Δεδομένου ότι οι πιθανότητες είναι συνεχείς, υπάρχουν άπειρες μεικτές στρατηγικές για έναν παίκτη. Συμπερασματικά, μπορεί κανείς να θεωρήσει μια καθαρή στρατηγική ως μια εκφυλισμένη περίπτωση μεικτής στρατηγικής, στην οποία επιλέγεται η συγκεκριμένη καθαρή στρατηγική με πιθανότητα 1 και οποιαδήποτε άλλη στρατηγική με πιθανότητα μηδέν.

### 1.7.2 ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΚΑΙ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Ως κυρίαρχη χαρακτηρίζουμε την στρατηγική κατά την οποία ο παίκτης που την ασκεί λαμβάνει μεγαλύτερη απόδοση από οποιαδήποτε άλλη στρατηγική ανεξαρτήτως των επιλογών των υπόλοιπων παικτών.<sup>24</sup>

Αντιθέτως κυριαρχούμενη στρατηγική είναι εκείνη η οποία όταν ασκείται από ένα παίκτη του παιγνίου δίνει σε εκείνον χειρότερες αποδόσεις από μια η περισσότερες εναλλακτικές στρατηγικές ανεξαρτήτως από τις επιλογές των άλλων

<sup>23</sup> Shor, Mikhael, 2015, *Pure Strategy*, *Dictionary of Game Theory Terms*, *Game Theory.net*, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/PureStrategy.html>>

<sup>24</sup> Shor, Mikhael, 2015, *Dominant Strategy*, *Dictionary of Game Theory Terms*, *Game Theory.net*, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominantStrategy.html>>

παικτών.<sup>25</sup> Οι κυρίαρχες και οι κυριαρχούμενες στρατηγικές ταξινομούνται ανάλογα της φύσης τους σε αυστηρά ή ασθενώς κυρίαρχες η κυριαρχούμενες στρατηγικές

### **1.7.2.1 ΑΥΣΤΗΡΑ Ή ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ**

---

Αυστηρά κυρίαρχη είναι η στρατηγική που ανταμείβει τον παίκτη με αυστηρά υψηλότερες αποδόσεις σε σχέση με τις υπόλοιπες του συνόλου στρατηγικών του, ανεξάρτητα από τις στρατηγικές υιοθετούν οι αντίπαλοί του.

Ασθενώς κυρίαρχη είναι η στρατηγική που παρέχει στον παίκτη, για κάθε επιλογή του αντιπάλου του, καλύτερή ή και ίση απόδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες του συνόλου στρατηγικών του.

### **1.7.2.2 ΑΥΣΤΗΡΑ Ή ΑΣΘΕΝΩΣ ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΜΕΝΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ**

---

Αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική υπάρχει σε ένα παίγνιο όταν ταυτόχρονα υπάρχει μια τουλάχιστον εναλλακτική στρατηγική η οποία είναι αυστηρά κυρίαρχη επί της πρώτης.

Ασθενώς κυριαρχούμενη στρατηγική ενός παίκτη ορίζεται εκείνη όπου, ανεξαρτήτως των επιλογών των άλλων παικτών σε ένα παίγνιο, η απόδοση της είναι ίση ή μικρότερη από τουλάχιστον μια εναλλακτική στρατηγική του ίδιο παίκτη<sup>26</sup>

### **1.7.3 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ “TRIGGER”**

---

Ως “trigger” (τράβηγμα σκανδάλης) ορίζουμε στρατηγικές που ακολουθούνται σε επαναλαμβανόμενα μη συνεργατικά παίγνια. Ένας παίκτης αρχικά ακολουθεί μια στρατηγική συνεργασίας αλλά εφόσον ο αντίπαλος του τον εξαπατά χρησιμοποιεί αυτού του είδους την στρατηγική ώστε να τον τιμωρήσει. Το επίπεδο των ποινών και η ευαισθησία στην ενεργοποίηση αυτών των στρατηγικών ποικίλλουν και οι βασικές στρατηγικές ορίζονται οι εξής:

- Tit for tat<sup>27</sup>, όπου ο παίκτης εφαρμόζει την στρατηγική εξαπάτησης που εφάρμοσε ο αντίπαλός του την προηγούμενη περίοδο (οφθαλμός αντί οφθαλμού)

---

<sup>25</sup> Shor, Mikhael, 2015, Dominated Strategy, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominatedStrategy.html>>

<sup>26</sup> Osborne M. J., and Rubinstein A., *op cit.* pp.62

<sup>27</sup> Axelrod, R.M., and Hamilton W. D., 1984., ‘The evolution of cooperation’ 1<sup>st</sup> edition, Basic Books, 1984. Print. New York pp. viii

- Tit for two tats, όπου ο παίκτης εφαρμόζει την στρατηγική εξαπάτησης που εφάρμοσε ο αντίπαλός του την προηγούμενη περίοδο αφού τον συγχωρέσει για μια φορά
- Grim trigger, όπου παίκτης τιμωρεί για πάντα τον αντίπαλό του όταν ο δεύτερος τον εξαπατήσει για τουλάχιστον μια φορά

## 1.8 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Στη θεωρία παιγνίων, με την έννοια λύση εκφράζουμε τον τυπικό κανόνα που εκφράζει την πρόβλεψη για το πώς θα παιχτεί το παιχνίδι. Οι προβλέψεις αυτές ονομάζονται «λύσεις», και περιγράφουν τις στρατηγικές που θα πρέπει να εφαρμοστούν από τους παίκτες ώστε να καταλήξουμε στο αποτέλεσμα του παιχνιδιού. Ο πιο διαδεδομένος τρόπος επίλυσης είναι αυτός της ισορροπίας, με πιο γνωστή την ισορροπία Nash.

### 1.8.1 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΕ ΑΥΣΤΗΡΑ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Ως βασικό χαρακτηριστικό της συμπεριφοράς των παικτών, σύμφωνα με την θεωρία παιγνίων, αποτελεί το γεγονός ότι είναι ορθολογικοί και ενεργούν προσδοκώντας την μέγιστο δυνατή απόδοση. Γι αυτό, ο κάθε παίκτης δε θα επιλέξει μια αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική, αλλά την αυστηρά κυρίαρχη επί αυτής, εφόσον τη διαθέτει. Με το δεδομένο ότι οι αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές δε θα χρησιμοποιηθούν, απαλείφονται και το παίγνιο απλουστεύεται. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται όσο υφίστανται αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές και μέχρι να φτάσει το παίγνιο σε σημείο που δεν επιδέχεται άλλη απαλοιφή. Προφανώς για να υπάρξει μια τέτοια περίπτωση και για να φτάσει το παίγνιο σε ισορροπία, πρέπει όλοι οι παίκτες να έχουν στη διάθεσή τους αυστηρά κυρίαρχη στρατηγική.

Παράδειγμα:

$\begin{matrix} & & & 2 \\ & & & / \\ & & 1 & \\ & & \backslash & \\ & & & & \end{matrix}$	Left	Middle	Right
Up	1,0	1,2	0,1
Down	0,3	0,1	2,0

**Πίνακας 2: Παίγνιο με αυστηρώς κυριαρχούμενες στρατηγικές**

Στον Πίνακα 2 ο παίκτης 1 έχει δύο στρατηγικές και ο παίκτης 2 έχει τρεις.  $S_1 = \{Up, Down\}$  και  $S_2 = \{Left, Middle, Right\}$ . Για τον παίκτη 1, καμία από τις δύο στρατηγικές του δεν είναι κυριαρχούμενες. Η στρατηγική “Up” είναι καλύτερη από την “Down”, αν ο παίκτης 2 επιλέξει “Left” ή “Middle” (επειδή  $1 > 0$ ), αλλά η στρατηγική “Down” είναι καλύτερη από την “Up” αν ο παίκτης 2 παίξει “Right” (επειδή  $2 > 0$ ). Για τον παίκτη 2, η στρατηγική “Right” κυριαρχείται αυστηρά από την στρατηγική “Middle” (από  $2 > 1$  και  $1 > 0$ ), έτσι ο παίκτης 2 εφόσον είναι ορθολογικός, δεν θα παίξει “Right”.

Έτσι, αν ο παίκτης 1 ξέρει ότι ο παίκτης 2 είναι ορθολογικός τότε ο παίκτης 1 μπορεί να εξαλείψει την στρατηγική “Right” από το σενάριο στρατηγικών του παίκτη 2. Έτσι, ο παίκτης 1 μπορεί να παίξει το παιχνίδι σαν να ήταν το παιχνίδι που απεικονίζεται παρακάτω:

$\begin{matrix} & & & 2 \\ & & & / \\ & & 1 & \\ & & \backslash & \\ & & & & \end{matrix}$	Left	Middle
Up	1,0	1,2
Down	0,3	0,1

**Πίνακας 3: Παίγνιο με διαγραμμένη την αυστηρώς κυριαρχούμενη στρατηγική**

Στο παραπάνω σχήμα, για τον παίκτη 1, η στρατηγική “Down” κυριαρχείται από την στρατηγική “Up”, και έτσι αν ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός, τότε δεν θα παίξει “Down”. Κατά συνέπεια, αν ο παίκτης 2 ξέρει ότι ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός τότε ο

παίκτης 2 μπορεί να εξαλείψει την στρατηγική “Down” από το σετ στρατηγικών του παίκτη 1, αφήνοντας το παίγνιο να δείχνει όπως παρακάτω.

2	Left	Middle
1		
Up	1,0	1,2

**Πίνακας 4: Συνέχεια Παιγνίου**

Και τώρα η στρατηγική “Left” είναι αυστηρά κυριαρχούμενη από την στρατηγική “Middle” για τον παίκτη 2, αφήνοντας τον συνδυασμό (Up, Middle), ως αποτέλεσμα του παιχνιδιού. Αυτή είναι η διαδικασία ονομάζεται διαδοχική εξάλειψη των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών.

### **1.8.2 ΟΠΙΣΘΟΓΕΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗ (BACKWARDS INDUCTION)**

Η χρήση του οπισθογενούς επαγωγής αναπτύχθηκε από Selten (1965), ο οποίος εξέφρασε την άποψη ότι στα παίγνια εκτεταμένης μορφής κάποιες από τις ισορροπίες Nash του παιγνίου είναι πιο ρεαλιστικές από κάποιες άλλες<sup>28</sup>. Αυτός ο ισχυρισμός αποτέλεσε τον ορισμό της τέλει ισορροπίας ενός υποπαιγνίου σε παίγνια εκτεταμένης μορφής. Η λογική διαίσθηση είναι ότι ένα παίγνιο μπορεί να επιλυθεί με την εξεύρεση της βέλτιστης επιλογής του τελευταίου παίκτη, αν υποτεθεί ότι η βέλτιστη δράση του είναι η δράση που ανέλαβε, και στη συνέχεια εφαρμόζεται η ίδια μέθοδος για την αμέσως προηγούμενη περίοδο. Στην αμέσως προηγούμενη περίοδο η άριστη επιλογή του προηγούμενου παίκτη προσδιορίζεται θεωρώντας ότι αν το παιχνίδι προχωρήσει στην τελευταία περίοδο ο τελευταίος παίκτης θα επιλέξει τη βέλτιστη στρατηγική του. Η λογική αυτή ακολουθία φτάνει στην αρχή του παιγνίου στο σημείο στο οποίο η βέλτιστη επιλογή του πρώτου παίκτη, καθορίζεται δεδομένου ότι όλοι οι ακόλουθοι παίκτες θα επιλέξουν εν συνεχεία τις άριστες αποκρίσεις τους<sup>29</sup>.

<sup>28</sup> Fudenberg D, Tirole J., *op cit.* pp.93

<sup>29</sup> Experimental Economics Center, 2006, *Backward Induction*, *Econport.org*, viewed 31 May 2015 <[http://www.econport.org/econport/request?page=man\\_gametheory\\_backinduct](http://www.econport.org/econport/request?page=man_gametheory_backinduct)>

### 1.8.3 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑ PARETO

---

Για να θεωρηθεί το αποτέλεσμα του συνδυασμού δυο στρατηγικών ενός παιγνίου βέλτιστο κατά Pareto δεν θα πρέπει να υπάρχει κανένας άλλος συνδυασμός στρατηγικών που θα αποφέρει μεγαλύτερο όφελος για κάποιον από τους δύο παίκτες χωρίς να βλάπτει τον άλλον παίκτη

### 1.8.4 ΤΕΛΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ BAYES

---

Παίγνιο Bayes χαρακτηρίζεται εκείνο στο οποίο οι παίκτες έχουν ελλιπή πληροφόρηση για τους υπόλοιπους παίκτες και τα χαρακτηριστικά τους. Συνεπώς, εισάγεται η τύχη ως παράγοντας του παιγνίου, προσδίδοντας διαφορετικούς «τύπους» σε κάθε παίκτη με μορφή πιθανότητας ή συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας. Σύμφωνα με την προσέγγιση του Harsanyi<sup>30</sup> η μοντελοποίηση ενός Bayesian παιγνίου γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτρέπει στα παίγνια ελλιπούς πληροφόρησης να μετατραπούν σε παίγνια ατελούς πληροφόρησης, όπου η ιστορία του παιγνίου δεν είναι διαθέσιμη, σε όλους τους παίκτες. Ο τύπος του παίκτη καθορίζει τη συνάρτηση αποδόσεων του. Η πιθανότητα που σχετίζεται με έναν τύπο παίκτη είναι και η πιθανότητα ότι ο παίκτης, μπορεί να είναι αυτός ο τύπος. Σε ένα παίγνιο Bayes, με τον όρο «ελλιπή πληροφόρηση» εννοούμε ότι τουλάχιστον ένας παίκτης δεν είναι βέβαιος για τον τύπο και κατά συνεπαγωγή και για τις αποδόσεις του άλλου παίκτη.

Ως εκ τούτου, τέλεια ισορροπία κατά Bayes σε έναν κόμβο απόφασης είναι ο προσδιορισμός της πιθανότητας με την οποία ένας παίκτης εκτιμά ότι ο συγκεκριμένος κόμβος είναι, ή θα είναι στο μέλλον, το μονοπάτι της ισορροπίας του παιγνίου, σε συνδυασμό πάντα με τις στρατηγικές που έχει εκείνος στη διάθεσή του. Άρα, πολύ σημαντικό ρόλο έχουν οι πεποιθήσεις των παικτών βάσει των πιθανοτήτων, και η τέλεια ισορροπία κατά Bayes είναι μια συνθήκη συνέπειας των παικτών σε αυτές.

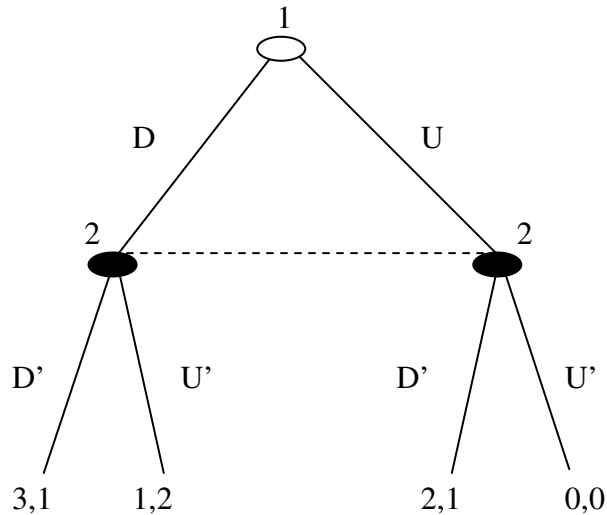
Παράδειγμα<sup>31</sup>

---

<sup>30</sup> Harsanyi, J. C., 1967/1968. 'Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, I-III.', Management Science 14 (3): pp 159-183 (Part I), 14 (5): pp. 320-334 (Part II), 14 (7): pp. 486-502 (Part III)

<sup>31</sup> Hossain, E., Zhu H., and Dusit N., 2009 'Dynamic spectrum access and management in cognitive radio networks', Cambridge University Press U.K. New York, Print pp.182





**Εικόνα 2: Εκτεταμένη μορφή παιχνιδιού ατελούς πληροφόρησης**

Το παραπάνω παίγνιο θεωρείται ατελούς πληροφόρησης δεδομένου του ότι ο παίκτης 2 δεν ξέρει την στρατηγική που έχει επιλέξει ο παίκτης 1 όταν έρχεται η σειρά του να παίζει. Αν και οι δύο παίκτες είναι ορθολογικοί και οι δύο ξέρουν ότι και οι δύο παίκτες είναι ορθολογικοί και όλα όσα είναι γνωστά από κάθε παίκτη είναι γνωστό ότι είναι γνωστό από κάθε παίκτη (δηλαδή ο παίκτης 1 ξέρει ότι ο παίκτης 2 ξέρει ότι ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός και ο παίκτης 2 το γνωρίζει ότι αυτό το ξέρει ο παίκτης 1 και το αντίστροφο), τότε η εξέλιξη του παιχνιδιού θα είναι εξής, σύμφωνα με την τέλεια ισορροπία κατά Bayes:

Ο παίκτης 2 δεν μπορεί να παρατηρήσει την κίνηση του παίκτη 1. Ο παίκτης 1 θα ήθελε να ξεγελάσει τον παίκτη 2 να νομίζει ότι έχει παίξει U όταν έχει πραγματικά παίξει D, ούτως ώστε ο παίκτης 2 να παίξει D' και ο παίκτης 1 θα λάβει απόδοση 3. Στην πραγματικότητα, υπάρχει μια τέλεια ισορροπία κατά Bayes όπου ο παίκτης 1 παίζει D και παίκτης 2 παίζει U' και ο παίκτης 2 κρατά την πεποίθηση ότι ο παίκτης 1 θα παίξει σίγουρα D (δηλ. ο παίκτης 2 δίνει πιθανότητα ίση με 1 στον κόμβο απόφασης που καταλήγει η στρατηγική του παίκτη 1 όταν παίζει D). Σε αυτή την ισορροπία, κάθε στρατηγική είναι ορθολογική, δεδομένων των πεποιθήσεων και κάθε πεποίθηση είναι συνεπής με τις στρατηγικές που έχουν παιχθεί. Σε αυτήν την περίπτωση, η τέλεια κατά Bayes ισορροπία είναι η μόνη ισορροπία Nash.

### 1.8.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΕ ΜΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΠΑΙΓΝΙΑ

Σε αντίθεση με ένα παιχνίδι που παίζεται μια φορά, ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο επιτρέπει στρατηγικές που συναρτώνται άμεσα με την ιστορική εξέλιξη του παιγνίου όπως οι στρατηγικές που επιλέχθηκαν από τους παίκτες στο παρελθόν, επιτρέποντας έτσι στους παίκτες την επιλογή στρατηγικής λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους όπως η φήμη και η αντεκδίκηση. Επίσης στα απείρως επαναλαμβανόμενα παίγνια, στρατηγικές trigger όπως tit for tat μπορεί να ενθαρρύνουν τη συνεργασία των παικτών<sup>32</sup>.

Έστω ότι οι δύο επιχειρήσεις A και B αποφασίζουν να τιμολογήσουν το ανταγωνιστικό προϊόν που παράγουν<sup>33</sup>. Αν οι επιχειρήσεις A και B χρεώνουν και οι δύο το προϊόν τους με υψηλή τιμή, τότε και οι δύο θα έχουν περισσότερα κέρδη από ότι αν το χρέωναν και οι δύο με χαμηλή τιμή. Όμως, η επιχείρηση A, για παράδειγμα, δεν τολμά να χρεώσει υψηλή τιμή στο προϊόν της, γιατί αν η αντίπαλη επιχείρηση έχει κίνητρο να χρεώσει χαμηλή τιμή, τότε η επιχείρηση A θα χάσει έσοδα και η αντίπαλη επιχείρηση B θα κερδίσει.

Αν όμως το παίγνιο διεξάγεται ξανά και ξανά, τότε οι αντιδράσεις των δύο επιχειρήσεων θα είναι διαφορετικές. Έστω ότι και οι δύο επιχειρήσεις τιμολογούν ταυτόχρονα το προϊόν τους. Στην περίπτωση αυτή, κάθε επιχείρηση παίζει διαφορετικά, αλλάζοντας τις τιμές της κατά την πάροδο του χρόνου, ως απάντηση στη στην αλλαγή τιμών της άλλης επιχείρησης. Η επιχείρηση A για παράδειγμα, μπορεί να ξεκινήσει με μία υψηλή τιμή και στη συνέχεια να ρίξει την τιμή αυτή αν ο ανταγωνιστής ρίξει τις τιμές του, και να τις ξανανεβάσει όταν το κάνει ο ανταγωνιστής της.

Στα επαναλαμβανόμενα παίγνια, η καλύτερη στρατηγική για κάθε παίκτη είναι η στρατηγική «οφθαλμός αντί οφθαλμού» (tit-for-tat strategy). Με αυτόν τον τρόπο οι επιχειρήσεις, παρόλο που σε ένα πεπερασμένο παίγνιο θα είχαν μια ισορροπία

<sup>32</sup> Shor, Mikhael, 2015, *Repeated Game, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net*, viewed 6 June 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominatedStrategy.html>>

<sup>33</sup> Νικολοπούλου, Ι., 2004, 'Στρατηγικά παίγνια και υποδείγματα ολιγοπωλίου: Μια εφαρμογή στον κλάδο της κινητής τηλεφωνίας', Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πειραιώς σσ. 58.

κυρίαρχων στρατηγικών που το αποτέλεσμα δεν θα ήταν τόσο ικανοποιητικό για εκείνους, σε ένα μη πεπερασμένο παίγνιο καταφέρνουν να βρίσκονται σε μια ισορροπία που αποφέρει μεγαλύτερα κέρδη συνολικά και για τις δύο και δεν υπάρχει κίνητρο για εξαπάτηση του ανταγωνιστή διότι ο παίκτης που θα εξαπατήσει θα υποστεί μετά και τις συνέπειες

### 1.9 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ NASH

Σύμφωνα με το θεώρημα του Nash κάθε πεπερασμένο παίγνιο, σε πλήθος παικτών και ενεργειών, έχει τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας σε αμιγείς ή μεικτές στρατηγικές<sup>34</sup>, σύμφωνα με το οποίο οι παίκτες επιλέγουν τις πιο συμφέρουσες για αυτούς ενέργειες γνωρίζοντας και τις επιλογές των αντιπάλων τους. Οι παίκτες ενός παιγνίου στηριζόμενοι στην αρχή της ορθολογικής συμπεριφοράς προσπαθούν να καταλάβουν τη συμπεριφορά των άλλων και επιλέγουν την στρατηγική τους σύμφωνα με αυτή. Δηλαδή, η στρατηγική ενός παίκτη αποτελεί την καλύτερη αντίδραση στην στρατηγική του άλλου παίκτη. Αυτός ο συνδυασμός στρατηγικών αποτελεί ισορροπία Nash. Ο παίκτης επιλέγει εκείνη από τις δικές τους στρατηγικές, η οποία είναι η καλύτερη απάντηση στην στρατηγική που νομίζει ότι θα επιλέξει ο άλλος παίκτης. Επομένως, κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να φύγει μονομερώς από αυτήν την ισορροπία που έχει δημιουργηθεί. Οι παίκτες καταλαβαίνουν πως βρίσκονται σε ισορροπία αν μια αλλαγή στις στρατηγικές από οποιονδήποτε από αυτούς οδηγήσει σε χαμηλότερο κέρδος από αυτό που θα είχαν αν παρέμεναν στη «σωστή» στρατηγική. Δεδομένου των επιλογών των αντιπάλων, ο παίκτης δεν έχει να κερδίσει κάποιο μεγαλύτερο όφελος και για αυτό δεν αλλάζει στρατηγική.

Παράδειγμα 1

	2	1	r
1			
L		1,1	0,0
R		0,0	2,2

**Πίνακας 5: Ισορροπία Nash σε παίγνιο αμιγών στρατηγικών**

<sup>34</sup> Nash, J, 1950, 'Equilibrium Points in N-Person Games'. Proceedings of the National Academy of Sciences 36 (1):pp. 48-49

Σε αυτό το παίγνιο, και οι δύο συνδυασμοί (L, l) και (R, r) είναι Nash ισορροπίες. Αν ο παίκτης 1 επιλέξει L τότε η καλύτερη απόκριση του παίκτη 2 είναι να επιλέξει l καθώς του αποφέρει 1 έναντι 0 αν επιλέξει r. Επίσης αν ο Παίκτης 1 επιλέξει R τότε η καλύτερη απόκριση του παίκτη 2 είναι να επιλέξει r καθώς του αποφέρει 2 έναντι 0 αν επιλέξει L. Αντίστοιχα όμως αν ο παίκτης 2 επιλέξει l η καλύτερη απόκριση του παίκτη 1 είναι να επιλέξει L ενώ αν ο παίκτης 2 πάλι επιλέξει r η καλύτερη απόκριση του παίκτη 1 είναι να επιλέξει R. Οι δύο στρατηγικές L και R για τον Παίκτη 1 και οι δύο στρατηγικές l και r για τον Παίκτη 2 καλούνται «καθαρή στρατηγικές» και τα ζεύγη στρατηγική (L, l) και (R, r) ονομάζονται "ισορροπίες σε αμιγείς στρατηγικές".

Πολλά παίγνια όμως δεν παρουσιάζουν ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές, παράδειγμα:

2 L	R
1 U	1,2
D	4,-1

**Πίνακας 6: Μη ισορροπία Nash σε παίγνιο αμιγών στρατηγικών**

Το παραπάνω παίγνιο στρατηγικής μορφής δεν έχει ισορροπία σε αμιγείς στρατηγικές. Εξετάζουμε την περίπτωση της ισορροπίας σε μεικτές στρατηγικές Έστω  $p$  είναι η πιθανότητα του παίκτη 1 να παίξει U και  $q$  είναι η πιθανότητα ο Παίκτης 2 να παίξει L σε μεικτή Nash ισορροπία. Στόχος μας είναι η εξεύρεση  $p$  και  $q$ .

Ο Παίκτης 1:

- Αν επιλέξει την στρατηγική U θα λάβει απόδοση 2 με πιθανότητα  $q$  και 1 με πιθανότητα  $(1-q)$ . Ως εκ τούτου, η αναμενόμενη του απόδοση  $E(U)$  από την στρατηγική U είναι  $E(U) = 2q + (1-q)$ .
- Αν παίξει D θα λάβει απόδοση 1 με πιθανότητα  $q$  και 4 με πιθανότητα  $(1-q)$ . Ως εκ τούτου, η αναμενόμενη απόδοση  $E(D)$  από την στρατηγική D είναι  $E(D) = q + 4(1-q)$ .

Η επιλογή μεικτών στρατηγικών θα συμβεί μόνον αν οι αναμενόμενες απολαβές αυτών των δύο στρατηγικών είναι ίσες:

$$E(U) = E(D) \Rightarrow 2q + (1-q) = q + 4(1-q) \Rightarrow 4q = 3 \Rightarrow q = 3/4.$$

Επομένως ο Παίκτης 1 θα αναμίξει τις δύο στρατηγικές του μόνον εάν  $q = 3/4$ .

Σε ότι αφορά τον Παίκτη 2.

- Αν παίξει L θα λάβει απόδοση -3 με πιθανότητα  $p$  και 1 με πιθανότητα  $(1-p)$ .  
Ως εκ τούτου, η αναμενόμενη απόδοση  $E(L)$  από την στρατηγική L είναι  
 $E(L) = -3p + (1-p)$ .

- Αν παίξει R θα λάβει απόδοση 2 με πιθανότητα  $p$  και -1 με πιθανότητα  $(1-p)$ .  
Ως εκ τούτου, η αναμενόμενη απόδοση της  $E(R)$  από την στρατηγική R είναι  
 $E(R) = 2p + (-1)(1-p)$

Η επιλογή μεικτών στρατηγικών θα συμβεί μόνον αν οι αναμενόμενες απολαβές αυτών των δύο στρατηγικών είναι ίσες:

$$E(L) = E(R) \Rightarrow -3p + (1-p) = 2p - (1-p) \Rightarrow 7p = 2 \Rightarrow p = 2/7.$$

Επομένως ο Παίκτης 2 θα αναμίξει τις δύο στρατηγικές του μόνον εάν  $p = 2/7$

Ως εκ τούτου, η ισορροπία Nash σε μεικτές στρατηγικές, είναι:

- Παίκτης 1: U με πιθανότητα  $2/7$  και D με πιθανότητα  $5/7$ ,

- Παίκτης 2: L με πιθανότητα  $3/4$  και R με πιθανότητα  $1/4$ .

Όπως είναι φανερό, η θεωρία για την ισορροπία Nash έχει δύο βασικές αρχές, πρώτα κάθε παίκτης κάνει την επιλογή του βασιζόμενος στην ορθολογική απόφαση που προέρχεται από τις πεποιθήσεις του για το τι θα πράξει ο αντίπαλος και δεύτερον κάθε πεποίθηση του παίκτη για την επιλογή του αντιπάλου του είναι σωστή.

Η ισορροπία Nash εφαρμόζεται στο ολιγοπώλιο και το δυοπώλιο. Οι ολιγοπωλιακές επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μεταξύ τους με δύο μεταβλητές:

1. την τιμή των προϊόντων τους
2. την ποσότητα παραγωγής τους

Η διαδικασία καθορισμού των δύο παραπάνω μεταβλητών καθορίζεται βάση των συνθηκών της αγοράς και των προβλέψεων για τις κινήσεις των ανταγωνιστικών

επιχειρήσεων. Όταν μια επιχείρηση τιμολογεί πριν από μία άλλη χαρακτηρίζεται ως ηγέτης τιμών και αντιστοίχως η πρώτη στην παραγόμενη ποσότητα ονομάζεται ηγέτης ποσότητας. Υπάρχει όμως το ενδεχόμενο να μην υπάρχει γνώση των κινήσεων των άλλων επιχειρήσεων άρα υπάρχει η πιθανότητα να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονες κινήσεις.

## 1.10 ΒΑΣΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

### 1.10.1 ΤΟ ΔΙΛΗΜΜΑ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ (PRISONER'S DILEMMA)

Το πιο γνωστό και σημαντικό παίγνιο στην ιστορία της θεωρίας παιγνίων είναι το παίγνιο του διλήμματος του φυλακισμένου (prisoner's dilemma).

Δύο ύποπτοι για ένα έγκλημα συλλαμβάνονται από την αστυνομία και κρατούνται σε διαφορετικά κελιά, ώστε να μην έχουν μεταξύ τους επικοινωνία. Ανακρίνονται σε διαφορετικά δωμάτια. Ο ανακριτής είναι σίγουρος για την ενοχή τους αλλά ελλείπει αποδεικτικών στοιχείων προσφέρει στον καθένα χωριστά τις επιλογές (στρατηγικές) που έχει και τις αντίστοιχες πληρωμές-ποινές. Κάθε φυλακισμένος έχει την επιλογή να ομολογήσει το έγκλημα, και κατά αυτό τον τρόπο να ενοχοποιήσει τον άλλον, ή να αρνηθεί τη συμμετοχή του στο έγκλημα. Αν μόνο ο ένας φυλακισμένος ομολογήσει, θα αφηθεί ελεύθερος, και οι αρχές θα τα ρίξουν όλα στον άλλον καταδικάζοντάς τον σε πέντε χρόνια φυλακή. Αν και οι δύο αρνηθούν την ενοχή τους, θα μείνουν και οι δύο φυλακισμένοι για έναν χρόνο, και αν ομολογήσουν και οι δύο την ενοχή τους θα καταδικαστούν μόνο σε τρία χρόνια φυλάκισης. Το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί στον επόμενο πίνακα.

A \ B	B1: ομολογία	B2: άρνηση
A1: ομολογία	3 χρόνια φυλακή, 3 χρόνια φυλακή	ελευθερία, 5 χρόνια φυλακή
A2: άρνηση	5 χρόνια φυλακή, ελευθερία	1 χρόνος φυλακή, 1 χρόνος φυλακή

**Πίνακας 7: Στρατηγική μορφή του "Διλήμματος του Φυλακισμένου"**

Κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές επιλογές: είτε να ομολογήσει, είτε να παραμείνει σιωπηλός. Για παράδειγμα, το καλύτερο αποτέλεσμα για τον παίκτη A είναι να ομολογήσει και ο παίκτης B να αρνηθεί. Το αμέσως επόμενο καλύτερο

αποτέλεσμα για τον παίκτη A να μην ομολογήσει κανείς από τους δύο. Το χειρότερο σενάριο για τον παίκτη A είναι να ομολογήσει ο παίκτης B και ο παίκτης A να παραμείνει σιωπηλός. Είναι λοιπόν φανερό πως οτιδήποτε και αν κάνει ο παίκτης B, ο παίκτης A είναι καλύτερα να ομολογήσει. Το ίδιο ισχύει και για τον παίκτη B ο οποίος θα προτιμήσει και αυτός να μιλήσει. Σε αυτές τις καταστάσεις παιγνίων «διλήμματος φυλακισμένου», οι δύο ύποπτοι θα λάβουν σαφώς καλύτερη απόδοση (δηλαδή, μια μικρότερη ποινή), αν και οι δύο αποφάσιζαν να επιλέξουν τις εναλλακτικές στρατηγικές τους («μη ομολογία»). Ωστόσο, στην προσπάθειά τους να μεγιστοποιήσουν τις προβλεπόμενες αποδόσεις τους (ή, ακριβέστερα, για να ελαχιστοποιήσουν την ποινή τους), η εναλλακτική στρατηγική της «μη ομολογίας» δεν είναι μια ορθολογική επιλογή για κάθε ύποπτο. Οι παίκτες θα μπορούσαν φυσικά να συμφωνήσουν εκ των προτέρων να μην μιλήσουν αλλά χωρίς να υπάρχουν αυστηρές κυρώσεις για να αναγκάσει ο ένας παίκτης τον άλλο να τηρήσει την συμφωνία, καθένας θα έμπαινε στον πειρασμό να προδώσει τον άλλο ομολογώντας την ενοχή του. Όπως φαίνεται από τον πίνακα οι παίκτες θα αποκομίσουν μεγαλύτερο συνολικό όφελος αν και οι δύο επιλέξουν να μην ομολογήσουν. Το πρόβλημα, όμως, έγκειται στο ότι δεν υπάρχει τρόπος συντονισμού των ενεργειών των φυλακισμένων. Η καλύτερη στρατηγική για τον καθένα, παράγει ένα αποτέλεσμα που δεν είναι καλό για την ομάδα. Τα ατομικά κίνητρα υπονομεύουν το κοινό συμφέρον. Η μοναδική ισορροπία κατά Nash είναι η από κοινού ομολογία.

Πολλές εκδόσεις του διλήμματος του φυλακισμένου έχουν εμφανιστεί στις κοινωνικές επιστήμες. Ένα παράδειγμα είναι ο ηθικός κίνδυνος (*moral hazard*) σε ομάδες εργασίας. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο εργαζόμενοι,  $i = 1, 2$ , και ότι κάθε ένας μπορεί να παράγει «έργο» ( $s_i=1$ ) ή να "τεμπελιάσει" ( $s_i = 0$ ). Η συνολική παραγωγή της ομάδας είναι  $4(s_1 + s_2)$  και μοιράζεται εξίσου μεταξύ των δύο εργαζομένων. Κάθε εργαζόμενος αναλαμβάνει ιδιωτικό κόστος 3, όταν εργάζεται και 0 όταν τεμπελιάζει. Ο παρακάτω πίνακας είναι η στρατηγική μορφή του παιγνίου του «ηθικού-κινδύνου» για ομάδες εργασίας και η στρατηγική «εργασία» είναι μια αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική για κάθε εργαζόμενο.<sup>35</sup> Και ο συνδυασμός (τεμπελιά, τεμπελιά) αποτελεί την ισορροπία Nash του παιγνίου με ένα αποτέλεσμα που δεν είναι καλό για την ομάδα εργασίας.

---

<sup>35</sup>Fudenberg, D. Tirole, J. , *op cit.* pp.10.

A \ B	Εργασία	Τεμπελιά
Εργασία	1,1	-1,2
Τεμπελιά	2-1	0,0

**Πίνακας 8: "Δίλημμα του φυλακισμένου" και "Ηθικός Κίνδυνος"**

Τέλος χαρακτηριστική εφαρμογή του διλήμματος του φυλακισμένου παρατηρείται στο ολιγοπώλιο με χαρακτηριστικά παραδείγματα των υποδειγμάτων Cournot και Bertrand και στις δύο περιπτώσεις η ισορροπία μας δίνει ένα αποτέλεσμα που δεν είναι καλό για την κερδοφορία του συνόλου των επιχειρήσεων που ανταγωνίζονται μέσα σε αυτόν. Επίσης, όπως και στο δίλημμα του φυλακισμένου, έτσι και στα δύο αυτά ολιγοπωλιακά μοντέλα υπάρχει κίνητρο από κάθε επιχείρηση να παραπλανήσει τις ανταγωνίστριες με την πρόθεση της συνεργασίας, ενώ την πραγματικότητα σχεδιάζει την εξαπάτηση<sup>36</sup>. Αυτά τα υποδείγματα όμως θα τα εξετάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

### 1.10.2 ΤΟ ΠΑΙΓΝΙΟ ΤΟΥ «ΔΕΙΛΟΥ» (CHICKEN GAME)

Ένας ακόμη χαρακτηριστικός τύπος παιγνίου είναι το «chicken game» ή παίγνιο του «δειλού». Το διάσημο αυτό παίγνιο περιστρέφεται γύρω από ένα παιχνίδι που υποτίθεται ότι λάμβαναν μέρος οι Αμερικανοί έφηβοι την δεκαετία του 1950<sup>37</sup>. Δύο νέοι τοποθετούν τα αυτοκίνητά τους το ένα απέναντι στο άλλο σε κάποιο δρόμο στις Ηνωμένες Πολιτείες τα μεσάνυχτα, και αρχίζουν να οδηγούν το ένα με κατεύθυνση μετωπική προς το άλλο. Αυτός που παρεκκλίνει για να αποφύγει μια σύγκρουση είναι ο «δειλός» και αυτός που συνεχίζει να πηγαίνει ευθεία είναι ο νικητής. Αν και οι δύο όμως δεν παρεκκλίνουν της ευθείας πορείας, τα δύο αυτοκίνητα συγκρούονται μετωπικά και οι δύο παίκτες τραυματίζονται σοβαρά.

Οι αποδόσεις για το συγκεκριμένο παίγνιο εξαρτώνται από το πόσο αρνητικά αξιολογείται η κακή εξέλιξη του από κάθε παίκτη, το να καταστραφεί το αυτοκίνητο και να τραυματιστεί ο οδηγός σε αυτή την περίπτωση, σε σύγκριση με το να χαρακτηριστεί δειλός. Όσο οι « χαρακτηρισμοί» έχουν λιγότερες επιπτώσεις από μια

<sup>36</sup> Beckman, S, 2003, 'Cournot and Bertrand Games', Journal of Economic Education V34 #1, pp. 27-35 viewed 15 June 2015 <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220480309595198>>

<sup>37</sup> Dixit, A., Skeath S., 1999, 'Games of strategy'. 1<sup>st</sup> edition, Norton, Print. New York, pp.110-112



σύγκρουση αυτοκινήτων, η στρατηγική μορφή του παιγνίου παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα. Κάθε παίκτης προτιμά να κερδίσει, αντί του να χαρακτηριστεί δειλός, αλλά ο κανένας από τους δύο δεν προτιμά την σύγκρουση των δύο αυτοκινήτων.

1 \ 2	Στροφή Αυτοκινήτου	Ευθεία Πορεία
Στροφή Αυτοκινήτου	0,0	-1,1
Ευθεία Πορεία	1,-1	-2,-2

**Πίνακας 9:Στρατηγική μορφή του "chicken game"**

Το συγκεκριμένο παίγνιο δεν έχει ισορροπία σε αμιγώς κυρίαρχες στρατηγικές και δεν έχει μόνο μια ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές. Αντ'αυτού, αυτό το παιχνίδι απεικονίζει τα τέσσερα βασικά χαρακτηριστικά που προσδιορίζουν κάθε παίγνιο αυτής της μορφής. Κατ'αρχάς, κάθε παίκτης έχει μια στρατηγική, η οποία είναι η "σκληρή" (tough) και μία που είναι η "αδύναμη" (soft). Δεύτερον, υπάρχουν ισορροπίες Nash σε αμιγείς στρατηγικές. Η κατάληξη αυτών των δύο ισορροπιών είναι ο ένας παίκτης είναι νικητής και ο άλλος δειλός. Τρίτον, κάθε παίκτης προτιμά αυστηρά την ισορροπία αυτή στην οποία ο άλλος παίκτης επιλέγει την αδύναμη στρατηγική και γίνεται δειλός. Τέταρτον, οι αποδόσεις όταν και οι δύο παίκτες επιλέγουν τις «σκληρές» στρατηγικές είναι πολύ κακές και για τους δύο παίκτες.

Οι παίκτες πρέπει να χρησιμοποιήσουν κάποια μέθοδο για να καταλήξουν σε μία από τις δύο ισορροπίες του παιγνίου. Ωστόσο, στο chicken game, οι παίκτες έχουν αυστηρές προτιμήσεις σχετικά με το ποια ισορροπία προτιμούν, και καθένας από αυτούς θα θέλει να επηρεάσει το αποτέλεσμα. Επιπλέον, οι δύο παίκτες θέλουν οπωσδήποτε να αποφύγουν το κακό αποτέλεσμα (σύγκρουση). Έτσι κάθε παίκτης θα προσπαθήσει να δημιουργήσει μια εικόνα «σκληρότητας», μέσω και κάποιου είδους δέσμευσης, για τον εαυτό του που ο κάθε αντίπαλος την αναγνωρίζει, προκειμένου να εκφοβίσει όλους τους αντιπάλους<sup>38</sup>.

Επίσης, το chicken game μπορεί να επιλυθεί μέσα από την επανάληψη. Δηλαδή, αν οι παίκτες παίζουν το παίγνιο για παραπάνω από μια φορά, θα έχουν το πλεονέκτημα

<sup>38</sup> Schelling, T.,1966, 'Arms and Influence', 1<sup>st</sup> edition, Conn.: Yale University Press, New Haven, pp. 118

να γνωρίζουν ότι το παίγνιο έχει και μια ιστορία και ένα μέλλον, όταν αποφασίζουν στρατηγικές ισορροπίας τους.

### 1.10.3 ΚΟΡΟΝΑ Ή ΓΡΑΜΜΑΤΑ (MATCHING PENNIES)

Το παίγνιο «κορώνα-γράμματα» αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της θεωρίας παιγνίων που αναδεικνύει την περίπτωση ισορροπίας Nash σε μεικτές στρατηγικές. Δύο παίκτες, ο 1 και ο 2 κρύβουν στα χέρια τους ένα νόμισμα και ο εμφανίζουν ταυτόχρονα. Αν η πλευρά του νομίσματος που εμφανίζεται είναι η ίδια και στα δύο τότε ο παίκτης A τα κερδίζει. Αν είναι διαφορετικά κερδίζει ο παίκτης B και κρατάει εκείνος τα νομίσματα. Το συγκεκριμένο παίγνιο χαρακτηρίζεται μηδενικού αθροίσματος, διότι το κέρδος του ενός παίκτη είναι ακριβώς ίσο με την απώλεια του άλλου. Η στρατηγική μορφή του παιγνίου είναι η ακόλουθη:

	2	
1	κορώνα	Γράμματα
κορώνα	(1,-1)	(-1,1)
γράμματα	(-1,1)	(1,-1)

Πίνακας 10: Στρατηγική μορφή για το παίγνιο "κορώνα γράμματα"

Στον συγκεκριμένο τύπο παιγνίου δεν υπάρχει ισορροπία Nash σε αμιγείς στρατηγικές υπάρχει όμως σε μεικτές και αυτή είναι όταν οι παίκτες επιλέγουν κορώνα η γράμματα με ίσες πιθανότητες:

- Παίκτης 1: Κορώνα με πιθανότητα 1/2 και Γράμματα με πιθανότητα 1/2,
- Παίκτης 2: Κορώνα με πιθανότητα 1/2 και Γράμματα με πιθανότητα 1/2

### 1.10.4 Η ΜΑΧΗ ΤΩΝ ΦΥΛΩΝ (BATTLE OF SEXES)

Ένα χαρακτηριστικό παίγνιο συνεργασίας που βρίσκει συχνά εφαρμογή με τη Θεωρία Παιγνίων είναι «η μάχη των φύλων». Περιγράφει μια κατάσταση στην οποία οι παίκτες επιθυμούν να συντονίσουν τη συμπεριφορά τους, αλλά έχουν συγκρουόμενα συμφέροντα<sup>39</sup>

<sup>39</sup> Osborne M. J., and Rubinstein A., *op cit.* pp.15

Ένα ζευγάρι προγραμματίζει την έξοδό του. Ο άντρας θέλει να πάει σε αγώνα ποδοσφαίρου, ενώ η γυναίκα θέλει να πάει σε παράσταση στην όπερα. Το παίγνιο αναπαρίσταται στον ακόλουθο πίνακα

\	Γυναίκα	Ποδοσφαιρικός αγώνας	Όπερα
Άντρας			
Ποδοσφαιρικός αγώνας		(3, 2)	(0, 0)
Όπερα		(0, 0)	(2,3)

**Πίνακας 11: Πίνακας ωφελειών για την «μάχη των φύλων»**

Παρατηρούμε πως δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική και υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash σε αμιγείς στρατηγικές και μια ισορροπία σε μεικτές.

- Γυναίκα: Ποδοσφαιρικός αγώνας με πιθανότητα 40% και Όπερα με πιθανότητα 60%,
- Άντρας: Ποδοσφαιρικός αγώνας 60% και Όπερα με πιθανότητα 40%

Είναι σαφές ότι αν υπάρχουν κοινά ενδιαφέροντα και οι παίκτες συνεργαστούν, τότε θα αποκομίσουν και περισσότερα οφέλη, αφού σε αντίθετη περίπτωση δεν κερδίζουν.

### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η θεωρία του Ολιγοπωλίου βρίσκεται στην καρδιά της βιομηχανικής οργάνωσης και το αντικείμενο της μελέτης είναι η αλληλεξάρτηση των επιχειρήσεων. Μεγάλο μέρος της παραδοσιακής μικροοικονομίας προϋποθέτει ότι οι επιχειρήσεις τηρούν μια παθητική στάση στην εξέλιξη της αγοράς, ως λήπτες τιμών (price takers), και έτσι αποφεύγονται τα πολύπλοκα θέματα που άπτονται στην κατανόηση της συμπεριφοράς των επιχειρήσεων σε έναν αλληλεξαρτώμενο περιβάλλον. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το μοντέλο του τέλειου ανταγωνισμού, όπου υποθέτουμε ότι κάθε επιχείρηση είναι τόσο μικρή σε σχέση με το σύνολο του κλάδου ώστε να μην μπορεί να επηρεάσει η μία τα κέρδη (profits) της άλλης, και γι' αυτό οι επιχειρήσεις συνδέονται μεταξύ τους αμιγώς μέσω της τιμής ισορροπίας του κλάδου. Η ανάπτυξη της ολιγοπωλιακής θεωρίας είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τις εξελίξεις στην θεωρία των παιγνίων. Τα αποτελέσματα που απορρέουν από την θεωρία των παιγνίων έχουν συχνά εφαρμογή για πρώτη φορά, στα ολιγοπώλια μοντέλα. Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται λεπτομερώς τρία θεμελιώδη υποδείγματα ολιγοπωλίου που κυριαρχούν στην υπάρχουσα βιβλιογραφία, τα οποία αναφέρονται ως: (α) το υπόδειγμα του Cournot, (β) το υπόδειγμα του Bertrand και (γ) το υπόδειγμα του Stackelberg. Για την καλύτερη κατανόηση αυτών χρησιμοποιούνται υποδείγματα στην απλούστερη μορφή, και συγκεκριμένα στη κατάσταση του δυοπωλίου, δηλαδή στην αγορά όπου υπάρχουν μόνο δύο επιχειρήσεις. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι τα προϊόντα που παράγουν οι επιχειρήσεις είναι τέλεια υποκατάστατα (perfect substitutes). Επίσης γίνεται σημαντική αναφορά στο ολιγοπώλιο με διαφοροποίηση προϊόντων καθώς και στις περιπτώσεις εναρμονισμένων πρακτικών όπως τα καρτέλ και η εναρμόνιση τιμών. Όπως θα δούμε για να προβλέψουμε το αποτέλεσμα ενός παιγνιοθεωρητικού μοντέλου, χρησιμοποιούμε την έννοια της ισορροπίας Nash.

Το ολιγοπώλιο (oligopoly) είναι μια μορφή αγοράς στην οποία δραστηριοποιείται ένας σχετικά μικρός αριθμός επιχειρήσεων, οι οποίες κατέχουν σημαντικό ποσοστό του συνολικού προϊόντος που παράγεται και προσφέρεται<sup>40</sup>. Επίσης αποτελεί την πιο διαδεδομένη διάρθρωση αγοράς στον μεταποιητικό τομέα μιας σύγχρονης οικονομίας όπου οι επιχειρήσεις πωλούν ομοιογενή<sup>41</sup> (homogeneous) ή διαφοροποιημένα (differentiated) προϊόντα. Παραδείγματα ολιγοπωλιακών επιχειρήσεων που πωλούν ομοιογενή προϊόντα είναι οι βιομηχανίες αλουμινίου και χάλυβα ενώ παραδείγματα ολιγοπωλιακών επιχειρήσεων που πωλούν διαφοροποιημένα προϊόντα είναι οι καπνοβιομηχανίες και οι αυτοκινητοβιομηχανίες και αυτές των αναψυκτικών ποτών. Αν σε ένα ολιγοπωλιακό κλάδο παράγονται ομοιογενή προϊόντα, τότε πρόκειται για την περίπτωση του καθαρού ολιγοπωλίου (pure oligopoly), ενώ αν παράγονται διαφοροποιημένα τότε πρόκειται για την περίπτωση του διαφοροποιημένου ολιγοπωλίου (differentiated oligopoly). Στην περίπτωση των διαφοροποιημένων ολιγοπωλίων οι εταιρείες προσπαθούν να διαφοροποιήσουν τα προϊόντα τους από εκείνα των ανταγωνιστών τους. Γι αυτό το λόγο χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές διαφοροποίησης των προϊόντων, όπως η διαφήμιση και η προώθηση των πωλήσεων για την κυκλοφορία νέων προϊόντων, διότι αυτό διατηρεί και ενισχύει την κερδοφορία τους. Στο βαθμό που είναι σε θέση να διατηρούν τα προϊόντα τους διαφοροποιημένα σε μια αγορά, οι εταιρείες είναι σε θέση να διατηρήσουν διαφοροποιημένες και τις τιμές τους.

Το στοιχείο που διαφοροποιεί τις επιχειρήσεις στο ολιγοπώλιο σε σχέση με άλλες επιχειρήσεις που λειτουργούν σε διαφορετικές μορφές αγορών συνίσταται στο ότι στη διαδικασία λήψης των αποφάσεών τους για το επίπεδο της τιμής και της παραγωγής τους θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη και τις αντιδράσεις των ανταγωνιστών τους. Αυτή είναι η λεγόμενη ολιγοπωλιακή ή στρατηγική αλληλεξάρτηση. Κάθε επιχείρηση, όταν αποφασίζει σχετικά με την στρατηγική/τιμολογιακή πολιτική της στην ολιγοπωλιακή αγορά, πρέπει να λαμβάνει ρητά υπόψη τις πιθανές αντιδράσεις και των ανταγωνιστών της, ως απάντηση στις

<sup>40</sup> Mansfield, E., (1996[2001]), *Managerial economics : theory, applications, and cases*. Τόμος Α μτφρ Μπήτρος Γ., εκδόσεις Μπένος Αθήνα σσ. 447

<sup>41</sup> Ομοιογενές προϊόν. Όταν τα προϊόντα των ανταγωνιστών είναι τέλεια υποκατάστατα του προϊόντος κάθε επιχείρησης.

δικές της κινήσεις. Μια μείωση των τιμών, για παράδειγμα, μπορεί να φαίνεται ότι είναι συμφέρουσα για μια επιχείρηση εάν εξεταστεί μεμονωμένα. Αλλά αν αυτή η επιλογή οδηγήσει και τις άλλες εταιρείες του κλάδου να μειώσουν τις τιμές τους, για να προστατεύσουν το επίπεδο πωλήσεων, αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα συνολικά όλες οι επιχειρήσεις να υποφέρουν από το αποτέλεσμα των μειωμένων κερδών. Κατά συνέπεια, στις ολιγοπωλιακές αγορές συνηθίζεται να αποφεύγεται, ως στρατηγική επιλογή, ο ανταγωνισμός σε επίπεδο τιμών, και χρησιμοποιούν διαφορετικούς μηχανισμούς, όπως η ηγεσία τιμών και άλλους περιορισμούς που οδηγούν στο συντονισμό των τιμών τους και επίσης καταφεύγουν και σε στρατηγικές μάρκετινγκ.

Στον τέλειο ανταγωνισμό, όπως και στο μονοπώλιο, οι επιχειρήσεις δεν έχουν να αντιμετωπίσουν προβλήματα από αντιδράσεις ανταγωνιστών και επομένως δεν ασχολούνται με στρατηγικές αποφάσεις ως προς την αντιμετώπισή τους. Αντίθετα, στο ολιγοπώλιο εφόσον δεν υπάρχει συμφωνία, οι επιχειρήσεις αντιδρούν στρατηγικά όπως συμβαίνει σε κάθε παίγνιο το οποίο χαρακτηρίζεται από το στοιχείο της αλληλεξάρτησης μεταξύ των παικτών. Οι επιχειρήσεις λαμβάνουν στρατηγικές αποφάσεις όταν πρόκειται να τιμολογήσουν, να διαφημίσουν κ.τ.λ. υπολογίζοντας πάντα τις αντιδράσεις των αντιπάλων τους. όπως Εφόσον, υπάρχουν λίγες μόνο επιχειρήσεις που πωλούν ομοιογενή ή διαφοροποιημένα προϊόντα η δράση της μίας επηρεάζει τις άλλες επιχειρήσεις του κλάδου και αντίστροφα.

Στις ολιγοπωλιακές μορφές αγοράς υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι επιχειρήσεις συνεργάζονται με σκοπό τη μεγιστοποίηση των συνολικών κερδών του κλάδου αλλά και περιπτώσεις όπου οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται επιθετικά προσπαθώντας να αποκτήσουν μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς σε σχέση με τους ανταγωνιστές της. Όταν η συνεργατική αλληλεπίδραση επικρατεί της ανταγωνιστικής είναι πιθανόν οι επιχειρήσεις να χρεώσουν τιμές πολύ υψηλότερες από το οριακό κόστος και έτσι να αποκομίσουν τεράστια οφέλη. Ο τρόπος συμπεριφοράς των επιχειρήσεων κάθε φορά εξαρτάται από τις αποφάσεις που λαμβάνουν σχετικά με τον όγκο παραγωγής και τις τιμές. Οι αποφάσεις αυτές είναι αρκετά πολύπλοκες αφού κάθε επιχείρηση πρέπει να λειτουργεί στρατηγικά κατά τη λήψη μιας απόφασης σταθμίζοντας τις αντιδράσεις των ανταγωνιστών της.

Η είσοδος νέων επιχειρήσεων στο ολιγοπώλιο είναι δύσκολη καθώς οι αγορές αυτές χαρακτηρίζονται από εμπόδια εισόδου. Επίσης οι πωλητές του προϊόντος

καθορίζουν την τιμή του (decision makers) και οι αγοραστές είναι δέκτες τιμών (price takers).

Δεδομένου ότι υπάρχουν πολλές διαφορετικές μορφές αντιδράσεων για τις ανταγωνίστριες επιχειρήσεις, εκτός εάν έχουμε καθορίσει ένα συγκεκριμένο πλαίσιο αντίδρασης, δεν κατέστη δυνατόν να αναπτυχθεί μια γενική θεωρία του ολιγοπωλίου. Το μόνο που έχουμε είναι διάφορες συγκεκριμένες περιπτώσεις οι οποίες έχουν μοντελοποιηθεί.. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται για την επίτευξη τριών σκοπών:

42

- (α) για να τονιστεί με σαφήνεια η φύση της μονοπωλιακής αλληλεξάρτησης
- (β) για να επισημανθούν τα κενά τα οποία μια τεκμηριωμένη θεωρία ολιγοπωλίου πρέπει να καλύψει
- (γ) για να δοθεί κάποια ένδειξη για το πόσο δύσκολη είναι η θεωρία του ολιγοπωλίου στην πράξη

## 2.3 ΠΗΓΕΣ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟΥ<sup>43</sup>

Οι πηγές του ολιγοπωλίου είναι οι παράγοντες που συντελούν στην ύπαρξή του και αποτελούν συγχρόνως και τα εμπόδια εισόδου σε έναν ολιγοπωλιακό κλάδο. Οι πηγές στις οποίες οφείλεται η δημιουργία του ολιγοπωλίου είναι περίπου ίδιες με αυτές του μονοπωλίου και ενδεικτικά κάποιες από αυτές είναι οι εξής:

1. Οικονομίες κλίμακας και το απόλυτο πλεονέκτημα κόστους που διαθέτουν οι υφιστάμενες επιχειρήσεις και τα οποία λειτουργούν για μία αρκετά μεγάλη κλίμακα όγκου παραγωγής, έτσι ώστε μόνο λίγες επιχειρήσεις παραμένουν και προμηθεύουν μία ολόκληρη αγορά.
2. Τεράστιες απαιτούμενες επενδύσεις σε κεφάλαιο και πρώτες ύλες από τους νεοεισελθόντες στον κλάδο, τέτοιες ώστε να ανταγωνίζονται την παραγωγική ικανότητα των υφιστάμενων, γεγονός που αυτό καθεαυτό αποτελεί ένα φυσικό εμπόδιο εισόδου.

<sup>42</sup> Mukherjee,S., 2002, 'Modern Economic Theory', 4<sup>th</sup> edition, New Age International Publisher, New Delhi, pp.443

<sup>43</sup> Dwivedi,D. N., 2010, 'Managerial Economics', 7th edition. Vikas Publishing House, New Delhi, pp.346-347

3. Λίγες μόνο επιχειρήσεις έχουν τη δυνατότητα να έχουν στην κατοχή τους ευρεσιτεχνίες για το αποκλειστικό δικαίωμα παραγωγής ενός αγαθού ή χρήσης μίας συγκεκριμένης διαδικασίας παραγωγής.
4. Υπάρχει ισχυρή αφοσίωση των καταναλωτών στα προϊόντα των υπαρχουσών επιχειρήσεων με βάση την ποιότητα και την προσφερόμενη υπηρεσία τους. Επίσης οι νέες επιχειρήσεις, είναι πολύ δύσκολο να φθάσουν σε αυτό το επίπεδο ποιότητας προϊόντων και υπηρεσιών.
5. Ορισμένες εταιρείες αποκτούν τον έλεγχο σε ολόκληρο σχεδόν το δίκτυο διανομής βασικών πρώτων υλών που απαιτούνται για να παραχθεί ένα εμπόρευμα. Με αυτό τον τρόπο οι νέες επιχειρήσεις αποθαρρύνονται στο να εισέλθουν στον κλάδο. Για παράδειγμα, αν μερικές επιχειρήσεις αποκτούν το δικαίωμα από την κυβέρνηση για την εισαγωγή ορισμένων πρώτων υλών, με αυτό τον τρόπο αποκτούν τον έλεγχο στον συγκεκριμένο παραγωγικό συντελεστή του κλάδου.
6. Η κυβέρνηση μπορεί να δώσει κάποια προνόμια σε λίγες μόνο επιχειρήσεις για να λειτουργήσουν στην αγορά.

Ένα ακόμη εμπόδιο εισόδου είναι και η τιμολόγηση στο «όριο» (limit pricing), κατά το οποίο οι υπάρχουσες επιχειρήσεις χρεώνουν στα προϊόντα τους χαμηλές τιμές, έτσι ώστε να αποθαρρύνουν νέες επιχειρήσεις να εισέλθουν στον κλάδο. Με αυτό τον τρόπο, «θυσιάζουν» τα βραχυπρόθεσμα κέρδη τους, προκειμένου να μεγιστοποιήσουν τα μακροπρόθεσμα τους.

Τέλος άλλη μια πηγή της ύπαρξης μονοπωλιακής αγοράς είναι οι συγχωνεύσεις ή οι εξαγορές ανταγωνιστικών επιχειρήσεων από μεγαλύτερες με σκοπό την προστασία του από κοινού μεριδίου αγοράς τους, ή για να τεθεί τέλος σε τυχόν κοστοβόρο ανταγωνισμό και στην απώλεια κερδών. Στην σύγχρονη εποχή λειτουργεί, ως σημαντικός παράγοντας που δημιουργεί ολιγοπώλια και ενισχύει την ολιγοπωλιακή τάση στις σύγχρονες βιομηχανίες.

Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι μία ολιγοπωλιακή αγορά κατά πάσα πιθανότητα θα εξακολουθήσει να είναι ολιγοπωλιακή και μακροπρόθεσμα, αφού τα υπάρχοντα εμπόδια καθιστούν την είσοδο σε αυτήν αρκετά περιορισμένη.



## 2.4 ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΣΤΟ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ

Σημαντική παράμετρος εξέτασης στο ολιγοπώλιο είναι η συγκέντρωση της αγοράς, ο βαθμός δηλαδή, στον οποίο ένας μικρός αριθμός επιχειρήσεων αντιπροσωπεύουν μεγάλο τμήμα της παραγωγής ή αλλιώς το επίπεδο του ανταγωνισμού των επιχειρήσεων. Στην πραγματικότητα το ολιγοπώλιο είναι η μόνη από τις τέσσερις βασικές μορφές της αγοράς όπου η συγκέντρωση αγοράς είναι πραγματικά ένα σημαντικό ζήτημα. Για παράδειγμα στο μονοπώλιο υπάρχει ένας και μοναδικός προμηθευτής στην αγορά οπότε η συγκέντρωση δεν έχει ιδιαίτερη σημασία καθώς αυτή αφορά μόνο μια επιχείρηση. Επιπρόσθετα στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό και στον τέλει ανταγωνισμό ο αριθμός των μικρών επιχειρήσεων είναι αρκετά μεγάλος, οπότε η συγκέντρωση είναι μόλις και μετά βίας μετρήσιμη.

Αντίθετα, όπως έχουμε αναφέρει, το ολιγοπώλιο έχει ένα μικρό αριθμό μεγάλων εταιρειών που παράγουν το μεγαλύτερο μέρος της συνολικής παραγωγής ενός κλάδου. Αυτό σημαίνει ότι η παραγωγή και οι πωλήσεις έχουν την τάση να συγκεντρώνονται στα χέρια σχετικά λίγων επιχειρήσεων. Στις περισσότερες ολιγοπωλιακές αγορές, οι δέκα μεγαλύτερες επιχειρήσεις συχνά κατέχουν πάνω από το 75 τοις εκατό των συνολικών πωλήσεων<sup>44</sup>. Ειδικά για κάποιες ολιγοπωλιακές αγορές, οι τρεις – τέσσερις μεγαλύτερες εταιρείες αντιπροσωπεύουν πάνω από το 90 τοις εκατό της αγοράς. Αυτού του είδους λοιπόν η συγκέντρωση είναι που οδηγεί σε μερικές από τις πιο ενδιαφέρουσες στρατηγικές συμπεριφορές στο ολιγοπώλιο, όπως η συμπαιγνία και ο μη-τιμολογιακός ανταγωνισμός (non-price competition).

Ο προσδιορισμός και η μέτρηση της συγκέντρωσης σε μια ολιγοπωλιακή αγορά είναι αρκετά χρήσιμη. Η μέτρηση της συγκέντρωσης επιτυγχάνεται γενικά με έναν από τους τρεις τρόπους.

**Μερίδιο αγοράς:** Το απλούστερο μέτρο της συγκέντρωσης είναι το μερίδιο της αγοράς ( $s_i$ ) που κατέχουν μια ή περισσότερες επιχειρήσεις του κλάδου. Αυτό συνήθως υπολογίζεται ως ποσοστό των πωλήσεων μιας επιχείρησης ( $q_i$ ) επί των

<sup>44</sup> Amos WEB LLC, 2015, 'Oligopoly, concentration, AmosWEB Encyclonomic' WEB\*pedia, viewed 13 June 2015 <<http://www.AmosWEB.com>>

συνολικών πωλήσεων των επιχειρήσεων του κλάδου (Q). Ο αλγεβρικός τύπος είναι ο ακόλουθος:  $s_i = \frac{q_i}{Q}$ .

**Δείκτης Συγκέντρωσης (Concentration Ratio CR):** Το μέτρο αυτό της συγκέντρωσης συνδυάζει τα μερίδια αγοράς των μεγαλύτερων επιχειρήσεων σε ένα κλάδο, ώστε να δείξει το βαθμό συγκέντρωσης της αγοράς. Οι δύο πιο δημοφιλείς δείκτες συγκέντρωσης είναι το άθροισμα των μεριδίων αγοράς για τις τέσσερις ή τις οκτώ μεγαλύτερες επιχειρήσεις σε έναν κλάδο. Παράδειγμα  $CR_4 = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$  όπου  $s_1 > s_2 > s_3 > s_4$

**Δείκτης Herfindahl (HHI):** Το μέτρο αυτό αναπτύχθηκε για να αντισταθμίσει κάποια προβλήματα που σχετίζονται με τους δείκτες συγκέντρωσης για τις τέσσερις ή οκτώ μεγαλύτερες επιχειρήσεις του κλάδου.. Ειδικότερα, οι τυποποιημένοι δείκτες συγκέντρωσης των τεσσάρων και οκτώ εταιρειών αγνοούν τη δραστηριότητα των επιχειρήσεων που δεν περιλαμβάνονται στον υπολογισμό. Ο δείκτης Herfindahl περιλαμβάνει τα μερίδια αγοράς όλων των επιχειρήσεων στην αγορά. Επιπλέον, στον δείκτη αυτό, δεν προστίθενται απλά τα μερίδια των επιχειρήσεων στην αγορά αλλά τα μερίδια των επιχειρήσεων υψώνονται στο τετράγωνο και ύστερα αθροίζονται. Με αυτόν τον τρόπο δίδεται μεγαλύτερη βαρύτητα σε μεγαλύτερα μερίδια αγοράς. Ο δείκτης Herfindahl παράγει τιμές μεταξύ 0 και 10.000 και δίδεται από τον τύπο  $H = 100^2 \cdot (s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2)$ . Με βάση την εμπειρία τους, οι Ρυθμιστικές Αρχές συνήθως κατατάσσουν αγορές σε τρεις τύπους<sup>45</sup>:

- Τις μη συγκεντρωμένες αγορές όταν ο δείκτης HHI κάτω από 1500
- Μέτρια συγκεντρωμένες αγορές: HHI μεταξύ 1500 και 2500
- Αγορές με υψηλή συγκέντρωση: HHI πάνω από 2.500

---

<sup>45</sup> U.S. Dep't of Justice & Fed. Trade Comm'n, 2010, *Horizontal Merger Guidelines* § 5.3 [here in *after 2010 Guidelines*], pp.19 available at <<http://ftc.gov/os/2010/08/100819hmg.pdf>>

## 2.5 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΟ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΟ<sup>46</sup>

Όπως γνωρίζουμε πεδίο ανάλυσης στην μικροοικονομική θεωρία είναι ο καθορισμός την τιμής και της ποσότητας ισορροπίας στην αγορά προϊόντος. Για παράδειγμα, στην τέλεια ανταγωνιστική αγορά, η επιχείρηση ενεργεί ως λήπτης τιμών οι οποίες καθορίζονται εξωγενώς από την αγορά. Ταυτόχρονα η ποσότητα ισορροπίας της επιχείρησης επιτυγχάνεται όταν η τιμή ισούται με το οριακό κόστος παραγωγής<sup>47</sup>. Επιπρόσθετα, σε μια μονοπωλιακή αγορά ή στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας επιτυγχάνεται με την εξίσωση των οριακών εσόδων<sup>48</sup> της επιχείρησης με το οριακό της κόστος, ή αλλιώς  $MR = MC$ . Ωστόσο, ο προσδιορισμός της ισορροπίας στο ολιγοπώλιο είναι μια πιο περίπλοκη περίπτωση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τον καθορισμό των τιμών και της παραγωγής, η εταιρεία λαμβάνει υπόψη την αντίδραση των ανταγωνιστών της. Ταυτόχρονα όμως και οι ανταγωνιστές, λαμβάνουν τις αποφάσεις τους εξαρτώμενοι από τη δράση των άλλων επιχειρήσεων. Η προσπάθεια προσέγγισης της πραγματικότητας και εύρεσης ισορροπίας στο ολιγοπώλιο γίνεται είτε με τη μέθοδο των στρατηγικών αποφάσεων είτε με τη μέθοδο των παιγνίων.

Ως ισορροπία της επιχείρησης ορίζεται η κατάσταση εκείνη κατά την οποία, αφού οριστεί η τιμή και η αντίστοιχη ποσότητα παραγωγής, η επιχείρηση - παίκτης δεν έχει κανένα συμφέρον να απομακρυνθεί από αυτήν. Στο ολιγοπώλιο η επιχείρηση «κάνει ότι μπορεί» με δεδομένο το τι «κάνει» ο ανταγωνιστής ή οι ανταγωνιστές, της και οι ανταγωνιστές «κάνουν ότι μπορούν», με δεδομένο εκείνο το οποίο «κάνει» η επιχείρηση. Η κατά Nash ισορροπία, έννοια που αναπτύχθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο για τη μελέτη των παιγνίων, έχει εφαρμογή στο ολιγοπώλιο.

## 2.6 ΒΑΣΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΛΙΓΟΠΩΛΙΩΝ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, σύμφωνα με τις ολιγοπωλιακές συνθήκες, οι αντίπαλες επιχειρήσεις επιδίδονται σε ένα περίπλοκο πρότυπο δράσεων και αντιδράσεων που

<sup>46</sup> Open University Malaysia (OUM), 2011, 'Principles of Microeconomics', pp. 239 available at <<https://www.scribd.com/doc/76776561/Principles-of-Micro-Economics>>

<sup>47</sup> Οριακό κόστος. Η μεταβολή του συνολικού κόστους καθώς η παραγωγή αυξάνεται κατά μια μονάδα

<sup>48</sup> Οριακό έσοδο. Ο ρυθμός με τον οποίο τα συνολικά έσοδα μεταβάλλονται από μια μοναδιαία αύξηση της παραγωγής.

οδηγεί σε μια μεγάλη ποικιλία στρατηγικών προτύπων συμπεριφοράς. Σύμφωνα και με τον Baumol, «Υπό [αυτές] τις συνθήκες, μια πολύ μεγάλη ποικιλία προτύπων συμπεριφοράς καθίσταται δυνατή. Οι αντίπαλοι μπορεί να αποφασίσουν να είναι μαζί και να συνεργαστούν για την επίτευξη των στόχων τους..., ή στο άλλο άκρο, μπορεί να δοκιμάζουν να μάχονται μεταξύ τους μέχρι θανάτου. Ακόμα και αν έρθουν σε συμφωνία, αυτή μπορεί να διαρκέσει ή μπορεί να καταρρεύσει.»<sup>49</sup> Οι οικονομολόγοι έχουν, ως εκ τούτου, διαπιστώσει ότι είναι εξαιρετικά δύσκολο να γίνει μια συστηματική ανάλυση για τον καθορισμό μοντέλων συμπεριφοράς κάτω από συνθήκες ολιγοπωλίου. Αυτό, ωστόσο, δεν εμπόδισε τους οικονομολόγους από το να προσπαθήσουν να βρουν μια αποδεκτή λύση στο πρόβλημα.

Σύμφωνα με αυτήν την ευρεία ποικιλία των μοντέλων συμπεριφοράς, οι οικονομολόγοι έχουν αναπτύξει μια ποικιλία αναλυτικών μοντέλων που βασίζονται σε διαφορετικές υποθέσεις συμπεριφοράς. Τα πιο ευρέως διαδεδομένα μοντέλα ολιγοπωλίου μοντέλα περιλαμβάνουν το δυοπώλιο Cournot (1838), το μοντέλο ηγεσίας τιμής, Bertrand (1880), το μοντέλο δυοπωλίου του Edgeworth (1897), το μοντέλο Stackelberg (1933), το μοντέλο της τεθλασμένης καμπύλης ζήτησης Sweezy (1939), το μοντέλο των Neumann και Morgenstern Game μοντέλο (1944 ) και το μοντέλο μεγιστοποίησης των πωλήσεων του Baumol (1959). Κανένα από αυτά τα μοντέλα, ωστόσο, δεν παρέχει μια καθολικά αποδεκτή ανάλυση του ολιγοπωλίου, αν και τα μοντέλα αυτά παρέχουν μια εικόνα της ολιγοπωλιακής στρατηγικής συμπεριφοράς των επιχειρήσεων.

Τα υποδείγματα Cournot και Bertrand είναι στρατηγικά παίγνια (strategic games) που διαφέρουν μόνο στη στρατηγική μεταβλητή (strategic variable). Στο υπόδειγμα Cournot οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται καθορίζοντας τις ποσότητες ως στρατηγική μεταβλητή, ενώ στο υπόδειγμα Bertrand ανταγωνίζονται καθορίζοντας τις τιμές. Αυτή είναι μια εννοιολογική διάκριση που οδηγεί σε πολύ διαφορετικές προβλέψεις. Όσον αφορά τις στρατηγικές των επιχειρήσεων, αυτές διαμορφώνονται ταυτόχρονα (“παίγνια ταυτόχρονης επιλογής στρατηγικής”). Στο υπόδειγμα Stackelberg οι στρατηγικές των επιχειρήσεων διαμορφώνονται διαδοχικά (“παίγνιο διαδοχικής επιλογής στρατηγικής”). Και στα τρία υποδείγματα ο ανταγωνισμός λαμβάνει χώρα σε μία μόνο περίοδο. Επομένως και τα τρία είναι «στατικά παίγνια».

---

<sup>49</sup> Baumol, WJ., 1985, *Economic Theory and Operations Analysis*, 4<sup>th</sup> edition Prentice Hall of India, pp.410

Σε αυτή την ενότητα, θα συζητήσουμε μερικά επιλεγμένα μοντέλα ολιγοπωλίου με σκοπό την παρουσίαση της συμπεριφοράς των επιχειρήσεων στο ολιγοπώλιο

Ταυτόχρονα θα εξετάσουμε και την περίπτωση δημιουργίας καρτέλ καθώς και την σιωπηρή συνεργασία με σκοπό την εναρμόνιση τιμών, τα οποία είναι δυναμικά παίγνια, καθώς και τα μοντέλο ολιγοπωλίου Cournot και Bertrand όπου οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται με βάση την διαφοροποίηση προϊόντος. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην έννοια της καμπύλης αντίδρασης. Οι καμπύλες αντίδρασης μπορεί να έχουν είτε θετική είτε αρνητική κλίση. Αυτό εξαρτάται από το ποια είναι η στρατηγική μεταβλητή (τιμή ή ποσότητα).

### 2.6.1 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ COURNOT

Το πρώτο θεωρητικό υπόδειγμα ολιγοπωλίου αναπτύχθηκε από το Γάλλο μαθηματικό Augustin Cournot, το 1838, ο οποίος για λόγους απλούστευσης εξέτασε την περίπτωση ενός δυοπωλίου (duopoly).

Στο υπόδειγμα Cournot έχουμε τις εξής παραδοχές<sup>50</sup>:

- 1) οι δύο πωλητές προσφέρουν ομοιογενές προϊόν,
- 2) οι επιχειρήσεις αποφασίζουν για την ποσότητα παραγωγής τους,
- 3) η είσοδος νέων επιχειρήσεων στην αγορά δεν επιτρέπεται
- 4) οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μεταξύ τους μόνο μία φορά και παίρνουν τις αποφάσεις για την παραγωγή τους ταυτόχρονα.
- 5) από την πλευρά της ζήτησης η αγορά είναι πλήρως ανταγωνιστική, που σημαίνει πως υπάρχει μεγάλος αριθμός αγοραστών κάθε ένας από τους οποίους είναι λήπτης των τιμών της αγοράς.

Επίσης, κάθε δυοπωλητής επιλέγει την παραγωγή του ανεξάρτητα και η αγορά καθορίζει την τιμή στην οποία πωλείται το προϊόν. Συγκεκριμένα, εάν ο 1<sup>ος</sup> δυοπωλητής παράγει ποσότητα  $q_1$  και ο 2<sup>ος</sup> δυοπωλητής παράγει ποσότητα  $q_2$ , τότε η συνολική παραγόμενη ποσότητα είναι  $Q = q_1 + q_2$  και η τιμή στην οποία πωλείται κάθε μονάδα παραγωγής είναι  $p(q_1, q_2)$ , όπου  $p$  η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης.

<sup>50</sup> Church, J. R., and Ware, R.2000, 'Industrial organization : a strategic approach' Irwin McGraw Hill, Print, Boston pp..233

Για να προσδιορίσουμε τη λύση ενός τέτοιου παιγνίου θα πρέπει να βρούμε την ισορροπία Nash. Χρησιμοποιώντας την έννοια της συνάρτησης βέλτιστης απόκρισης (best response function) ή αλλιώς συνάρτησης αντίδρασης<sup>51</sup> θα υπολογίσουμε μια ισορροπία Nash. Η διαδικασία, λοιπόν, που ακολουθούμε είναι η εξής:

Τα έσοδα κάθε δυοπωλητή είναι:

$$R_1 = p(q_1 + q_2)q_1$$

$$R_2 = p(q_1 + q_2)q_2$$

Οι συναρτήσεις κόστους κάθε επιχείρησης είναι:

$$C_1 = C_1(q_1)$$

$$C_2 = C_2(q_2)$$

Οπότε, τα κέρδη κάθε επιχείρησης θα είναι:

$$\Pi_1 = R_1 - C_1 = p(q_1 + q_2)q_1 - C_1(q_1)$$

$$\Pi_2 = R_2 - C_2 = p(q_1 + q_2)q_2 - C_2(q_2)$$

Υποθέτουμε ότι ο κάθε δυοπωλητής μεγιστοποιεί τα κέρδη του υποθέτοντας ότι ο ανταγωνιστής του διατηρεί σταθερή την ποσότητα που παράγει. Επομένως, ο 1<sup>ος</sup> δυοπωλητής μεγιστοποιεί τα κέρδη του υποθέτοντας ότι η ποσότητα  $q_2$  είναι σταθερή, ενώ ο 2<sup>ος</sup> δυοπωλητής μεγιστοποιεί τα κέρδη του υποθέτοντας ότι η ποσότητα  $q_1$  είναι σταθερή. Άρα, κανείς από τους δύο δεν επιθυμεί να αλλάξει την ποσότητα παραγωγής του.

Όπως γνωρίζουμε από τη μικροοικονομική θεωρία, αναγκαία συνθήκη προκειμένου να μεγιστοποιήσει κάθε επιχείρηση τα κέρδη είναι η εξίσωση του οριακού εσόδου (MR) της με το οριακό της κόστος (MC). Οι συνθήκες πρώτης τάξης για τη μεγιστοποίηση των κερδών κάθε δυοπωλητή είναι:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial R_1}{\partial q_1} - \frac{\partial C_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow MR_1 - MC_1 = 0 \Rightarrow MR_1 = MC_1 \quad (1)$$

<sup>51</sup> Συνάρτηση αντίδρασης. Μια συνάρτηση που περιγράφει κάθε φορά την άριστη απάντηση μιας επιχείρησης σε οτιδήποτε και αν κάνει η άλλη.

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial R_2}{\partial q_2} - \frac{\partial C_2}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow MR_2 - MC_2 = 0 \Rightarrow MR_2 = MC_2 \quad (2)$$

Οι συνθήκες δεύτερης τάξης απαιτούν:

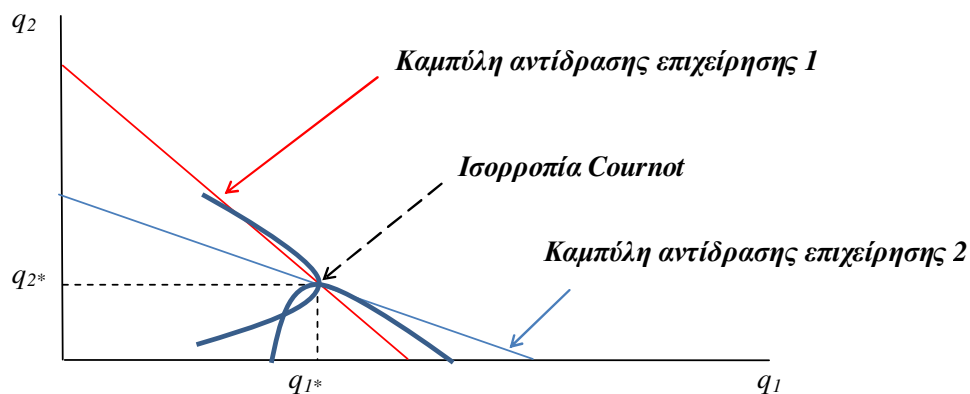
$$\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial q_1^2} = \frac{\partial^2 R_1}{\partial q_1^2} - \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1^2} < 0, \text{ και } \frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial q_2^2} = \frac{\partial^2 R_2}{\partial q_2^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_2^2} < 0 \quad (3)$$

Η σχέση αυτή υποδηλώνει ότι το οριακό έσοδο (MR) κάθε δυοπωλητή πρέπει να αυξάνει με ρυθμό μικρότερο από το οριακό κόστος (MC).

Λύνοντας τις (1),(2) ως προς  $q_1$  και  $q_2$  με την προϋπόθεση ότι ικανοποιούνται οι σχέσεις της (3) προκύπτουν οι συναρτήσεις αντίδρασης ή καμπύλες αντίδρασης της πρώτης και της δεύτερης επιχείρησης αντίστοιχα:

$$q_1 = f_1(q_2) \text{ και } q_2 = f_2(q_1)$$

Αν λύσουμε το σύστημα των δύο τελευταίων αλληλοεξαρτώμενων εξισώσεων θα προκύψει η λύση της ισορροπίας Cournot (σημείο τομής των δύο συναρτήσεων αντίδρασης), η οποία απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



**Εικόνα 3: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Cournot**

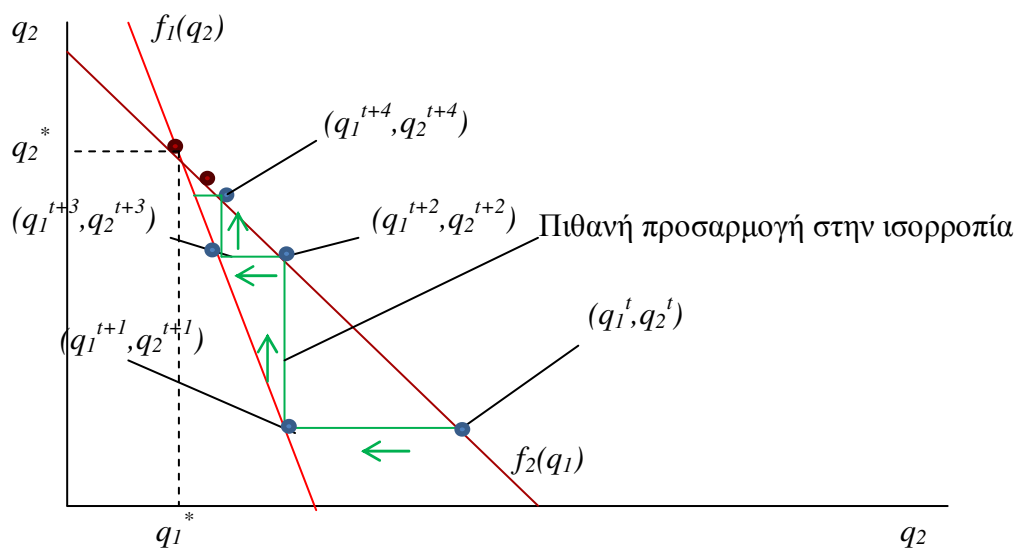
Η ισορροπία Nash (Nash Equilibrium) εμφανίζεται στο σημείο  $(q_1^*, q_2^*)$ , διότι αυτό αποτελεί τον μοναδικό συνδυασμό παραγωγής, στον οποίο και οι δύο πωλητές (παίκτες) μεγιστοποιούν τα κέρδη τους δεδομένης της επιλογής του άλλου.

Ας δούμε τώρα τη διαδικασία προσαρμογής για την επίτευξη ισορροπίας. Έστω ότι, τη χρονική στιγμή  $t$ , οι πωλητές 1 και 2 παράγουν ποσότητες  $q_1^t$  και  $q_2^t$  αντίστοιχα, που δεν είναι κατ' ανάγκη ποσότητες ισορροπίας. Αν ο πωλητής 1

αναμένει ότι ο πωλητής 2 θα συνεχίσει να παράγει  $q_2^t$ , τότε ο ίδιος θα θέλει την επόμενη περίοδο να επιλέξει ποσότητα που με δεδομένη αυτή τη προσδοκία μεγιστοποιεί το κέρδος, συγκεκριμένα  $f_1(q_2^t)$ . Άρα, η επιλογή του πωλητή 1 την περίοδο  $t+1$  θα δίνεται από τη σχέση:  $q_1^{t+1} = f_1(q_2^t)$ .

Ο πωλητής 2 κάνοντας τον ίδιο συλλογισμό καταλήγει στην σχέση:  $q_2^{t+1} = f_2(q_1^t)$ .

Οι εξισώσεις αυτές περιγράφουν πως κάθε πωλητής προσαρμόζει την ποσότητα παραγωγής του εν όψει της επιλογής του άλλου. Το διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζει την κίνηση των ποσοτήτων των πωλητών που προκύπτουν από αυτήν τη συμπεριφορά.



**Εικόνα 4: Προσαρμογή στην Ισορροπία Cournot**

Ξεκινάμε από κάποιο σημείο λειτουργίας  $(q_1^t, q_2^t)$ . Με δεδομένο το επίπεδο προϊόντος του πωλητή 2, ο πωλητής 1 επιλέγει ως άριστη λύση να παράγει  $q_1^{t+1} = f_1(q_2^t)$  κατά την επόμενη περίοδο. Βρίσκουμε το σημείο αυτό στο διάγραμμα κινούμενοι οριζόντια προς τα αριστερά, μέχρι να αγγίξουμε τη καμπύλη αντίδρασης του πωλητή 1. Αν ο πωλητής 2 αναμένει ότι ο πωλητής 1 θα συνεχίσει να παράγει  $q_1^{t+1}$ , η άριστη αντίδρασή του θα ήταν να παράγει ο ίδιος  $q_2^{t+1}$ . Το σημείο αυτό το βρίσκουμε κινούμενοι κατακόρυφα προς τα πάνω, μέχρι να αγγίξουμε τη καμπύλη αντίδρασης του πωλητή 1. Με τον ίδιο τρόπο προσδιορίζουμε τη διαδοχή των επιλογών ποσότητας των δύο πωλητών. Με τις διορθωτικές μεταβολές που κάνουμε, συγκλίνουμε προς την ισορροπία κατά Cournot.



Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί πως η διαδικασία διορθωτικών μεταβολών παρουσιάζει ορισμένες δυσκολίες. Κάθε πωλητής θεωρεί ότι η παραγωγή του άλλου θα είναι σταθερή από τη μια περίοδο στην άλλη, πράγμα το οποίο δεν ισχύει, αφού όπως αποδεικνύεται και οι δύο πωλητές μεταβάλλουν συνεχώς την παραγόμενη ποσότητά τους. Μόνο στην ισορροπία ικανοποιείται η προσδοκία του ενός πωλητή σχετικά με την παραγωγή του άλλου. Για το λόγο αυτό, γενικά η προσοχή μας θα πρέπει να επικεντρώνεται στη συμπεριφορά των πωλητών στην ισορροπία.

### 2.6.1.1 ΙΣΧΥΣ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΚΑΘΕ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ<sup>52</sup>

Ταυτόχρονα στην ισορροπία Cournot για κάθε επιχείρηση ισχύει  $MR(q_i) = MC(q_i)$ , όπου

$$MR_i = P(q_i, q_j) + \frac{d(q_i, q_j)}{d(Q)} q_i \quad (4)$$

και Q η συνολική παραγωγή του κλάδου, δηλαδή ισχύει:

$$P(q_i, q_j) + \frac{d(q_i, q_j)}{d(Q)} q_i = MC(q_i) \quad (5)$$

η οποία μπορεί να μετασχηματιστεί σε :

$$P(q_i, q_j) - MC(q_i) = -\frac{d(q_i, q_j)}{d(Q)} q_i \quad (6)$$

Αν διαιρέσουμε τις δύο πλευρές με την τιμή  $P(q_i, q_j)$  και πολλαπλασιάσουμε και ταυτόχρονα διαιρέσουμε το δεξιό μέρος της εξίσωσης με Q, μπορούμε να ξαναγράψουμε την εξίσωση (6) ως

<sup>52</sup> Church, J. R., and Ware, *op. cit.* pp. 238-239

$$\frac{P(q_i, q_j) - MC(q_i)}{P(q_i, q_j)} = -\frac{d(q_i, q_j)}{d(Q)} q_i^c \frac{1}{P(q_i, q_j)} \frac{Q^c}{Q^c} \quad (7)$$

η οποία μας δίνει την εξίσωση  $\frac{P(q_i, q_j) - MC(q_i)}{P(q_i, q_j)} = -\frac{s_i}{\varepsilon}$  (8) όπου  $s_i$  είναι το μερίδιο αγοράς της επιχείρησης  $i$  και  $\varepsilon$  είναι η τιμή της ελαστικότητας ζήτησης της αγοράς.

Με βάση την εξίσωση (8) μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

1. Στο δυοπώλιο Cournot οι επιχειρήσεις έχουν ισχύ στην αγορά. Η τιμή ισορροπίας Cournot υπερβαίνει το οριακό κόστος της κάθε επιχείρησης.
2. Η ισχύς στην αγορά μιας επιχείρησης στο δυοπώλιο Cournot περιορίζεται από την ελαστικότητα ζήτησης. Όσο πιο ελαστική είναι ζήτηση (όσο μικρότερο το  $\varepsilon$ ), τόσο μικρότερη είναι η διαφορά της τιμής πάνω από το οριακό κόστος.
3. Το περιθώριο κέρδους  $\frac{P(q_i, q_j) - MC(q_i)}{P(q_i, q_j)}$  στον ανταγωνισμό Cournot είναι μικρότερο σε σχέση με το μονοπώλιο καθώς το μερίδιο αγοράς  $s_i$  θα είναι μικρότερο από το 1.
4. Υπάρχει μια ενδογενής σχέση μεταξύ του οριακού κόστους και του μεριδίου αγοράς. Οι επιχειρήσεις με χαμηλότερο οριακό κόστος θα έχουν μεγαλύτερα μερίδια αγοράς: Καθώς οι πιο αποδοτικές επιχειρήσεις συνήθως παράγουν μεγαλύτερες ποσότητες.
5. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των ανταγωνιστών, τόσο μικρότερο είναι το μερίδιο αγοράς κάθε επιχείρησης, και συνεπακόλουθα τόσο μικρότερη η ισχύς της στην αγορά. Αυτό τονίζει την σημασία των εμποδίων εισόδου στην ισχύ στην αγορά μιας επιχείρησης: Όσο υψηλότερα εμπόδια εισόδου στην αγορά,

τόσο λιγότερος είναι ο αριθμός των ανταγωνιστών και τόσο μεγαλύτερη η δύναμη στην αγορά μιας επιχείρησης.

### 2.6.1.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ COURNOT ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ<sup>53</sup>

Ας εξετάσουμε την περίπτωση που δύο επιχειρήσεις  $i, j$  ανταγωνίζονται ως προς τις ποσότητες σε ένα δυοπώλιο που τα προϊόντα είναι διαφοροποιημένα. Έστω ότι η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι :  $p_i(q_i, q_j) = a - \beta q_i - \gamma q_j$ . όπου  $\alpha, \beta > 0$  και ο συντελεστής  $\gamma$  εκφράζει τον βαθμό διαφοροποίηση των προϊόντων. Εάν  $\gamma > 0$  τα προϊόντα είναι υποκατάστατα ενώ όταν  $\gamma < 0$  τα προϊόντα είναι συμπληρωματικά. Για λόγους απλότητας το οριακό κόστος για κάθε επιχείρηση είναι 0. Η συνθήκη μεγιστοποίησης κερδών για την επιχείρηση  $i$  είναι:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = \frac{\partial (a - \beta q_i - \gamma q_j) q_i}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow a - 2\beta q_i - \gamma q_j = 0$$

Άρα η συνάρτηση αντίδρασης τις  $i$  θα είναι

$$a - 2\beta q_i - \gamma q_j = 0 \Rightarrow q_i = \frac{a - \gamma q_j}{2\beta} \quad (9)$$

Αντίστοιχα για την επιχείρηση  $j$ :

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial q_j} = \frac{\partial (a - \beta q_j - \gamma q_i) q_j}{\partial q_j} = 0 \Rightarrow a - \beta q_j - \gamma q_i = 0$$

$$a - 2\beta q_j - \gamma q_i = 0 \Rightarrow q_j = \frac{a - \gamma q_i}{2\beta} \quad (10)$$

<sup>53</sup> Singh, N. and Vives X., 1984, 'Price and Quantity Competition in a differentiated Duopoly.' Rand Journal of Economics. 15 pp.546-54

Στην ισορροπία εφόσον οι δύο επιχειρήσεις είναι συμμετρικές ως προς το κόστος

$$q_i = q_j \Rightarrow q^c = \frac{a}{2\beta + \gamma} \quad (11)$$

Αντικαθιστώντας στην αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης έχουμε

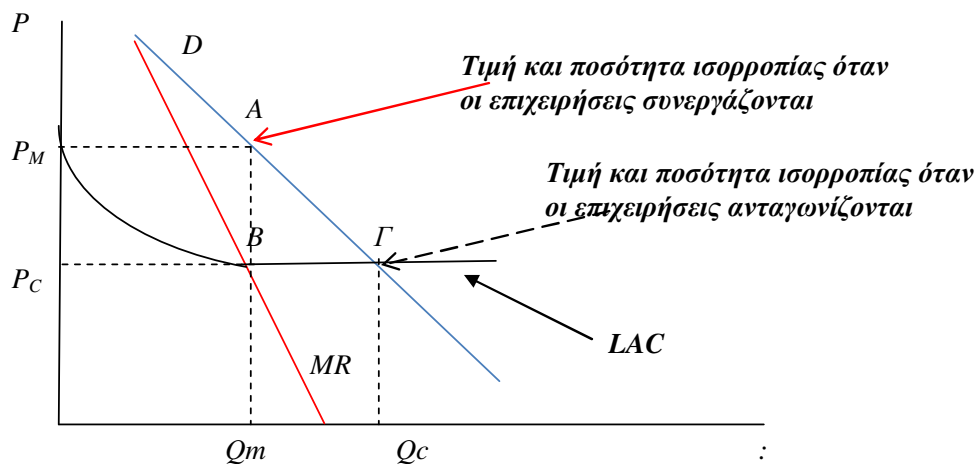
$$p^c = \frac{\alpha\beta}{2\beta + \gamma} \quad (12) \text{ και η συνάρτηση κερδών κάθε παίκτη θα είναι:}$$

$\pi^c = \beta \left( \frac{\alpha}{2\beta + \gamma} \right)^2$  Είναι κατανοητό πως όταν το  $\gamma$  αυξάνεται τα κέρδη κάθε επιχείρησης μειώνονται ενώ όσο το  $\gamma$  μειώνεται τα κέρδη κάθε επιχείρησης αυξάνονται.

### 2.6.1.3 ΣΥΜΠΡΑΞΗ ΚΑΡΤΕΛ

Μερικές φορές τα μέλη του ολιγοπωλίου, αναγνωρίζουν την αλληλεξάρτησης τους, και για αυτό δρουν συνεργατικά ώστε να μεγιστοποιήσουν το κοινό κέρδος τους. Θα μπορούσαν να σχηματίσουν ένα καρτέλ, όπως έχει πράξει ο Οργανισμός Πετρελαιοπαραγωγών Χωρών (ΟΠΕΚ) για να ολοκληρώσουν αυτόν το σκοπό τους.

Η εικόνα 5 δείχνει τι συμβαίνει όταν ένα καρτέλ σχηματίζεται.



Εικόνα 5: Εύρος τιμής και ποσότητας στο ολιγοπώλιο

Εδώ η καμπύλη MR οριακού εσόδου αντιστοιχεί στην αγοραία ζήτηση D για το προϊόν Q. Εάν υπάρχει άριστη συνεργασία μεταξύ των επιχειρήσεων, του ολιγοπωλίου τότε αυτές αρνούνται να παράγουν τις μονάδες για τις οποίες το οριακό έσοδο MR θα είναι μικρότερο από το οριακό κόστος MC. Έτσι, η παραγωγή θα περιοριστεί στο  $Q_m$  όπου  $MR = MC$ . Άρα μέσω της συμπαιγνίας η τιμή του προϊόντος θα ανέλθει σε  $P_m$  και το από κοινού κέρδος των επιχειρήσεων που θα μπορούσε να επιτευχθεί φαίνεται από την περιοχή ( $P_m A B P_c$ ). Με αυτόν τον τρόπο στην περίπτωση της τέλει συνεργασίας τα αποτελέσματα θα είναι ακριβώς όμοια με την περίπτωση του καθαρού μονοπωλίου.<sup>54</sup>

Θεωρητικά όλες οι επιχειρήσεις έχουν συμφέρον να προχωρήσουν σε σύμπραξη. Αν κάθε επιχείρηση περιορίσει την παραγωγή της με τέτοιο τρόπο ώστε όλες αθροιστικά να παράγουν την μονοπωλιακή ποσότητα, παρά να παράγουν την ποσότητα στην ισορροπία Cournot, τα κέρδη της καθεμιάς θα είναι υψηλότερα. Ας υποθέσουμε ότι συμφώνησαν να το πράξουν. Υπάρχει περίπτωση η συμφωνία τους αυτή να είναι βιώσιμη; Είναι προς το συμφέρον τους να τηρήσουν τη συμφωνία; Εάν μια από τις επιχειρήσεις του κλάδου νομίζει ότι οι υπόλοιπες εταιρείες θα τηρήσουν τη συμφωνία, η επιχείρηση αυτή μπορεί να εξαπατήσει τις υπόλοιπες παράγοντας μεγαλύτερη ποσότητα από εκείνη που είχε συμφωνηθεί και να πραγματοποιήσει ακόμα μεγαλύτερα κέρδη. Κάθε εταιρεία θα μπορούσε να αυξήσει τα κέρδη της μονομερώς αυξάνοντας την παραγωγή της, και γνωρίζοντας όλες οι επιχειρήσεις ότι καθεμία έχει το κίνητρο να αυξήσει την παραγωγή της, τέτοιου είδους συμφωνίες δεν θεωρούνται ισορροπίες Nash και δεν είναι βιώσιμες. Αυτή η ανάλυση όμως βασίζεται στο ότι οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται για πεπερασμένο αριθμό περιόδων. Εάν όμως οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται επ' άπειρον, ή τουλάχιστον πιστεύουν ότι θα συμβαίνει αυτό, τότε, και με την απειλή της τιμωρίας αυτού που θα εξαπατήσει, μια τέτοιου είδους σύμπραξη μπορεί να είναι βιώσιμη.

Στην πράξη πολλές επιχειρήσεις συχνά στήνουν καρτέλ με βασικό στόχο την εξάλειψη της αβεβαιότητας των τιμών εντός του κλάδου. Σύμφωνα με την συμφωνία για σύμπραξη όλες οι επιχειρήσεις συμφωνούν επισήμως για τον καθορισμό των τιμών και της συνολικής ποσότητας παραγωγής Q.

---

<sup>54</sup> Mukherjee, S., op. cit., pp.445

Ίσως το πιο ενδιαφέρον παράδειγμα του καρτέλ στην εποχή μας είναι ο ΟΠΕΚ (Οργανισμός πετρελαιοπαραγωγών εξαγωγικών Χωρών) όπου δώδεκα πετρελαιοπαραγωγικές χώρες αποφασίζουν από κοινού για την συνολική τους παραγωγή πετρελαίου θέτοντας στόχους παραγωγής για κάθε χώρα μέλος του οργανισμού. Τα μέλη του ΟΠΕΚ συνολικά εκπροσωπούν το 40% της παγκόσμιας παραγωγής πετρελαίου και έχει παρατηρηθεί ιστορικά πως όταν οι παραγωγικοί στόχοι για τα μέλη του ΟΠΕΚ μειώνονται, η τιμή του αργού πετρελαίου διεθνώς αυξάνεται.<sup>55</sup> Η βασική ιδέα που οδηγεί στον σχηματισμό ενός καρτέλ είναι ότι μερικές δεσπόζουσες επιχειρήσεις ενός κλάδου μπορούν, σαν μια ομάδα, να ωφεληθούν εάν καταλήξουν σε επίσημη συμφωνία να συμπεριφέρονται σαν μονοπώλιο, για τον καθορισμό της τιμής του προϊόντος στην αγορά.

Για να είναι ένα καρτέλ αποτελεσματικό, διάφοροι παράγοντες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά την κατάρτιση της συμφωνίας. Οι τέσσερις πιο σημαντικοί παράγοντες είναι:

- i) η συνολική παραγωγή,
- ii) τα ατομικά μερίδια αγοράς,
- iii) οι διαφημιστικές δαπάνες
- iv) η αύξηση στην παραγωγική ικανότητα

Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα που προσφέρει η σύμπραξη με τις μεμονωμένες επιχειρήσεις που ανήκουν σε ένα κλάδο είναι ότι μειώνει την αβεβαιότητα που περιβάλλει τα επίπεδα τιμών και παραγωγής, με αποτέλεσμα την αύξηση του επιπέδου και της σταθερότητας των κερδών. Εξετάζοντας το σύνολο του κλάδου μια βελτίωση στο επίπεδο κερδών επιτυγχάνεται με τρεις τρόπους:

1. από τη σταθεροποίηση των μεριδίων αγοράς
2. από την αύξηση των τιμών (ή, τουλάχιστον, από την αποτροπή της πτώσης τους) και
3. από την μείωση του ανταγωνισμού σε επίπεδο τιμών και μη.

---

<sup>55</sup> USA Energy Information Administration, 2015, Supply OPEC, EIA . gov, viewed 19 June 2015 <<http://www.eia.gov/finance/markets/supply-opek.cfm>>

Σε γενικές γραμμές, μια σύμπραξη είναι αποτελεσματική στις ακόλουθες περιπτώσεις<sup>56</sup>:

1. Όταν ο αριθμός των πωλητών είναι σχετικά μικρός
2. Όλες οι επιχειρήσεις που ανήκουν στον κλάδο έχουν την ίδια διάρθρωση κόστους
3. Υπάρχει από μικρή, έως καμία, διαφοροποίηση στα προϊόντα που παράγονται μεταξύ των επιχειρήσεων
4. Η ζήτηση για το προϊόν είναι αρκετά ανελαστική
5. Η βιομηχανία στο σύνολό της είναι σχετικά σταθερή όσον αφορά την ανάπτυξη
6. Υπάρχουν σημαντικά εμπόδια στην είσοδο νέων επιχειρήσεων στον κλάδο
7. Υπάρχει μικρή, έως καθόλου, πλεονάζουσα παραγωγική ικανότητα στον κλάδο

### 2.6.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BERTRAND

Σαράντα πέντε χρόνια μετά τη δημοσίευση του βιβλίου του Cournot, συγκεκριμένα το 1883, ο Γάλλος μαθηματικός και οικονομολόγος Joseph Bertrand άσκησε κριτική στο υπόδειγμα Cournot παρατηρώντας εύστοχα ότι τα αποτελέσματα του εξαρτώνται από την παραδοχή ότι οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται επί των ποσοτήτων. Κατά τον Bertrand οι επιχειρήσεις είναι ορθολογικότερο να επιλέγουν την τιμή διάθεσης των προϊόντων τους και όχι τις ποσότητες παραγωγής αυτών, και επιπρόσθετα ότι έχουν πολύ ισχυρά κίνητρα οι δικές τους τιμές να είναι χαμηλότερες από κάθε άλλη τιμή των ανταγωνιστών τους: «αν μόνο ένας από τους (δύο) ανταγωνιστές χαμηλώσει τη τιμή του, αγνοώντας όλες τις ασήμαντες εξαιρέσεις, κερδίζει όλες τις πωλήσεις, και ταυτόχρονα θα διπλασιάσει τα κέρδη του εάν ο ανταγωνιστής του, του επιτρέπει να πράξει με αυτόν τον τρόπο<sup>57</sup>». Εφόσον λοιπόν οι

<sup>56</sup> Mukherjee, S., *op. cit.* pp.445

<sup>57</sup> Bertrand, J. 1988. 'Review of Walras's *Theorie mathematique de la richesse sociale* and Cournot's *Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses.*' *Journal des Savants* (1883): pp. 499–508. Rpt. in 'Cournot Oligopoly', ed. A. Daughety. Cambridge: Cambridge University Press, pp.77. Rpt. in 'Industrial organization : a strategic approach' ed. Church, J. R., and Ware, R. 2000, Irwin McGraw Hill, Print, Boston pp.256

ανταγωνιστές ανταγωνίζονται για τον καθορισμό της τιμής του προϊόντος ενώ οι ποσότητες καθορίζονται από την αγορά, η τιμή είναι η στρατηγική μεταβλητή προς την οποία οι δυοπωλητές προσαρμόζουν την ποσότητά τους.

Τα στατικά παιχνίδια, όπου οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται επί των τιμών που ονομάζεται παίγνια Bertrand. Οι επιχειρήσεις που ανταγωνίζονται με βάση την τιμή είναι Bertrand ανταγωνιστές, και ο ανταγωνισμός των τιμών συχνά αναφέρεται ως Bertrand ανταγωνισμός. Υπάρχει ένας αριθμός διαφορετικών παιγνίων Bertrand. Η απλούστερη εκδοχή του υποδείγματος Bertrand είναι ότι το προϊόν είναι ομοιογενές, και οι επιχειρήσεις έχουν το ίδιο μοναδιαίο κόστος παραγωγής, και δεν υπάρχουν περιορισμοί στην παραγωγική δυναμικότητα. Ακολουθώντας λοιπόν τις παρατηρήσεις του Bertrand σχετικά με τα κίνητρο των επιχειρήσεων να έχουν χαμηλότερες από τους ανταγωνιστές, δείχνουμε ότι ανεξάρτητα από τον αριθμό των ανταγωνιστών (επιχειρήσεις), η ισορροπία Nash σε αυτό το παιχνίδι Bertrand είναι για τιμή ίση με το οριακό κόστος.

Στο συγκεκριμένο υπόδειγμα έχουμε ταυτόχρονες επιλογές στρατηγικών που αναφέρονται στις τιμές των προϊόντων. Κατά τον Bertrand, ο ανταγωνισμός των τιμών θεωρείται περισσότερο ρεαλιστικός από τον ανταγωνισμό των ποσοτήτων, τον οποίο είχε υπόψη του ο Cournot.

Σύμφωνα με τον Bertrand, κάθε δυοπωλητής μεγιστοποιεί το κέρδος του ως προς τη δική του τιμή, θεωρώντας δεδομένη την τιμή του αντιπάλου. Το προϊόν, όπως έχουμε αναφέρει είναι ομοιογενές. Εάν η τιμή του 1<sup>ου</sup> δυοπωλητή είναι μικρότερη από την τιμή του 2<sup>ου</sup> δυοπωλητή οι καταναλωτές εγκαταλείπουν τον 2<sup>ο</sup> και στρέφονται στον 1<sup>ο</sup> δυοπωλητή.

Δηλαδή, εάν  $p_1 < p_2$  όπου  $p_1$  και  $p_2$  οι τιμές που χρεώνουν αντίστοιχα οι πωλητές 1 και 2 τότε  $q_2 = 0$ , όπου  $q_2$  η ποσότητα του 2<sup>ου</sup> δυοπωλητή

και αντίθετα όταν  $p_1 > p_2$  τότε  $q_1 = 0$

Πρέπει να σημειωθεί πως λόγω του ότι δεν υπάρχει περιορισμός στην παραγωγική δυναμικότητα των πωλητών κάθε πωλητής είναι σε θέση να ικανοποιήσει όλη τη ζήτηση της αγοράς. Εάν οι δύο πωλητές χρεώνουν την ίδια τιμή τότε οι καταναλωτές



είναι αδιάφοροι από ποιον πωλητή θα αγοράσουν και επομένως μπορούμε να πούμε ότι κάθε πωλητής θα έχει το μισό της συνολικής ζήτησης.

Η τιμή δεν είναι δυνατόν να είναι μικρότερη από το οριακό κόστος διότι στην περίπτωση αυτή ο πωλητής θα ζημιωνόταν για κάθε επιπλέον μονάδα που θα παρήγαγε και θα πωλούσε. Έτσι επιλέγοντας οι δυοπωλητές την τιμή ως στρατηγική μεταβλητή θα οδηγηθούν σε ισορροπία κατά Bertrand –Nash κατά την οποία η τιμή είναι ίση με το οριακό κόστος παραγωγής και τα κέρδη τους τείνουν στο μηδέν.

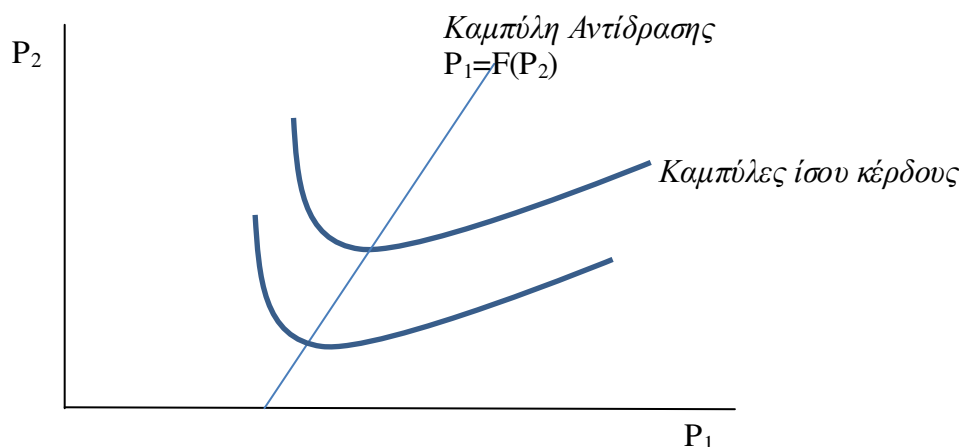
Κατά την ισορροπία Bertrand –Nash οι καταναλωτές αγοράζουν από τον πωλητή που χρεώνει την μικρότερη τιμή δεδομένου ότι το προϊόν είναι ομοιογενές. Ο πωλητής με την μικρότερη τιμή, κατακτά ολόκληρη την αγορά και πραγματοποιεί υπερκανονικά κέρδη. Συνεπώς, ο κάθε πωλητής έχει συμφέρον να χρεώσει τιμές χαμηλότερες από εκείνες των ανταγωνιστών του.

Εφόσον, λοιπόν, οι πωλητές ενεργούν μυωπικά ο ένας στις τιμές του άλλου, για κάθε τιμή που χρεώνει ο 1<sup>ος</sup> πωλητής πάνω από το οριακό κόστος του 2<sup>ου</sup> πωλητή ο 2<sup>ος</sup> θα χρεώσει μία τιμή ίση με  $p_1 - k \cdot p_1$ , μικρότερη δηλαδή κατά ένα ποσοστό  $k$ . Το ίδιο όμως θα πράξει και ο 1<sup>ος</sup> πωλητής. Για κάθε τιμή του 2<sup>ου</sup> πωλητή πάνω από το οριακό κόστος του 1<sup>ου</sup>, ο 1<sup>ος</sup> θα μειώσει την τιμή του σε επίπεδο ελαφρώς πιο κάτω από το επίπεδο του 2<sup>ου</sup> πωλητή μέχρις ότου οι τιμές γίνουν ίσες με το οριακό κόστος του πωλητή που έχει το μεγαλύτερο οριακό κόστος. Δηλαδή, σύμφωνα με την ισορροπία Bertrand-Nash οι δυοπωλητές οδηγούνται σε λύση του πλήρους ανταγωνισμού ή ακριβέστερα σε ένα είδος «οιονεί» τέλει ανταγωνιστικής ισορροπίας. Η ισορροπία αυτή είναι γνωστή και ως παράδοξο του Bertrand ( Bertrand paradox )

Το υπόδειγμα μπορεί να παρουσιαστεί διαγραμματικά χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις αντίδρασης των δύο πωλητών όπως έγινε και στο υπόδειγμα του Cournot. Η καμπύλη αντίδρασης του 1<sup>ου</sup> πωλητή προκύπτει από χάρτη καμπυλών ίσους κέρδους οι οποίες είναι κυρτές στον άξονα της τιμής του 1<sup>ου</sup> πωλητή και η καμπύλη αντίδρασης του 2<sup>ου</sup> πωλητή προκύπτει από τον χάρτη καμπυλών ίσους κέρδους οι οποίες είναι κυρτές στον άξονα της τιμής του 2<sup>ου</sup> πωλητή.

Η καμπύλη ίσου κέρδους του 1<sup>ου</sup> πωλητή δείχνει το ίδιο επίπεδο κέρδους το οποίο έχει ο 1<sup>ος</sup> πωλητής για διαφορετικά επίπεδα τιμών του προϊόντος που χρεώνονται από

τους δύο πωλητές δηλαδή από τον πρώτο πωλητή και τον αντίπαλό του. Ο χάρτης καμπυλών φανερώνει πως σε μείωση της τιμής από τον αντίπαλο ο 1<sup>ος</sup> πωλητής πρέπει να μειώσει την τιμή μέχρι το σημείο στο οποίο θα μπορεί να διατηρήσει τα κέρδη του.

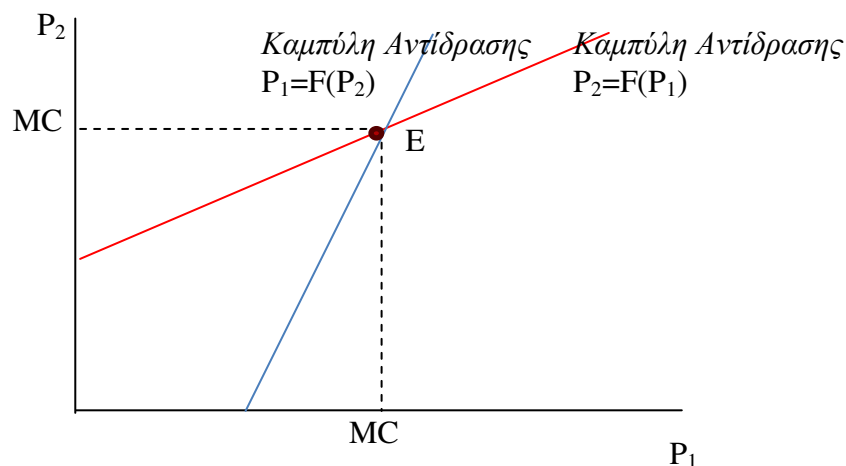


**Εικόνα 6: Καμπύλη αντίδρασης της Επιχείρησης**

Σύμφωνα και με την Εικόνα 6 εάν ο δεύτερος πωλητής μειώσει την τιμή αρκετά τότε ο πρώτος πωλητής δε θα μπορεί να διατηρήσει τα κέρδη του ακόμη και όταν διατηρεί την τιμή του αμετάβλητη. Αναγκαστικά θα μετακινηθεί σε χαμηλότερη τιμή. Επομένως, για κάθε τιμή που χρεώνεται από τον δεύτερο πωλητή θα υπάρχει μία μοναδική τιμή του πρώτου πωλητή η οποία θα μεγιστοποιεί τα κέρδη του πρώτου πωλητή. Αυτή η μοναδική τιμή που μεγιστοποιεί τα κέρδη αντιστοιχεί στο κατώτατο σημείο της καμπύλης ίσους κέρδους. Ο γεωμετρικός τόπος των κατώτατων σημείων των καμπυλών ίσου κέρδους μας δίνει την καμπύλη αντίδρασης του πρώτου πωλητή. Τα κατώτατα σημεία των καμπυλών ίσου κέρδους βρίσκονται το ένα δεξιότερα του άλλου πράγμα που σημαίνει πως καθώς ο πρώτος πωλητής μετακινείται σε υψηλότερη καμπύλη ίσου κέρδους ορισμένοι από τους πελάτες του δεύτερου πωλητή ακόμη και όταν ο πρώτος πωλητής αυξάνει την τιμή του.

Η έννοια της συνάρτησης αντίδρασης  $P_1=F_1(P_2)$  του πρώτου πωλητή είναι ότι δείχνει μία σχέση μεταξύ των τιμών  $p_1$  και  $p_2$  με την ιδιότητα ότι για κάθε δεδομένη τιμή  $p_2$  του δεύτερου πωλητή η αντιστοιχούσα τιμή  $p_1$  μεγιστοποιεί τα κέρδη του πρώτου πωλητή.

Με ανάλογο τρόπο προκύπτει και η καμπύλη αντίδρασης του δεύτερου πωλητή  $P_2 = F_2(P_1)$ . Ο γεωμετρικός τόπος των κατώτατων σημείων των καμπυλών ίσου κέρδους του δεύτερου πωλητή μας δίνει την καμπύλη αντίδρασης  $p_2 = f_2(p_1)$ .



**Εικόνα 7: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Bertrand**

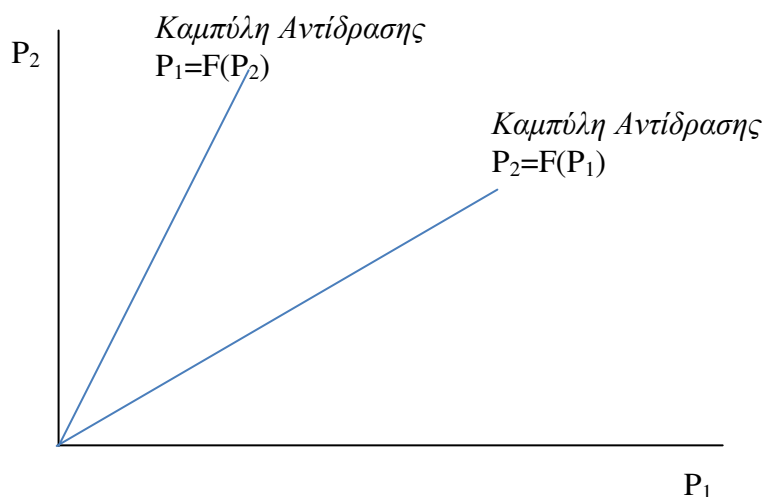
Στο παραπάνω διάγραμμα παρουσιάζεται η ισορροπία Bertrand – Nash η οποία είναι σταθερή ισορροπία και προσδιορίζεται από το σημείο E των καμπυλών αντίδρασης των δύο πωλητών 1 και 2. Η ισορροπία Bertrand – Nash με ομοιογένεια προϊόντος είναι ένα είδος «οιονεί» τέλειας ανταγωνιστικής ισορροπίας επειδή προκύπτει στα πλαίσια ολιγοπωλίου και όχι του τέλειου ανταγωνισμού.

Στο σημείο E των καμπυλών αντίδρασης  $P_1 = F_1(P_2)$  και  $P_2 = F_2(P_1)$  οι τιμές  $p_1$  και  $p_2$  είναι οι τιμές ισορροπίας οι οποίες σύμφωνα με το θεώρημα Bertrand – Nash θα πρέπει να είναι  $P_1 = P_2 = MC$  όπου MC είναι το οριακό κόστος του πωλητή με το μεγαλύτερο οριακό κόστος.

Το σημείο τομής E είναι σημείο σταθερής ισορροπίας διότι οποιαδήποτε απομάκρυνση από αυτό θα θέσει σε κίνηση το μηχανισμό επανόδου στο σημείο ισορροπίας. Έστω ότι ο πρώτος πωλητής χρεώνει μικρότερη τιμή από  $P_1$  οπότε σε αυτήν την τιμή ο δεύτερος πωλητής χρεώνει μία νέα τιμή υψηλότερη διότι σε αυτήν την τιμή μεγιστοποιεί τα κέρδη του ο δεύτερος πωλητής. Ο πρώτος πωλητής με τη σειρά του αντιδρά σε αυτήν την απόφαση του ανταγωνιστή χρεώνοντας υψηλότερη τιμή  $p_1$  με βάση τη συνάρτηση αντίδρασης  $P_1 = F_1(P_2)$ . Ο δεύτερος δυοπωλητής με τη σειρά του αντιδρά σε αυτή την ενέργεια αυξάνοντας την τιμή του σε  $P_2$  κ.ο.κ. μέχρις ότου η αγορά βρεθεί στο σημείο ισορροπίας E. Στο ίδιο σημείο καταλήγει η

διαδικασία των διαδοχικών προσαρμογών όταν οι δυοπωλητές χρεώνουν τιμή μεγαλύτερη από  $P_1 = P_2$ .

Στην περίπτωση όπου  $MC=0$ , θα είναι  $P_1 = P_2 = 0$  στο σημείο ισορροπίας. Το διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζει αυτή την περίπτωση.



**Εικόνα 8: Καμπύλες Αντίδρασης και Ισορροπία Bertrand για  $MC=0$**

Έστω ότι ο πωλητής 1 πωλεί το προϊόν του σε τιμή  $P_1$  η οποία είναι μεγαλύτερη της τιμής του τέλειου ανταγωνισμού δεδομένου ότι είναι  $MC=0$ . Σε αυτή την τιμή ο δεύτερος πωλητής αντιδρά με βάση την καμπύλη αντίδρασής του και πωλεί το προϊόν του στην τιμή  $P_2$  που είναι μεγαλύτερη. Στην τιμή αυτή ο πρώτος πωλητής αντιδρώντας θα χρεώσει στο προϊόν του την τιμή  $P_1$  που είναι χαμηλότερη από την αρχική. Αυτό θα οδηγήσει τον δεύτερο πωλητή να μειώσει την τιμή του σε  $P_2$  η οποία θα μειώσει την τιμή του πωλητή 1 με βάση την καμπύλη αντίδρασης σε τιμή  $P_1$  μικρότερη από την προηγούμενη. Τελικά, η ισορροπία επέρχεται όταν η τιμή και των δύο πωλητών φθάσει την τιμή του τέλειου ανταγωνισμού η οποία είναι όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως ίση με το μηδέν.

Παραλλαγές του υποδείγματος Bertrand θεωρούνται και αυτές που εισαγάγουν

- (i) τις αυξανόμενες αποδόσεις κλίμακας
- (ii) το ασύμμετρο, αλλά σταθερό, ανά μονάδα κόστος
- (iii) τη διαφοροποίηση των προϊόντων και

(iv) τους περιορισμούς στην παραγωγική δυναμικότητα.

Σε αυτό το σημείο θα σημειώσουμε κάποιες περιπτώσεις εφαρμογής του υποδείγματος Bertrand. Όταν οι επιχειρήσεις δυσκολεύονται να αλλάξουν την τιμή αφού την έχουν ήδη θέσει τότε το υπόδειγμα Bertrand είναι πιο πιθανό να είναι ρεαλιστικό. Για παράδειγμα, σε μια δημοπρασία όπου οι επιχειρήσεις υποβάλλουν προσφορές χαμηλότερης τιμής, μια επιχείρηση θα πρέπει να επιλέξει την κατάλληλη τιμή ώστε να κατοχυρωθεί στο όνομά της ο μειοδοτικός διαγωνισμός. Οι επιχειρήσεις θα επιλέξουν να προσφέρουν τιμή μόνο όταν η τιμή ισούται με το οριακό κόστος, οπότε η τιμή κατοχύρωσης του διαγωνισμού θα είναι αρκετά χαμηλή. Με τον ίδιο τρόπο, σχεδιάζοντας προσεκτικά τους κανόνες πλειοδοτικών δημοπρασιών για τις διάφορες άδειες ( π.χ. άδειες για μήκη κύματος για τα κινητά τηλέφωνα και τα τηλεοπτικά κανάλια), η κυβέρνηση μπορεί να δημιουργήσει μια κατάσταση αγοράς όπου οι επιχειρήσεις θα “παίζουν” την ισορροπία Bertrand, η οποία είναι προφανώς περισσότερο ωφέλιμη στην κυβέρνηση καθώς αυξάνει όσον το δυνατόν περισσότερο τα έσοδα (και ως εκ τούτου το όφελος για την κοινωνία).

Το μοντέλο Bertrand μπορεί επίσης να είναι χρήσιμο για την μοντελοποίηση της συμπεριφοράς μικρών επιχειρήσεων. Για παράδειγμα, εάν υπάρχουν σε μια τοπική αγορά δυο πάγκοι που πωλούν τυρί, υποθέτοντας ότι δεν μπορούν να συνεργαστούν για να διατηρήσουν τις τιμές τους, θα περιμέναμε ότι κανένας δεν θα έπαιρνε το κίνδυνο να χάσει όλους τους πελάτες από τον άλλο βάζοντας τις τιμές πάνω από το οριακό κόστος για την συγκεκριμένη μέρα.

Η εισαγωγή της διαφοροποίησης των προϊόντων και των περιορισμών στην παραγωγική δυναμικότητα εξαλείφει το παράδοξο του Bertrand. Και οι δύο παραλλαγές της διαφοροποίησης των προϊόντων και των περιορισμών στην παραγωγική δυναμικότητα, μειώνουν την κερδοφορία από την μείωση των τιμών ενός ανταγωνιστή. Στην περίπτωση της περιορισμένης παραγωγικής δυναμικότητας, η εταιρεία δεν μπορεί να καλύψει τη ζήτηση, ενώ στην περίπτωση της διαφοροποίησης των προϊόντων, μια μικρή διαφορά τιμής δεν είναι επαρκής για να προκαλέσει όλους τους καταναλωτές να στραφούν προς εκείνη.

### 2.6.2.1 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BERTRAND ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ

Η μορφή της ισορροπίας στο ανταγωνιστικό υπόδειγμα του Bertrand εξαρτάται από το εάν τα προϊόντα των επιχειρήσεων είναι ομοιογενή ή διαφοροποιημένα. Η προηγηθείσα ανάλυση στηρίχθηκε στην υπόθεση ότι τα παραγόμενα προϊόντα είναι ομοιογενή. Υποθέτουμε τώρα ότι τα προϊόντα είναι διαφοροποιημένα και το οριακό κόστος σταθερό. Η διαφοροποίηση του προϊόντος είναι ένας τρόπος όπως και η συνεργασία μεταξύ των επιχειρήσεων αποφυγής του παράδοξου του Bertrand.

Έστω ότι οι συναρτήσεις ζήτησης των επιχειρήσεων 1 και 2 είναι αντίστοιχα,

$$q_1 = C - p_1 + \lambda p_2$$

$$q_2 = C - p_2 + \lambda p_1$$

Όπου  $\lambda > 0$ , που δείχνει ότι τα προϊόντα των επιχειρήσεων είναι μεταξύ τους υποκατάστατα και το  $C$  είναι μία σταθερά.

Με σταθερό οριακό κόστος ( $MC = \text{σταθερό}$ ) οι συναρτήσεις αντίδρασης προκύπτουν από την εξής διαδικασία:

Για τον πρώτο ανταγωνιστή:

$$\Pi_1 = R_1 - C_1 = p_1 \cdot q_1 - MC \cdot q_1 = p_1 \cdot (C - p_1 + \lambda p_2) - MC(C - p_1 + \lambda p_2) \quad (1)$$

Όπου  $C_1$  είναι το συνολικό κόστος της πρώτης επιχείρησης. Η (1) μεγιστοποιεί τα κέρδη της ως προς την τιμή του δικού της προϊόντος όταν:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow C - 2p_1 + \lambda p_2 + MC = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{C - \lambda p_2 + MC}{2}$$

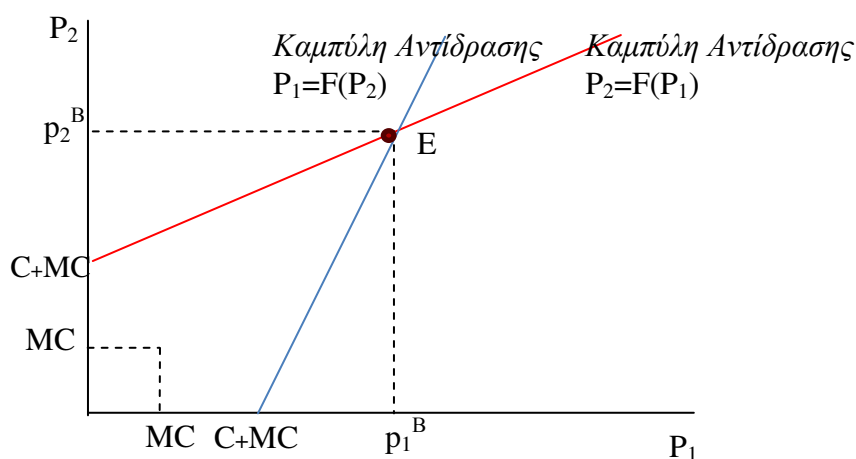
Ομοίως, για τον δεύτερο ανταγωνιστή έχουμε:

$$\Pi_2 = R_2 - C_2 = p_2 \cdot q_2 - MC \cdot q_2 = p_2 \cdot (C - p_2 + \lambda p_1) - MC(C - p_2 + \lambda p_1) \quad (2)$$

Όπου  $C_2$  είναι το συνολικό κόστος της δεύτερης επιχείρησης. Η (2) μεγιστοποιεί τα κέρδη της ως προς την τιμή του δικού της προϊόντος όταν:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial p_2} = 0 \Rightarrow C - 2p_2 + \lambda p_1 + MC = 0 \Rightarrow p_2 = \frac{C - \lambda p_1 + MC}{2}$$

Η λύση του συστήματος των εξισώσεων των καμπυλών αντίδρασης των ανταγωνιστών (1) και (2) δίνει την ισορροπία κατά Bertrand-Nash υπό διαφοροποίηση προϊόντος που όπως φαίνεται και από το παρακάτω σχήμα είναι διαφορετική από την εξίσωση της τιμής με το οριακό κόστος



**Εικόνα 9: Ισορροπία Bertrand με διαφοροποιημένα προϊόντα**

### 2.6.2.2 ΣΙΩΠΗΡΗ ΣΥΜΠΑΙΓΝΙΑ<sup>58</sup>

Ας εξετάσουμε το τυπικό υπόδειγμα Bertrand, αλλά όταν οι επιχειρήσεις επιλέγουν τιμές για περιόδους  $T > 1$ . Αυτή η επανάληψη μπορεί να οδηγήσει σε σιωπηρή συμπαιγνία (εναρμόνισης τιμών) δηλαδή συμπαιγνία που δεν είναι σαφής μεταξύ των μελών του ολιγοπωλίου.

Οι Βασικές υποθέσεις είναι:

<sup>58</sup> Machado M. 2015 , 'Lectures of Industrial Organization: Tacit Collusion', University Carlos III de Madrid Departamento de Economía viewed 19 June 2015  
<<http://www.eco.uc3m.es/~mmachado/Teaching/OI-I-MEI/slides/3.5.Tacit%20Collusion.pdf>>

1. Ομοιογενή προϊόντα.
2. Ίσο οριακό κόστος, χωρίς σταθερό κόστος για τις επιχειρήσεις του κλάδου.
3. Παραγωγική δυναμικότητα. χωρίς περιορισμούς
4. Οι επιχειρήσεις για  $T > 1$  φορές. Σε κάθε περίοδο  $t \in \{1, \dots, T\}$
5. Οι επιχειρήσεις επιλέγουν τιμές  $p_{1t}$  και  $p_{2t}$  ταυτόχρονα και μη συνεργατικά

Η ζήτηση που αντιμετωπίζει η επιχείρηση  $i$  κατά την περίοδο  $t$  είναι η ίδια όπως στο υπόδειγμα Bertrand:

$$D_{it}(p_{it}, p_{jt}) = \begin{cases} D_t(p_{it}) & \text{εάν } p_{it} < p_{jt} \\ \frac{1}{2} D_t(p_{it}) & \text{εάν } p_{it} = p_{jt} \\ 0 & \text{εάν } p_{it} > p_{jt} \end{cases}$$

Δηλαδή στην πρώτη περίπτωση η επιχείρηση παίρνει δική της όλη την αγορά στην δεύτερη τα μοιράζεται με τον ανταγωνιστή της γιατί έχουν ίσε τιμές ενώ στην τρίτη χάνει όλη την αγορά λόγω υψηλότερης τιμής

Και τα κέρδη κατά την περίοδο  $t$  της επιχείρησης είναι:

$$\Pi_t^i = (p_{it}, p_{jt}) = (p_{it} - c) D_{it}(p_{it}, p_{jt})$$

Με την υπόθεση ότι  $\delta$  είναι ο συντελεστής προεξόφλησης, η μεγιστοποίηση των συνολικών κερδών της επιχείρησης δίδεται από τον τύπο:

$$\Pi^i(p_i, p_j) = \sum_{t=1}^T \delta^{t-1} \Pi_t^i(p_{it}, p_{jt}) \quad \text{όπου } p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iT}), p_j = (p_{j1}, p_{j2}, \dots, p_{jT})$$

### Για πεπερασμένο αριθμό περιόδων

Στην περίπτωση που ο ανταγωνισμός ισχύει για πεπερασμένο αριθμό περιόδων η μόνη ισορροπία είναι όταν επιχειρήσεις θέτουν τιμή που  $p_{1t} = p_{2t} = c$  σε όλες περιόδους και αυτό αποδεικνύεται με την μέθοδο της οπισθογενούς επαγωγής (backwards induction)



Ξεκινώντας από την τελευταία περίοδο, το παίγνιο είναι στατικό, δηλαδή συμπίπτει με το υπόδειγμα Bertrand, όπου τα κέρδη των επιχειρήσεων εξαρτώνται μόνο από τις ενέργειες κατά την περίοδο αυτή και δεν υπάρχει χώρος για τις ποινές έτσι  $p_{1T} = p_{2T} = c$ .

Κατά την περίοδο T-1, οι επιχειρήσεις γνωρίζουν ότι στην περίοδο T η ισορροπία Bertrand πρόκειται να επικρατήσει και έτσι δεν υπάρχει περιθώριο για συνεργασία, είτε κατά την περίοδο T-1, δηλαδή υπάρχει τιμωρία σίγουρα στην περίοδο T. Έτσι, οι τιμές κατά την περίοδο T-1 επηρεάζουν μόνο τα τρέχοντα κέρδη, ως εκ τούτου, η κατάσταση ταυτίζεται με ένα στατικό παίγνιο. Η μόνη λοιπόν ισορροπία είναι η ίδια με ένα στατικό παίγνιο τύπου Bertrand:  $p_{1T-1} = p_{2T-1} = c$ . Και συνεχίζουμε το παιχνίδι αυτό προς τα πίσω μέχρι την 1η περίοδο.. Στο τέλος η στατική ισορροπία Bertrand επαναλαμβάνεται T φορές, και καταφέραμε να λύσουμε το παράδοξο του Bertrand.

### Για άπειρο αριθμό περιόδων

Για άπειρο αριθμό περιόδων μπορούν να υπάρξουν και άλλες ισορροπίες στο ολιγοπώλιο για  $p_{it} = p_{jt} > c$

Εάν:

$P_M$  = Η Μονοπωλιακή τιμή που μεγιστοποιεί τα κέρδη  $\Pi = (p - c)D(p)$  και

$\Pi^M$  = Μονοπωλιακά κέρδη ανά περίοδο

$\delta$  = Ο συντελεστής προεξόφλησης

Εφόσον οι επιχειρήσεις συνεργαστούν επ' άπειρον θέτοντας την μονοπωλιακή τιμή τα συνολικά κέρδη θα είναι

$$\frac{\Pi^M}{2} + \delta \frac{\Pi^M}{2} + \delta^2 \frac{\Pi^M}{2} + \dots = \frac{1}{1 - \delta} \frac{\Pi^M}{2}$$

Αν όμως μια από τις δύο επιχειρήσεις εξαπατήσει την άλλη και μειώσει κατά ελάχιστο την μονοπωλιακή τιμή παίρνει όλη την αγορά και πραγματοποιεί για μια περίοδο μονοπωλιακά κέρδη. Η ανταγωνίστρια όμως θα την τιμωρήσει μέσω της λεγόμενης Grim –trigger στρατηγικής θέτοντας από την στιγμή της εξαπάτησης και

μετά, για πάντα  $p_{it} = c$  πράγμα που οδηγεί τις επιχειρήσεις να έχουν μηδενικά κέρδη

Σε αυτή την περίπτωση τα συνολικά κέρδη για την επιχείρηση που εξαπατά θα είναι :

$$\Pi^M + 0 + 0 \dots = \Pi^M$$

Οι επιχειρήσεις δεν θα αποκλίνουν από την μονοπωλιακή τιμή αν τα κέρδη από συνεργασία είναι μεγαλύτερη από την απόκλιση

$$\frac{1}{1-\delta} \frac{\Pi^M}{2} \geq \Pi^M \Leftrightarrow \frac{1}{1-\delta} \cdot \frac{1}{2} \geq 2 \Leftrightarrow 2(1-\delta) \leq 1 \Leftrightarrow \delta \geq \frac{1}{2}$$

Συνεπώς εάν οι επιχειρήσεις εκτιμούν θετικά το μέλλον των επιχειρήσεων, (δηλαδή  $\delta \geq 1/2$ ), τότε είναι δυνατόν να διατηρήσουν τις τιμές υψηλότερες από  $c$ , δηλαδή την μονοπωλιακή τιμή ή οποιαδήποτε άλλη τιμή μεταξύ αυτής της και του οριακού κόστους  $c$

Ιστορικά η βιομηχανία ηλεκτρικών συσκευών στις ΗΠΑ είναι ένα παράδειγμα της συμπαιγνίας. Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1950 και του 1960 ορισμένες μεγάλες επιχειρήσεις όπως η General Electric, Westinghouse και Allis Chalmers – καθόρισαν από κοινού τις τιμές και κατένειμαν την αγορά σε πολλά ηλεκτρικά είδη. Αυτός λοιπόν ο καθορισμός των τιμών στο επίπεδο του κλάδου και η διαίρεση της αγοράς είναι τα τυπικά αποτελέσματα μιας σύμπραξης

Οι ανταγωνιστές είναι δυνατόν να βρεθούν σε πολύ καλύτερη θέση από εκείνη της ισορροπίας Bertrand – Nash εναλλακτικά μέσω ανταγωνισμού κατά Stackelberg ως προς την τιμή εκτός βέβαια από τη συνεργασία μεταξύ τους για να επιτύχουν υψηλότερες τιμές.

### 2.6.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ STACKELBERG

---

Στα ολιγοπωλιακά υποδείγματα που παρουσιάστηκαν προηγουμένως, η διάσταση του χρόνου και η σειρά με την οποία ενεργούν οι επιχειρήσεις απουσίαζε. Η επιλογή από την πλευρά των ανταγωνιστών γινόταν ταυτόχρονα.

Το 1934 ο Γερμανός στατιστικολόγος Heinrich von Stackelberg διατύπωσε ένα δυοπωλιακό υπόδειγμα όπου οι επιλογές είναι ετεροχρονισμένες δηλαδή γίνονται διαδοχικά και όχι ταυτόχρονα. Με άλλα λόγια, ένας από τους δυοπωλητές έχει ένα προβάδισμα δηλαδή είναι ηγέτης (leader) στην επιλογή της ποσότητας. Με αυτή την έννοια το υπόδειγμα Stackelberg είναι ασυμμετρικό. Το ερώτημα που τίθεται είναι εάν έχει όφελος ο πωλητής να έχει το προβάδισμα στις αποφάσεις και αν το υπόδειγμα αυτό οδηγεί σε κατάσταση ισορροπίας.

Ένας κλάδος χαρακτηρίζεται ως ολιγοπώλιο Stackelberg αν<sup>59</sup>

1. Υπάρχουν λίγες εταιρείες που εξυπηρετούν πολλούς καταναλωτές.
2. Οι επιχειρήσεις παράγουν διαφοροποιημένα ή ομοιογενή προϊόντα.
3. Μία και μόνη επιχείρηση (leader) επιλέγει την ποσότητα παραγωγής της πριν επιλέξουν την δικιά τους όλες οι άλλες επιχειρήσεις
4. Όλες οι λοιπές επιχειρήσεις (followers) λαμβάνουν ως δεδομένη την ποσότητα της ηγέτιδας επιχείρησης και επιλέγουν ποσότητες παραγωγής που μεγιστοποιούν τα κέρδη τους θεωρώντας την παραγωγή του «ηγέτη» δεδομένη.
5. Υπάρχουν εμπόδια εισόδου στον κλάδο.

Το μοντέλο Stackelberg χρησιμοποιείται συχνά για να περιγράψει κλάδους όπου κυριαρχεί μία επιχείρηση ή ένας φυσικός ηγέτης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η IBM, η οποία θεωρείται συχνά κυρίαρχη επιχείρηση στον κλάδο των υπολογιστών. Οι μικρότερες επιχειρήσεις του κλάδου των υπολογιστών περιμένουν την IBM να αναγγείλει τα νέα προϊόντα της και στη συνέχεια προσαρμόζουν τις δικές τους αποφάσεις αναλόγως. Έτσι, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι στο μοντέλο του κλάδου των υπολογιστών, η IBM παίζει το ρόλο ενός ηγέτη κατά Stackelberg, και οι άλλες μικρότερες επιχειρήσεις του κλάδου είναι ακόλουθοι κατά Stackelberg.

---

<sup>59</sup> Baye, M. R, 2010. 'Managerial economics and business strategy'. 7<sup>th</sup> edition McGraw-Hill/Irwin, Print, New York pp.330-331

Γενικά το υπόδειγμα Stackelberg στηρίζεται στις ίδιες υποθέσεις με εκείνες του υποδείματος του Cournot και περιγράφει την σχέση ηγέτη-ουραγού. Αυτός που ενεργεί ως ουραγός θεωρεί την παραγωγή του ηγέτη ως δεδομένη  $\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0$ .

Δηλαδή, εάν η επιχείρηση 1 είναι ουραγός τότε καθορίζει την παραγωγή της  $q_1$  ώστε να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της  $\Pi_1 = \Pi_1(q_1, q_2)$  θεωρώντας ότι  $\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0$ .

Εάν όμως, ο δυοπωλητής 1 είναι ηγέτης με την έννοια ότι αυτός γνωρίζει τον τρόπο αντίδρασης του δεύτερου πωλητή σε κάθε δική του ενέργεια, τότε ο πωλητής 1 γνωρίζει τη συνάρτηση αντίδρασης του δεύτερου πωλητή.

Εάν ο πωλητής 1 είναι ηγέτης τότε θα καθορίσει ποσότητα  $q_1$  ώστε να μεγιστοποιήσει το κέρδος του  $\Pi_1 = \Pi_1(q_1, q_2(q_1))$ , όπου  $q_2 = f_2(q_1)$  είναι η συνάρτηση αντίδρασης του δεύτερου. Εφόσον, λοιπόν, ο πρώτος ενεργεί ως ηγέτης θα ισχύει

$$\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = \frac{\partial f_2(q_1)}{\partial q_1} \neq 0 \text{ διάφορο του μηδενός.}$$

Επίσης, εάν ο δεύτερος ενεργεί ως ηγέτης θα πρέπει

$$\Pi_2 = \Pi_2(q_2, q_1(q_2)) \text{ όπου } q_1 = f_1(q_2) \text{ και επομένως θα είναι:}$$

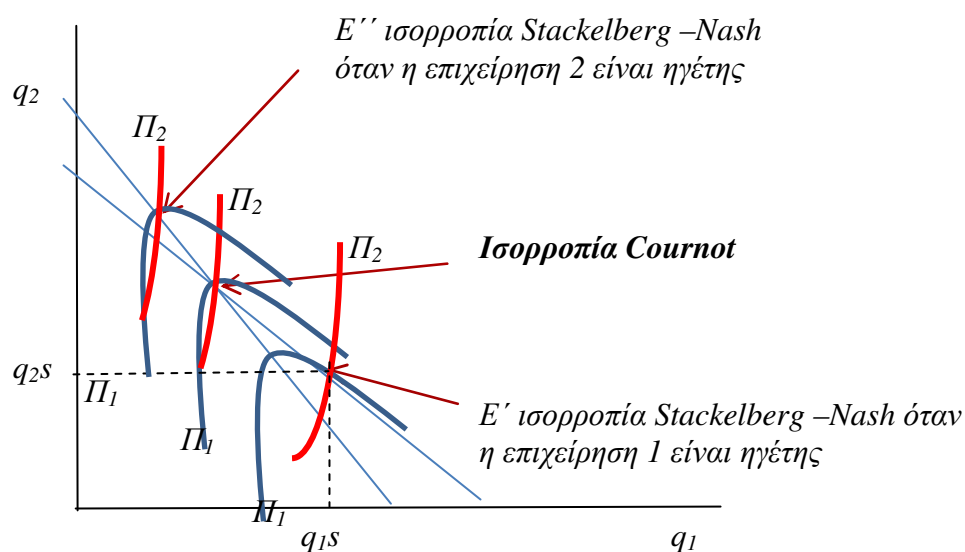
$$\frac{\partial q_1}{\partial q_2} = \frac{\partial f_1(q_2)}{\partial q_2} \neq 0 \text{ διάφορο του μηδενός.}$$

Η ισορροπία Stackelberg –Nash παρουσιάζεται με τη βοήθεια των καμπυλών ίσου κέρδους της ηγέτιδας επιχείρησης οι οποίες είναι κοίλες στον άξονα των ποσοτήτων  $q_1$  της ηγέτιδας επιχείρησης. Οι καμπύλες ίσου κέρδους αποτελούν το χάρτη καμπυλών ίσου κέρδους της ένα επιχείρησης. Σε χαμηλότερες καμπύλες ίσου κέρδους αντιστοιχούν υψηλότερα κέρδη διότι καθώς μειώνεται η ποσότητα του προϊόντος της ουραγού επιχείρησης 2 αυξάνονται τα κέρδη της ηγέτιδας επιχείρησης 1. Ως ουραγός, η επιχείρηση 2 θα επιλέξει ποσότητα προϊόντος κατά μήκος της καμπύλης αντίδρασης της  $q_2 = f_2(q_1)$ . Συνεπώς, η επιχείρηση ηγέτης 1 θα επιλέξει ποσότητα προϊόντος πάνω στην  $q_2 = f_2(q_1)$  που θα της αποφέρει τα μεγαλύτερα δυνατικά κέρδη. Το σημείο που εξασφαλίζει τα μεγαλύτερα κέρδη είναι το σημείο επαφής  $E'$  της

καμπύλης  $q_2=f_2(q_1)$  με τη χαμηλότερη καμπύλη ίσου κέρδους. Το σημείο  $E'$  φανερώνει την ισοροπία Stackelberg –Nash.

Το σημείο αυτό εκφράζει τη λύση ισοροπίας Stackelberg –Nash επειδή στο μη συμμετρικό υπόδειγμα του Stackelberg η ηγέτιδα επιχείρηση 1 μεγιστοποιεί τα κέρδη της με περιορισμό την καμπύλη αντίδρασης της ουραγού επιχείρησης 2,  $q_2=f_2(q_1)$  σε αντίθεση με το υπόδειγμα Cournot όπου στο σημείο τομής των καμπυλών αντίδρασης των 1 και 2 επιχειρήσεων  $q_1=f_1(q_2)$  και  $q_2=f_2(q_1)$  όπου σε αυτό το σημείο έχουμε πλήρη συμμετρία.

Με το ίδιο σκεπτικό και κατ' αναλογία όταν η δεύτερη επιχείρηση είναι ηγέτης τότε αυτή μεγιστοποιεί τα κέρδη της  $\Pi_2$  χρησιμοποιώντας ως περιορισμό την καμπύλη αντίδρασης της επιχείρησης ένα  $q_1=f_1(q_2)$ . Η δεύτερη επιχείρηση επιλέγει προϊόν πάνω στην  $q_1=f_1(q_2)$  όπου της αποφέρει το μεγαλύτερο δυνατικό κέρδος. Το σημείο αυτό είναι το σημείο επαφής  $E''$  της καμπύλης  $q_1=f_1(q_2)$  με την χαμηλότερη καμπύλη ίσου κέρδους της δεύτερης επιχείρησης.



**Εικόνα 10: Ισοροπία Stackelberg**

Από το υπόδειγμα της «ηγέτιδας – ουραγού» επιχείρησης προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις:

- Αν και οι δύο ενεργούν ως ουραγοί, τότε η λύση ισοροπίας είναι όμοια με τη λύση Cournot
- Όταν η μία επιχείρηση είναι ηγέτης και η άλλη ουραγός, η ισοροπία Stackelberg είναι μία σταθερή ισοροπία.

- Αν και η μία επιχείρηση και οι άλλες ενεργούν ως ηγέτιδες η ισορροπία είναι ασταθής. Η περίπτωση αυτή είναι γνωστή ως ανισορροπία του Stackelberg.

Το υπόδειγμα Stackelberg χαρακτηρίζεται από ασάφεια όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο κάθε πωλητής επιλέγεται ως ηγέτης. Η ισορροπία Cournot κατά τον Stackelberg είναι ασταθής. Κάθε πωλητής γνωρίζει τα οφέλη που έχει όταν είναι ηγέτης και θα προσπαθήσει ανάλογα να κάνει την επιλογή της ποσότητας του προϊόντος, γεγονός που θα οδηγήσει σε έναν καταστροφικό ανταγωνισμό.

Στο ολιγοπώλιο Stackelberg, ο ηγέτης αποκτά το πλεονέκτημα της πρώτης κίνησης με τη δέσμευση να παράγει μεγάλη ποσότητα της παραγωγής. Η κάλλιστη απάντηση του «ουραγού», αφού παρατηρήσει την επιλογή του ηγέτη, είναι να παράγει λιγότερο ποσότητα. Έτσι, ο «ηγέτης» αυξάνει το μερίδιο αγοράς και ταυτόχρονα τα κέρδη του εις βάρος του αντιπάλου του. Η εφαρμογή στην πραγματική οικονομία έχει δείξει ότι τα οφέλη της δέσμευσης σε Stackelberg ολιγοπώλια μπορεί να είναι σημαντική, με την προϋπόθεση ότι δεν είναι πάρα πολύ δαπανηρή για τον «ουραγό» η παρατήρηση της παραγόμενης ποσότητας του ηγέτη. Για παράδειγμα<sup>60</sup>, η Νοτιοαφρικανική εταιρεία επικοινωνιών, Telkom, κατάφερε το 2004 μια αύξηση των καθαρών κερδών της κατά 177%, χάρη στο πλεονέκτημα της πρώτης κίνησης εις βάρος της ανταγωνίστριας επιχείρησης. Η Telkom εφάρμοσε το υπόδειγμα Stackelberg όσον αφορά την ποσότητα παραγωγής με την υπογραφή μακροπρόθεσμων συμβάσεων με το 90 τοις εκατό των εταιρειών της Νοτίου Αφρικής. Με τη δέσμευση αυτή ως προς την ποσότητα παραγωγής της, η Telkom διασφαλίζει ότι η κάλλιστη απάντηση της «ουραγού» επιχείρησης θα είναι ένα χαμηλό επίπεδο παραγωγής.

---

<sup>60</sup> Blom N., 2004, 'Telkom Makes Life Difficult for Any Potential Rival', *Business Day (Johannesburg)*, viewed 20 June 2015 <<http://business.highbeam.com/3548/article-1G1-117930674/bottom-line>>

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάσαμε τις βασικές αρχές της θεωρίας παιγνίων και αναλύσαμε πως μπορεί αυτή να εφαρμοστεί στην ολιγοπωλιακή αγορά και στις στρατηγικές αποφάσεις των επιχειρήσεων. Η θεωρία παιγνίων αποτελεί χρήσιμο οδηγό ανάλυσης της συμπεριφοράς στον κόσμο των επιχειρήσεων, ο οποίος πρέπει να τονίσουμε ότι υπόκειται σε περιορισμούς και απλουστεύσεις.

Είναι ξεκάθαρο πως η θεωρία παιγνίων δεν είναι μια στατική επιστήμη αλλά μια επιστήμη που εξελίσσεται συνεχώς και έχει πολλά περιθώρια βελτίωσης. Οι εφαρμογές της είναι σημαντικές κάτι που αποδεικνύεται από την απονομή βραβείων Νόμπελ σε μελετητές, μεταξύ των οποίων και ο περίφημος John Nash.

Η πραγματική οικονομία και οι πραγματικές αγορές είναι σαφώς πιο περίπλοκες απ' ό,τι τα οικονομικά μοντέλα, που αναλύσαμε, παρ' όλα αυτά η θεωρία παιγνίων μπορεί να μας δώσει χρήσιμα συμπεράσματα στην διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Σήμερα οι περισσότεροι κλάδοι παραγωγής μορφοποιούνται σε ολιγοπωλιακές αγορές με σημαντική μονοπωλιακή δυναμική για τις επιχειρήσεις που δρουν μέσα σε αυτές, καθώς υπάρχει η τάση να συγκεντρώνονται τα μερίδια αγοράς σε όλο και λιγότερες επιχειρήσεις. Ακόμα και αν στον κλάδο υπάρχουν πολλές εταιρείες, το μεγαλύτερο μερίδιο τείνει να βρίσκεται σε πολύ μικρό αριθμό επιχειρήσεων, οι οποίες επηρεάζουν όλο τον κλάδο με αποφάσεις που λαμβάνουν.

Η θεωρία παιγνίων είναι κεφαλαιώδους σημασίας για την μελέτη της θεωρίας των ολιγοπωλίων για τον απλούστατο λόγο ότι κάθε επιχείρηση μπορεί να θεωρηθεί ως ένας παίκτης που εμπλέκεται σε ένα παίγνιο. Αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο και σε συνδυασμό με άλλου είδους αναλύσεις, συμμετέχει στη διαδικασία λήψης αποφάσεων από τις επιχειρήσεις - παίκτες. Η εισαγωγή της θεωρίας παιγνίων στην ανάλυση του ολιγοπωλιακού ανταγωνισμού προσέφερε την καλαισθησία και τη δυνατότητα γενίκευσης που απουσίαζαν από την ολιγοπωλιακή θεωρία. Αυτό οφείλεται ουσιαστικά στην αναλυτική και γενικευτική δύναμη των μαθηματικών. Η θεωρία παιγνίων συνέβαλε στην αντιμετώπιση των ζητημάτων της ολιγοπωλιακής αλληλεξάρτησης με περισσότερο ρεαλισμό. Το σημαντικότερο, όμως, είναι ότι επέτρεψε να συγκροτηθεί μια έννοια ισορροπίας της αγοράς η οποία συνδέεται με, ή προσδιορίζεται από, διαστάσεις συμπεριφοράς.

**ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Katz L. Michael and Rosen S. Harvey**, 2007, 'Μικροοικονομική', 3<sup>η</sup> έκδοση, Εκδόσεις Επίκεντρο.
- Mansfield, E.**, 2001, 'Managerial economics : theory, applications, and cases'. Τόμος Α μτφρ. Μπήτρος Γ., εκδόσεις Μπένος Αθήνα
- Muzenitova M.**2008, 'Εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων στο Στρατηγικό Μάνατζμεντ' Διπλωματική Εργασία, ΑΠΘ
- Varian H.**, 2006. 'Μικροοικονομική: Μια σύγχρονη προσέγγιση', 1<sup>η</sup> έκδοση, Εκδόσεις Κριτική.
- Osborne M. J.**, 2010. 'Εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων', Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
- Βαρουφάκης Γ.**, 2007. *Θεωρία Παιγνίων*, Εκδόσεις Gutenberg.
- Βλαχοπούλου Α.** 2010, 'Εμπειρική προσέγγιση της Nash ισορροπίας', Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
- Δρακάτος Στ.**, 2010,. 'Το πρόβλημα της ισορροπίας Nash στις κοινοβουλευτικές Συμμαχίες', Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πειραιώς
- Νικολοπούλου Ι.**, 2004,. 'Στρατηγικά παίγνια και υποδείγματα ολιγοπωλίου: Μια εφαρμογή στον κλάδο της κινητής τηλεφωνίας', Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πειραιώς
- Πάκος Θ.**,(1997). *Κλαδική Οικονομική II Βιομηχανική Οργάνωση Επιχειρηματικές Πολιτικές και Απόδοση*, Εκδόσεις Παπαζήση.
- Παλάσκας Θ., Δρουβέλης Μ. και Στοφόρος Χ.**,2011.*Μικροοικονομική: Θεωρία και Ανάλυση*,Εκδόσεις Νομική Βιβλιοθήκη.
- Παλαιολόγος Ι.**,2006.*Σύγχρονη Μικροοικονομική Θεωρία*, Εκδόσεις Σταμούλη
- Παναγοπούλου Ν. Π.**, 2005, 'Μελέτη δρομολογήσεων και Συμφόρησης σε Δίκτυα με βάση τη Θεωρία Παιγνίων', Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών



## ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

**Axelrod, R.M., and Hamilton W. D.**,1984, '*The evolution of cooperation*' 1<sup>st</sup> edition ,Basic Books, 1984. Print. New York

**Beckman, S.**, 2003, '*Cournot and Bertrand Games*', Journal of Economic Education V34 #1, p. 27-35 viewed 15 June 2015  
<<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220480309595198>>

**Baumol, W.J.**, 1985, '*Economic Theory and Operations Analysis*', 4<sup>th</sup> edition, Prentice Hall of India.p 410

**Baye, M. R.**, 2010, '*Managerial economics and business strategy*'. 7<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill/Irwin,. Print, New York

**Bertrand, J.** 1988. '*Review of Walras's Theorie mathematique de la richesse sociale and Cournot's Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses.*' *Journal des Savants (1883): 499–508. Rpt. in 'Cournot Oligopoly*', ed. A. Daughety.: Cambridge University Press,. Cambridge

**Blom N.**, 2004, '*Telkom Makes Life Difficult for Any Potential Rival*', Business Day (Johannesburg), viewed 20 June 2015 <<http://business.highbeam.com/3548/article-1G1-117930674/bottom-line>>

**Cabral L.**,2000, '*Introduction to industrial organization*'. 1st edition, Mass:MIT Press,. Print Cambridge,.

**Case, K. E., and Fair, R. C.**, 2007, '*Principles of economics*', 8th edition. Prentice Hall, New Jersey

**Church, J. R., and Ware, R.**, 2000, '*Industrial organization : a strategic approach*' Irwin McGraw Hill, Print, Boston

**Dixit, A., and Skeath S.**, 1999, '*Games of strategy*'. 1<sup>st</sup> edition, Norton, Print. New York:

**Dwivedi, D. N.**, 2010, '*Managerial Economics*', 7th edition. Vikas Publishing House, New Delhi

**Fisher L.**, 2008, '*Rock, Paper, Scissors: Game Theory in every day life*', 1<sup>st</sup> edition, Basic Books, , New York

**Flanagan, T.**, 1998, '*Game theory and Canadian politics*'. University of Toronto Press, Print, Toronto,

**Fudenberg D., Tirole J.**, 1991, '*Game Theory*'. 1<sup>st</sup> edition, Cambridge, MA: MIT Press, Cambridge.

**Harsanyi, J. C.**, 1967/1968. '*Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players*', I-III. ', *Management Science* 14 (3): 159-183 (Part I), 14 (5): 320-334 (Part II), 14 (7): 486-502 (Part III)

**Harsanyi, J. C.**, 1974, '*An Equilibrium-Point Interpretation of Stable Sets and a Proposed Alternative Definition*' ,*Management Science*

**Harsanyi, J.**, 1997, '*Games with incomplete information played by "bayesian" players*,' Levine's Working Paper Archive, David K. Levine, viewed 26 May 2015 <<http://EconPapers.repec.org/RePEc:cla:levarc:1175>>

**Hossain, E., Zhu H., and Dusit N.**, 2009, '*Dynamic spectrum access and management in cognitive radio networks*', Cambridge University Press U.K. New York,

**Mansfield, E.**, 1996, '*Managerial economics : theory, applications, and cases*', 3<sup>rd</sup> edition, Norton, Print, New York

**Mukherjee, S.**, 2002, '*Modern Economic Theory*', 4<sup>th</sup> edition, New Age International Publisher, New Delhi

**Nash, J.**, 1950, '*Equilibrium Points in N-Person Games*'. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36 (1): 48–49

**Nash, J.**, 1951 '*Non-Cooperative Games*' *The Annals of Mathematics* 54(2):286-295, viewed 25 May 2015 <<http://www.cs.upc.edu/~ia/nash51.pdf>>

**von Neumann J.**, 1928, '*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*'. *Mathematische Annalen*, 100: 295-320. English translation in Luce R. D. and Tucker A. W., 1959, eds., *Contributions to the Theory of Games IV*, pp. 13-42, Princeton University Press, Princeton

**Open University Malaysia (OUM)**, 2011, '*Principles of Microeconomics*', available at <<https://www.scribd.com/doc/76776561/Principles-of-Micro-Economics>>

**Osborne M. J., and Rubinstein A.**, 1994, '*A Course in Game Theory*', 1<sup>st</sup> edition, Cambridge, MA: MIT Press, Print, Cambridge

**Schelling, T.**, 1966, '*Arms and Influence*', 1<sup>st</sup> edition, Conn.: Yale University Press, New Haven, p p. 118

**Siegfried T.**, 2006, '*A beautiful Math: John Nash, game theory and the Modern quest for a code of nature*', 1<sup>st</sup> edition, Joseph Henry Press, Washington, D.C.,

**Singh, N. Vives X.**, 1984, '*Price and Quantity Competition in a differentiated Duopoly*.' *Rand Journal of Economics*. 15 pp.546-54

**Tadelis, S.**, 2013, '*Game theory : an introduction*', 1<sup>st</sup> edition, Princeton University Press, Print. Princeton Oxford p144

**Thi-Van-Anh Nguyen**, 2014 '*Constraint Games: Modeling and Solving Games with Constraints. Computer Science*'. Universite de Caen, 2014. English.

**Tirole, J.**, 1988, '*The theory of industrial organization*'. 1<sup>st</sup> edition, Mass: MIT Press, Print, Cambridge

**Zermelo E.**, 1913, '*Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels*,' in *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, Volume II, pp. 501-504

## ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

**AmosWEB LLC**, 2015, *Oligopoly, concentration*, AmosWEB Encyclonomic WEB\*pedia, viewed 13 June 2015 <<http://www.AmosWEB.com>>

**Experimental Economics Center**, 2006, *Backward Induction*, Econport.org, viewed 31 May 2015

<[http://www.econport.org/econport/request?page=man\\_gametheory\\_backinduct](http://www.econport.org/econport/request?page=man_gametheory_backinduct)>

**Καθημερινή**, 2015, *Νεκρός σε τροχαίο ο διάσημος μαθηματικός Τζον Νας*, kathimerini.gr, viewed :31 May 2015

<<http://www.kathimerini.gr/816720/article/epikairothta/kosmos/nekros-se-troxaio-o-diashmos-ma8hmatikos-tzon-nas>>

**Machado M.**, 2015, *Lectures of Industrial Organization: Tacit Collusion*, University Carlos III de Madrid Departmento di Economia viewed 19 June 2015 <<http://www.eco.uc3m.es/~mmachado/Teaching/OI-I-MEI/slides/3.5.Tacit%20Colusion.pdf>>

**Nobelprize.org**, 2015, *The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2005*. . viewed. 23 May 2015.

<[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economic-sciences/laureates/2005/](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2005/)>

**Nobelprize.org**, 2015, *The Prize in Economic Sciences 2012*, viewed Web. 24 May 2015, <[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economic-sciences/laureates/2012/index.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2012/index.html)>

**Shor, Mikhael**, 2015, *Dominant Strategy*, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominantStrategy.html>>

**Shor, Mikhael**, 2015, *Dominated Strategy*, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominatedStrategy.html>>

**Shor, Mikhael**, 2015, *Pure Strategy*, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net, viewed 31 May 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/PureStrategy.html>>

**Shor, Mikhael**, 2015, *Repeated Game*, Dictionary of Game Theory Terms, Game Theory.net, viewed 6 June 2015 <<http://www.gametheory.net/dictionary/DominatedStrategy.html>>

**U.S. Dep't of Justice & Fed. Trade Comm'n**, 2010, Horizontal Merger Guidelines §5.3 [hereinafter 2010 Guidelines], available at viewed 20 June 2015 <<http://ftc.gov/os/2010/08/100819hmg.pdf>.>

**USA Energy Information Administration**, 2015, "Supply OPEC," EIA . gov, viewed 19 June 2015 <<http://www.eia.gov/finance/markets/supply-opec.cfm>>