
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 1457

**ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΣΥΓΧΡΟΝΗΣ
ΜΗΧΑΝΗΣ ΒΡΑΧΥΚΥΚΛΩΜΕΝΟΥ ΔΡΟΜΕΑ
ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΩΝ
ΤΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΧΡΙΣΤΟΠΟΥΛΟΣ ΘΕΜΙΣΤΟΚΛΗΣ
ΑΝΑΣΤΟΠΟΥΛΟΣ ΑΡΓΥΡΗΣ**

ΧΑΡΑΛΑΜΠΑΚΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΠΑΤΡΑ 2015

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτή την ηλικία και αυτή την εποχή είναι δύσκολο να συναντάς ανθρώπους οι οποίοι είναι πρόθυμοι να σου μεταλαμπαδεύσουν τις γνώσεις τους και να σε βοηθήσουν να πας ένα βήμα παρακάτω από ότι έφτασαν οι ίδιοι. Για αυτό σε αυτό το σημείο θα ήθελα να αποδώσω τις ευχαριστίες μου σε όσους το αξίζουν.

Από αυτό το βήμα λοιπόν δράττομαι της ευκαιρίας και ευχαριστώ ολόψυχα όλους τους καθηγητές που με βοήθησαν να φτάσω στο επίπεδο της ακαδημαϊκής μόρφωσης που έφτασα. Ιδιαίτερα, οφείλω να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον καθηγητή που επέβλεπε μαζί μου την εργασία και που με τις παρατηρήσεις του με βοήθησε να την ολοκληρώσω και να τη φτάσω σε αυτό το τελικό στάδιο.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένεια και τους φίλους μου, καθώς και τους συμφοιτητές μου που στάθηκαν δίπλα μου και με βοήθησαν με την αμέριστη υποστήριξη τους. Οφείλω και σε αυτούς ένα μεγάλο ευχαριστώ, γιατί μερικές φορές κάτω από περιόδους πίεσης η στήριξη που μου παρείχαν μου έδινε την απαραίτητη δύναμη να συνεχίσω.

Πρόλογος / Περίληψη

Η μετάδοση της θερμότητας σε διάφορα υλικά μέσα, παίζει σημαντικό ρόλο στο κομμάτι έρευνας για διάφορους και πολλούς κλάδους της επιστήμης. Στη περίπτωση των ηλεκτρικών μηχανών η θερμοκρασία και οι μεταβολές της στο κινητήρα προκαλεί σημαντικές μεταβολές στην απόκριση του σε διάφορες συνθήκες λειτουργίας του και γι' αυτό αποτελεί χαρακτηριστική παράμετρο για την ανάλυση της συμπεριφοράς τους.

Στη παρούσα πτυχιακή εργασία λοιπόν, έγινε μια λεπτομερής θεωρητική ανάλυση στα διάφορα θερμικά φαινόμενα, τα οποία λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό μιας ασύγχρονης ηλεκτρικής μηχανής κατά τη διάρκεια της λειτουργίας της. Η ανάλυση των θερμικών αυτών φαινομένων παρουσιάζει σημαντικό ενδιαφέρον, όπου οι μεταβολές στη θερμοκρασία λαμβάνουν μεγάλη έκταση και περιλαμβάνει την περιγραφή των αιτιών, κατά τις οποίες δημιουργούνται μεγάλες θερμοκρασίες στο εσωτερικό των μηχανών, αλλά και τις συνέπειες αυτών στην λειτουργία της μηχανής, όπου αυτές οι μεταβολές επηρεάζουν αρνητικά την απόδοση και απόκριση των μηχανών. Τα παραπάνω έγιναν με την βοήθεια του υπολογισμού των παραμετρικών στοιχείων της ασύγχρονης μηχανής στον στάτη και τον δρομέα, μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.

Με τη μέθοδο αυτή αναλύονται με μαθηματικές εξισώσεις, το φαινόμενο μετάδοσης θερμότητας, χρησιμοποιώντας κατάλληλες οριακές συνθήκες, όπως η γεωμετρία και τα θερμικά χαρακτηριστικά των υλικών και οι πηγές θερμότητας, καταλήγοντας έτσι στη κατανομή της θερμοκρασίας με αρκετά μεγάλη ακρίβεια.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.	Πρόλογος / Περίληψη	3
	Εισαγωγή.....	1
1.1.	Γενικά για τη θερμική ανάλυση των ηλεκτρικών μηχανών	1
1.2.	Σημασία της θερμικής ανάλυσης για τη σχεδίαση και τον έλεγχο ηλεκτρικών μηχανών.....	1
2.	Θερμικά Φαινόμενα	3
2.1.	Βασικές έννοιες-ορισμοί	3
2.1.1.	Θερμοκρασία και θερμότητα	3
2.1.2.	Θερμοχωρητικότητα.....	4
2.2.	Μετάδοση θερμότητας	4
2.2.1.	Τρόποι μετάδοσης θερμότητας	4
2.2.2.	Μετάδοση της θερμότητας με Αγωγή.....	5
2.2.3.	Μετάδοση της θερμότητας με μεταφορά (ή συναγωγή).....	8
2.2.4.	Μετάδοση της θερμότητας με ακτινοβολία	9
2.2.5.	Θερμική Αγωγιμότητα	10
2.2.6.	Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στα στερεά.....	11
2.2.7.	Η εξίσωση της αγωγής	12
2.2.8.	Οριακές και αρχικές συνθήκες.....	16
2.2.9.	Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο χωρίς πηγές.....	17
2.3.	Η θερμική αντίσταση.....	17
2.3.1.	Ο κύλινδρος	18
2.4.	Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο με πηγές θερμότητας.....	20
2.5.	Πτερυγία.....	22
2.5.1.	Ανάλυση πτερυγίων	23
2.5.2.	Απόδοση-αποτελεσματικότητα πτερυγίου	24
3.	Απώλειες στον Ασύγχρονο Κινητήρα.....	26
3.1.	Απώλειες χαλκού και ο πρώτος νόμος του Joule	26
3.1.1.	Απώλειες σιδήρου.....	27
3.1.2.	Απώλειες υστέρησης.....	27
3.1.3.	Απώλειες Δινορευμάτων	28
3.1.4.	Ο Νόμος Υστέρησης Και Δινορευμάτων Του Steinmetz.....	29
3.1.5.	Η Μέθοδος Του Epstein	30
3.1.6.	Μηχανικές Απώλειες	31
3.1.7.	Τριβές Κινητήρα.....	31
3.1.8.	Επιπρόσθετες Απώλειες Φορτίου	32
4.	Κατανομή Θερμότητας Κινητήρα	33
4.1.	Δημιουργία Και Μετάδοση Θερμότητας	33
4.2.	Παραγόμενη Θερμότητα και Φορτίο	34
4.3.	Το θερμικό Πρόβλημα	34
4.3.1.	Αρχικές Συνθήκες	34
4.3.2.	Οριακές Συνθήκες	35
4.3.3.	Εξίσωση Θερμικής Αγωγής	35
5.	Ασύγχρονος Κινητήρας Με Τη Χρήση Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων	38
5.1.	Η Μέθοδος Των Πεπερασμένων Στοιχείων	38
5.2.	Διαδικασία Επίλυσης Θερμικού Προβλήματος.....	41
5.3.	Απώλειες Στην Υγρή Μηχανή.....	41
5.3.1.	Απώλειες Χαλκού Στάτη	41
5.3.2.	Απώλειες Αλουμινίου Δρομέα	42

5.3.3.	Απώλειες Σιδήρου	43
5.4.	Απώλειες Ασύγχρονου Κινητήρα Σε περίπτωση Σφάλματος Μιας Σπασμένης Μπάρας Του Δρομέα	44
5.4.1.	Απώλειες Χαλκού Στάτη	44
5.5.	Ισολογισμός Ισχύος.....	45
6.	Βιβλιογραφία	46
7.	Παράρτημα	47
	Μαγνητικές Ιδιότητες Και Απώλειες Σιδήρου	47
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	46
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	47

ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 2.1: Αγωγή θερμότητας μέσω αερίου που χωρίζει δύο στερεά τοιχώματα	5
Σχήμα 2.2: Αγωγή σε σταθερή κατάσταση	6
Σχήμα 2.3: Το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής είναι κάθετο στην ισόθερμη επιφάνεια	7
Σχήμα 2.4: Εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας για διάφορες	10
Σχήμα 2.5: Μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας μεταλλικών στερεών σαν	11
Σχήμα 2.6: Όγκος ελέγχου για την ανάλυση της αγωγής.	13
Σχήμα 2.7 Μετάδοση θερμότητας με αγωγή σε κυλινδρικό δακτύλιο	18
Σχήμα 2.8: Κυλινδρικοί δακτύλιοι σε σειρά	20
Σχήμα 2.9: Αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα με ομοιόμορφη παραγωγή θερμότητας	21
Σχήμα 2.10: Τύποι πτερυγίων α. πτερύγιο-πρόβολος σταθερής διατομής	23
Σχήμα 2.11: Ορθογωνικό πτερύγιο σταθερή διατομής	23
Σχήμα 3.1: Βρόχος υστέρησης	28
Σχήμα 3.2: Ελασματοποίηση στάτη σε ασύγχρονη μηχανή	29
Σχήμα 3.3: Γραφικός προσδιορισμός των συντελεστών υστέρησης και δινορευμάτων.	31
Σχήμα 4.1: Κατανομή Θερμότητας Κινητήρα	33
Σχήμα 5.1: Ασύγχρονος Κινητήρας Με Τη Χρήση Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων	38
Σχήμα 5.2: Δυσδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο μηχανής	39
Σχήμα 5.3: Πλέγμα του γεωμετρικού μοντέλου μηχανής	40
Σχήμα 5.4: Κατανομή πλέγματος στην περιοχή του διακένου	40
Σχήμα 7.1: Καμπύλη απωλειών σιδήρου συναρτήσει της μαγνητικής επαγωγής.	47
Σχήμα 7.2: Καμπύλη πρώτης μαγνήτισης.	48
Σχήμα 7.3: Καμπύλη σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας.	48
Σχήμα 7.4: Τμήμα βρόχου	49

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1. Γενικά για τη θερμική ανάλυση των ηλεκτρικών μηχανών

Σημαντικό πεδίο ενδιαφέροντος, αποτελεί η μετάδοση της θερμότητας, τόσο από ερευνητές και επιστήμονες, όσο και από σχεδιαστές και κατασκευαστές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η προσπάθεια που έχει γίνει στην έρευνα παραδοσιακών εφαρμογών, όπως είναι χημικές διεργασίες, ενεργειακές συσκευές και γενικά συμπεριλαμβανομένων συστημάτων ισχύος, μεγάλης ισχύος αεροστρόβιλων, εναλλακτών θερμότητας. Ένας σημαντικός αριθμός εργασιών απευθύνεται σε θεμελιώδη έρευνα και σημαντικές εφαρμογές, όπως δηλαδή είναι η ροή σε μικροκανάλια, η μεταφορά βιοθερμότητας, η ψύξη ηλεκτρονικών ημιαγωγών και ένα αριθμό φυσικών φαινομένων που έχουν εύρος από αποθέματα στους ωκεανούς έως τη μεταφορά θερμότητας σε αστρικές ατμόσφαιρες.

Όπως λοιπόν, βλέπουμε και είναι αναμενόμενο, η ανάλυση των θερμικών φαινομένων παρουσιάζει ενδιαφέρον σημαντικό και στις ηλεκτρικές μηχανές, όπου οι μεταβολές στη θερμοκρασία, παίρνουν μέρος σε πολύ μεγάλη διάσταση. Οι συγκεκριμένες λοιπόν μεταβολές, επηρεάζουν την απόκριση και απόδοση των ηλεκτρικών μηχανών, ο οποίος γίνεται όλο και περισσότερο απαραίτητος στη βιομηχανία και γενικά για τα συστήματα ηλεκτρικής κίνησης που για παράδειγμα εφαρμόζεται και τα συναντάμε στα ηλεκτρικά οχήματα, στο μετρό. Αυτές οι εφαρμογές λοιπόν αναπτύχθηκαν εξαιτίας της ραγδαίας εξέλιξης των ηλεκτρονικών ισχύος και των ηλεκτρονικών συστημάτων ελέγχου, των μικροεπεξεργαστών, αλλά και των ψηφιακών επεξεργαστών.

1.2. Σημασία της θερμικής ανάλυσης για τη σχεδίαση και τον έλεγχο ηλεκτρικών μηχανών

Σε συστήματα μεγάλης ισχύος στη βιομηχανία, όπως είναι οι ηλεκτρικές μηχανές που χρησιμοποιούνται σε γραμμές παραγωγής, όπως είναι φυσικό, υπάρχουν καταπονήσεις που προκαλούνται από τις συχνές μεταβολές των φορτίων και σαν συνέπεια έχουν τις υπερθερμάνσεις στα τυλίγματα των κινητήρων. Η μεταβολή στη συμπεριφορά τους είναι μεν αναμενόμενη και όλες οι προσπάθειες γίνονται για τον ορθό έλεγχο αυτής της μεταβολής και τον περιορισμό της, όσο βέβαια είναι αυτό δυνατό.

Για την παρατήρηση αυτής της μεταβολής, υπάρχουν διάφορες μέθοδοι. Πιο συχνές είναι αυτές που χρησιμοποιούν ταχύμετρο για τη μέτρηση των αλλαγών των στροφών και αισθητήρες θερμότητας για τη μέτρηση των μεταβολών στην θερμοκρασία σε διάφορα μέρη της ηλεκτρικής μηχανής. Όμως κάθε μία από αυτές, παρουσιάζει όπως είναι λογικό μειονεκτήματα, τα οποία είναι δύσκολο να εξαλειφθούν. Τέτοιου είδους μειονεκτήματα είναι, τα προβλήματα από την αλλοίωση αποτελεσμάτων, λόγω σφάλματος του οργάνου ή τον

παρατηρητή-χειριστή. Επιπλέον μειονέκτημα αποτελεί, η διαδικασία που απαιτείται για να λάβουμε τις μετρήσεις και να τις επεξεργαστούμε, η οποία είναι πολύ χρονοβόρα. Τέλος, σύνηθες γεγονός, είναι η δύσκολη τοποθέτηση των αισθητήρων, λόγω της θέσης που βρίσκεται η μηχανή, οπότε καθιστούν αυτή τη μέθοδο αδύνατη.

Σε αυτό το σημείο, έρχεται η μέθοδος της θερμικής ανάλυσης των ηλεκτρικών μηχανών με πεπερασμένα στοιχεία, για να δώσει λύσεις στο πρόβλημά μας. Σύμφωνα λοιπόν, με τη συγκεκριμένη μέθοδο, χρησιμοποιούμε αλγόριθμο εκτίμησης των στροφών, με επίλυση μαθηματικών εξισώσεων του κινητήρα. Για παράμετρο του κινητήρα, θεωρούμε τη σταθερά χρόνου (L_r είναι η ισοδύναμη αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του δρομέα και R_r η ισοδύναμη αντίσταση των τυλιγμάτων του δρομέα, προκύπτει από την λύση της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει το ισοδύναμο κύκλωμα του δρομέα) L_r/R_r και μέσω της επίλυσης των εξισώσεων προσπαθούμε να την υπολογίσουμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Θερμικά Φαινόμενα

2.1. Βασικές έννοιες-ορισμοί

2.1.1. Θερμοκρασία και θερμότητα

Η θερμοκρασία στην πράξη είναι το μέτρο εκείνο, με το οποίο προσδιορίζεται η «θερμική κατάσταση» των διάφορων σωμάτων, είναι δηλαδή ένα φυσικό μέγεθος που συνδέεται με τη μέση κινητική ενέργεια των σωματιδίων ενός συστατικού, το οποίο και χαρακτηρίζει πόσο θερμό ή πόσο ψυχρό είναι αυτό. Ο λόγος λοιπόν, που δημιουργεί το αίσθημα του θερμού ή του ψυχρού είναι η θερμότητα που όταν χορηγείται (απορροφάται) ή αφαιρείται (εκλύεται δηλαδή) από ένα σώμα, προκαλεί «μεταβολή θερμοκρασίας» (ύψωση ή υποβίβασμό ανάλογα). Άρα, θερμοκρασία και θερμότητα είναι δύο διαφορετικές έννοιες. Η θερμοκρασία είναι ιδιότητα και μέγεθος, ενώ η θερμότητα είναι μορφή ενέργειας.

Η θερμοκρασία (T), ορίζεται ως το φυσικό μέγεθος που εκφράζει πόσο κρύο ή πόσο ζεστό είναι ένα αντικείμενο αντίστοιχα. Μονάδα μέτρησης της θερμοκρασίας είναι το K (Kelvin).

Θερμότητα, ονομάζεται η ποσότητα ενέργειας (θερμικής ενέργειας), που ακτινοβολεί κάθε υλικό σώμα, με αποτέλεσμα να μεταφέρεται μεταξύ σωμάτων ή μορίων, λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας τους.

Γενικά με τον όρο θερμότητα μπορούμε να ορίσουμε τη μεταφορά ενέργειας από ένα σύστημα προς το περιβάλλον του, σαν συνέπεια μόνο της διαφοράς θερμοκρασίας.

Μονάδα μέτρησης της θερμότητας στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων είναι το joule. Στο Τεχνικό Σύστημα η μονάδα θερμότητας είναι η Βρετανική μονάδα θερμότητας (Btu), όπου ορίζεται σαν η θερμότητα η αναγκαία, για να αυξηθεί η θερμοκρασία μιας λίβρας νερού από τους 63 στους 64 βαθμούς Φαρενάιτ(°F).

Αρχικά για τη θερμότητα σαν μονάδα μέτρησης χρησιμοποιήθηκε η θερμίδα (cal) και η χιλιοθερμίδα (kcal). Μία χιλιοθερμίδα ορίζεται σαν το ποσό θερμότητας, που πρέπει να δώσουμε σε ένα λίτρο νερού που βρίσκεται σε ατμοσφαιρική πίεση, για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.

Οι μονάδες θερμότητας έχουνε μεταξύ τους τις ακόλουθες σχέσεις:

$$1\text{Kcal}=1000\text{cal}=4186,8\text{ joules}=39868\text{ btu}$$

Συνεπώς, η θερμοκρασία είναι το φυσικό μέγεθος, που καθορίζει την κατεύθυνση θερμικής ροής μεταξύ δύο περιοχών. Με τον όρο θερμική ροή, εννοούμε τον ρυθμό μετάδοσης θερμότητας ανά μονάδα εμβαδού. Η μονάδα μέτρησης της θερμικής ροής είναι το W/m^2 .

2.1.2. Θερμοχωρητικότητα

Ο λόγος της θερμότητας ΔQ , που προσφέρεται σε ένα σώμα σε σχέση με την ανύψωση της θερμοκρασίας ΔT , ονομάζεται θερμοχωρητικότητα.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

όπου

Q: η προσφερόμενη θερμότητα σε j και

T: η θερμοκρασία του σώματος σε K.

Η ειδική θερμοχωρητικότητα, αναφέρεται στη μονάδα της μάζας και ορίζεται από την εξής σχέση:

$$c = \frac{C}{m}$$

όπου:

C: η θερμοχωρητικότητα σε j/K και

m: η μάζα του σώματος /αντικειμένου σε Kg,

ενώ η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα, αναφέρεται σε ένα mole του υλικού.

Η θερμοχωρητικότητα λοιπόν, ενός υλικού δεν είναι μία σταθερά, αλλά εξαρτάται από την διαδικασία που ακολουθείται κατά την θέρμανση του αντικειμένου. Δηλαδή, για την ίδια μεταβολή θερμοκρασίας ΔT , διαφορετικές διαδικασίες θέρμανσης μπορεί, να απαιτούν και διαφορετικά ποσά θερμότητας ΔQ .

Εν γένει, βάσει των παραπάνω, η θερμότητα μπορεί να υπολογιστεί μέσω της ειδικής θερμοχωρητικότητας. Έτσι, προκύπτει η σχέση:

$$Q = mc \cdot \Delta T$$

(ο τύπος που μας δίνει την θερμότητα σε ένα υλικό θερμοχωρητικότητας C και μάζας m όταν η θερμοκρασία μεταβάλλεται κατά ΔT)

Για ένα σώμα μάζας (m), όταν μεταβάλλεται η θερμοκρασία του κατά ΔT .

2.2. Μετάδοση θερμότητας

Με τον όρο μετάδοση θερμότητας, εννοούμε την ενέργεια που μεταφέρεται, λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς. Τα κύρια αντικείμενα της μετάδοσης θερμότητας, αφορούν τους τρόπους με τους οποίους μεταφέρεται η θερμότητα και τους ρυθμούς, με τους οποίους πραγματοποιείται η μεταφορά η οποία, ασχολείται όπως είναι ευρεία γνωστό με τις τελικές καταστάσεις των διαδικασιών, κατά τις οποίες έχουμε αλληλεπίδραση ενός συστήματος με το περιβάλλον. Κατά τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση, πραγματοποιείται η μεταφορά ενέργειας, δίχως όμως να παρέχει καμία απολύτως πληροφορία, τόσο για τον τρόπο και το μηχανισμό της αλληλεπίδρασης, όσο και για τους ρυθμούς μεταφοράς της ενέργειας.

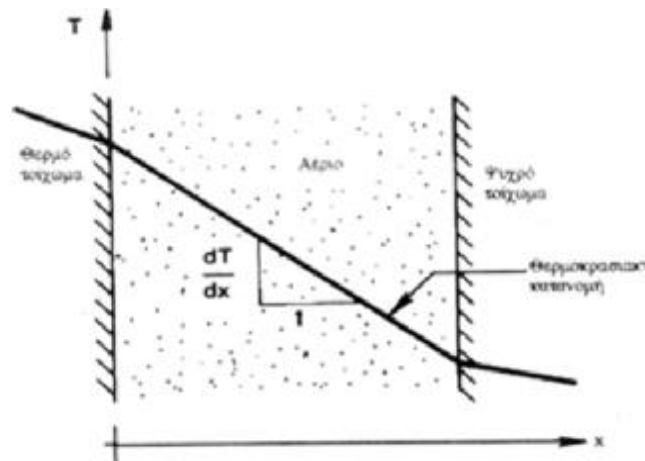
2.2.1. Τρόποι μετάδοσης θερμότητας

Οι μηχανισμοί, με τους οποίους μεταδίδεται η θερμότητα είναι οι παρακάτω:

- Αγωγή: είναι ο μηχανισμός, με τον οποίο η θερμότητα διαχέεται σ' ένα στερεό ή σ' ένα ακίνητο ρευστό, όταν στο μέσο υπάρχει (μεταβολή της θερμοκρασίας) θερμοκρασιακή κλίση.
- Συναγωγή: ορίζεται η μετάδοση θερμότητας, που πραγματοποιείται μεταξύ μιας επιφάνειας και ενός κινούμενου ρευστού σε επαφή με την επιφάνεια, όταν αυτά βρίσκονται σε διαφορετική θερμοκρασία.
- Ακτινοβολία: είναι ο μηχανισμός μετάδοσης της θερμότητας από ένα σώμα σ' ένα άλλο, μέσω ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

2.2.2. Μετάδοση της θερμότητας με Αγωγή

Ο φυσικός μηχανισμός της αγωγής, εξηγείται ευκολότερα εάν θεωρήσουμε ότι πραγματοποιείται σ' ένα αέριο. Έστω, λοιπόν ότι το αέριο, που βρίσκεται μεταξύ δύο τοιχωμάτων, ενός θερμού και ενός ψυχρού, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα κι έστω ότι η βαρύτητα αγνοείται.



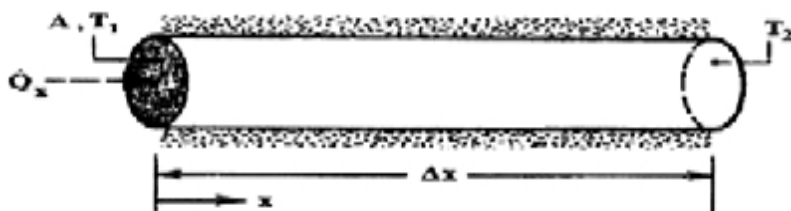
Σχήμα 2.1: Αγωγή θερμότητας μέσω αερίου που χωρίζει δύο στερεά τοιχώματα

Όπως, διατυπώθηκε και προηγουμένως, η θερμοκρασία συνδέεται με την κινητική ενέργεια των μορίων. Στην αγωγή, έχουμε μεταφορά ενέργειας από σωματίδια μεγαλύτερης ενέργειας ενός υλικού, λόγω αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων.

Επομένως, όταν δύο σωματίδια ή σώματα με διαφορετικές θερμοκρασίες βέβαια, έλθουν σε άμεση επαφή, τότε γίνεται μετάδοση θερμότητας από το θερμότερο προς το ψυχρότερο. Η θερμοκρασία είναι μέτρο της κινητικής ενέργειας της τυχαίας κίνησης των μορίων ενός σώματος ή σωματιδίου. Αύξηση της θερμοκρασίας, σημαίνει αυτόματα και αύξηση της κινητικής ενέργειας, άρα και η ταχύτητά τους. Τα μόρια κοντά στο θερμό τοίχωμα συγκρούονται μ' αυτό, με αποτέλεσμα να παίρνουν ένα μέρος της κινητικής ενέργειας των μορίων του τοιχώματος, οπότε και αποκτούν γενικά μεγαλύτερη ταχύτητα. Εν συνεχεία αυτά συγκρούονται με τα γειτονικά τους προς τα δεξιά, αυξάνοντας έτσι, την ταχύτητα των γειτονικών αυτών μορίων. Το φαινόμενο αυτό συνεχίζεται, έως ότου τα μόρια στα δεξιά μεταβιβάσουν την κινητική τους ενέργεια στα μόρια του ψυχρού τοιχώματος. Με αυτόν τον τρόπο, η τυχαία αυτή κίνηση των μορίων, προκαλεί μεταφορά (διάχυση) ενέργειας.

Παρόμοια είναι και η κατάσταση στα υγρά. Σε αυτά όμως η μοριακή διάταξη είναι πιο πυκνή, με αποτέλεσμα η μεταφορά ενέργειας να είναι και ευκολότερη. Για αυτό το λόγο, τα υγρά έχουν καλύτερη αγωγιμότητα από τα αέρια.

Η κατάσταση στα στερεά, μπορεί να θεωρηθεί περίπου παρόμοια. Σ' αυτά η διάχυση, γίνεται μέσω των ταλαντώσεων των μορίων μέσα στο πλέγμα και των ταλαντώσεων του πλέγματος. Στη μετάδοση όμως μέσα σ' ένα στερεό, συμβάλλει και η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων. Έτσι σ' ένα μη αγώγιμο υλικό, η μετάδοση οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στις ταλαντώσεις του πλέγματος, ενώ στους αγωγούς οφείλεται και η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων. Η πυκνή διάταξη των μορίων, που επικρατεί στα στερεά σε συνδυασμό με την ελεύθερη κίνηση των ηλεκτρονίων, δίνουν τις καλύτερες συνθήκες διάχυσης της ενέργειας. Για αυτό το λόγο, τα στερεά είναι οι καλύτεροι αγωγοί θερμότητας.



Σχήμα 2.2: Αγωγή σε σταθερή κατάσταση

Ας θεωρήσουμε κυλινδρική ράβδο από κάποιο υλικό, μήκους Δx και διατομής A , της οποίας η παράπλευρη επιφάνεια είναι μονωμένη, ενώ οι δυο διατηρούνται σε σταθερές θερμοκρασίες T_1 και T_2 . Αν $T_1 > T_2$, τότε από την εμπειρία μας γνωρίζουμε ότι θα υπάρξει ροή θερμότητας από την επιφάνεια θερμοκρασίας T_1 προς την επιφάνεια θερμοκρασίας T_2 . Αν μετρήσουμε το ανά μονάδα χρόνου ποσό θερμότητας που ρέει από τη μία επιφάνεια προς την άλλη, συναρτήσει των παραμέτρων $-\Delta T = T_1 - T_2$, Δx και A θα παρατηρήσουμε ότι αυτό είναι ανάλογο της διατομής A , της θερμοκρασίας μεταφοράς $-\Delta T$ και αντιστρόφως ανάλογο του μήκους Δx της ράβδου.

Δηλαδή είναι: $Q = - \frac{A\Delta T}{\Delta x}$,

Όπου: A η επιφάνεια επαφής και
 Δx : το πάχος του υλικού

Αν πάρουμε μία ράβδο διαφορετικού υλικού τώρα και επαναλάβουμε την ίδια ακριβώς διαδικασία, θα διαπιστώσουμε ότι η προηγούμενη αναλογία ισχύει μεν και πάλι, αλλά για ίδια A , ΔT και Δx μετρούμε διαφορετικό ποσό θερμότητας. Αυτό συνεπάγεται ότι η ροή θερμότητας, εξαρτάται και από το υλικό που είναι κατασκευασμένη η ράβδος. Οπότε μπορούμε να γράψουμε το εξής:

$$Q_x = -k \cdot A \cdot \Delta T / \Delta x \quad (2.1)$$

Ο όρος k , ονομάζεται η θερμική αγωγιμότητα του θερμαινόμενου υλικού και εξαρτάται από το υλικό και την ιδιότητά του. Η θερμική αγωγιμότητα, αποτελεί την ιδιότητα των υλικών που δείχνει την ικανότητά τους να άγουν την θερμότητα και μετριέται σε (W/m K) (watt / per metre kelvin).

Αν $\Delta x \rightarrow 0$ η σχέση γράφεται :

$$Q_x = -k \cdot A \cdot dT/dx$$

Η θερμική ροή q (W/m^2), δηλαδή το ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας ποσό θερμότητας, που διασχίζει την επιφάνεια A (κάθετη στη διεύθυνση x) θα είναι η εξής:

$$Q = Q_x/A = -k dT/dx \quad (2.2)$$

Η γενική έκφραση του νόμου του Fourier για τρισδιάστατο θερμοκρασιακό πεδίο $T(X, Y, Z)$ είναι :

$$q = -k \nabla T = -k \left(i \frac{\partial T}{\partial x} + j \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.3)$$

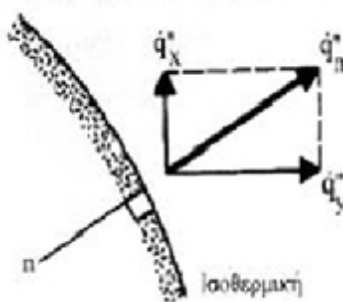
Η σχέση (2.3) υπονοεί ότι το διάνυσμα της θερμικής ροής είναι κάθετο στην ισοθερμοκρασιακή επιφάνεια.

Το διάνυσμα ∇T , η κλίση της θερμοκρασίας δηλαδή, έχει όπως είναι γνωστό το μέτρο και τη διεύθυνση της μέγιστης αύξησης της θερμοκρασίας σε κάθε σημείο. Το διάνυσμα αυτό επίσης, όπως φαίνεται από την σχέση (2.3), είναι κάθετο στις ισόθερμες επιφάνειες. Στη διεύθυνση λοιπόν, την κάθετη στις ισόθερμες επιφάνειες, η θερμοκρασιακή κλίση παίρνει τη μέγιστη της τιμή και άρα στη διεύθυνση των γραμμών ποής της θερμότητας, η θερμική ροή θα παίρνει τη μέγιστη τιμή της, όπως προκύπτει από την εξίσωση (2.3) του νόμου του Fourier.

Ο νόμος του Fourier γράφεται και με τη μορφή:

$$q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n}$$

όπου q_n : η θερμική ροή στη διεύθυνση την κάθετη σε μια ισόθερμη επιφάνεια. Για δισδιάστατο πρόβλημα αυτό απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.3: Το διάνυσμα της πυκνότητας θερμοροής είναι κάθετο στην ισόθερμη επιφάνεια

Το διάνυσμα της θερμικής ροής q , μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες. Σε καρτεσιανές συντεταγμένες θα είναι:

$$q = i q_x + j q_y + k q_z \quad (2.4)$$

$$q_x = -k \frac{JT}{J_x} \quad q_y = -k \frac{JT}{J_y} \quad q_z = -k \frac{JT}{J_z} \quad (2.5)$$

Οι παραπάνω σχέσεις, δηλαδή (2.4) και (2.5) συνδέουν την θερμική ροή δια μέσου μιας επιφάνειας με τη θερμοκρασιακή κλίση στη διεύθυνση την κάθετη στην επιφάνεια.

Συνοψίζοντας για το νόμο του Fourier, το θεμελιώδη νόμο της μετάδοσης θερμότητας με αγωγή, μπορούμε να καταλήξουμε ότι:

- Δεν προκύπτει από βασικές αρχές, αλλά είναι γενίκευση πειραματικών ενδείξεων.
- Είναι η έκφραση ορισμού της θερμικής αγωγιμότητας.
- Ισχύει για όλα τα υλικά: στερεά, υγρά, αέρια.
- Είναι διανυσματική έκφραση και δείχνει ότι η ροή θερμότητας είναι κάθετη σε μια ισόθερμη επιφάνεια με κατεύθυνση αυτή της μείωσης της θερμοκρασίας.

2.2.3. Μετάδοση της θερμότητας με μεταφορά (ή συναγωγή)

Η μετάδοση θερμότητας με συναγωγή είναι σύνθεση δύο μηχανισμών. Εκτός από τη μεταφορά ενέργειας με αγωγή μεταξύ των μορίων, έχουμε και μεταφορά ενέργειας λόγω της μακροσκοπικής κίνησης του ρευστού. Στα υγρά και στα αέρια η θερμότητα διαδίδεται με μεταφορά. Κατά τη συγκεκριμένη μεταφορά, ποσότητες υγρού ή αερίου θερμαίνονται και μεταφέρονται σε ψυχρότερη περιοχή, όπου και προκαλούν τη θέρμανσή της. Μπορεί να υπάρξει διάδοση μεταξύ στερεού και υγρού ή αερίου σώματος. Η γενική σχέση είναι η παρακάτω:

$$Q = n \cdot A \cdot \Delta T \quad (2.6)$$

,όπου:

- h : ο συντελεστής μεταφοράς, ο οποίος εξαρτάται από το ρευστό και τη ταχύτητά του.
- A : η επιφάνεια με την οποία το ρευστό βρίσκεται σε επαφή.
- ΔT : η διαφορά θερμοκρασιών ρευστού και επιφάνειας.

Ανάλογα με τη ροή του ρευστού, η συναγωγή (ή μεταφορά) διακρίνεται σε ελεύθερη (free convection), σε εξαναγκασμένη (forced convection) και σε συνδυασμένη συναγωγή (combined convection):

- Όταν το ρευστό, βρίσκεται σε ηρεμία έχουμε ελεύθερη μεταφορά και η κίνησή του είναι αποτέλεσμα ανωστικών δυνάμεων που δημιουργούνται λόγω διαφοράς πυκνότητας, η οποία οφείλεται στην αύξηση ή την μείωση της θερμοκρασίας του.
- Όταν το ρευστό έχει κάποια ταχύτητα έχουμε εξαναγκασμένη μεταφορά. Η ροή προκαλείται από εξωτερικά μέσα (π.χ αντλίες, ανεμιστήρες, κλπ). Στην εξαναγκασμένη μεταφορά έχουμε μεγαλύτερο αριθμό μετάδοσης θερμότητας απ' ότι στην ελεύθερη μεταφορά, λόγω αύξησης του συντελεστή μετάδοσης θερμότητας (h).

- Όταν συνυπάρχουν και οι δύο παραπάνω μορφές, τότε προκύπτει η συνδυασμένη συναγωγή. Αυτό συμβαίνει, όταν η ταχύτητα του ρευστού, λόγω της εξαναγκασμένης κυκλοφορίας είναι μικρή, ενώ οι δυνάμεις της άνωσης είναι μεγάλες.

2.2.4. Μετάδοση της θερμότητας με ακτινοβολία

Όλα τα σώματα σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία του απόλυτου μηδενός (0 Kelvin) εκπέμπουν ενέργεια υπό μορφή ακτινοβολίας. Η ενέργεια που ακτινοβολείται μπορεί να θεωρηθεί ότι μεταφέρεται με ηλεκτρομαγνητικά κύματα, σύμφωνα με την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία ή από φωτόνια (φορείς μεταφοράς ενέργειας), σύμφωνα με την κβαντομηχανική. Συνήθως για την εξήγηση των φαινομένων της ακτινοβολίας ακολουθείται η ηλεκτρομαγνητική θεωρία.

Η ένταση της ροής ενέργειας που εκπέμπεται, εξαρτάται από τη θερμοκρασία του σώματος και τη φύση της επιφάνειάς του. Σε αντίθεση με την αγωγή και την συναγωγή, όπου για τη μεταφορά της ενέργειας απαιτείται η ύπαρξη μέσου, στην ακτινοβολία κάτι τέτοιο όμως δεν είναι απαραίτητο. Μάλιστα, στο κενό η ακτινοβολία μεταφέρεται πιο αποτελεσματικά.

Η μέγιστη πυκνότητα θερμοροής εκπέμπεται από ιδεατό σώμα που ονομάζεται μέλαν και δίνεται από το νόμο των Stefan – Boltzmann:

$$q = \sigma T_s^4$$

, όπου:

T_s (K) : η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος,

σ : η σταθερά των Stefan – Boltzmann και $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$

Η θερμοροή που εκπέμπεται από πραγματικό σώμα δίδεται από τη σχέση:

$$q = \epsilon \sigma T_s^4$$

όπου :

ϵ : ο συντελεστής εκπομπής $0 \leq \epsilon \leq 1$

Αντίστροφα η ακτινοβολία που απορροφά ένα σώμα από την ακτινοβολία των σωμάτων που το περιβάλλον είναι :

$q_a = a q_{in}$, όπου:

a : ο συντελεστής απορρόφησης $0 \leq a \leq 1$

Στην περίπτωση μιας τεφρής (εκπέμπει ακριβώς όσο απορροφά) επιφάνειας, για την οποία ισχύει ότι $\epsilon = a$, η καθαρή συναλλαγή θερμικής ακτινοβολίας μεταξύ της επιφάνειας αυτής και του περιβάλλοντος θα είναι:

$$Q = \epsilon \sigma (T_s^4 - T_p^4)$$

, όπου T_p : η θερμοκρασία περιβάλλοντος.

Συχνά η ακτινοβλούμενη θερμότητα από ψυχρά σώματα, μπορεί να αγνοηθεί συγκρινόμενη με την αγωγή και την συναγωγή. Οι διαδικασίες όμως μεταφοράς θερμότητας που λαμβάνουν χώρα σε υψηλές θερμοκρασίες περικλείουν σημαντικό ποσοστό ακτινοβολίας.

2.2.5. Θερμική Αγωγιμότητα

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας είναι μία ένδειξη του ρυθμού μεταφοράς ενέργειας με την διαδικασία της διάχυσης. Είναι ιδιότητα του υλικού που εξαρτάται από την φυσική του δομή, μοριακή και ατομική, την πίεση και τη θερμοκρασία. Συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψη η εξάρτηση του K από τη θέση και τη διεύθυνση, διότι τα περισσότερα υλικά είναι ομογενή και θεωρούνται ισότροπα.

Η θερμοκρασία είναι το μέγεθος που κάνει τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας να μεταβάλλεται σχεδόν πάντα. Αυξάνεται πάντα με την αύξηση της θερμοκρασίας στα αέρια σε χαμηλές πιέσεις όμως μπορεί να αυξάνεται ή να μειώνεται στα στερεά και τα υγρά. Δεχόμαστε γραμμική εξάρτησης του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας από την θερμοκρασία, οπότε γράφουμε:

$$K=K_0(1+b \Delta T), \text{ όπου:}$$

K : Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στη θερμοκρασία αναφοράς $T_0(0 \text{ ή } 20^\circ\text{C})$

b : η σταθερά, η οποία προσδιορίζεται πειραματικά

ΔT : Η διαφορά θερμοκρασίας $T-T_0$

Το πρόβλημα είναι συνήθως αν μπορεί ο K να θεωρηθεί σταθερός στο εύρος της θερμοκρασιακής μεταβολής, στο οποίο πραγματοποιείται κάποια διαδικασία. Αν αυτό δεν είναι μεγάλο, τότε ο k θεωρείται σταθερός, πρακτικά δηλαδή ανεξάρτητος της θερμοκρασίας.

Για παράδειγμα, αυτό ισχύει για το σίδηρο για μεταβολή θερμοκρασίας όχι όμως για μεταβολή από -100°C έως 700°C . Όταν το ΔT είναι μεγάλο, τότε για το k παίρνουμε την τιμή που αντιστοιχεί στον αριθμητικό μέσο των ακραίων θερμοκρασιών.

Το εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας και για διάφορες κατηγορίες υλικών φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα (2.5). Όπως βλέπουμε λοιπόν, τα μέταλλα έχουν μεγαλύτερο συντελεστή αγωγιμότητας από τα υγρά και αυτά με τη σειρά τους από τα αέρια.



Σχήμα 2.4: Εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας για διάφορες κατηγορίες υλικών σε κανονικές θερμοκρασίες και πίεση.

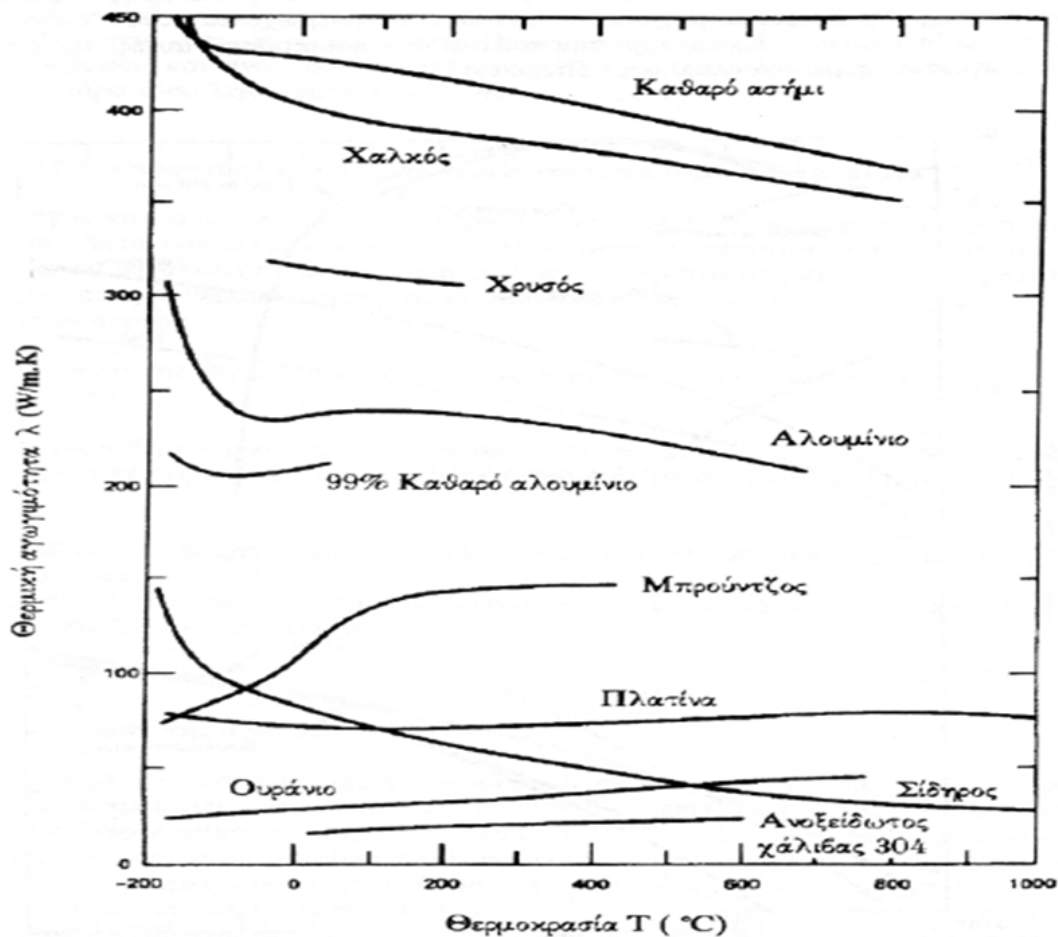
2.2.6. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας στα στερεά

Η μεταφορά της θερμικής ενέργειας στα στερεά, οφείλεται στη κίνηση των ηλεκτρονίων και στις ταλαντώσεις του κρυσταλλικού πλέγματος. Έτσι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας (K) γράφεται ως εξής :

$$K = K_e + K_l$$

Στα μέταλλα υπάρχει ο μηχανισμός μεταφοράς θερμότητας με ελεύθερα ηλεκτρόνια. Τα καθαρά μέταλλα έχουν υψηλούς συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας, οι τιμές των οποίων όμως μειώνονται σημαντικά αν υπάρχουν προσμίξεις. Στα καθαρά μέταλλα ο K μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. (Σχ. 2.5)

Τα κράματα, έχουν συνήθως συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας μικρότερους από τους αντίστοιχους των συστατικών τους. Σε αντίθεση όμως με τα καθαρά μέταλλα, ο K των κραμάτων αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Στα μέταλλα ο K , καθορίζεται από τη συνιστώσα K_l . Έχει χαμηλές τιμές και συνήθως μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.



Σχήμα 2.5: Μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας μεταλλικών στερεών σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας.

Η εξάρτηση του K από τη θερμοκρασία για μερικά χαρακτηριστικά μεταλλικά στερεά φαίνεται στο σχήμα 2.5.

Θερμομονωτικά υλικά: Ενδιαφέρον παρουσιάζει η θερμική αγωγιμότητα των υλικών αυτών, εξαιτίας της ευρείας χρήσης τους. Αυτά τα υλικά χαρακτηρίζονται από την πορώδη ή ινώδη δομή τους και για το λόγο αυτό δεν μπορούν να θεωρηθούν συνεχή μέσα. Η μεταφορά θερμότητας σ' αυτά τα υλικά μπορεί να γίνεται με διάφορους μηχανισμούς: αγωγή στο στερεό μέρος, αγωγή ή συναγωγή στον αέρα που πληρεί τους πόρους κι αν η θερμοκρασία είναι αρκετά υψηλή και ακτινοβολία μεταξύ των τοιχωμάτων των πόρων. Παρά όμως τη πολυπλοκότητα της, η διαδικασία αυτή μετάδοσης θερμότητας αντιμετωπίζεται ως διαδικασία καθαρής θερμικής αγωγιμότητας. Οι διάφοροι μηχανισμοί μετάδοσης, περιέχονται στον ενεργό ή φαινομενικό συντελεστή K_{eff} , που χρησιμοποιείται σ' αυτές τις περιπτώσεις. Η μονωτική ικανότητα που έχουν τα μονωτικά υλικά, οφείλεται στον αέρα που υπάρχει στους πόρους του και ο οποίος είναι κακός αγωγός της θερμότητας. Ο στόχος είναι ο περιορισμός της κίνησης του αέρα στους πόρους ή ακόμη και η πλήρης εκκένωση των πόρων για μείωση του ενεργού συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας. Αν αντίθετα οι πόροι γεμίσουν υγρασία, λόγω της αυξημένης υγρασίας περιβάλλοντος, ο K_{eff} αυξάνεται.

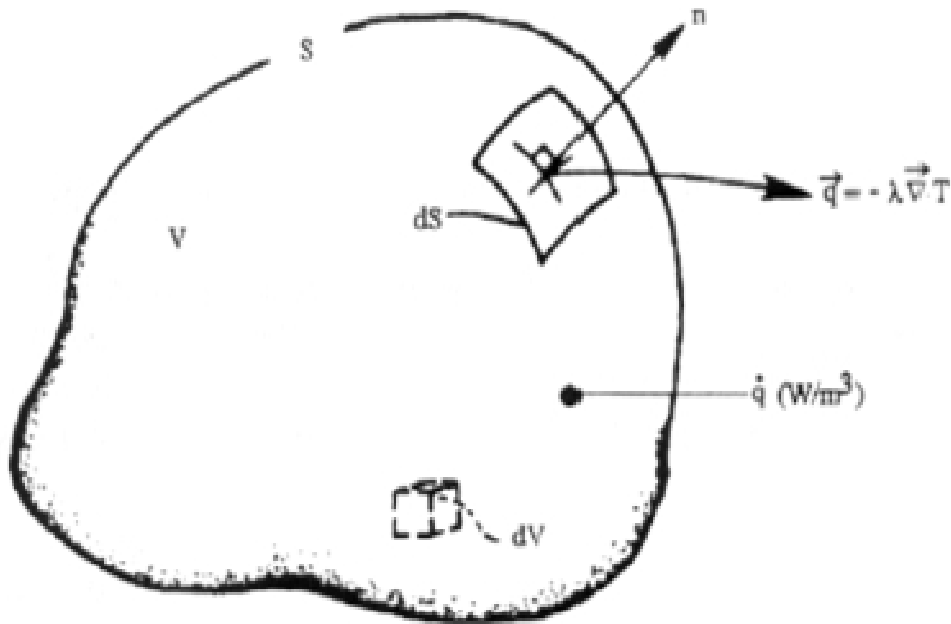
Ο K_{eff} λοιπόν των υλικών αυτών είναι γενικά συνάρτηση της υγρασίας της θερμοκρασίας και του πορώδους. Συνήθως αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας και είναι τόσο μεγαλύτερος, όσο μεγαλύτερο είναι το ειδικό βάρος του υλικού (άρα τόσο λιγότερα τα κενά εντός του υλικού).

2.2.7. Η εξίσωση της αγωγής

Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τη θερμορροή σε οποιοδήποτε σημείο ενός μέσου, τότε όπως προκύπτει από το νόμο του Fourier, θα πρέπει να γνωρίζουμε τη θερμοκρασία σε οποιοδήποτε σημείο. Δηλαδή θα πρέπει να είναι γνωστό το θερμοκρασιακό πεδίο. Πέρα απ' αυτό όμως, η γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου έχει πολλές φορές από μόνη της και πρακτικό ενδιαφέρον. Για παράδειγμα είναι σημαντικό το να γνωρίζει κανείς τις θερμοκρασίες στα διάφορα τμήματα μιας ηλεκτρικής μηχανής. Επιπλέον, το βέλτιστο πάχος του μονωτικού υλικού σε ένα πρόβλημα μόνωσης, ορίζεται από τη γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου.

Το θερμοκρασιακό πεδίο, υπολογίζεται από την εξίσωση της αγωγής. Έν συνεχεία λοιπόν ας δούμε ποια είναι και πως προκύπτει η εξίσωση αυτή.

Ας θεωρήσουμε λοιπόν τυχαίο όγκο ελέγχου, ο οποίος περικλείεται από κλειστή επιφάνεια S , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Ο όγκος ελέγχου, δηλαδή είναι ένα πεπερασμένο τμήμα αγωγίμου σώματος που θα χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση. Στην επιφάνεια S θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα ds , στο οποίο είναι: το μοναδιαίο διάνυσμα το κάθετο στο στοιχειώδες αυτό τμήμα και $q = -K \nabla T$, το διάνυσμα της πυκνότητας θερμορροής.



Σχήμα 2.6: Όγκος ελέγχου για την ανάλυση της αγωγής.

Επίσης, θεωρούμε ότι στο συγκεκριμένο όγκο είναι δυνατόν να υπάρχουν πηγές θερμότητας q (W/m^3) διανεμημένες στο χώρο: Το q δηλαδή είναι η παραγωγή θερμικής ενέργειας ανα μονάδα όγκου και χρόνου και μπορεί να προκύπτει από χημικές ή πυρηνικές αντιδράσεις στο χώρο, από ηλεκτρική αντίσταση, από εξωτερική ακτινοβολία στην περιοχή ή από άλλα αίτια.

Θεωρούμε στη συνέχεια τη μάζα που περιέχεται στον όγκο ελέγχου V σαν μάζα ελέγχου και θα διατυπώσουμε το ενεργειακό ισοζύγιο σ' αυτή. Αν Q_g είναι η ανά μονάδα χρόνου παραγωγή θερμότητας μέσα στον όγκο V προς το περιβάλλον δια μέσου της

εξωτερικής επιφάνειας S και $\frac{JE}{Jt}$ η μεταβολή

της εσωτερικής ενέργειας στη μάζα ελέγχου, τότε το ενεργειακό ισοζύγιο θα είναι (εφαρμογή του 1^{ου} Θερμοδυναμικού αξιώματος, της αρχής διατήρησης της ενέργειας) δηλαδή:

$$\frac{JE}{Jt} = Q_g - Q_{out} \quad (2.7)$$

$$\text{,όπου } Q_g = \int_V \dot{q} dV \quad (2.8)$$

Σχετικά με τη θερμότητα που διαφεύγει προς το περιβάλλον. Το ανά μονάδα χρόνου ποσό θερμότητας που διαφεύγει από τη στοιχειώδη επιφάνεια είναι λοιπόν:

$$dQ_{out} = q \cdot (\vec{n}S) = (-K\vec{\nabla}T)(\vec{n}dS) \quad (2.9)$$

Το σύνολο της θερμότητας που διαφεύγει από την επιφάνεια S θα είναι:

$$Q_{out} = \oint_s (\dot{\theta} - K\tilde{N}T)(\tilde{n}dS) \quad (2.10)$$

Μετατρέπουμε τώρα χρησιμοποιώντας το θεώρημα Gauss, το επιφανειακό ολοκλήρωμα της σε ολοκλήρωμα όγκου, οπότε αυτή γράφεται:

$$Q_{out} = \oint_s \dot{\theta} \tilde{N}^* K\tilde{N}T]dV \quad (2.11)$$

Αν τώρα ρ (Kg /m³) είναι η πυκνότητα του υλικού και C_p (Kj / Kg*K) η ειδική του θερμότητα, τότε η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$\frac{JE}{Jt} = - \oint_v \dot{\theta} \rho C_p \frac{JT}{JT} dV \quad (2.12)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.2), (2.3), (2.6), το ενεργειακό ισοζύγιο, σχέση (2.1) δηλαδή, γράφεται ως εξής:

$$\oint_v \dot{\theta} \rho C_p \frac{JT}{JT} dV = \oint_v \dot{q} dV + \oint_v \dot{\theta} \tilde{N} K\tilde{N}T]dV$$

ή

$$\oint_v \tilde{N}(K\tilde{N}T) + q - \rho C_p \frac{JT}{JT} dV = 0 \quad (2.13)$$

Η έκφραση (2.13) προέκυψε από το ενεργειακό ισοζύγιο σε τυχαίο όγκο V, άρα ισχύει για οποιοδήποτε όγκο V. Για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει το όρισμα του ολοκληρώματος της (2.13) να είναι μηδέν.

Συνεπώς:

$$\tilde{N}(K\tilde{N}T) + q = \rho C_p \frac{JT}{JT} \quad (2.14)$$

Η εξίσωση (2.18) είναι η γενική εξίσωση αγωγής ή εξίσωση διάχυσης θερμότητας. Εκφράζει το ενεργειακό ισοζύγιο ανά μονάδα όγκου στην περίπτωση που ο μόνος μηχανισμός μετάδοσης θερμότητας είναι η αγωγή.

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας K, μπορεί να είναι συνάρτηση της θέσης K=K(x,y,z). Σε ομογενές μέσο, που το K είναι ανεξάρτητο της θέσης η (2.14) γράφεται:

$$K\tilde{N}^2T + q = \rho C_p \frac{JT}{JT}$$

ή

$$\tilde{\nabla}^2 T + \frac{q}{K} = \frac{1}{a} \frac{JT}{Jt} \quad (2.15)$$

,Όπου: $a = \frac{K}{\rho C_p}$, είναι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης.

Η σχέση (2.15) είναι η πιο γενική μορφή της εξίσωσης αγωγής για τρισδιάστατο πρόβλημα. Στην περίπτωση κατά την οποία έχουμε μόνιμη κατάσταση θα είναι $\frac{JT}{Jt} = 0$ και η εξίσωση αγωγής παίρνει τη μορφή (εξίσωση Poisson):

$$\text{Μόνιμη κατάσταση: } \square \quad \square \quad \tilde{\nabla}^2 T + \frac{q}{K} = 0 \quad (2.16)$$

Αν δεν έχουμε πηγές θερμότητας ($q=0$), τότε η εξίσωση της αγωγής είναι (εξίσωση Fourier):

$$\text{Παραγωγή θερμότητας=0:} \quad \tilde{\nabla}^2 T = \frac{1}{a} \frac{JT}{Jt} \quad (2.17)$$

Τέλος, αν έχουμε μόνιμη κατάσταση χωρίς πηγές θερμότητας, τότε (εξίσωση Laplace):

$$\text{Μόνιμη κατάσταση } q=0: \tilde{\nabla}^2 T=0 \quad (2.18)$$

Η σχέση (2.15) σε καρτεσιανές συντεταγμένες γράφεται:

$$\frac{J^2 T}{Jx^2} + \frac{J^2 T}{Jy^2} + \frac{J^2 T}{Jz^2} + \frac{q}{K} = \frac{1}{a} \frac{JT}{Jt} \quad (2.19)$$

Αντίστοιχα για κυλινδρικές και σφαιρικές συντεταγμένες:

$$\text{Κυλινδρικές: } \frac{1}{r} \frac{J}{Jr} \left(r \frac{JT}{Jr} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{J^2 T}{Jq^2} + \frac{J^2 T}{Jz^2} + \frac{q}{K} = \frac{1}{a} \frac{JT}{Jt} \quad (2.20)$$

$$\text{Σφαιρικές: } \frac{1}{r} \frac{J}{Jr^2} (rT) + \frac{1}{r^2 \sin q} \frac{J}{Jq^2} \left(\sin q \frac{JT}{Jq} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 q} \frac{J^2 T}{Jf^2} + \frac{q}{K} = \frac{1}{a} \frac{JT}{Jt}$$

Συντελεστής θερμικής διάχυσης

$$\text{Το μέγεθος: } a = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.21)$$

ονομάζεται συντελεστής θερμικής διάχυσης. Είναι φυσική ιδιότητα του υλικού με διαστάσεις (m^2/s).

Όπως φαίνεται από την σχέση (2.15), αν $q=0$ τότε ο a είναι το μοναδικό φυσικό μέγεθος που υπεισέρχεται στην εξίσωση αγωγής.

Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι ένα μέτρο της ικανότητας του υλικού να άγει θερμική ενέργεια σε σχέση με την ικανότητα του να αποθηκεύει θερμική ενέργεια. Όπως φαίνεται από την σχέση (2.20), ο a είναι μεγάλος όταν είναι μεγάλο και το k που εκφράζει την ικανότητα του υλικού για αγωγή θερμικής ενέργειας ή και όταν είναι μικρή η ειδική θερμοχωρητικότητα ρc_p των υλικών, που εκφράζει την ικανότητα του υλικού για αποθήκευση θερμικής ενέργειας.

Μεγαλύτερους συντελεστές θερμικής διάχυσης, έχουν τα μέταλλα.

2.2.8. Οριακές και αρχικές συνθήκες

Στην πράξη, το κύριο πρόβλημα είναι η επίλυση της εξίσωσης της αγωγής για την εύρεση της θερμοκρασίας $T(x, y, z)$ σαν συνάρτηση της θέσης (x, y, z, t) και του χρόνου t . Για τον προσδιορισμό του πεδίου $T(x, y, z)$ είναι ακόμα απαραίτητο να έχουμε:

- Τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή σχέσεις ή και μεγέθη του πεδίου τη χρονική στιγμή $t=0$.
- Τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή σχέσεις ή και μεγέθη του πεδίου σε συγκεκριμένες θέσεις (x,y,z) . Οι σχέσεις ή και τα μεγέθη αυτά αφορούν συνήθως σε οριακές επιφάνειες του πεδίου.

Στην περίπτωση μόνιμης κατάστασης τα μεγέθη του πεδίου είναι ανεξάρτητα του χρόνου, οπότε επαρκούν οι οριακές συνθήκες για τον προσδιορισμό του πεδίου $T(x, y, z)$.

Επειδή η εξίσωση της αγωγής είναι 2^{ου} βαθμού ως προς το χώρο και 1^{ου} βαθμού ως προς το χρόνο, χρειαζόμαστε για την επίλυση της δύο οριακές και μία συνθήκη.

Στα προβλήματα μετάδοσης θερμότητας είναι δυνατόν να υπεισέλθουν οριακές συνθήκες τριών ειδών. Οι συνθήκες αυτές για μονοδιάστατο πρόβλημα και όπως ορίζονται για μια επιφάνεια στη θέση $\chi=0$, με τη ροή θερμότητας προς τη θετική κατεύθυνση χ , συνοψίζονται και είναι:

- Οριακή συνθήκη 1^{ου} είδους ή συνθήκη Dirichlet. Αντιστοιχεί στην κατάσταση στην οποία η θερμοκρασία T_s της επιφάνειας είναι σταθερή.
- Οριακή συνθήκη 2^{ου} είδους ή συνθήκη Neumann. Αντιστοιχεί στην κατάσταση, στην οποία η πυκνότητα θερμορροής q_x : στην επιφάνεια, είναι σταθερή. Ειδική περίπτωση της συνθήκης αυτής είναι η μονωμένη πλήρως ή αδιαβατική επιφάνεια.
- Οριακή συνθήκη 3^{ου} είδους. Αντιστοιχεί στην κατάσταση θέρμανσης (ή ψύξης) της επιφάνειας με συναγωγή.

2.2.9. Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο χωρίς πηγές

Ο συντελεστής αγωγιμότητας k , είναι γενικά συνάρτηση της θερμοκρασίας. Σε πολλά προβλήματα στη πράξη παίρνουμε το k ανεξάρτητο της θερμοκρασίας T σε κάποια, όχι μεγάλη περιοχή θερμοκρασίας ΔT . Στα προβλήματα εφαρμογής που ακολουθούν θεωρούμε το k σταθερό, ανεξάρτητο της θερμοκρασίας T . Θεωρούμε ακόμα ότι έχουμε μόνιμο πεδίο ($\square T / \square t = 0$). Όλα τα παραδείγματα είναι μονοδιάστατα, δηλαδή η θερμοκρασία T και οποιοδήποτε άλλο μέγεθος είναι συνάρτηση μιας και μόνο μεταβλητής του χώρου.

Στόχος είναι ο καθορισμός εκφράσεων για τη θερμοκρασιακή κατανομή και τη ροή θερμότητας σε κοινές γεωμετρίες.

2.3. Η θερμική αντίσταση

Κατ' αναλογία με την ηλεκτρική αντίσταση, ορίζεται η θερμική αντίσταση. Όπως είναι γνωστό, η ηλεκτρική αντίσταση ορίζεται ως το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού (που είναι η αιτία που προκαλεί τη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος) προς την ένταση του ρεύματος. Το αίτιο που προκαλεί τη ροή θερμότητας, είναι η διαφορά θερμοκρασίας. Το πηλίκο των δύο αυτών μεγεθών είναι η θερμική αντίσταση. Για την περίπτωση μετάδοσης θερμότητας με αγωγή θα είναι:

$$R_{ag} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{Q} = \frac{L}{KA} \quad \left(\frac{k}{w}\right) \quad (2.22)$$

Στην περίπτωση μετάδοσης θερμότητας με συναγωγή, όπου ως γνωστόν ισχύει ο νόμος του Newton:

$$Q = hA(T_s - T_{oo}) \quad (2.23)$$

Η θερμική αντίσταση συναγωγής θα είναι:

$$R_{sun} = \frac{T_s - T_{oo}}{Q} = \frac{L}{A} \quad \left(\frac{k}{w}\right) \quad (2.24)$$

Συναρτήσει της συνολικής θερμοκρασιακής διαφοράς και της συνολικής θερμικής αντίστασης, η θερμοροή θα είναι:

$$Q = \frac{T_{oo1} - T_{oo2}}{R_{ol}} \quad (2.25)$$

Αποδεικνύει ότι:

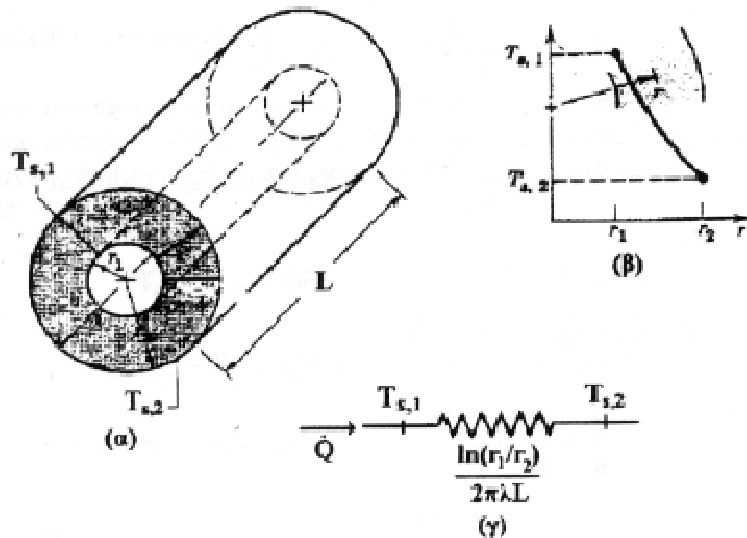
$$R_{ol} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \quad (2.26)$$

ή

$$R_{ol} = R_{1sun} + R_{ag} + R_{2sun} \quad (2.27)$$

2.3.1. Ο κύλινδρος

Θεωρούμε κυλινδρικό δακτύλιο, του οποίου οι βάσεις είναι τελείως μονωμένες. Τότε μπορούμε να υποθέσουμε πως έχουμε ροή θερμότητας μόνο κατά την ακτίνα r και ότι η θερμοκρασία είναι συνάρτηση μόνο της απόστασης r από τον άξονα του κυλίνδρου: $T=T(r)$. Στον κυλινδρικό δακτύλιο r_1 είναι η εσωτερική ακτίνα, r_2 η εξωτερική και T_{s1} και T_{s2} οι αντίστοιχες θερμοκρασίες.



Σχήμα 2.7 Μετάδοση θερμότητας με αγωγή σε κυλινδρικό δακτύλιο
α. Γεωμετρία, β. θερμοκρασιακή κατανομή, γ. ισοδύναμο θερμικό κύκλωμα

Η μεθοδολογία υπολογισμού της θερμοκρασιακής κατανομής και της πυκνότητας θερμορροής είναι ίδιας με αυτή του επιπέδου τοιχώματος. Δηλαδή η θερμοκρασιακή κατανομή προκύπτει από την επίλυση της κατάλληλης μορφής της εξίσωσης αγωγής. Για τη περίπτωση κυλινδρικού δακτυλίου, με ροή θερμότητας μόνο ακτινικά και χωρίς πηγές θερμότητας, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.20) είναι:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (2.28)$$

Η γενική λύση αυτής είναι:

$$\mathbf{T(r)} = \mathbf{C_1 I_n r} + \mathbf{C_2} \quad (2.29)$$

Αν λάβουμε υπ' όψη τις οριακές συνθήκες

$$T(r_1) = T_{s1} \text{ και } T(r_2) = T_{s2}$$

Υπολογίζουμε τις σταθερές C_1 και C_2 και αντικαταστήσουμε στη σχέση (2.29), η θερμοκρασιακή κατανομή θα δίνεται από την εξής εξίσωση:

$$T(r) = T_{s2} + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} - \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) \quad (2.30)$$

Η θερμορροή θα προκύπτει από την εφαρμογή του νόμου το Fourier:

$$Q = -kA \frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr}$$

και είναι

$$Q = \frac{2\pi rLk(T_{s1} - T_{s2})}{\ln(r_2 - r_1)} \quad (2.31)$$

Η θερμική αντίσταση για κυλινδρική γεωμετρία θα είναι λοιπόν:

$$R_{ag} = \frac{\ln(r_2 - r_1)}{2\pi Lk}$$

Οπότε:

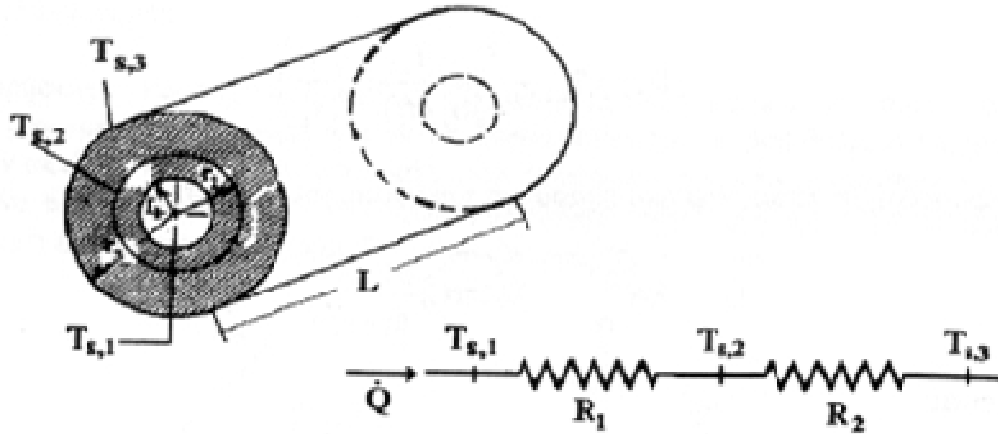
$$Q = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R}$$

Στην περίπτωση κυλινδρικών δακτυλίων “σε σειρά”, δακτυλίων δηλαδή που περιβάλλει ο επόμενος τον προηγούμενο, όπως στο σχήμα 1.8, $T_{s1} = T(r_1)$ είναι η θερμοκρασία στην εσωτερική επιφάνεια του εσωτερικού δακτυλίου, $T_{s2} = T(r_2)$ η θερμοκρασία στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο δακτυλίων και $T_{s3} = T(r_3)$ η θερμοκρασία στην εξωτερική επιφάνεια του εξωτερικού δακτυλίου. Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε:

$$Q = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_1} = \frac{T_{s2} - T_{s3}}{R_2} = \frac{T_{s1} - T_{s3}}{R} \quad (2.32)$$

$$R_1 = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi Lk_1}, \quad R_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi Lk_2} \quad (2.33)$$

$$R = R_1 + R_2 \quad (2.34)$$



Σχήμα 2.8: Κυλινδρικοί δακτύλιοι σε σειρά

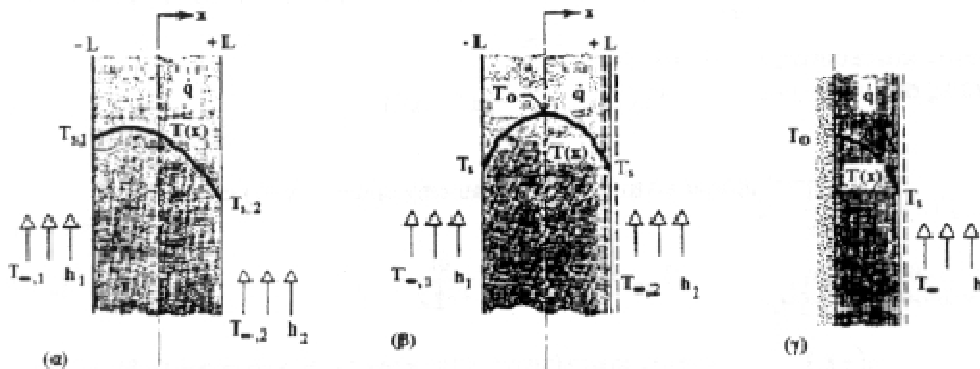
2.4. Εφαρμογές σε μόνιμο πεδίο με πηγές θερμότητας

Τώρα θα δούμε το τι γίνεται, όταν έχουμε παραγωγή θερμότητας μέσα στο μέσο. Όπως είναι γνωστό, η παραγωγή θερμότητας μπορεί να προέρχεται π.χ από χημικές ή πυρηνικές αντιδράσεις, οι οποίες γίνονται μέσα στο μέσο, από μια ηλεκτρική αντίσταση ή από άλλους λόγους. Αν για παράδειγμα η πηγή θερμότητας είναι μια ηλεκτρική αντίσταση R που διαρρέεται από ρεύμα I , τότε η ισχύς που παράγεται είναι I^2R και η ανά μονάδα όγκου θερμικής ισχύς θα είναι:

$$q = \frac{I^2 R}{V} \quad \left(\frac{W}{m^3} \right) \quad (2.35)$$

Η μεθοδολογία για τον υπολογισμό του θερμοκρασιακού πεδίου και της πυκνότητας θερμορροής είναι ίδια με τις προηγούμενες περιπτώσεις όταν δεν υπήρχαν πηγές θερμότητας. Το πρώτο βήμα δηλαδή είναι η επίλυση της κατάλληλης εξίσωσης αγωγής. Έτσι λοιπόν, αν θεωρήσουμε ότι έχουμε επίπεδο τοίχωμα (Σχ. 2.10) άπειρο κατά τις δύο διαστάσεις x, z (οπότε η θερμοκρασία θα είναι συνάρτηση μόνο του x : $T=T(x)$), στο οποίο έχουμε ομοιόμορφη παραγωγή θερμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και του οποίου οι επιφάνειες διατηρούνται σε σταθερές θερμοκρασίες T_{s1} και T_{s2} , η γενική εξίσωση αγωγής (2.20) παίρνει τη μορφή (k σταθερό):

$$\frac{d_2 T}{dx^2} + \frac{q}{k} = 0 \quad (2.36)$$



**Σχήμα 2.9: Αγωγή σε επίπεδο τοίχωμα με ομοιόμορφη παραγωγή θερμότητας
 α. Μη συμμετρικές οριακές συνθήκες β. συμμετρικές οριακές συνθήκες
 γ. αδιαβατική επιφάνεια στη μέση**

Η γενική λύση της εξίσωσης αυτής είναι:

$$T = -\frac{q}{2k}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.37)$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 υπολογίζονται από τις αρχικές συνθήκες:

$$T(-L)=T_{s1} \quad \text{και} \quad T(L)=T_{s2}$$

και είναι:

$$C_1 = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{2L} \quad \text{και} \quad C_2 = \frac{q}{2k}L^2 + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2} \quad (2.38)$$

Αντικατάσταση των σχέσεων (2.38) και (2.36):

$$T(x) = T_s + \frac{q}{2k}(L^2 - x^2) + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2} \quad (2.39)$$

Τα αποτελέσματα στη περίπτωση κατά την οποία αμφότερες οι πλευρές του τοιχώματος έχουν την ίδια θερμοκρασία: $T_{s1}=T_{s2}=T_{s3}$. Τότε η θερμοκρασιακή κατανομή θα είναι συμμετρική ως προς το επίπεδο συμμετρίας ($x=0$) και είναι:

$$T(x) = T_s + \frac{q}{2k}(L^2 - x^2) \quad (2.40)$$

Η μέγιστη θερμοκρασία θα είναι στο μέσο του τοιχώματος ($x=0$) και είναι:

$$T_{\max} = T_{(0)} = T_s + \frac{qL^2}{2k} \quad (2.41)$$

Η πυκνότητα θερμορροής στην κατεύθυνση x , θα προκύπτει από το νόμο Fourier. Για τοίχωμα με ίδιες θερμοκρασίες στις επιφάνειες του, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.39) θα είναι:

$$q''(x) = -k \frac{dT}{dx} = qx \quad (2.42)$$

οπότε στις επιφάνειες του τοιχώματος θα είναι:

$$q(\pm L) = qL \quad (2.43)$$

Στο μέσον $x=0$ του τοιχώματος είναι $q(0)=0$, διότι στη θέση $x=0$ η κλίση της θερμοκρασίας είναι μηδέν: $(dT/dx)_{x=0}=0$. Το επίπεδο συμμετρίας επομένως μπορεί να θεωρηθεί σαν αδιαβατικό τοίχωμα (Σχήμα 1.10γ). Άρα η εξίσωση (2.35) ισχύει, και για τοιχώματα με τέλεια μόνωση στη μια πλευρά ($x=0$) και σταθερή θερμοκρασία T_s στην άλλη ($x=L$).

2.5. Πτερύγια

Γενικά

Τα πτερύγια χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις μεταφοράς θερμότητας, στις οποίες ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι χαμηλός και απαιτείται ενίσχυση της θερμορροής.

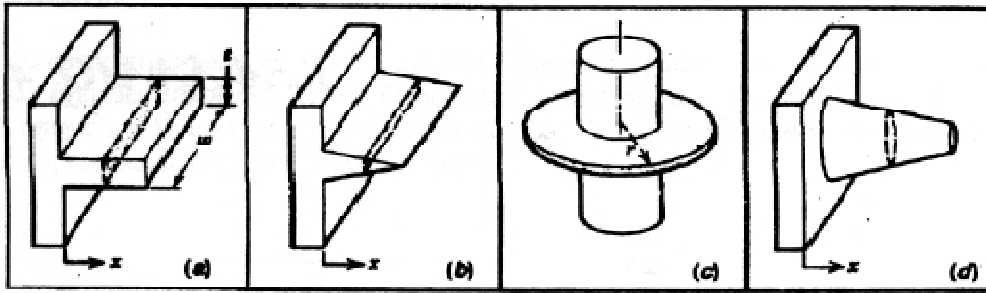
Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας (θερμορροή) από μια επιφάνεια σταθερής θερμοκρασίας T_s προς ένα ρευστό θερμοκρασίας T_{∞} δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Q = hA(T_s - T_{\infty}) \quad (2.44)$$

Υπάρχουν τρεις τρόποι ενίσχυσης της θερμορροής: α). αύξηση του συντελεστή μεταφοράς h , β). αύξηση της επιφάνειας μεταφοράς A , γ). μείωση της θερμοκρασίας T_{∞} του ρευστού. Ο πιο συνήθης και πρακτικός είναι η αύξηση της επιφάνειας μεταφοράς A . Η αύξηση του συντελεστή μεταφοράς h συνήθως είναι ανεπαρκής και αντιοικονομική, ενώ η μείωση της θερμοκρασίας T_{∞} του ρευστού δεν είναι πρακτική λύση. Η αύξηση αυτή της επιφάνειας γίνεται με προσθήκη πτερυγίων.

Στη περίπτωση των πτερυγίων βέβαια έχουμε συνδυασμό μεταφοράς θερμότητας με αγωγή (μέσα στο πτερύγιο) και συναγωγή (έξω απ' αυτό). Χαρακτηριστικός παράγοντας στην ενίσχυση του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του υλικού κατασκευής του πτερυγίου. Συνεπώς οι θερμοκρασιακές μεταβολές κατά μήκος του πτερυγίου καθορίζονται από τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας. Στην οριακή περίπτωση άπειρου συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας, ολόκληρο το πτερύγιο θα είχε ομοιόμορφη θερμοκρασία, αυτή της επιφάνειας στήριξης του, οπότε και θα είχαμε τη μέγιστη δυνατή ενίσχυση της θερμορροής.

Η χρήση των πτερυγίων είναι διαδεδομένη π.χ στις ηλεκτρικές μηχανές (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές), στα ψυγεία αυτοκινήτων, στους κινητήρες μοτοσικλετών, σε ορισμένους τύπους θερμικών σωμάτων, στους προθερμαντές νερού των ατμογεννητριών κ.λ.π. Η μορφή των πτερυγίων, όπως φαίνεται στο παρακάτω (Σχ. 2.10) ποικίλει φυσικά.

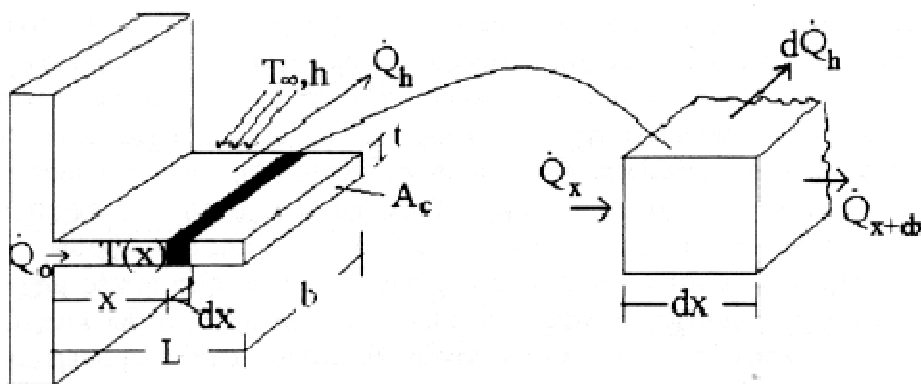


Σχήμα 2.10: Τύποι πτερυγίων α. πτερύγιο-πρόβολος σταθερής διατομής β. πτερύγιο-πρόβολος μεταβλητής διατομής γ. περιφερειακό πτερύγιο δ. βελονοειδές πτερύγιο

2.5.1. Ανάλυση πτερυγίων

Ο υπολογισμός του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας από ένα πτερύγιο απαιτεί τη γνώση του θερμοκρασιακού πεδίου κατά μήκος του πτερυγίου. Η ανάλυση απλοποιείται εάν γίνουν μερικές παραδοχές.

Έστω λοιπόν ότι θεωρούμε ορθογωνικό πτερύγιο σταθερής διατομής (Σχ. 2.11). Αν θεωρήσουμε ότι το πάχος t του πτερυγίου είναι πολύ μικρότερο από το πάχος b ($t \ll b$), τότε μπορούμε να αγνοήσουμε τη μεταβολή της θερμοκρασίας κατά μήκος του πάχους t . Έχουμε δηλαδή μονοδιάστατη αγωγή κατά τη διεύθυνση x , οπότε και $T=T(x)$. Επίσης θεωρούμε σταθερή κατάσταση ($\theta T/\theta t=0$) και υποθέτουμε ότι η θερμική αγωγιμότητα είναι σταθερή σε ολόκληρο το πτερύγιο, η ακτινοβολία από την επιφάνεια του πτερυγίου είναι αμελητέα, ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας h είναι ίδιος για ολόκληρη την επιφάνεια, ότι δεν έχουμε πηγές θερμότητας στο πτερύγιο και ότι οι θερμοκρασίες T_b στη βάση του πτερυγίου ($T = T_b$ (x=0)) και περιβάλλοντος T_a είναι σταθερές.



Σχήμα 2.11: Ορθογωνικό πτερύγιο σταθερή διατομής

Το ενεργειακό ισοζύγιο σ' ένα στοιχειώδες τμήμα του πτερυγίου (μάζα ελέγχου) στη θέση x θα είναι:

$$Q_x = Q_{x+dx} + dQ_h \quad (2.45)$$

Όπου dQ_h ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας, λόγω της συναγωγής από το στοιχειώδες τμήμα του πτερυγίου προς το περιβάλλον και Q_x ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας με αγωγή κατά μήκος του πτερυγίου. Από το νόμο Fourier έχουμε:

$$Q_x = -kA_c \frac{dT}{dx} \quad (2.46)$$

,όπου $A_c = bt$ η διατομή του πτερυγίου. Στη θέση $x+dx$ ο ρυθμός μεταφοράς θα είναι:

$$Q_{x+dx} = Q_x + \frac{dQ_x}{dx} dx \quad (2.47)$$

2.5.2. Απόδοση-αποτελεσματικότητα πτερυγίου

Με τον όρο αποτελεσματικότητα πτερυγίου e_p ορίζουμε το λόγο της θερμότητας που μεταφέρεται από το πτερύγιο προς το περιβάλλον, προς τη θερμότητα που θα μεταφερόταν αν έλλειπε το πτερύγιο. Θα είναι λοιπόν το εξής:

$$e_p = \frac{Q}{hA_{c,b} \Delta T_b} \quad (2.48)$$

,όπου $A_{c,b}$ η διατομή του πτερυγίου στη βάση του (δηλαδή η επιφάνεια επαφής με τον κορμό).

Η αποτελεσματικότητα του πτερυγίου ενισχύεται με την εκλογή υψηλής θερμικής αγωγιμότητας. Για το λόγο αυτό λοιπόν, συνήθως τα πτερύγια κατασκευάζονται από κράματα αλουμινίου, τα οποία αν και έχουν χαμηλότερο συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας από τα χάλκινα πλεονεκτούν για λόγους βάρους και αντοχής.

Επιπλέον η αποτελεσματικότητα αυξάνεται με την αύξηση του λόγου περιμέτρου προς διατομή. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται λεπτά πτερύγια, σε μικρή απόσταση το ένα από το άλλο.

Η χρήση πτερυγίου ενδείκνυται περισσότερο σε περιπτώσεις μικρού συντελεστή μεταφοράς θερμότητας h . Όπως γνωρίζουμε τα αέρια έχουν μικρότερο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας από τα υγρά και συνεπώς η αναγκαιότητα χρήσης πτερυγίων είναι μεγαλύτερη στα αέρια και ειδικότερα όταν συναγωγή ελεύθερη. Έτσι σε επιφάνειες που διαχωρίζουν αέριο από υγρό, συνήθως τα πτερύγια τοποθετούνται στην πλευρά του αερίου (π.χ μετασχηματιστές). Ένα άλλο σημείο της θερμικής λειτουργίας του πτερυγίου δίνεται από την απόδοση του πτερυγίου n_p .

Με τον όρο απόδοση του πτερυγίου, εννοούμε τον λόγο της θερμότητας που μεταφέρεται από το πτερύγιο προς τη μέγιστη που θα μπορούσε να μεταφερθεί. Δηλαδή:

$$n_p = \frac{Q_o}{Q_{\max}} < 1 \quad (2.49)$$

Η μέγιστη θερμότητα θα προέκυπτε εάν σε ολόκληρο το περύγιο είχαμε τη μέγιστη δυνατή θερμοκρασία T_b , αν δηλαδή το περύγιο είχε τη θερμοκρασία του κορμού T_b . Το συνήθες κατώτερο όριο για την απόδοση είναι 0,35.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Απώλειες στον Ασύγχρονο Κινητήρα

Ο λόγος που η θερμότητα παράγεται σε έναν ασύγχρονο κινητήρα είναι οι απώλειες ισχύος που εμφανίζονται κατά τη λειτουργία του, οι οποίες λειτουργούν ως θερμικές πηγές. Διακρίνονται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες:

- **Απώλειες χαλκού** στα τυλίγματα του στάτη και στις μπάρες του δρομέα.
- **Απώλειες σιδήρου** στον πυρήνα του στάτη και του δρομέα. Διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: απώλειες υστέρησης και απώλειες δινορευμάτων.
- **Μηχανικές απώλειες** και επιπρόσθετες.
- **Κατανεμημένες απώλειες.**

Οι απώλειες χαλκού μαζί με τις απώλειες σιδήρου αποτελούν το σημαντικό ποσοστό 75-90% των συνολικών απωλειών σε έναν ασύγχρονο κινητήρα.

3.1. Απώλειες χαλκού και ο πρώτος νόμος του Joule

Οι απώλειες χαλκού είναι ωμικές απώλειες που παρουσιάζουν οι αγωγοί του κινητήρα, όταν διαρρέονται από ρεύμα.

Ο πρώτος νόμος του Joule εκφρασμένος για ισχύ, περιγράφει τη σχέση μεταξύ του εναλλασσόμενου ρεύματος που ρέει μέσα από έναν αντιστάτη και της θερμικής ισχύος που παράγεται λόγω της ροής αυτής. Σύμφωνα με το νόμο αυτό, η παραγόμενη θερμική ισχύς είναι ανάλογη της αντίστασης του αντιστάτη και του τετραγώνου της ενεργού τιμής του ρεύματος.

$$P=I^2R \quad (3.1)$$

,όπου: P η θερμική ισχύς σε Watt,

I η ενεργός τιμή του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη σε A,
και R η αντίσταση του αντιστάτη σε Ω (Ohm).

Με εφαρμογή του νόμου του Joule υπολογίζονται οι απώλειες του χαλκού του κινητήρα, αν είναι γνωστές οι αντιστάσεις των τυλιγμάτων και των μπαρών και αντίστοιχα τα ρεύματα. Οι αντιστάσεις είναι γενικά μικρές, όμως οι ωμικές απώλειες είναι σημαντικές, διότι τα ρεύματα έχουν συνήθως σχετικά μεγάλη τιμή.

Η αντίσταση γενικά δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από τη θερμοκρασία σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$R(T)=R_0[1+\alpha(T-T_0)] \quad (3.2)$$

,όπου: T_0 μια θερμοκρασία αναφοράς σε $^{\circ}C$,

R_0 η αντίσταση στη θερμοκρασία αναφοράς σε Ω (Ohm),

T η μεταβλητή θερμοκρασία σε $^{\circ}C$ και

α ο συντελεστής θερμοκρασίας ειδικής αντίστασης σε $1/^{\circ}\text{C}$.

Ο συντελεστής θερμοκρασίας ειδικής αντίστασης λαμβάνεται από πίνακες με ιδιότητες υλικών και εκφράζει τη μεταβολή της αντίστασης ανά βαθμό αύξησης της θερμοκρασίας και εξαρτάται από το υλικό του αντιστάτη. Θεωρώντας σταθερές τιμές αντιστάσεων R_s και R_R για τα τυλίγματα του στάτη και του δρομέα αντίστοιχα, εισάγεται ένα σφάλμα στις τιμές των υπολογιζόμενων ωμικών απωλειών που οφείλεται στο ότι δε λαμβάνεται υπόψη η εξάρτηση της αντίστασης από τη θερμοκρασία.

3.1.1. Απώλειες σιδήρου

Διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: απώλειες υστέρησης και απώλειες δινορευμάτων. Στη συνέχεια αναλύεται κάθε μία κατηγορία ξεχωριστά.

3.1.2. Απώλειες υστέρησης

Σε ένα υλικό το μαγνητικό πεδίο συνδέεται με τη μαγνητική επαγωγή σύμφωνα με τη σχέση:

$$B = \mu H \quad (3.3)$$

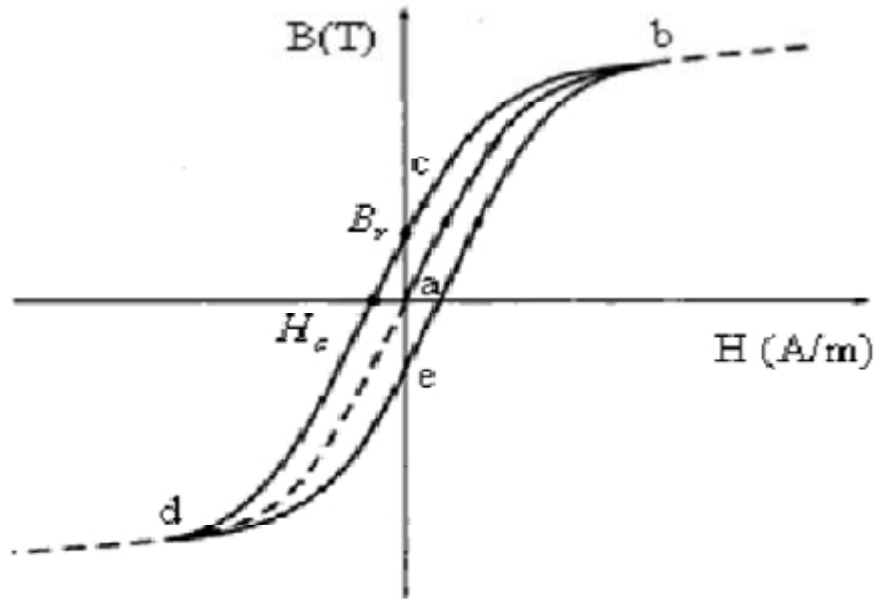
,όπου: B η μαγνητική επαγωγή σε T,

μ η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού σε H/m

και H το μαγνητικό πεδίο σε A/m.

Η μαγνητική διαπερατότητα μεταβάλλεται συναρτήσει του μαγνητικού πεδίου H . Ο βρόχος υστέρησης εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στο μαγνητικό πεδίο και την μαγνητική επαγωγή σε ένα μαγνητικό υλικό. Η σχέση αυτή όπως και φαίνεται από το παρακάτω σχήμα (2.7) δεν είναι γραμμική.

Ας υποθέσουμε τα τυλίγματα του στάτη ενός ασύγχρονου κινητήρα διαρρέονται από εναλλασσόμενο ρεύμα. Έστω επίσης ότι η μαγνητική επαγωγή στον σίδηρο είναι αρχικά μηδενική. Καθώς το ρεύμα αυξάνεται για πρώτη φορά, η μαγνητική επαγωγή ακολουθεί την καμπύλη ab , όπως βλέπουμε και στο σχήμα 2.1. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται καμπύλη πρώτης μαγνήτισης. Η μαγνητική επαγωγή ακολουθεί διαφορετική διαδρομή από αυτή που ακολούθησε κατά την άνοδο όταν το ρεύμα αρχίσει να πέφτει.



Σχήμα 3.1: Βρόχος υστέρησης

Καθώς λοιπόν το ρεύμα μειώνεται, η μαγνητική επαγωγή ακολουθεί την καμπύλη bcd , και στη συνέχεια όταν το ρεύμα αρχίσει να αυξάνεται και πάλι, το “μονοπάτι” που ακολουθείται είναι το deb . Η καμπύλη $bcdeb$ ονομάζεται βρόχος υστέρησης (Σχ. 2.7).

Παρατηρούμε από τον βρόχο υστέρησης πως, όταν το μαγνητικό πεδίο καταργείται, το μαγνητικό υλικό διατηρεί μια ποσότητα μαγνητισμού και ότι η μαγνητική επαγωγή διατηρεί μία μη μηδενική τιμή B_r . Η τιμή αυτή καλείται παραμένουσα μαγνητική επαγωγή. Για να μηδενιστεί η μαγνητική επαγωγή χρειάζεται να παραχθεί στο εσωτερικό του υλικού ένα μαγνητικό πεδίο H_c , το οποίο καλείται κατασταλτικό μαγνητικό πεδίο.

3.1.3. Απώλειες Δινορευμάτων

Σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής, όταν ένα εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται στον σιδηρομαγνητικό πυρήνα, τότε προκαλείται ένα ηλεκτρικό πεδίο. Το πεδίο αυτό ασκεί δυνάμεις στα ελεύθερα φορτία του σιδηρομαγνητικού πυρήνα και τα θέτει σε κίνηση με αποτέλεσμα να δημιουργούνται ρεύματα, τα οποία έχουν κλειστή τροχιά και λέγονται δινορευμάτα (eddycurrents). Οι απώλειες δινορευμάτων έχουν ωμικό χαρακτήρα και αναφέρονται στη θερμότητα που παράγεται λόγω των δινορευμάτων.

Είναι δυνατόν να μειωθούν οι απώλειες σιδήρου λόγω των δινορευμάτων με συγκεκριμένες τεχνικές όπως την ελασματοποίηση. Μια διαδικασία στην οποία, παρά το κόστος και την κατασκευαστική δυσκολία, υποβάλλονται συνήθως οι σιδερένιοι πυρήνες των ηλεκτρικών μηχανών, οι οποίοι υποβάλλονται σε εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο.



Σχήμα 3.2: Ελασματοποίηση στάτη σε ασύγχρονη μηχανή

Με την ελασματοποίηση στάτη, ο ενιαίος πυρήνας χωρίζεται σε πολλά λεπτά ελάσματα μικρής επιφάνειας. Με τη διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται η μείωση της κυκλοφορίας των δινορευμάτων, λόγω της μειωμένης επιφάνειας στην οποία μπορούν να κυκλοφορήσουν. Κατασκευή των πυρήνων με μαζικό σίδηρο θα επέτρεπε τη ροή σημαντικού μεγέθους δινορευμάτων, με αποτέλεσμα τη δημιουργία παρασιτικού μαγνητικού πεδίου το οποίο θα προκαλούσε εξασθένηση του αρχικού πεδίου. Μειωμένες απώλειες μπορούν να επιτευχθούν με τη χρήση κατάλληλων συνδυασμών υλικών στην κατασκευή των πυρήνων. Τόσο ο στάτης όσο και ο δρομέας του ασύγχρονου κινητήρα περιλαμβάνουν τμήματα αποτελούμενα από σίδηρο. Ο σίδηρος χρησιμοποιείται διότι, λόγω της υψηλής μαγνητικής του διαπερατότητας επιτυγχάνονται υψηλές τιμές της μαγνητικής επαγωγής και κατά συνέπεια βέλτιστη μαγνητική ζεύξη στάτη-δρομέα. Αντί για καθαρό σίδηρο, όμως είναι προτιμότερη η χρήση κραμάτων σιδήρου και πυριτίου που περιορίζουν όχι μόνο τις απώλειες δινορευμάτων, αλλά και τις απώλειες υστέρησης.

3.1.4. Ο Νόμος Υστέρησης Και Δινορευμάτων Του Steinmetz

Ο νόμος υστέρησης του Steinmetz χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της ισχύος των απωλειών υστέρησης ανά μονάδα μάζας του υλικού. Σύμφωνα με το νόμο αυτό, οι απώλειες υστέρησης είναι ανάλογες της μέγιστης τιμής της μαγνητικής επαγωγής υψωμένης στη δύναμη 1,6. Αυτό αποδείχθηκε για τιμές επαγωγής που δεν υπερβαίνουν το 1T.

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_{\max}^{1,6} \quad (3.4)$$

,όπου P_h η ισχύς των απωλειών υστέρησης ανά μονάδα μάζας σε W/kg,
 K_h ο συντελεστής υστέρησης,
 f η συχνότητα του εξωτερικού πεδίου σε Hz και
 B_{\max} η μέγιστη τιμή της μαγνητικής επαγωγής σε T.

Στην πράξη οι τιμές της μαγνητικής επαγωγής ξεπερνούν το 1Τ. Σε αυτή τη περίπτωση οι απώλειες υστέρησης θεωρούνται ανάλογες του τετραγώνου της μέγιστης μαγνητικής επαγωγής.

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_{\max}^2 \quad (3.5)$$

Ο συντελεστής υστέρησης είναι ένας καθαρός αριθμός, ο οποίος προκύπτει με την πειραματική μέθοδο του Epstein. Από το νόμο του Steinmetz προκύπτει πως οι απώλειες υστέρησης στο δρομέα ενός ασύγχρονου κινητήρα στην ονομαστική κατάσταση λειτουργίας είναι αμελητέες σε σύγκριση με τις απώλειες του στάτη, λόγω της μικρής συχνότητας $fR = s \cdot f_s$ του μαγνητικού πεδίου ως προς το δρομέα. Με f_s συμβολίζεται η συχνότητα του μαγνητικού πεδίου ως προς το στάτη, η οποία είναι ίση με την ηλεκτρική συχνότητα του στάτη και με s συμβολίζεται η ολίσθηση, η οποία στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας παίρνει μικρή τιμή.

Ο νόμος των δινορευμάτων του Steinmetz χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της ισχύος των απωλειών δινορευμάτων ανά μονάδα μάζας του υλικού. Σύμφωνα με τον συγκεκριμένο νόμο, οι απώλειες δινορευμάτων είναι ανάλογες του τετραγώνου της μέγιστης τιμής της μαγνητικής επαγωγής και του τετραγώνου της συχνότητας του μαγνητικού πεδίου.

$$P_e = k_e \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \quad (3.6)$$

,όπου: P_e η ισχύς των απωλειών δινορευμάτων ανά μονάδα μάζας σε W/kg,
 k_e ο συντελεστής δινορευμάτων,
 f η συχνότητα του εξωτερικού πεδίου σε Hz και
 B_{\max} η μέγιστη τιμή της μαγνητικής επαγωγής σε T.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο συντελεστής δινορευμάτων είναι ένας καθαρός αριθμός, οποίος προκύπτει όπως και ο συντελεστής υστέρησης, με τη μέθοδο του Epstein. Από το νόμο του Steinmetz προκύπτει πως οι απώλειες δινορευμάτων στο δρομέα ενός ασύγχρονου κινητήρα στην ονομαστική κατάσταση λειτουργίας είναι αμελητέες σε σύγκριση με τις απώλειες του στάτη, λόγω της μικρής συχνότητας $fR = s \cdot f_s$ του μαγνητικού πεδίου ως προς το δρομέα. Λαμβάνοντας υπόψη πως οι απώλειες υστέρησης έχουν μικρή τιμή στο δρομέα, οι απώλειες σιδήρου στο δρομέα συνήθως αγνοούνται.

Οι νόμοι του Steinmetz (3.5) και (3.6) χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των απωλειών σιδήρου με την προϋπόθεση ότι η εφαρμοζόμενη μαγνητική επαγωγή είναι ημιτονοειδής συχνότητας f . Στην πραγματικότητα όμως, η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του κινητήρα δεν είναι καθαρά ημιτονοειδής, αλλά περιέχει μεγάλο ποσό ανώτερων αρμονικών με συχνότητες πολλαπλάσιες της συχνότητας f . Οι απώλειες αυτές μπορούν να θεωρηθούν τμήμα των λοιπών απωλειών φορτίου, όπως φαίνεται και σε επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου, όπου ασχολούμαστε εκτενέστερα με το θέμα των ανώτερων αρμονικών της μαγνητικής επαγωγής.

3.1.5. Η Μέθοδος Του Epstein

Η μέθοδος του Epstein (Epstein's method) αποτελεί έναν τρόπο προσδιορισμού του συντελεστή υστέρησης και του συντελεστή δινορευμάτων για τον σίδηρο του στάτη ενός ασύγχρονου κινητήρα. Από τις σχέσεις (3.5) και (3.6) προκύπτουν οι συνολικές απώλειες

σιδήρου ανά μονάδα μάζας ως το άθροισμα των απωλειών υστέρησης και δινορευμάτων ανά μονάδα μάζας.

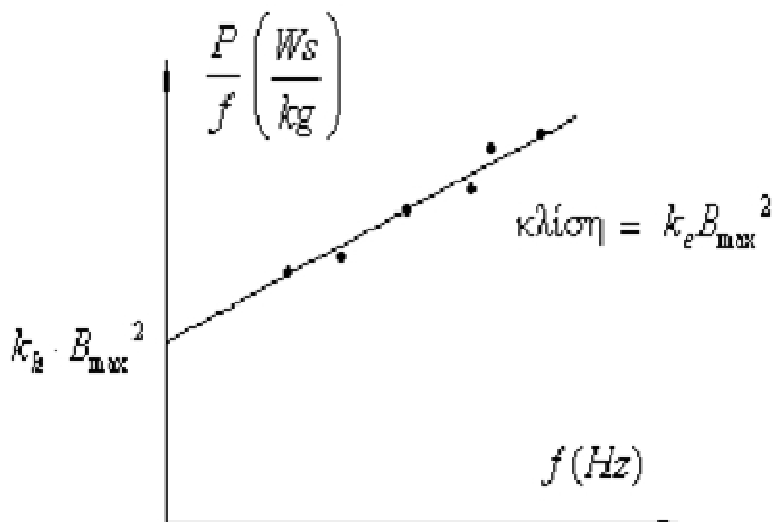
$$P = k_h \cdot f \cdot B_{\max}^2 + k_e \cdot f \cdot B_{\max}^2 \quad (3.7)$$

,όπου P η ισχύς των απωλειών σιδήρου ανά μονάδα μάζας σε W/kg.

Διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με τη συχνότητα προκύπτει:

$$P/f = k_h \cdot B_{\max}^2 + k_e \cdot f \cdot B_{\max}^2 \quad (3.8)$$

Από τα φυλλάδια των κατασκευαστών των κινητήρων είναι συνήθως γνωστές υπό μορφή καμπυλών οι συνολικές απώλειες σιδήρου ανά μονάδα μάζας του στάτη συναρτήσει της ηλεκτρικής συχνότητας του στάτη για σταθερή τιμή της μαγνητικής επαγωγής. Για διάφορα ζεύγη τιμών p,f υπολογίζεται τότε η τιμή p/f και μπορεί να χαραχθεί η καμπύλη p/f συναρτήσει της συχνότητας f. Σύμφωνα με τη σχέση (3.8), τα πειραματικά σημεία της καμπύλης αναμένεται να βρίσκονται σε μια ευθεία (Σχ. 2.3). Από τη κλίση της ευθείας αυτής προκύπτει η ποσότητα $k_e \cdot B_{\max}^2$ και επομένως ο συντελεστής δινορευμάτων k_e . Η τομή της ευθείας με τον κατακόρυφο άξονα καθορίζει το συντελεστή υστέρησης k_h .



Σχήμα 3.3: Γραφικός προσδιορισμός των συντελεστών υστέρησης και δινορευμάτων.

3.1.6. Μηχανικές Απώλειες

Οι μηχανικές απώλειες ενός ασύγχρονου κινητήρα αποτελούν ένα μικρό ποσοστό των συνολικών απωλειών του. Οφείλονται στις τριβές που αναπτύσσονται στο εσωτερικό του, οι οποίες δημιουργούν θερμότητα. Φαινόμενα τριβής παρατηρούνται στους δακτύλιους βραχυκύκλωσης του δρομέα, στον άξονα του κινητήρα, στα άκρα του δρομέα, σε διάφορα σημεία του φορτίου και στο διάκενο.

3.1.7. Τριβές Κινητήρα

Τριβή είναι η επίδραση που αντιστέκεται στη σχετική κίνηση δύο στερεών σωμάτων ή υλικών ή στη τάση τους για σχετική κίνηση. Η διεύθυνση επενέργειας της είναι εφαπτομενική των επιφανειών επαφής. Συνεπώς, η τριβή εμπλέκεται σε όλα τα φαινόμενα επαφής στερεών

σωμάτων. Αποτελεί δηλαδή μία από τις πιο συχνά εμφανιζόμενες δυνάμεις στο μακρόκοσμο. Επηρεάζει τόσο τη κίνηση, όσο και την ενεργειακή κατάσταση ενός κινούμενου συστήματος, καθώς η κινητική ενέργεια του συστήματος μετατρέπεται εξαιτίας του φαινομένου της τριβής σε θερμότητα.

Είναι ανεπιθύμητη στον κινητήρα και για τον επιπρόσθετο λόγο ότι προκαλεί φθορά και κατά συνέπεια τη γρηγορότερη μηχανική γήρανση των τριβόμενων επιφανειών. Η τριβή εμφανίζεται, όχι μόνο μεταξύ δύο επιφανειών στερεών σωμάτων, αλλά και μεταξύ μιας στέρεας επιφάνειας και ενός ρευστού. Στη πρώτη περίπτωση υπάγεται η τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ του άξονα του κινητήρα και των δακτυλίων στήριξής του κατά την περιστροφή, ενώ στη δεύτερη η τριβή μεταξύ της επιφάνειας του δρομέα, κατά την περιστροφή, και του αέρα του διακένου.

3.1.8. Επιπρόσθετες Απώλειες Φορτίου

Οι απώλειες αυτές αποτελούν σημαντικό μέρος των απωλειών ισχύος σε έναν ασύγχρονο κινητήρα (~15%), ενώ ο προσδιορισμός και η μέτρηση τους είναι δύσκολη και μπορεί να επιδιωχθεί σε πειραματικό επίπεδο. Οφείλονται στη μαγνητική ροή σκέδασης, δηλαδή τη ροή που δε συμβάλλει στη μαγνητική ζεύξη στάτη και δρομέα και στο διάκενο.

Λόγω της ροής αυτής λοιπόν, επάγονται παρασιτικά ρεύματα σε μεταλλικά τμήματα του κινητήρα, όπως στα έδρανα, με τον ίδιο μηχανισμό που δινορεύματα επάγονται στο δρομέα, λόγω της κύριας μαγνητικής ροής. Οι επιπρόσθετες απώλειες αναπτύσσονται στους αγωγούς του στάτη και του δρομέα, στον σίδηρο κοντά στο διάκενο, στα έδρανα και στις περιοχές κοντά στα άκρα του κινητήρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Κατανομή Θερμότητας Κινητήρα



Σχήμα 4.1: Κατανομή Θερμότητας Κινητήρα

4.1. Δημιουργία Και Μετάδοση Θερμότητας

Η θερμότητα που παράγεται στη μηχανή είναι φυσικό επακόλουθο των απωλειών που αναπτύσσονται κατά τη λειτουργία της. Οι σημαντικότερες απώλειες που συναντάμε στον κινητήρα, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι οι απώλειες χαλκού του τυλίγματος του στάτη και του δρομέα, και οι απώλειες αλουμινίου στις μπάρες του δρομέα.

Κατά τη λειτουργία της μηχανής λοιπόν, αναπτύσσεται στα σημεία αυτά υψηλότερη θερμοκρασία με αποτέλεσμα να έχουμε θερμοκρασιακές διαφορές στο εσωτερικό της μηχανής. Αυτή η διαφορά θερμοκρασίας στις διάφορες περιοχές της μηχανής προκαλεί ροή θερμότητας, η οποία ανακατανέμει τη θερμοκρασία σε κάθε χρονική στιγμή μέχρι η μηχανή να εισέλθει σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

4.2. Παραγόμενη Θερμότητα και Φορτίο

Όταν η μηχανή λειτουργεί, χωρίς φορτίο στρέφεται σχεδόν με τη σύγχρονη ταχύτητα, επομένως το ρεύμα που επάγεται στις μπάρες του δρομέα είναι σχεδόν μηδενικό και οι απώλειες αλουμινίου του δρομέα αμελητέες. Ελάχιστες είναι και οι απώλειες σιδήρου στο δρομέα, εξαιτίας της μικρής συχνότητας το μαγνητικού πεδίου ως προς το δρομέα. Η τροφοδοτούμενη ισχύς έχει μικρή τιμή και καταναλώνεται στην κάλυψη κυρίως των απωλειών σιδήρου του στάτη.

Αυτό συνεπάγεται, ότι και το ρεύμα του στάτη είναι μικρό, οπότε λιγιστές είναι και οι απώλειες χαλκού στα τυλίγματα. Σε αυτή τη περίπτωση, κυρίαρχες στο στάτη είναι οι απώλειες σιδήρου, γεγονός που διαφοροποιεί τη κατεύθυνση ροής θερμότητας, σε σχέση με τη κατάσταση λειτουργίας υπό φορτίο.

Σε αντίθεση τώρα, με το όταν η μηχανή λειτουργεί με φορτίο ο δρομέας δεν στρέφεται με σύγχρονη ταχύτητα και το ρεύμα που επάγεται στις μπάρες του είναι αυξημένο. Αυτό έχει ως συνέπεια οι απώλειες αλουμινίου του δρομέα να είναι μεγαλύτερες.

Μεγαλύτερες όμως, είναι και οι απώλειες σιδήρου του δρομέα, εξαιτίας της αυξημένης συχνότητας το μαγνητικού πεδίου ως προς το δρομέα. Η τροφοδοτούμενη ισχύς είναι μεγαλύτερη και μέρος της καταναλώνεται στην κάλυψη των απωλειών σιδήρου και χαλκού και αλουμινίου του κινητήρα.

Παράλληλα το ρεύμα του στάτη είναι αυξημένο, άρα οι απώλειες χαλκού στα τυλίγματα είναι μεγαλύτερες. Έχουμε λοιπόν, αύξηση των απωλειών του κινητήρα και αναμένουμε υψηλότερες θερμοκρασίες σε αυτή τη κατάσταση λειτουργίας του.

4.3. Το Θερμικό Πρόβλημα

Τα προβλήματα, με τα οποία ασχολούμαστε είναι προβλήματα αγωγής. Η ακτινοβολία είναι αμελητέα και δε λαμβάνεται υπόψη, θεωρώντας σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες. Ένα πρόβλημα θερμικής αγωγής στη γενική του μορφή διατυπώνεται πλήρως ως εξής. Ζητείται η θερμοκρασία $T(x,y,z,t)$, έτσι ώστε να ικανοποιεί το νόμο θερμικής αγωγής για $0 < t < t^*$ (όπου t^* μπορεί να τείνει στο άπειρο) και τα (x,y,z) ανήκουν σε μία περιοχή Π (η οποία μπορεί να εκτείνεται ως το άπειρο). Στη γενική περίπτωση δίνεται μια αρχική συνθήκη $T_0=T$ για όλη τη περιοχή Π για $t=0$. Ο προσδιορισμός μιας τέτοιας συνθήκης δεν είναι απαραίτητος, όταν αναζητείται λύση στη μόνιμη κατάσταση, αλλά και σε καταστάσεις περιοδικής μεταφοράς θερμότητας, όταν η παράγωγος της θερμικής ροής ή οι οριακές συνθήκες μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο ή όταν αγνοούμε την αρχική μεταβατική συμπεριφορά.

4.3.1. Αρχικές Συνθήκες

Σε όλα τα σημεία του συστήματος, του οποίου η θερμοκρασιακή κατανομή ζητείται, θα πρέπει να εισαχθεί μία αρχική συνθήκη. Έτσι, αποδίδεται μια σταθερή τιμή $T_0=T$ για κάθε σημείο σε μία χρονική στιγμή $t_0=t$.

4.3.2. Οριακές Συνθήκες

Στις οριακές επιφάνειες του συστήματος, του οποίου η θερμοκρασιακή κατανομή ζητείται εισάγονται οριακές συνθήκες. Οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται στη θερμική κατανομή, συνήθως είναι τύπου Neumann, δηλαδή καθορίζεται η τιμή της θερμικής ροής στην οριακή επιφάνεια.

Σύμφωνα με τη συνθήκη του Neumann, δίνεται η τιμή της θερμικής ροής μέσω της οριακής επιφάνειας ($q=q_b$). Λαμβάνοντας υπόψη το νόμο του Fourier, συνθήκη Neumann μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$q_b = -k \frac{JT}{Jn}$$

,όπου k η θερμική αγωγιμότητα σε W/mK,

T η θερμοκρασία σε K,

n το κάθετο διάνυσμα στο όριο με φορά προς τα έξω και

q_b η σταθερή τιμή της θερμικής ροής μέσω της οριακής επιφάνειας.

Κατά τη μετάβαση από ένα υλικό σε ένα άλλο που χαρακτηρίζεται από διαφορετική θερμική αγωγιμότητα η θερμική ροή διατηρείται. Για μετάβαση από στερεό σε στερεό ισχύει στην οριακή επιφάνεια:

$$k_1 \left(i \frac{JT}{Jx} + j \frac{JT}{Jy} + z \frac{JT}{Jz} \right) = k_2 \left(i \frac{JT}{Jx} + j \frac{JT}{Jy} + z \frac{JT}{Jz} \right)$$

αλλιώς

$$k_1 \square \square = k_2 \square \square \square T$$

όπου k_1, k_2 οι θερμικές αγωγιμότητες των δύο μέσων σε W/mK

Για τη μετάβαση από στερεό σε ρευστό ισχύει στη οριακή επιφάνεια:

$$k * \square \square = h(T - T_f)$$

,όπου k η θερμική αγωγιμότητα του στερεού σε W/mK και

h ο συντελεστής μετάδοσης του ρευστού σε W/m²K.

Τέλος, να επισημάνουμε ότι στην περίπτωση θερμικής μόνωσης στο όριο, η εξερχόμενη θερμική ροή q_b είναι μηδέν.

4.3.3. Εξίσωση Θερμικής Αγωγής

Στη μεταβατική θερμική κατάσταση λειτουργίας του ασύγχρονου κινητήρα η θερμοκρασία T μεταβάλλεται στο χώρο και στο χρόνο. Στη προκειμένη περίπτωση η εξίσωση θερμικής αγωγής, θεωρώντας ότι τα υλικά του κινητήρα έχουν την ίδια θερμική αγωγιμότητα προς κάθε κατεύθυνση, ορίζεται ως εξής:

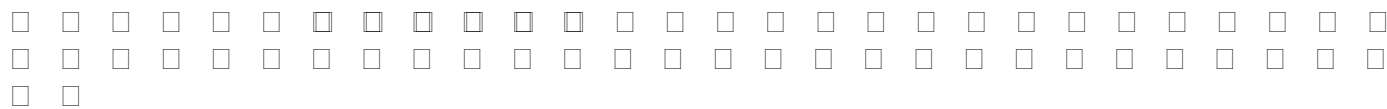
$$k_1 \left(\frac{J^2 T}{Jx^2} + \frac{J^2 T}{Jy^2} + \frac{J^2 T}{Jz^2} \right) + G = \rho c \frac{JT}{Jt} \quad (4.1)$$

,όπου T η θερμοκρασία σε K,
 K η θερμική αγωγιμότητα σε W/mK,
 G η παραγωγή θερμότητας εντός του κινητήρα ανά μονάδα όγκου σε W/m³,
 ρ η πυκνότητα του σώματος σε kg/m³ και
 c η ειδική θερμότητα σε J/kg * K.

Ο όρος $k \left(\frac{J^2 T}{Jx^2} + \frac{J^2 T}{Jy^2} + \frac{J^2 T}{Jz^2} \right)$ στο πρώτο μέλος της εξίσωσης θερμικής

αγωγής, αναφέρεται θερότητα που απάγεται μέσω του αέρα με το μηχανισμό της μεταφοράς και δε μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια στους στοιχειώδεις όγκους του κινητήρα. Ο όρος G της σχέσης (4.1) αναφέρεται στο ρυθμό παραγωγής θερμότητας, λόγω

απωλειών ανά μονάδα όγκου. Ο όρος $\rho c \frac{JT}{Jt}$ της εξίσωσης



αναφέρεται στο ρυθμό αποθήκευσης εσωτερικής ενέργειας ανά μονάδα μονάδα όγκου.

Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε για την ισχύ των απωλειών:

$$P_{losses} = \frac{dU}{dt} + P_{conv} \quad (4.2)$$

,όπου P_{losses} η ισχύς των απωλειών σε W,
 U η εσωτερική ενέργεια του κινητήρα σε J και
 P_{conv} η απαγόμενη ισχύς σε W.

Το ποσό της θερμότητας που απάγεται από την κάθε επιφάνεια είναι, σύμφωνα με τον νόμο του Newton ανάλογο της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ της επιφάνειας και του αέρα.

$$Q = h \cdot (T_s - T_f) \quad (4.3)$$

,όπου

Q η θερμική ροή σε W/m²,
 h ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας σε W/m²K,
 T_s η θερμοκρασία της επιφάνειας σε K και
 T_f η θερμοκρασία του αέρα σε K.

Σύμφωνα λοιπόν, με τα παραπάνω μπορούμε τελικά να γράψουμε για την ισχύ των απωλειών:

$$P_{losses} = C \frac{dT}{dt} + hA(T_s - T_f) \quad (4.4)$$

,όπου

h ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας σε W/m²K,
 A το συνολικό εμβαδό των οριακών επιφανειών σε m² και
 T_s η θερμοκρασία των οριακών επιφανειών σε K.

Η θερμοκρασία T στη μόνιμη θερμική κατάσταση λειτουργίας του ασύγχρονου κινητήρα, δεν μεταβάλλεται στο χρόνο, παρά μόνο στο χώρο. Η σχέση (4.1) της θερμικής εξίσωσης αγωγής γράφεται:

$$k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + G = 0 \quad (4.5)$$

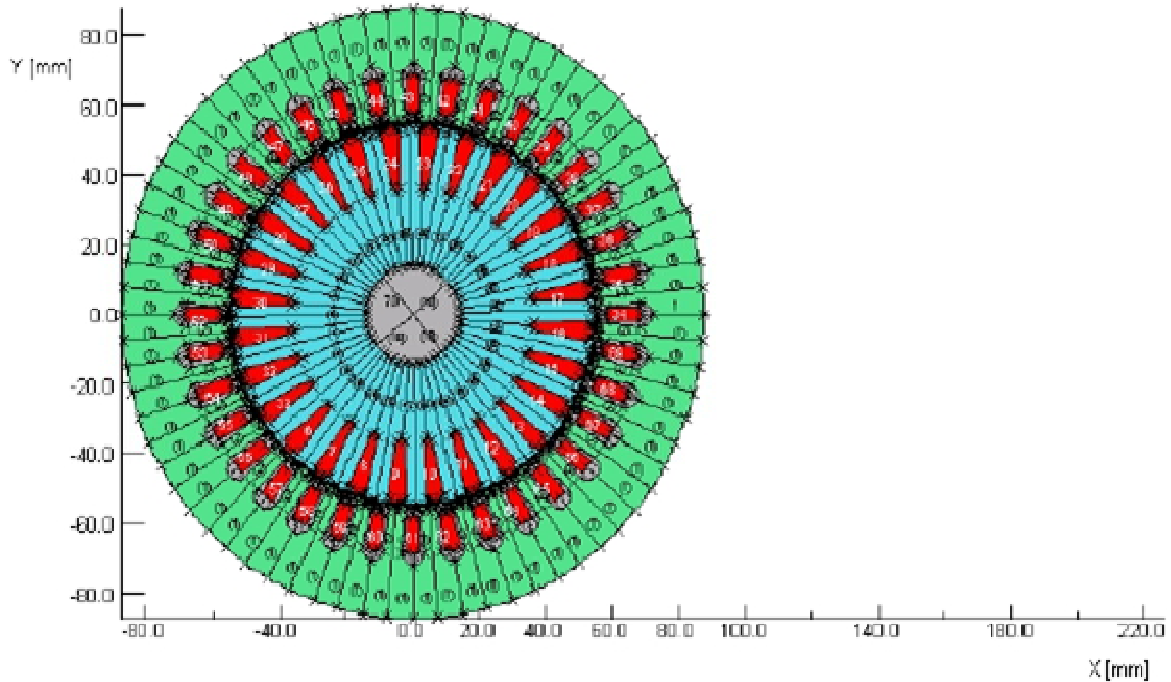
Η θερμική ροή που διαδίδεται με αγωγή στο εσωτερικό του κινητήρα διατηρείται σταθερή από τα σημεία των πηγών θερμότητας έως και τις οριακές επιφάνειες, διότι δεν απορροφάται κανένα μέρος της από το μέσο αγωγής.

Η κατανομή θερμοκρασίας στο χώρο λαμβάνεται από τη λύση της εξίσωσης θερμικής αγωγής (4.5). Καθώς η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, δε μεταβάλλεται ούτε η εσωτερική ενέργεια του κινητήρα, οπότε από τη σχέση (4.4) προκύπτει ότι όση θερμότητα παράγεται λόγω των απωλειών του κινητήρα, τόση απάγεται και μέσω του αέρα.

$$P_{\text{losses}} = h \cdot A \cdot (T_s - T_f) \quad (4.6)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

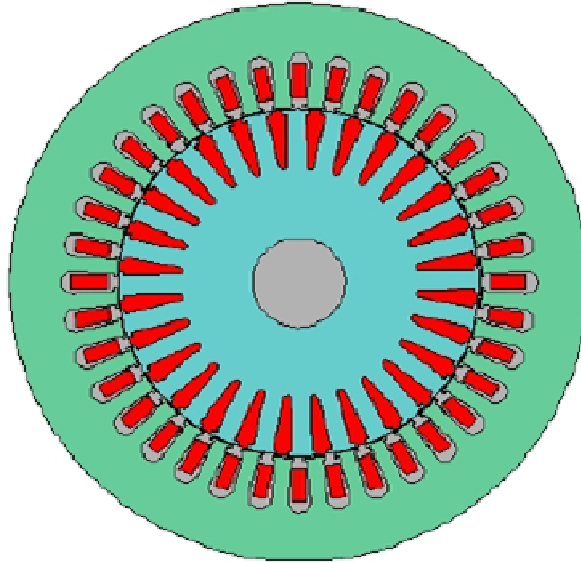
Ασύγχρονος Κινητήρας Με Τη Χρήση Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων



Σχήμα 5.1: Ασύγχρονος Κινητήρας Με Τη Χρήση Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων

5.1. Η Μέθοδος Των Πεπερασμένων Στοιχείων

Για να πραγματοποιηθεί ο υπολογισμός των πεπερασμένων στοιχείων, χρειάζεται να γίνει η προσομείωση του κινητήρα με τη χρήση ενός ειδικού προγράμματος σε δυσδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο (Σχήμα 1.16). Με τον συγκεκριμένο τρόπο λοιπόν, δεν διαπιστώνουμε την κατανομή της θερμοκρασίας αξονικά κατά μήκος του κινητήρα, αλλά μόνο ακτινικά σε μια τομή της. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να απλοποιείται το πρόβλημα μας και να μειώνεται το υπολογιστικό κόστος.



Σχήμα 5.2: Δυσδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο μηχανής

Η θερμοκρασία T του ασύγχρονου κινητήρα λαμβάνεται από τη λύση της εξίσωσης θερμικής αγωγής που αναφέρθηκε προηγουμένως, στο κεφάλαιο 4.

$$k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + G = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.1)$$

,όπου T η θερμοκρασία σε K,

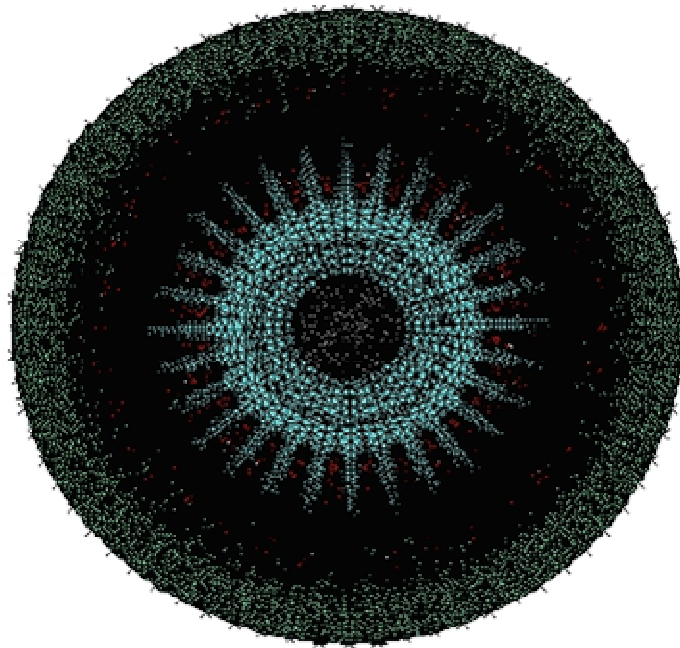
K η θερμική αγωγιμότητα σε W/mK,

G η παραγωγή θερμότητας εντός του κινητήρα ανά μονάδα όγκου σε W/m³,

ρ η πυκνότητα του σώματος σε kg/m³ και

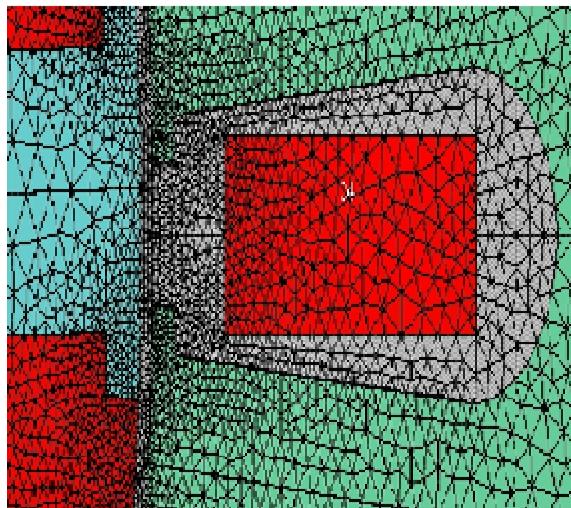
c η ειδική θερμότητα σε J/kg * K.

Η επίλυση της εξίσωσης αυτής είναι πρακτικά σχεδόν αδύνατη με χρήση αναλυτικών μεθόδων. Γι' αυτό και όπως αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου, τη δυνατότητα επίλυσης της σχέσης (5.1) με ικανοποιητικά ακριβή τρόπο, την παρέχει η ύπαρξη ενός ειδικού προγράμματος που εφαρμόζει την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 5.3: Πλέγμα του γεωμετρικού μοντέλου μηχανής

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το δυσδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο της μηχανής, διαιρείται σε μικρά τρίγωνα, όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε και στο σχήμα (1.17) δηλαδή. Το σύνολο τους καλείται πλέγμα (mesh). Κάθε τρίγωνο, ονομάζεται στοιχείο (element) και σχηματίζεται από την ένωση κόμβων (nodes). Η θερμοκρασία στους κόμβους του κάθε τριγώνου, υπολογίζεται με την επίλυση της εξίσωσης θερμικής αγωγής (5.1).



Σχήμα 5.4: Κατανομή πλέγματος στην περιοχή του διακένου

Η ακρίβεια του πλέγματος αυξάνεται, όταν η κατανομή του είναι πυκνότερη, δηλαδή όταν αυξάνεται το πλήθος των στοιχείων του σε μια περιοχή. Αυτό συμβαίνει, διότι κάποιες περιοχές του κινητήρα απαιτούν μεγαλύτερη ακρίβεια από άλλες.

Από την εξίσωση θερμικής αγωγής (5.1), παρατηρούμε ότι στη μόνιμη κατάσταση, όρος $\rho c \frac{JT}{Jt}$ είναι μηδέν και τα μεγέθη ρ (πυκνότητα) και c (ειδική θερμότητα) δεν χρειάζεται να οριστούν. Έχουμε δηλαδή:

$$k\left(\frac{J^2 T}{Jx^2} + \frac{J^2 T}{Jy^2} + \frac{J^2 T}{Jz^2}\right) + G = 0$$

,όπου k η θερμική αγωγιμότητα σε W/mK.

5.2. Διαδικασία Επίλυσης Θερμικού Προβλήματος

Η προσομοίωση του θερμικού μοντέλου του κινητήρα, χρειάζεται ως εισόδους πίνακες όπου καταγράφονται οι απώλειες για κάθε στοιχείο (element). Για την κατασκευή των συγκεκριμένων πινάκων, χρειάζεται να γίνει με το πρόγραμμα δυναμική ηλεκτρομαγνητική ανάλυση του κινητήρα και από τη διαδικασία αυτή προκύπτουν τέσσερις πίνακες απωλειών για:

- Το τύλιγμα χαλκού του στάτη,
- Τον σίδηρο του στάτη,
- Τις μπάρες αλουμινίου του δρομέα και
- Το σίδηρο του δρομέα.

5.3. Απώλειες Στην Υγιά Μηχανή

Αρχικά θα προσομοιωθεί η υγιά ασύγχρονη μηχανή. Θα γίνει εφαρμογή της δυναμικής ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης του κινητήρα και με τα δεδομένα που θα προκύψουν θα δημιουργηθούν οι πίνακες των απωλειών για το τύλιγμα χαλκού του στάτη, το σίδηρο του στάτη, τις μπάρες αλουμινίου του δρομέα και το σίδηρο του δρομέα.

5.3.1. Απώλειες Χαλκού Στάτη

Οι απώλειες χαλκού στάτη δίνονται από τον τύπο:

$$P_{Cu} = I_{ARMS}^2 \cdot R + I_{BRMS}^2 \cdot R + I_{CRMS}^2 \cdot R = (I_{ARMS}^2 + I_{BRMS}^2 + I_{CRMS}^2) R \quad (5.2)$$

,όπου:

I_{ARMS} , I_{BRMS} , I_{CRMS} είναι τα ενεργά ρεύματα ανά φάση που ρέουν στα τυλίγματα των φάσεων του στάτη και

R η αντίσταση μιας φάσης των τυλιγμάτων του στάτη.

Από τα δεδομένα της δυναμικής ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης, είναι γνωστές οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος I_A, I_B, I_C για κάθε φάση του τυλίγματος του στάτη. Για να υπολογίσουμε την ενεργό τιμή του ρεύματος κάθε φάσης χρησιμοποιούμε τον εξής τύπο:

$$I_{ARMS} = \sqrt{I^2_A}$$

Η ενεργός τιμή σχετίζεται με την ηλεκτρική ενέργεια που μπορεί να αποδώσει το σήμα. Στην περίπτωση των ημιτονικών σημάτων ισούται με: $I_{rms} = I_{max}/\sqrt{2}$

$$I_{BRMS} = \sqrt{I^2_B}$$

$$I_{CRMS} = \sqrt{I^2_C}$$

Έτσι, για μια περίοδο του σήματος βρίσκουμε τη μέση τιμή του τετραγώνου των στιγμιαίων τιμών των ρευμάτων κάθε φάσης. Για το άθροισμα των τετραγώνων των τιμών τους έχουμε:

$$I^2_{ARMS} + I^2_{BRMS} + I^2_{CRMS} \text{ σε (A)}$$

Έχοντας λοιπόν υπολογίσει, το ενεργό ρεύμα που ρέει στις φάσεις των τυλιγμάτων περνούμε από τη σχέση (5.2) για τον υπολογισμό των απωλειών χαλκού στο σήμα.

5.3.2. Απώλειες Αλουμινίου Δρομέα

Οι απώλειες αλουμινίου στο δρομέα για μία μπάρα δίνονται από τον τύπο:

$$P_{al} = I^2_{RMS} \cdot R_{al} \quad (5.3)$$

,όπου:

I_{RMS} είναι ενεργό ρεύμα που ρέει σε μια μπάρα και

R_{al} η αντίσταση μιας μπάρας.

Από τα δεδομένα της δυναμικής ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης, μας είναι γνωστές οι στιγμιαίες τιμές της πυκνότητας του ηλεκτρικού ρεύματος στις μπάρες του δρομέα. Για τον υπολογισμό των αντίστοιχων στιγμιαίων ρευμάτων I σε μία μπάρα θα εφαρμόσουμε διπλό ολοκλήρωμα στην επιφάνεια της μπάρας για μια περίοδο. Έτσι, έχουμε:

$$I = \oint_{Bar} J dS$$

Συνεχίζοντας, βρίσκουμε τη μέση τιμή του τετραγώνου των στιγμιαίων τιμών των ρευμάτων που προέκυψαν από την παραπάνω επαναλαμβανόμενη διαδικασία για μια μπάρα. Κι έχουμε:

$I_{RMS} = \sqrt{I^2}$ Όπου και βρίσκουμε και το I_{RMS} για μια μπάρα.

Η αντίσταση R_{al} θα υπολογιστεί από τη παρακάτω σχέση:

$$R = \frac{r l}{A}$$

,όπου: A το εμβαδόν μιας μπάρας,
 λ το μήκος μιας μπάρας και
 $\rho = 1/\sigma$

Έτσι βρίσκουμε τις απώλειες αλουμινίου μιας μπάρας, επιστρέφοντας στη σχέση (5.3).

5.3.3. Απώλειες Σιδήρου

Οι απώλειες σιδήρου διακρίνονται σε απώλειες υστέρησης και απώλειες δινορευμάτων. Στη συνέχεια οι δύο αυτές κατηγορίες αντιμετωπίζονται ξεχωριστά η μία από την άλλη. Ο υπολογισμός των απωλειών υστέρησης, τόσο στο στάτη, όσο και στο δρομέα βασίζεται στο νόμο υστέρησης του Steinmetz. Για τον υπολογισμό της πυκνότητας απωλειών υστέρησης στα στοιχεία του μοντέλου, όπου αυτές εμφανίζονται, εφαρμόζεται η παρακάτω σχέση:

$$G_h = \rho_{Fe} \cdot k_h \cdot f \cdot B_{max}^2 \quad (5.4)$$

,όπου G_h η πυκνότητα απωλειών υστέρησης σε W/m^3 ,
 ρ_{Fe} η πυκνότητα μάζας του σιδήρου σε kg/m^3 ,
 k_h ο συντελεστής υστέρησης,
 f η χρονική συχνότητα του μαγνητικού πεδίου σε Hz και
 B_{max} το πλάτος της μαγνητικής επαγωγής σε T.

Η κατανομή των απωλειών δινορευμάτων στο στάτη, βρίσκεται με βάση το νόμο δινορευμάτων του Steinmetz. Η πυκνότητα αυτών των απωλειών δίνεται από τη σχέση:

$$G_e = \rho_{Fe} \cdot k_e \cdot f^2 \cdot B_{max}^2 \quad (5.5)$$

,όπου G_e η πυκνότητα απωλειών υστέρησης σε W/m^3 και
 k_e ο συντελεστής δινορευμάτων.

Οι συντελεστές υστέρησης και δινορευμάτων υπολογίζονται σε επόμενη ενότητα.

5.3.3.1 Συντελεστής Υστέρησης και Δινορευμάτων

Ο συντελεστής υστέρησης και δινορευμάτων, είναι απαραίτητοι για τον υπολογισμό των αντίστοιχων απωλειών. Ελλείπει της καμπύλης απωλειών σιδήρου συναρτήσεως της συχνότητας, ο υπολογισμός των δύο συντελεστών γίνεται προσεγγιστικά θεωρώντας μία λογική αναλογία μεταξύ των δύο συντελεστών. Σύμφωνα με τους νόμους του Steinmetz οι συνολικές απώλειες ανά μονάδα μάζας υπολογίζονται από τη σχέση:

$$p \propto k_h \propto f \propto B_{2max} \propto k_e \propto f^2 \propto B_{2max}$$

5.3.3.2 Σημασία Συνυπολογισμού Αρμονικών

Στις σχέσεις (5.4) και (5.5), οι τιμές της μαγνητικής επαγωγής B εμπεριέχουν συνιστώσες αρμονικών, οι οποίες αντιστοιχούν σε συχνότητες διαφορετικές της βασικής.

Για να είναι ο υπολογισμός των απωλειών ακριβής, πρέπει να εφαρμοσθούν οι παραπάνω σχέσεις για κάθε αρμονική ξεχωριστά. Σε κάθε αρμονική αντιστοιχεί μια μία συχνότητα πολλαπλάσια της βασικής και αυτή πρέπει να χρησιμοποιείται στους τύπους. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζονται οι απώλειες σιδήρου που αντιστοιχούν σε κάθε αρμονική ξεχωριστά και με πρόσθεση τους λαμβάνονται οι συνολικές απώλειες σιδήρου.

5.4. Απώλειες Ασύγχρονου Κινητήρα Σε περίπτωση Σφάλματος Μιας Σπασμένης Μπάρας Του Δρομέα

Για τη προσομοίωση μηχανής σε περίπτωση σπασμένης μπάρας του δρομέα, θεωρούμε στο αρχικό μοντέλο για την υγιή μηχανή, ότι η ηλεκτρική αγωγιμότητα μίας μπάρας είναι ίση με τη μονάδα και αποσυνδέουμε την εν λόγω μπάρα από τον δακτυλιοφόρο δρομέα. Με αυτόν τον τρόπο, καταφέρνουμε να μην επάγονται ρεύματα στη συγκεκριμένη μπάρα.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την εύρεση απωλειών σε τέτοια περίπτωση, είναι η ίδια που ακολουθήσαμε και για την υγιή μηχανή.

5.4.1. Απώλειες Χαλκού Στάτη

Οι απώλειες χαλκού στάτη δίνονται από τον τύπο:

$$P_{Cu} = I_{ARMS}^2 \cdot R + I_{BRMS}^2 \cdot R + I_{CRMS}^2 \cdot R = (I_{ARMS}^2 + I_{BRMS}^2 + I_{CRMS}^2) R \quad (5.6)$$

,όπου:

I_{ARMS} , I_{BRMS} , I_{CRMS} είναι τα ενεργά ρεύματα που ρέουν στα τυλίγματα των φάσεων του στάτη και

R η αντίσταση μιας φάσης των τυλιγμάτων του στάτη.

Από τα δεδομένα της δυναμικής ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης, είναι γνωστές οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος I_A, I_B, I_C για κάθε φάση του τυλίγματος του στάτη. Για να υπολογίσουμε την ενεργό τιμή του ρεύματος κάθε φάσης χρησιμοποιούμε τους εξής τύπους:

$$I_{ARMS} = \sqrt{I_A^2}$$

$$I_{BRMS} = \sqrt{I_B^2}$$

$$I_{CRMS} = \sqrt{I_C^2}$$

Έτσι, για μια περίοδο του στάτη βρίσκουμε τη μέση τιμή του τετραγώνου των στιγμιαίων τιμών των ρευμάτων κάθε φάσης. Για το άθροισμα των τετραγώνων των τιμών τους έχουμε:

$$I_{ARMS}^2 + I_{BRMS}^2 + I_{CRMS}^2 = \sigma \epsilon (A)$$

Έχοντας λοιπόν υπολογίσει, το ενεργό ρεύμα που ρέει στις φάσεις των τυλιγμάτων περνούμε από τη σχέση (5.2) για τον υπολογισμό των απωλειών χαλκού στο στάτη.

5.5. Ισολογισμός Ισχύος

Η κατανομή της ενεργού ισχύος ενός ασύγχρονου κινητήρα, εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$P_{out} = P_{in} - P_{losses} \quad (5.7)$$

,όπου: P_{out} η ισχύς εξόδου του κινητήρα σε W,
 P_{in} η ισχύς εισόδου του κινητήρα σε W και
 P_{losses} η ισχύς των συνολικών απωλειών του κινητήρα σε W.

Η ισχύς εισόδου του κινητήρα, είναι αυτή που προκύπτει, λόγω της τάσης που εφαρμόζεται στις τρεις φάσεις του στάτη, η οποία προκαλεί ροή ρεύματος στο τριφασικό τύλιγμα. Άρα ισχύει:

$$P_{in} = 3 \cdot V_S \cdot I_S \cdot \cos\phi_s \quad (5.8)$$

,όπου: V_S η φασική τάση του στάτη σε V,
 I_S το ανά ρεύμα του στάτη σε A και
 $\cos\phi_s$ ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα.

Από την ισχύ εισόδου στον κινητήρα, ένα τμήμα καταναλώνεται στις απώλειες του στατη, δηλαδή στις απώλειες χαλκού P_{CuS} στα τυλίγματα, στις απώλειες σιδήρου P_{FeS} στον πυρήνα του στάτη και στις επιπρόσθετες απώλειες του στάτη P_{strS} . Η ισχύς που απομένει, μετά την αφαίρεση των απωλειών, ονομάζεται ισχύς διακένου $P_{air-gap}$ και ισχύει λοιπόν:

$$P_{air-gap} = P_{in} - (P_{CuS} + P_{FeS} + P_{strS}) \quad (5.9)$$

Στη συνέχεια από την ισχύ $P_{air-gap}$ του διακένου, ένα κλάσμα καταναλώνεται στις απώλειες του δρομέα, δηλαδή στις απώλειες αλουμινίου P_{CuR} στις μπάρες, στις απώλειες σιδήρου P_{FeR} στον πυρήνα του δρομέα, στις μηχανικές απώλειες $P_{μηχ}$, λόγω της κίνησης του δρομέα και στις επιπρόσθετες απώλειες P_{strR} του δρομέα. Η ισχύς που απομένει, αφού αφαιρεθούν και οι απώλειες του δρομέα, είναι η μηχανική ισχύς στον άξονα του κινητήρα, δηλαδή η ωφέλιμη ισχύς P_m .

$$P_m = P_{air-gap} - (P_{CuR} + P_{μηχ} + P_{FeR} + P_{strR}) \quad (5.10)$$

Η σχετική συχνότητα του δρομέα ως προς το πεδίο είναι πολύ μικρή στη μόνιμη λειτουργία και η ισχύς P_{FeR} είναι αμελητέα.

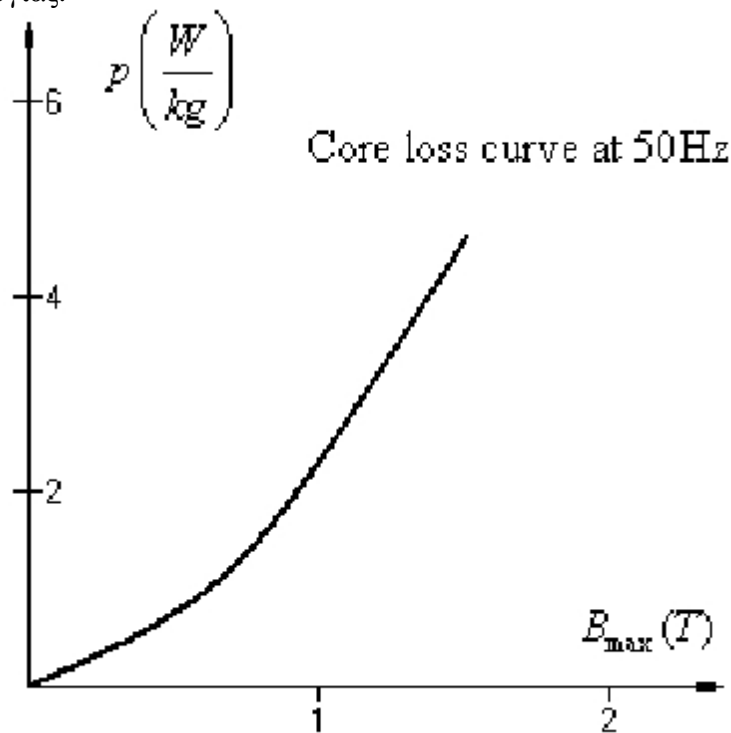
Βιβλιογραφία

- [1] Στέλλας Δ., Θερμική ανάλυση ασύγχρονου κινητήρα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, Πανεπιστήμιο Πατρών 2009.
- [2] Αθ. Σαφάκας, Ηλεκτρικές Μηχανές Α, Πανεπιστήμιο Πατρών 2005.
- [3] C. Micallef, End winding cooling in electric machines, Thesis, University of Nottingham 2006.
- [4] el.wikipedia.org
- [5] Τσανταρλιώτης Λ., Ανάλυση θερμικής κατανομής ασύγχρονης τριφασικής μηχανής βραχυκυκλωμένου δρομέα σε περιπτώσεις υγιούς μηχανής και σε περιπτώσεις σφαλμάτων στον κλωβό.
- [6] J. Saari:Thermal analysis of high-speed induction machines, Helsinki University of Technology, Electrical engineering series no.90, 1997.
- [7] Ασημακόπουλος Δ., Λυγερού Β., Αραμπατζής Γ., Μεταφορά Θερμότητας, Εκδόσεις Παπασωτηρίου 2009.
- [8] www.google.gr (μηχανή αναζήτησης).
- [9] Stephen J. Chapman, Electric Machinery Fundamentals, third edition, McGraw, Hill 2000.

Παράρτημα

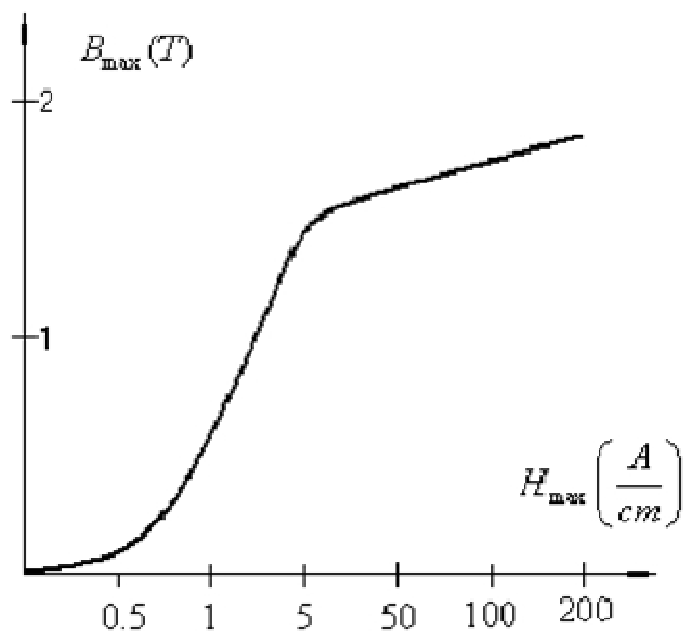
Μαγνητικές Ιδιότητες Και Απώλειες Σιδήρου

Στο Σχήμα 7.1, απεικονίζεται η καμπύλη των απωλειών σιδήρου ανά μονάδα μάζας στο στάτη του κινητήρα συναρτήσει της μέγιστης μαγνητικής επαγωγής για ονομαστική συχνότητα λειτουργίας.



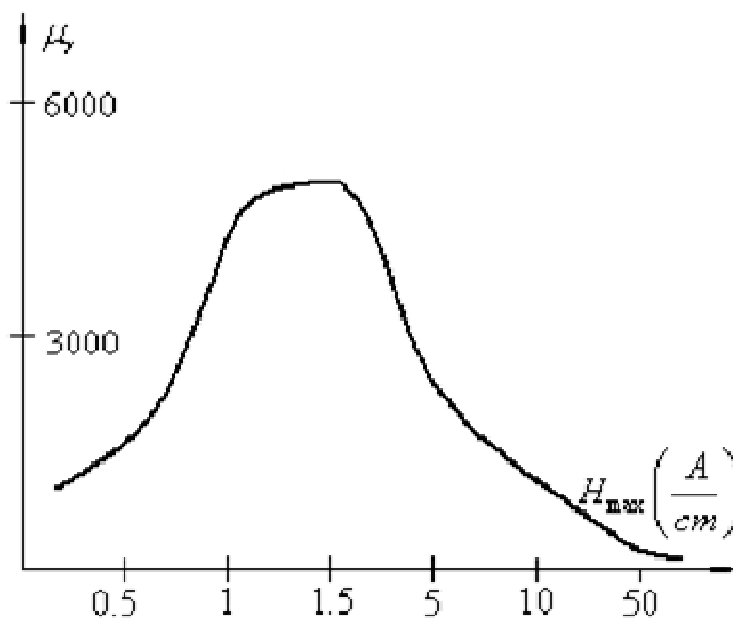
Σχήμα 7.1: Καμπύλη απωλειών σιδήρου συναρτήσει της μαγνητικής επαγωγής.

Στο παρακάτω σχήμα, δηλαδή Σχήμα 7.2 αναπαρίσταται η καμπύλη πρώτης μαγνήτισης του σιδήρου του κινητήρα.



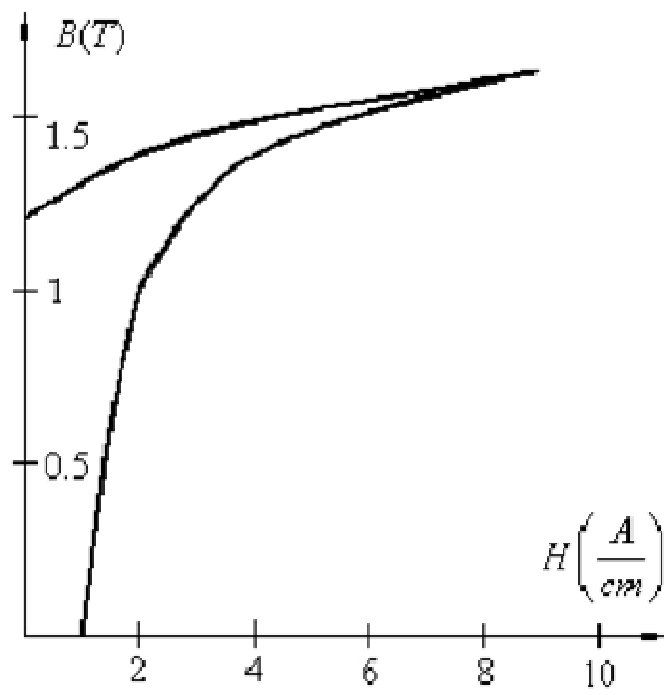
Σχήμα 7.2: Καμπύλη πρώτης μαγνήτισης.

Στο Σχήμα 7.3, φαίνεται η καμπύλη της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας του σιδήρου του κινητήρα, συναρτήσει του πλάτους του μαγνητικού πεδίου.



Σχήμα 7.3: Καμπύλη σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας.

Στο Σχήμα 7.4, προσδιορίζεται το θετικό τμήμα του βρόχου υστέρησης του σιδήρου του κινητήρα.



Σχήμα 7.4: Τμήμα βρόχου