



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**«Μαθηματική Μελέτη της Τεχνικής Ray Tracing
στο Κέντρο του Πύργου Ηλείας»**

Καβαδιάς Αλέξανδρος ΑΜ:0032

Επιβλέπων καθηγητής: Δρ. Λούβρος Σπυρίδων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στόχος της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας είναι ο υπολογισμός των απωλειών οδεύσεως κατά τη ραδιοδιάδοση ενός σήματος βάσει της τεχνικής Ray Tracing και κατ'έκταση ο υπολογισμός της ισχύς λήψης του δέκτη. Η μαθηματική μελέτη της τεχνικής αυτής θα πραγματοποιηθεί λαμβάνοντας υπ' όψη μας μια σειρά παραμέτρων και στη συνέχεια τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν με τη βοήθεια γραφικών παραστάσεων.

Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο κεφάλαιο θα περιγραφούν οι βασικοί μηχανισμοί διάδοσης των ηλεκτομαγνητικών σημάτων αλλά και τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα κατά την εκπομπή/λήψη ενός ραδιοσήματος. Με στόχο την καλύτερη κατανόηση των μηχανισμών αυτών έχουν ολοκληρωθεί και παρατεθεί οι αντίστοιχες γραφικές απεικονήσεις. Όλα αυτά είναι καθοριστικά για την εύρεση των απωλειών οδεύσεως άρα και της τελικής εκπεμπόμενης ισχύος.

Στη συνέχεια θα γίνει μια αναφορά στα διάφορα μοντέλα διάδοσης των ραδιοσημάτων καθώς και στις μαθηματικές εξισώσεις που τα περιγράφουν. Ο κάθε ερευνητής, όπως και στη παρούσα εργασία, εφαρμόζει σύμφωνα με το περιβάλλον στο οποίο γίνεται η ραδιοδιάδοση και τις συνθήκες που επικρατούν σε αυτό, το αντίστοιχο μοντέλο.

Στο τρίτο κεφάλαιο θα περιγραφεί αναλυτικά η τεχνική Ray Tracing. Στη συνέχεια θα μελετηθούν οι παράγοντες που επηρεάζουν την ραδιοδιάδοση βάσει της τεχνικής αυτής, η εξίσωση που μας δίνει τις απώλειες οδεύσεως βάσει της Ray Tracing, η εξίσωση που μας δίνει τον συντελεστή Fresnel και τέλος θα παρουσιαστούν γραφικές παραστάσεις για την κατανόηση των εξισώσεων αυτών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν δύο παραδείγματα της τεχνικής Ray Tracing σε προσχεδιασμένο αστικό περιβάλλον. Πιο συγκεκριμένα θα μελετηθεί η εφαρμογή της τεχνικής αυτής και, με τη βοήθεια των μαθηματικών (θα παρουσιαστούν αναλυτικά οι πράξεις) θα βρεθεί η τελική λαμβανόμενη ισχύς στο δέκτη και θα παρουσιαστεί γραφικά, για κάθε παράδειγμα ξεχωριστά.

Τέλος στο πέμπτο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί λεπτομερειακά ένα παράδειγμα εφαρμογής της τεχνικής Ray Tracing σε πραγματικό αστικό περιβάλλον, στο κέντρο του Πύργου Ηλείας.

Φυσικά αυτή η Πτυχιακή Εργασία θα μπορούσε να αποτελέσει βάση για περαιτέρω έρευνα μέσω της οποίας θα μπορούσαν να γίνουν μετρήσεις στο περιβάλλον που ήδη εφαρμόστηκε η τεχνική Ray Tracing και τα αποτελέσματα των μετρήσεων να συγκριθούν με τα αποτελέσματα της μαθηματικής μελέτης της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ : ΒΑΣΙΚΟΙ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΡΑΔΙΟΣΗΜΑΤΩΝ.....	6
1.1. Εισαγωγικά.....	6
1.2. Μηχανισμοί Ραδιοδιάδοσης.....	7
1.2.1. Ανάκλαση.....	9
1.2.2. Περίθλαση.....	10
1.2.3. Σκέδαση.....	11
1.2.4. Πολυδιαδρομική Διάδοση.....	12
1.3. Φαινόμενα Ραδιοδιάδοσης.....	14
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ : ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΔΙΟΣΗΜΑΤΩΝ.....	16
2.1. Εισαγωγικά.....	16
2.2. Μοντέλο ελεύθερου χώρου Free Space.....	17
2.3. Μοντέλο γήινης επιφάνειας Planet Earth.....	18
2.4. Μοντέλο Eglí.....	19
2.5. Μοντέλο Λογαριθμικής Απόστασης.....	20
2.6. Μοντέλο Carey.....	22
2.7. Μοντέλο ελεύθερου χώρου (Friis)	23
2.8. Μοντέλο Longley Rice.....	24
2.9. Μοντέλο Lee.....	27
2.10. Μοντέλο Terrain Intergated Rough Earth Model (TIREM).....	28
2.11. Μοντέλο EPM-73, High Antenna/Low Antenna.....	29
2.12. Μοντέλο CCIR.....	30
2.13. Μοντέλο Okumura.....	31
2.14. Μοντέλο Hata.....	38

2.15. Μοντέλο Bertonni-Walfish.....	40
2.16. Μοντέλο Walfish-Ikegami.....	41
2.17. Μοντέλο Ray Tracing.....	44
2.18. Συγκριτικά στοιχεία για τα μοντέλα διάδοσης των ραδιοσημάτων.....	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ : ΤΕΧΝΙΚΗ RAY TRACING.....	48
3.1. Εισαγωγικά.....	48
3.2. Τεχνική Ray Tracing.....	49
3.2.1. Ray Tracing Αλγόριθμος	52
3.2.2. Τεχνικές Υλοποίησης Ray Tracing.....	53
3.2.3. Επίδραση Βλάστησης.....	54
3.2.4. Επανάληψη Μετρήσεων.....	55
3.3. Γραφικές Παραστάσεις συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη διηλεκτική σταθερά για διαφορετικές τιμές της γωνίας πρόσπτωσης	56
3.4. Γραφικές Παραστάσεις συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης για διαφορετικές τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς.....	62
3.5.Τρισδιάστατες Γραφικές Παραστάσεις.....	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ : ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ.....	74
4.1. Μαθηματική μελέτη τεχνικής Ray Tracing σε αστικό περιβάλλον με τυχαίες ανακλάσεις σε γυαλί και επιφάνεια από τούβλα (Εφαρμογή Πρώτη)	75
4.1.1. Γραφική Παράσταση απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή.....	82
4.1.2. Γραφική Παράσταση ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή.....	85
4.2. Μαθηματική μελέτη τεχνικής Ray Tracing σε αστικό περιβάλλον με τυχαίες ανακλάσεις σε γυαλί και επιφάνεια από τούβλα.Επιπλέον απώλειες λόγω βλάστησης (Εφαρμογή Δεύτερη)	87
4.2.1. Γραφική Παράσταση απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Δεύτερη Εφαρμογή.....	94

4.2.2. Γραφική Παραστάση ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Δεύτερη Εφαρμογή.....	97
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ : ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟΝ ΠΥΡΓΟ ΗΛΕΙΑΣ.....	99
5. Εισαγωγικά.....	99
5.1. Εφαρμογή στην Κεντρική Πλατεία του Πυργου Ηλείας.....	100
5.2. Εφαρμογή στην Κεντρική Πλατεία του Πυργου Ηλείας με διαφορετικό τύπο κεραίας.....	111
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	114
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	118
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΙΝΑΚΩΝ – ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....	118
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	121
ΚΩΔΙΚΑΣ ΜΑΤLAB.....	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	145
ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΑΣΥΡΜΑΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ.....	145
ΕΚΠΟΜΠΗ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ.....	147
ΚΕΡΑΙΕΣ.....	153
ΟΠΤΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.....	154
ΟΠΤΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ: ΧΡΗΣΗ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.....	160
ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ MAXWELL.....	163
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	172

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ: ΒΑΣΙΚΟΙ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΡΑΔΙΟΣΗΜΑΤΩΝ

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Οι κινητές επικοινωνίες χρησιμοποιούν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κυρίως στις ζώνες συχνοτήτων Very Low Frequency, Ultra High Frequency, Super High Frequency [Πίνακας 1.1], η οποία διαδίδεται στην ατμόσφαιρα, κοντά στην επιφάνεια της γης. Τα σημαντικότερα προβλήματα στην ασύρματη διάδοση είναι οι παρεμβολές, τα φυσικά εμπόδια, οι ανθρώπινες κατασκευές και η διάδοση πολλαπλών διαδρομών. Η κίνηση του τερματικού θέτει επιπρόσθετες δυσκολίες καθώς καθιστά τα παραπάνω φαινόμενα χρονικά και χωρικά μεταβαλλόμενα. Σκοπός είναι η επίτευξη μίας αξιόπιστης επικοινωνίας, η οποία εξαρτάται κυρίως από την κατανομή της μέσης ηλεκτρομαγνητικής ισχύος στη συγκεκριμένη περιοχή. Η ένταση της ισχύος θα πρέπει να καλύπτει τις απαιτήσεις της ασύρματης ζεύξης, χωρίς ωστόσο να προκαλεί παρεμβολές σε άλλες.

Όμως ακόμη και αν η διαθέσιμη ισχύς βρίσκεται στα επιθυμητά επίπεδα, μπορούν να εμφανιστούν σφάλματα για διάφορους λόγους, όπως οι απότομες τυχαίες κινήσεις ή η διασυμβολική παρεμβολή. Γι' αυτό ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ποιότητα του σήματος. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά με κυρίαρχα τη κινητικότητα και το περιβάλλον διάδοσης, είναι αυτά που καθορίζουν τα βασικά όρια της έκτασης της κάλυψης, το ρυθμό μετάδοσης και την αξιοπιστία της επικοινωνίας. Τα χαρακτηριστικά του ασύρματου καναλιού διαφέρουν ανάλογα με τη συχνότητα λειτουργίας, τον τρόπο και το περιβάλλον διάδοσης.

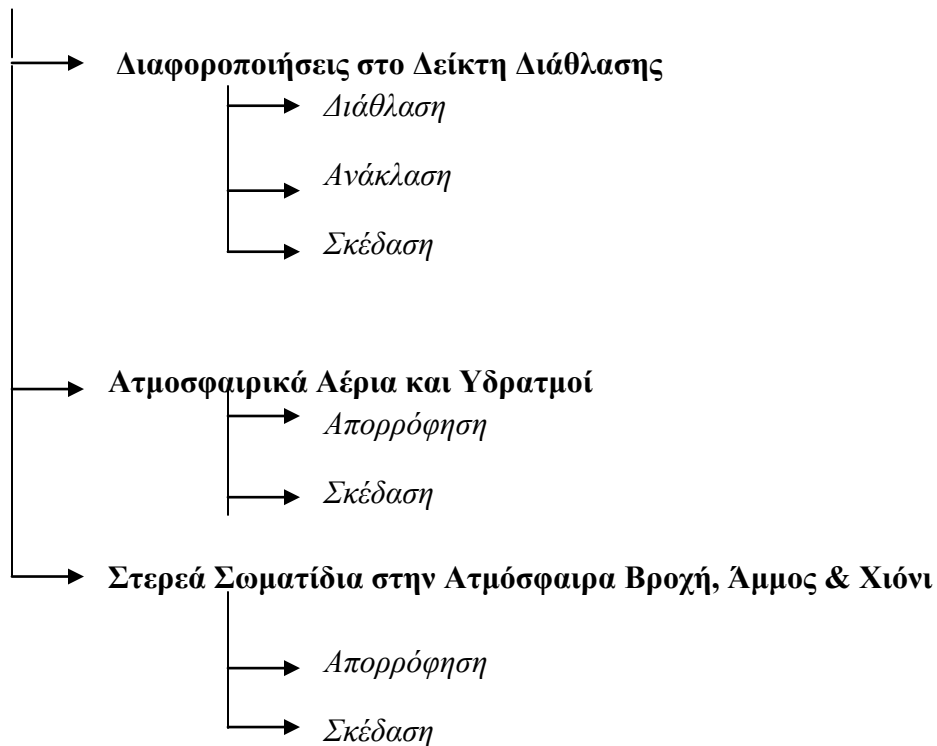
ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΖΩΝΗΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ
Extremely Low Frequency (ELF)	< 3 KHz
Very Low Frequency (VLF)	3 KHz – 30 KHz
Low Frequency (LF)	30 KHz – 300 KHz
Medium Frequency (MF)	300 KHz – 3 MHz
High Frequency (HF)	3 MHz – 30 MHz
Very High Frequency (VHF)	30 MHz – 300 MHz
Ultra High Frequency (UHF)	300 MHz – 3 GHz
Super High Frequency (SHF)	3 GHz – 30 GHz
Extra High Frequency (EHF)	30 GHz – 300 GHz

Πίνακας 1.1. Ζώνες Συχνοτήτων

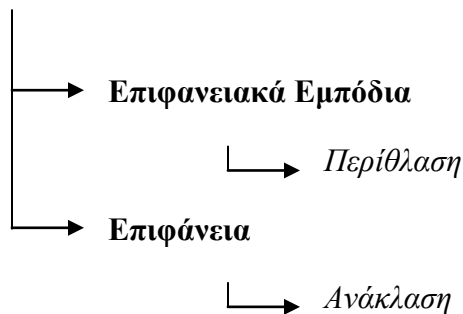
1.2. ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΡΑΔΙΟΔΙΑΔΟΣΗΣ

Η διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων βασίζεται σε βασικούς μηχανισμούς και φαινόμενα, τα οποία επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την ισχύ που θα λάβει τελικά ο δέκτης. Έτσι, γίνεται κατανοητός ο άμεσος ρόλος που διαδραματίζει το περιβάλλον διάδοσης στην ποιότητα και στο μέγεθος αλλοίωσης του σήματος που τελικά φτάνει στον δέκτη.

- **Διάδοση Ελεύθερου Χώρου**
- **Επίδραση της Ατμόσφαιράς**



- **Επίδραση του Εδάφους**



Σχήμα.1.1. Βασικοί μηχανισμοί και φαινόμενα στη διάδοση των ραδιοκυμάτων

Στην περιοχή των $900\text{MHz} - 2000\text{MHz}$ τα ραδιοσήματα μεταδίδονται μέσω κυμάτων χώρου (space waves). Στις συχνότητες αυτές τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα εξασθενούν σημαντικά κατά την διάδοσή τους κοντά στο έδαφος, ενώ όταν μεταδίδονται μέσω υψηλών στρωμάτων της ατμόσφαιρας περνούν στην Ιονόσφαιρα και ένα μικρό μέρος της ισχύος τους ανακλάται πίσω στη γη. Εκτός από την απευθείας συνιστώσα του κύματος (direct), υπάρχουν τρεις βασικοί μηχανισμοί ραδιοδιάδοσης : η ανάκλαση (reflection), η περίθλαση (diffraction) και η σκέδαση (scattering). Στις συνήθεις περιπτώσεις, το σήμα φτάνει στον δέκτη με τους τρεις παραπάνω μηχανισμούς να επιδρούν αδιάλειπτα σε αυτό. Η εκάστοτε επίδραση παρουσιάζεται με συγκεκριμένο τρόπο στις διαφορετικές περιπτώσεις, όπως σ' αυτήν της οπτικής επαφής μεταξύ πομπού και δέκτη, όπου τα φαινόμενα της περίθλασης (diffraction) και της σκέδασης (scattering) ενδέχεται να μην επηρεάζουν την διάδοση του σήματος, και σ' αυτήν που ο δέκτης κινείται σε περιβάλλον πυκνοκατοικημένο, με εμπόδια και χωρίς οπτική επαφή, όπου πιθανότερα κυριαρχούν τα φαινόμενα της περίθλασης (diffraction) ή της σκέδασης (scattering). Στο πλαίσιο του κεντρικού νοήματος αναφέρεται και η έννοια της πολύοδης διάδοσης, όπου το σήμα φτάνει στον δέκτη ακολουθώντας πολλαπλές διαδρομές στις οποίες είναι δυνατό να υποστεί οιονδήποτε από τους παραπάνω μηχανισμούς διάδοσης.

Στις περισσότερες αστικές περιοχές τα σημερινά ασύρματα δίκτυα λειτουργούν χάρη στα προαναφερθέντα παραπάνω φαινόμενα, αφού είναι πολύ συχνό το φαινόμενο πομπός και δέκτης να μην έχουν οπτική επαφή, ή μεταξύ τους να παρεμβάλλονται κτίρια που προκαλούν απώλειες περίθλασης ή τυχόν ανακλάσεις στο μεταδιδόμενο σήμα. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται μνεία στους μηχανισμούς διάδοσης είναι γιατί αφενός, συνδέονται με την λαμβανόμενη από τον δέκτη ισχύ του σήματος, και αφετέρου με τον παράγοντα που καλείται να προβλέψει ένα εμπειρικό μοντέλο, δηλαδή την απώλεια δρόμου του σήματος (path loss).

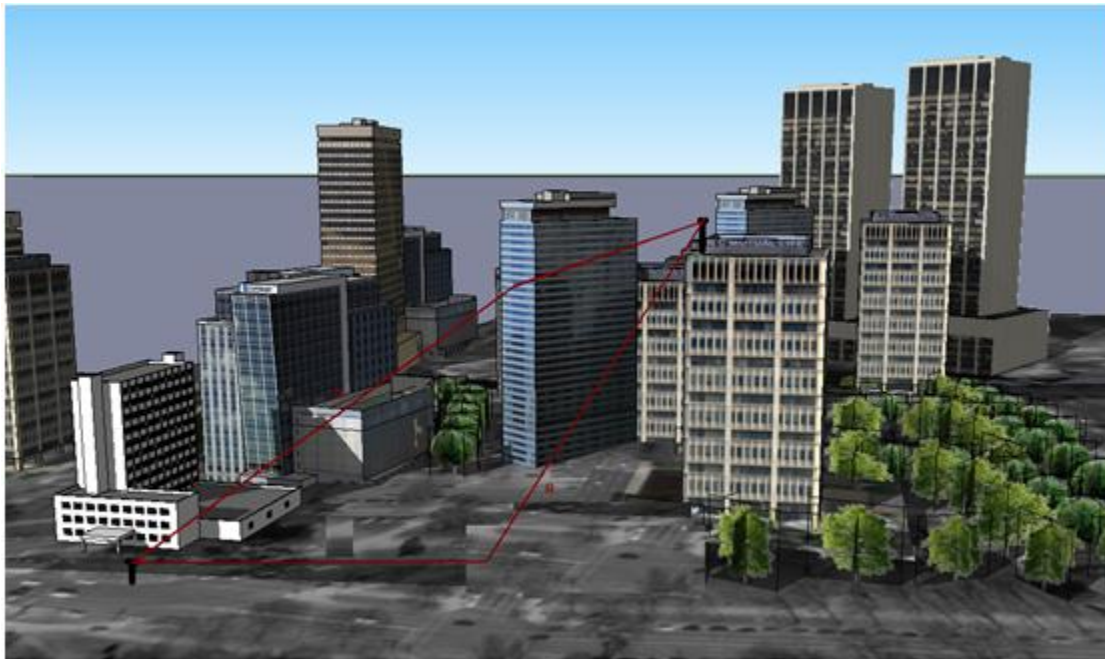
1.2.1. ΑΝΑΚΛΑΣΗ

Η **ανάκλαση** εμφανίζεται όταν ένα διαδιδόμενο ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσκρούσει σε αντικείμενο του οποίου οι διαστάσεις είναι πολύ μεγάλες συγκρινόμενες με το μήκος κύματος του διαδιδόμενου κύματος και το οποίο έχει διαφορετικά ηλεκτρικά χαρακτηριστικά, τότε το κύμα ανακλάται κατά ένα μέρος και συνεχίζει τη μετάδοση του κατά ένα άλλο μέρος.

Αν το επίπεδο κύμα προσκρούσει σε τέλειο διηλεκτρικό, τότε μέρος της ενέργειας μεταδίδεται στο δεύτερο μέσο και μέρος της ενέργειας του ανακλάται στο πρώτο μέσο, χωρίς να χαθεί πουθενά ενέργεια (απορρόφηση). Αν το δεύτερο μέσο είναι ιδανικός αγωγός, τότε όλη η προσπίπτουσα ενέργεια ανακλάται πίσω στο πρώτο μέσο, και πάλι χωρίς απώλειες.

Γενικά, τα χαρακτηριστικά των ανακλώμενων κυμάτων εξαρτώνται από τη συχνότητα, τη γωνία πρόσπτωσης, την πόλωση του κύματος, καθώς και από τη μορφολογία και τα διηλεκτρικά χαρακτηριστικά της ανακλαστικής επιφάνειας.

Ανακλώμενα κύματα μπορούν να παραχθούν μετά από πρόσκρουση των διαδιδόμενων κυμάτων στην επιφάνεια του εδάφους ή στα κτίρια. [Σχήμα 1.2.] Οι ανακλάσεις εδάφους επηρεάζουν τη διάδοση του κύματος στις αγροτικές περιοχές κατά κύριο λόγο ενώ στις αστικές περιοχές οι ανακλάσεις εδάφους περιορίζονται συχνά από συγκροτήματα κτιρίων, δέντρα κλπ. Αν όμως τα κύματα οδεύουν πάνω από σχετικά λείες επιφάνειες ή στρώματα νερού, οι ανακλάσεις εδάφους μπορούν να προκαλέσουν μεγάλες απώλειες.



Σχήμα 1.2. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης : ανάκλαση (R)

1.2.2. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

Η **περίθλαση** εμφανίζεται όταν ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη, στη διαδρομή του ραδιοκύματος παρεμβάλλεται αδιαπέραστο σώμα, φυσικό ή τεχνητό, με μεγαλύτερες διαστάσεις σε σχέση με το μήκος κύματος. Η περίθλαση επιτρέπει στα σήματα να διαδίδονται γύρω από την καμπύλη επιφάνεια της γης, πέρα από τον ορίζοντα ακόμα και να διαδίδονται πέρα από διάφορα εμπόδια. [Σχήμα 1.3.] Αν και το πεδίο της λαμβανόμενης ισχύος ελαττώνεται πολύ γρήγορα καθώς ο δέκτης προχωρά βαθύτερα στην εμποδιζόμενη (ή αλλιώς σκιασμένη) περιοχή, εξακολουθεί να υπάρχει το πεδίο της περίθλασης που συχνά είναι αρκετό για την παραγωγή ωφέλιμου σήματος. Το φαινόμενο της περίθλασης εξηγείται από την αρχή του Huygen. Αυτή η αρχή ορίζει ότι όλα τα σημεία του μετώπου (wavefront) της κυματομορφής μπορούν να θεωρηθούν σαν σημεία πηγών για την παραγωγή δευτερευόντων κυμάτων. Αυτά τα δευτερεύοντα κύματα συνδυάζονται ώστε να παραχθεί μία νέα κυματομορφή στη διεύθυνση της διάδοσης.

Η περίθλαση προκαλείται από τη διάδοση των δευτερευόντων κυμάτων σε σκιασμένη περιοχή. Το φαινόμενο της περίθλασης είναι το πλέον συχνό σε αστικές, πυκνοκατοικημένες περιοχές. Σε υψηλές συχνότητες το φαινόμενο της περίθλασης εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του εμποδίου, όπως και από το πλάτος, την φάση και την πόλωση του προσπίπτοντος κύματος στο σημείο στο οποίο λαμβάνει χώρα η περίθλαση.

Η περίθλαση εξηγεί τη μεταφορά RF ενέργειας από τον πομπό στο δέκτη χωρίς απευθείας μονοπάτι μεταξύ τους.



Σχήμα 1.3. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης: Περίθλαση (D)

1.2.3. ΣΚΕΔΑΣΗ

Η σκέδαση εμφανίζεται όταν το διαδιδόμενο ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσκρούει σε μία τραχεία επιφάνεια ή σε αντικείμενα με διαστάσεις ίσες ή μικρότερες του μήκους κύματος. [Σχήμα1.4.] Η σκέδαση, όπως και η διάχυση, έχει ως αποτέλεσμα την επανεκπομπή της ενέργειας προς πολλές διαφορετικές κατευθύνσεις. Έχει αποδειχθεί ότι η σκέδαση είναι ο πιο δύσκολο προβλέψιμος μηχανισμός διάδοσης στα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών. Σκέδαση μπορεί να προκληθεί από το φύλλωμα των δέντρων ή τους προβολείς των δρόμων και τους σηματοδότες σε αστικές περιοχές .

Αποτέλεσμα της σκέδασης είναι η ενίσχυση του σήματος που λαμβάνεται στον δέκτη και η οποία δεν δικαιολογείται από τις μεθόδους διάδοσης της ανάκλασης ή της περίθλασης που περιγράψαμε παραπάνω.

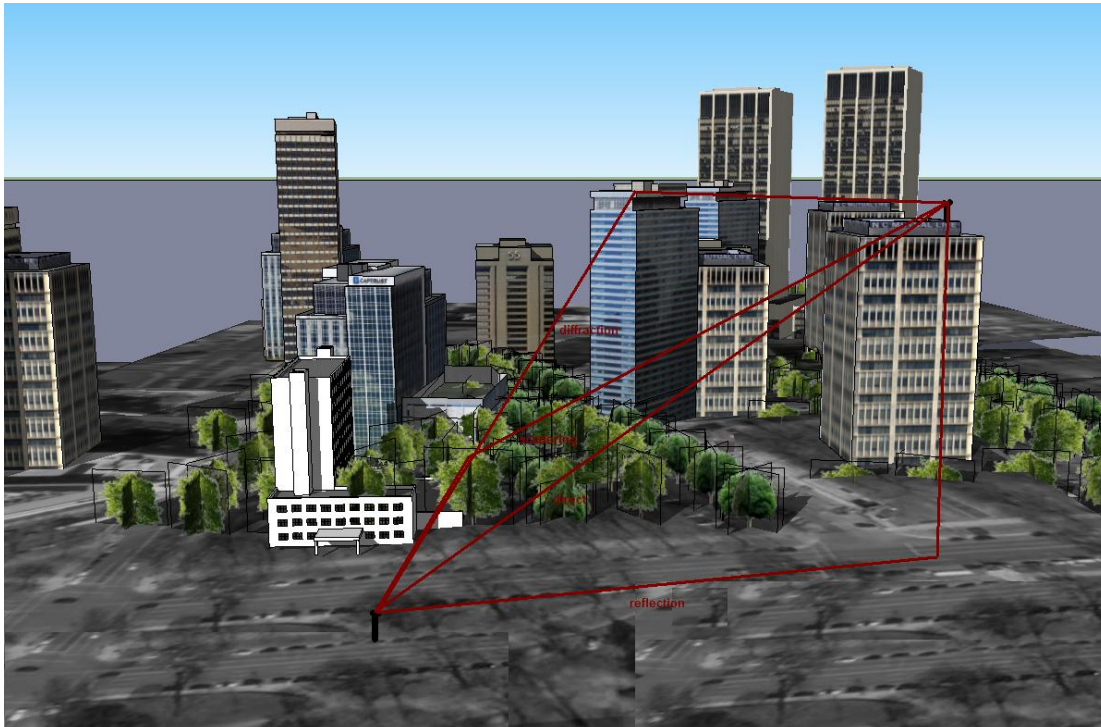


Σχήμα 1.4. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης: σκέδαση (S)

1.2.4. ΠΟΛΥΔΙΑΔΡΟΜΙΚΗ ΔΙΑΔΟΣΗ

Ως αποτέλεσμα των παραπάνω μηχανισμών ραδιοδιάδοσης, το εκπεμπόμενο σήμα μπορεί να φθάσει στο δέκτη από πολλούς δρόμους εξασθενημένο ή ενισχυμένο. Τα ραδιοκύματα που τη μεταφέρουν καταφθάνουν από διαφορετική κατεύθυνση, με διαφορετική χρονική καθυστέρηση και αθροίζονται ανυσματικά στην κεραία του δέκτη. Έτσι τα χαρακτηριστικά τους (πλάτος, φάση και γωνία άφιξης) είναι ολισθημένα σε σχέση με την απευθείας συνιστώσα του κύματος. Το φαινόμενο αυτό της άφιξης πολλαπλών εκδόσεων του εκπεμπόμενου σήματος ονομάζεται **πολυδιαδρομική διάδοση** και έχει σαν αποτέλεσμα την αθροιστική ή αφαιρετική συμβολή των ραδιοκυμάτων στο δέκτη [Σχήμα 1.5.].

Παράγεται λοιπόν ένα σύνθετα μεταβαλλόμενο λαμβανόμενο σήμα του οποίου τα χαρακτηριστικά εξαρτώνται από τις ιδιότητες των συνιστώντων κυμάτων, όπως η κατανομή της έντασης του πεδίου, η σχετική καθυστέρηση διάδοσης και το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος. Ο τρόπος με τον οποίο οι μηχανισμοί διάδοσης επιδρούν στο λαμβανόμενο σήμα εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης. Αν για παράδειγμα, υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη, η περίθλαση και η σκέδαση επηρεάζουν ελάχιστα τη διάδοση. Σε μία αντίθετη περίπτωση, όπως ένα πυκνό από εμπόδια αστικό περιβάλλον, η περίθλαση και η σκέδαση ενδέχεται να επηρεάζουν περισσότερο τη διάδοση του σήματος.



Σχήμα 1.5. Πολυδιαδρομική διάδοση

Επιπρόσθετα, το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να υποφέρει από παρεμβολές άλλων χρηστών που χρησιμοποιούν την ίδια ζώνη συχνοτήτων. Ανεξάρτητα πάντως των υπολοίπων φαινομένων που συμβαίνουν στο ασύρματο περιβάλλον διάδοσης, τα οποία και θα αναλύσουμε στη συνέχεια, η τοπικά λαμβανόμενη μέση ισχύς του σήματος μειώνεται σταδιακά καθώς το κινητό τερματικό απομακρύνεται από τον πομπό .

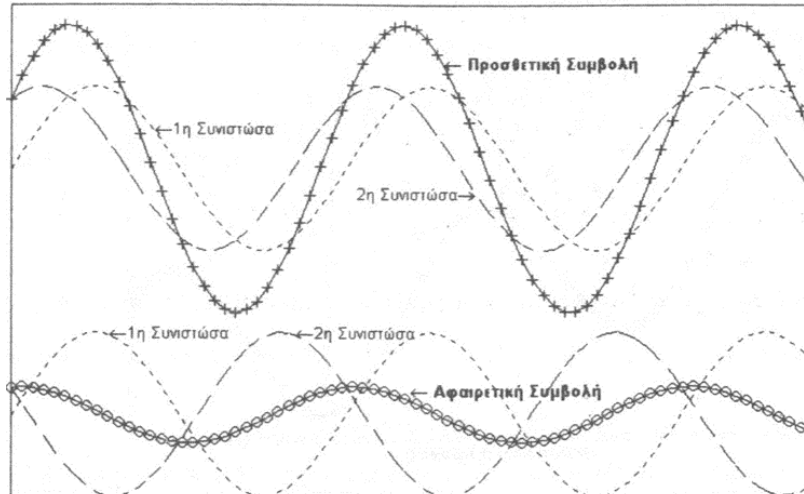
1.3. ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΡΑΔΙΟΔΙΑΔΟΣΗΣ

Τα φαινόμενα που χαρακτηρίζουν τη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο ραδιοδιάυλο συνοψίζονται στα εξής τρία : τις απώλειες διαδρομής (path loss), τη σκίαση (shadowing), και τις διαλείψεις πολλαπλών διαδρομών (multipath fading) .

Οι **απώλειες διαδρομής** ορίζονται ως ο λόγος της εκπεμπόμενης ισχύος προς τη λαμβανόμενη ισχύ. Εξαρτώνται από το περιβάλλον διάδοσης και είναι συνήθως μία συνάρτηση της απόστασης μεταξύ πομπού και δέκτη. Έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα για τον υπολογισμό των απωλειών διαδρομής. Η πλειονότητα των μοντέλων διάδοσης εξάγεται συνδυάζοντας αναλυτικές και εμπειρικές μεθόδους . Το απλούστερο από αυτά είναι η υπόθεση του ελεύθερου χώρου, σύμφωνα με την οποία μόνο η απευθείας συνιστώσα του κύματος καταφθάνει στο δέκτη. Υποθέτουμε δηλαδή την απουσία αντικειμένων που μπορούν να προκαλέσουν ανάκλαση, περίθλαση ή σκέδαση.

Η **σκίαση** περιγράφει τις απώλειες στην ισχύ του σήματος εξαιτίας της ανομοιομορφίας στο περιβάλλον διάδοσης. Στο απλό μοντέλο των απωλειών διαδρομής της εξίσωσης δεν λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι το περιβάλλον μπορεί να είναι εντελώς διαφορετικό σε δύο θέσεις όπου η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη είναι η ίδια. Εξαιτίας της διαφορετικότητας της μορφολογίας στο περιβάλλον διάδοσης (π.χ. διαφορετικά εμπόδια), η μέση ισχύς που λαμβάνεται σε διάφορες θέσεις του δέκτη που ισαπέχουν από τον πομπό μπορεί να είναι αρκετά διαφορετική από την αναμενόμενη. Μετρήσεις που έχουν γίνει σε ραδιοδιαύλους έχουν δείξει ότι η τιμή των απωλειών διαδρομής σε μία συγκεκριμένη θέση είναι τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή, με μέση τιμή τη μέση τιμή των απωλειών, που υπολογίζεται βάση της απόστασης, και τυπική απόκλιση που εξαρτάται από το περιβάλλον.

Το φαινόμενο των **διαλείψεων** γενικά αναφέρεται στη μεταβολή του πλάτους ή της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος. Εμφανίζεται ως αποτέλεσμα της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Οι ανακλάσεις, οι περιθλάσεις και οι σκεδάσεις που λαμβάνουν χώρα προκαλούν την άφιξη πολλών κυμάτων στο δέκτη, από διαφορετική κατεύθυνση και με διαφορετικές καθυστερήσεις. Επιπρόσθετα η κίνηση του τερματικού και συνεπώς η συνεχόμενη μεταβολή του περιβάλλοντος διάδοσης μετατρέπει αυτές τις καθυστερήσεις σε μεγάλες μεταβολές στις φάσεις των επίπεδων κυμάτων που καταφθάνουν τελικά στο δέκτη. Αυτές οι μεταβολές στις φάσεις επιδρούν εποικοδομητικά ή αρνητικά κατά την ανυσματική άθροιση των κυμάτων και έχουν ως αποτέλεσμα μεγάλες μεταβολές στο πλάτος και τη φάση του λαμβανόμενου σήματος [Σχήμα 1.6.]. Καθώς το τερματικό κινείται οι χωρικές αυτές μεταβολές εμφανίζονται ως χρονικές και αναφέρονται ως διαλείψεις περιβάλλουσας, οι οποίες χωρίζονται σε *μακρόχρονες* και *βραχύχρονες*.



Σχήμα 1.6. Συμβολή διαδοχικών εκδόσεων σήματος

Οι μακρόχρονες διαλείψεις εμπεριέχουν τα δύο προαναφερθέντα φαινόμενα ραδιοδιάδοσης, δηλαδή τις απώλειες διάδοσης και τη σκίαση. Οι από κοινού πρόβλεψή τους γίνεται με μοντέλα ραδιοκάλυψης, οι παράμετροι των οποίων εξαρτώνται από το περιβάλλον διάδοσης. Η πλειονότητα των μοντέλων διάδοσης εξάγεται συνδυάζοντας αναλυτικές και εμπειρικές μεθόδους. Η εμπειρική προσέγγιση βασίζεται στην προσαρμογή καμπυλών ή σε αναλυτικές εκφράσεις που αντιπροσωπεύουν ένα σύνολο πειραματικών δεδομένων, και λαμβάνει υπόψη όλους τους παράγοντες διάδοσης. Όμως τα εμπειρικά μοντέλα δεν ισχύουν σε διαφορετικές συχνότητες μετάδοσης και διαφορετικά περιβάλλοντα από αυτά στα οποία βασίστηκε το μοντέλο.

Ο όρος βραχύχρονες διαλείψεις χρησιμοποιείται για την περιγραφή της απότομης διακύμανσης του πλάτους του ραδιοσήματος σε βραχύ χρονικό διάστημα ή σε βραχεία διανυόμενη απόσταση, ώστε οι επιδράσεις των μακρόχρονων διαλείψεων να μπορούν να αμεληθούν. Οι βραχύχρονες διαλείψεις οφείλονται στην πολύωδη διάδοση που δημιουργείται κυρίως από τοπικούς σκεδαστές στο χώρο πλησίον του κινητού και όχι σε φυσικά εμπόδια μεγάλης έκτασης (π.χ. βουνά). Τα σημαντικότερα φαινόμενα που προκαλούνται από τις πολλαπλές αυτές διαδρομές είναι οι απότομες αλλαγές στην ένταση του σήματος, η τυχαία διαμόρφωση συχνότητας και η εξάπλωση χρονοκαθυστερήσης. Τα σήματα που καταφθάνουν στο κινητό συνδυάζονται και παράγουν ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο σήμα κατά πλάτος και κατά φάση, οι μεταβολές του οποίου εξαρτώνται από τις επιμέρους καθυστερήσεις, την ένταση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και το εύρος ζώνης του μεταδιδόμενου σήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ : ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΔΙΟΣΗΜΑΤΩΝ

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Προκειμένου να προσεγγισθούν οι απώλειες διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στον ανοιχτό χώρο, έχει αναπτυχθεί ένα πλήθος από μοντέλα που λαμβάνουν υπόψη τις παραμέτρους που μπορούν να επιφέρουν μείωση της στάθμης του μεταδιδόμενου σήματος: μηχανισμοί διάδοσης, μορφολογία εδάφους, είδος περιοχής (αστική, ημιαστική ή ανοιχτή), εμπόδια, συχνότητα, θόρυβος, ύψη κεραιών εκπομπής και λήψης, μετεωρολογικά φαινόμενα κ.α. Τα μοντέλα αυτά διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: τα ντετερμινιστικά και τα εμπειρικά/στατιστικά μοντέλα. Τα ντετερμινιστικά μοντέλα οδηγούν στον υπολογισμό της λαμβανόμενης ισχύος μέσω ενός μαθηματικού τύπου που προκύπτει ύστερα από θεωρητική μελέτη. Οι πειραματικές μετρήσεις που ακολουθούν την εύρεση του τύπου επιβεβαιώνουν την ορθότητά του και το βαθμό αξιοπιστίας του μοντέλου.

Τα εμπειρικά/στατιστικά μοντέλα έχουν ως αφετηρία δεδομένα που συλλέχθηκαν από πειραματικές μετρήσεις, μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η εξαγωγή ενός μαθηματικού τύπου, δηλαδή, δεν αποτελούν μια θεωρητική διεργασία, αλλά ένα εμπειρικό παράγωγο μίας γραφικής συνάρτησης, ενός σετ καμπυλών ή πινάκων αριθμητικών δεδομένων. Τα μοντέλα ανοιχτού χώρου πρέπει να συνδυαστούν με τις κατανομές που περιγράφουν τις γρήγορες και τις αργές αποσβέσεις (fast and slow fading). Το δεύτερο συναντάται στη διεθνή βιβλιογραφία με την ονομασία shadowing. Η κατανόηση της φυσικής προέλευσης (πολύοδη διάδοση, ραδιοσκίαση, φαινόμενο Doppler) και η μαθηματική περιγραφή των διαλείψεων είναι ιδιαίτερα σημαντική, γιατί αποτελούν την κύρια αιτία για τη ραγδαία πτώση της στάθμης του σήματος σε μία ραδιοζεύξη και την υποβάθμιση της ποιότητας και της αξιοπιστίας των παρεχόμενων υπηρεσιών.

2.2. ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΧΩΡΟΥ (Free Space)

Αποτελεί το βασικό μοντέλο για τον υπολογισμό της εξασθένησης του σήματος και θεωρεί το περιβάλλον ιδανικό χωρίς γεωγραφικούς περιορισμούς, χωρίς παρεμβολή εμποδίων. Θεωρούμε ότι η απόσταση του σταθμού βάσης – κινούμενου συνδρομητή είναι τέτοια ώστε να εμπίπτει στο μακρινό πεδίο (περιοχή Fraunhofer) της κεραίας. Υπό αυτές τις συνθήκες η μέση εξασθένηση του σήματος δίνεται απ'τη σχέση:

$$L = 32,45 + 20\log d + 20\log f$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη και f : η συχνότητα

Το μοντέλο ελεύθερου χώρου αποτελεί ουσιαστικά το αρχέτυπο μοντέλο διάδοσης ραδιοσήματος και είναι εξαιρετικά χρήσιμο καθότι η τιμή της μέσης εξασθένησης σήματος που προκύπτει από τον παραπάνω τύπο αποτελεί τιμή αναφοράς για τη σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές που δίνουν τα μοντέλα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

Για την περιοχή των 900MHz η μέση εξασθένηση του σήματος δίνεται απ τη σχέση:

$$L = 87 + 20\log d$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη.

2.3. ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΓΗΙΝΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

(Plane Earth)

Υποθέτει την ιδεατή περίπτωση μιας γήινης επίπεδης επιφάνειας με πεπερασμένη αγωγιμότητα, χωρίς να λαμβάνει υπ' όψη εμπόδια και γεωγραφικές ιδιαιτερότητες (σχήμα εδάφους, κτίρια, δέντρα κλπ). Για λειτουργία στα $900MHz$ και ύψος κεραίας του συνδρομητή h στα $1,5m$ η εξασθένηση δίνεται από τη σχέση:

$$L = 111,6 - 20 \log h + 40 \log d$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη και h το ύψος της κεραίας του συνδρομητή.

Η σχέση αυτή συμφωνεί με το προηγούμενο μοντέλο όταν ισχύει:

$$d = \frac{h}{17}$$

2.4. ΜΟΝΤΕΛΟ (Egli)

Το μοντέλο αυτό αφού λάβει υπόψη του πειραματικά δεδομένα σε μια μεγάλη περιοχή μετρήσεων (90MHz – 1000MHz), εισάγει έναν "συντελεστή διαμόρφωσης του εδάφους" (terrain factor) στο μοντέλο επίπεδης γήινης επιφάνειας. Το μοντέλο Egli περιλαμβάνει έναν μαθηματικό τύπο ο οποίος προέκυψε ύστερα από πειραματικές μετρήσεις σε οδεύσεις ραδιοσήματος. Ο συντελεστής αυτός για την περιοχή των 900MHz έχει μέση τιμή 27,5dB. Η μέση εξασθένηση L όταν το ύψος της κεραιάς του κινητού συνδρομητή h είναι 1,5m από το έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$L = (111,6 + 27,7) - \log h + 40 \log d$$

$$L = 139,1 - 20 \log h + 40 \log d$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη και h το ύψος της κεραιάς του συνδρομητή

Πρόκειται για ένα απλουστευμένο μοντέλο που θεωρεί ομαλή επιφάνεια αυτήν με μέσο ύψος λόφων περίπου 50 πόδια. Λόγω της προηγούμενης υπόθεσης, δεν απαιτούνται πληροφορίες σχετικές με την ανύψωση του εδάφους ανάμεσα στους εξοπλισμούς μετάδοσης και λήψης. Αντιθέτως, η απώλεια οδεύσεως ελεύθερου χώρου προσαρμόζεται στα ύψη των κεραιών μετάδοσης και λήψης πάνω από το έδαφος.

Παρόλα αυτά, το μοντέλο Egli δεν πρέπει να χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις ανώμαλου εδάφους ή σε περιπτώσεις όπου παρεμβάλλονται σημαντικά εμπόδια στην όδευση του ραδιοσήματος, ενώ είναι γενικά περιορισμένο σε εκείνες τις γεωγραφικές περιοχές που μοιάζουν με επίπεδη επιφάνεια, όπως πολύ επίπεδα τμήματα ξηράς χωρίς βλάστηση. Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι οι αποστάσεις πομπού – δέκτη κατά τη διάρκεια των μετρήσεων στις οποίες βασίστηκε η ανάπτυξη του μαθηματικού τύπου για το μοντέλο Egli, δεν ξεπερνούσαν τα 40 μίλια.

2.5. ΜΟΝΤΕΛΟ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

Το μοντέλο απώλειας οδεύσεως λογαριθμικής απόστασης δίνει την απώλεια σε dB με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$\overline{PL}(d) = \overline{PL}(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right)$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η μέση ισχύς μειώνεται αναλογικά με το λογάριθμο της απόστασης. Ο τύπος προέκυψε ως μετεξέλιξη των μοντέλων ελευθέρου χώρου και επίπεδης γήινης επιφάνειας, με κριτήριο μετρήσεις που ελήφθησαν πειραματικά.

Στον παραπάνω τύπο υπάρχει μια μεταβλητή n η οποία εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης του ραδιοσήματος. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

Environment	n
Free Space	2
Urban area cellular radio	2,7 – 3,5
Shadowed urban cellular radio	3 – 5
In-building LOS	1,6 – 1,8
Obstructed in building	4 – 6
Obstructed in factories	2 – 3

Πίνακας 2.1. Τιμές μεταβλητής n στον τύπο του μοντέλου

Ανάλογα λοιπόν με την περίπτωση που εξετάζουμε και αναφορικά με το υφιστάμενο περιβάλλον διάδοσης ραδιοσήματος (propagation environment) το n λαμβάνει την κατάλληλη τιμή (σύμφωνα με τα στοιχεία του πίνακα 2.1.) και ο τύπος που δίνει την απώλεια της μέσης ισχύος διαμορφώνεται αντίστοιχα.

Το πρόβλημα με το παρόν μοντέλο εστιάζεται στην παρατηρηθείσα απόκλιση της μετρούμενης μέσης ισχύος από αυτήν που υπολογίζουμε με τη χρήση του παραπάνω τύπου.

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να διορθωθεί ως εξής :

$$\overline{PL}(d) = \overline{PL}(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_\sigma$$

Η X_σ είναι μια Gaussian μεταβλητή μηδενικής μέσης τιμής (σε dB) με κανονική απόκλιση σ (σε dB) και χρησιμοποιείται για να εκφράσει στατιστικά τα φαινόμενα τυχαίας σκίασης (random shadowing), δίνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο μια αυξημένη ακρίβεια στο μοντέλο.

2.6. ΜΟΝΤΕΛΟ Carey

Το 1964 ο Carey δημοσίευσε καμπύλες που παρουσίαζαν την μεταβολή της ισχύος του ραδιοσήματος σχετικά με την απόσταση για διάδοση κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες όπως :

Ύψος κεραίας κινητού συνδρομητή 1,8m από το έδαφος

Ύψος κεραίας Σταθμού Βάσης από 30m έως 1500m από το έδαφος

Αποστάσεις πομπού - δέκτη έως 240Km

Αν και οι περιοχές συχνοτήτων είχαν σχέση με τα συστήματα της εποχής (450MHz – 460MHz) κάλυπταν ολόκληρη την περιοχή από 450MHz έως 1000MHz . Η μαθηματική σχέση για τη μέση εξασθένηση του ραδιοσήματος είναι:

$$L = 110,7 - 19,1 \log h + 55 \log d$$

και

$$L = 91,8 - 18 \log h + 66 \log d$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη και h το ύψος της κεραίας του συνδρομητή

2.7. ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΧΩΡΟΥ (Friis)

Οι απώλειες κατά τη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος μεταξύ συστήματος επικοινωνίας πομπού και δέκτη που απέχουν απόσταση d , αν υποθέσουμε ελεύθερο χώρο (χωρίς γεωγραφικούς περιορισμούς και παρεμβολή εμποδίων) δίνονται από την εξίσωση του Friis:

$$L = G_t + G_r - 20 \log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)$$

Όπου d : η απόσταση πομπού - δέκτη και λ : το μήκος κύματος.

Έτσι, η εξασθένηση είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης και του τετραγώνου της συχνότητας. Άρα, η εξασθένηση είναι συνάρτηση και της συχνότητας.

$$L = f(h, d)$$

Ωστόσο αυτές οι υποθέσεις των παραπάνω μοντέλων δεν ισχύουν για ρεαλιστικά περιβάλλοντα, όπως είναι τα αστικά, στα οποία πληθώρα φυσικών φαινομένων επηρεάζει τη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος και τον αριθμό των πιθανών μονοπατιών. Γι' αυτό κάποια μοντέλα (όπως το μοντέλο Ray Tracing) είναι πιο ακριβή, καθώς υπολογίζουν κάθε πιθανό μονοπάτι μεταξύ πομπού και δέκτη, έπειτα την εξασθένηση που υφίσταται το σήμα σε κάθε ένα από αυτά και τέλος όλα τα συστατικά του σήματος που φτάνουν στο δέκτη. Αυτές οι μέθοδοι απαιτούν ακριβή στοιχεία για το έδαφος, τα κτίρια και τη βλάστηση, αλλά και ισχυρή υπολογιστική ακρίβεια. Παρακάτω εξετάζονται τέτοια μοντέλα.

2.8. MONTELO Longley - Rice

Το μοντέλο υπολογίζει την μέση μακροπρόθεσμη απώλεια οδεύσεως για ανώμαλη επιφάνεια σε σχέση με την απώλεια οδεύσεως του ελεύθερου χώρου. Σχεδιάστηκε για συχνότητες ανάμεσα σε 20MHz και 40GHz και αποστάσεις οδεύσεως από 1Km ως 2000Km. Μεταγενέστερες μελέτες θέτουν το ανώτερο όριο συχνότητας στα 20GHz.

Θεωρούμε παν-κατευθυντήρια κεραία μετάδοσης, εκτός και αν προσδιοριστεί κατευθυντική κεραία.

Η φύση του μοντέλου Longley-Rice απαιτεί ορισμένες επιπλέον παραμέτρους.

Πόλωση: Πρέπει να προσδιοριστεί το είδος της πόλωσης – οριζόντια

ή κάθετη. Το μοντέλο θεωρεί ότι και οι δύο κεραίες (μετάδοσης και λήψης) έχουν την ίδια πόλωση, όποια και αν είναι αυτή.

Διαθλασιμότητα (Refractivity): Η διαθλασιμότητα της ατμόσφαιρας

προσδιορίζει το βαθμό κύρτωσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Στο μοντέλο Longley-Rice υπάρχουν τρεις τρόποι να προσδιοριστεί η διαθλασιμότητα:

Είναι δυνατόν να εισάγουμε απευθείας την τιμή της παραμέτρου «Διαθλασιμότητα Επιφάνεια», τυπικά για εύρος των 250 με 400 N -μονάδων (που αντιστοιχούν σε τιμές καμπυλότητας εδάφους από 1.232 έως 1.767). Μία ενεργός καμπυλότητα εδάφους των $4/3 = 1.333$ αντιστοιχεί σε τιμή διαθλασιμότητας επιφάνειας των 301 N - μονάδων προσεγγιστικά. Οι Longley και Rice συνιστούν $N_s = 301$ N -μονάδες ως μέση ατμοσφαιρική κατάσταση.

Μπορούμε να εισάγουμε την τιμή της ενεργούς καμπυλότητας εδάφους K (όπως πχ 1.333 για περίπτωση εδάφους 4/3) και η διαθλασιμότητα επιφάνειας N_s υπολογίζεται από τον τύπο:

$$N_s = 179,3 \ln \left[\frac{1}{0,046665} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right]$$

Μπορούμε να εισάγουμε την διαθλασιμότητα αναφοράς (επίπεδο θάλασσας) ως N_0 και η διαθλασιμότητα εδάφους N_s θα υπολογιστεί βάσει της ανύψωσης του εδάφους.

Επιτρεψιμότητα: Η σχετική επιτρεψιμότητα ή διηλεκτρική σταθερά του εδάφους. Παρακάτω ακολουθούν ορισμένες τυπικές τιμές.

Αγωγιμότητα: Η αγωγιμότητα του εδάφους (σε Siemens/μέτρα).

	Επιτρεψιμότητα	Αγωγιμότητα (Siemens/m)
Μέσο έδαφος	15	0,005
Φτωχό έδαφος	4	0,001
Καλό έδαφος	25	0,020
Φρέσκο νερό	81	0,010
Θαλασσινό νερό	81	5,000

Πίνακας 2.2. Τυπικές τιμές σχετικής επιτρεψιμότητας και αγωγιμότητας του εδάφους

Equatorial (Congo)
Continental Subtropical (Sudan)
Maritime Subtropical (West coast of Africa)
Desert (Sahara)
Continental Temperate
Maritime Temperate, over land (United kingdom and continental wes coasts)
Maritime Temperate, over sea

Πίνακας 2.3. Τύποι εδάφους όπως τους κατατάσσει το μοντέλο Longley-Rice

Διαστάσεις μεταβλητότητας μοντέλου Longley - Rice

Στο μοντέλο Longley-Rice διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις μεταβλητότητας: χρόνου, τοποθεσίας και κατάστασης. Αυτές οι τρεις «διαστάσεις μεταβλητότητας» αναπτύχθηκαν προκειμένου να υπολογίσουν και να κατηγοριοποιήσουν τις αποκλίσεις στις μετρούμενες μέσες τιμές ισχύος σήματος.

Η **μεταβλητότητα χρόνου** αφορά στις αποκλίσεις των ωριαίων μέσων τιμών εξασθένησης λόγω, πχ αργών μεταβολών στην ατμοσφαιρική διαθλασιμότητα. Η υπολογισμένη ένταση πεδίου είναι σε μέση ωριαία τιμή. Η πραγματική τιμή έντασης πεδίου στην τοποθεσία του δέκτη αναμένεται να είναι πάνω από αυτή τη μέση τιμή για μισή ώρα και κάτω από τη μέση τιμή για την υπόλοιπη μισή ώρα. Εκφράζεται σε εκατοστιαίο ποσοστό και δίνει το ποσοστό του χρόνου για το οποίο η πραγματική τιμή της ληφθείσας έντασης πεδίου είναι ίση ή μεγαλύτερη από την μέση ωριαία τιμή που υπολογίζεται από το πρόγραμμα.

Η **μεταβλητότητα τοποθεσίας** αφορά σε αποκλίσεις σε μακροπρόθεσμες στατιστικές αναλύσεις που προκύπτουν από όδευση σε όδευση, λόγω, πχ, διαφοροποιήσεων στο προφίλ εδάφους ή στο περιβάλλον. Εκφράζεται σε εκατοστιαίο ποσοστό και δίνει το ποσοστό των τοποθεσιών όπου η πραγματική τιμή της ληφθείσας έντασης πεδίου αναμένεται να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την μέση τιμή που υπολογίζεται από το πρόγραμμα.

Η **μεταβλητότητα κατάστασης** αφορά σε αποκλίσεις ανάμεσα σε «παρόμοια» συστήματα με ίδιες παραμέτρους συστήματος και ίδιες περιβαλλοντικές συνθήκες, συμπεριλαμβανομένων διαφορών στην ικανότητα των ατόμων να λαμβάνουν ακριβείς μετρήσεις τιμών εντάσεως πεδίου. Εκφράζεται σε εκατοστιαίο ποσοστό και εκφράζει το ποσοστό των «παρόμοιων» οδεύσεων όπου η πραγματική τιμή της ληφθείσας τιμής έντασης πεδίου αναμένεται να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την μέση τιμή που υπολογίζεται από το πρόγραμμα.

Μια αδυναμία του Longley Rice είναι ότι δεν παρέχει ένα τρόπο καθορισμού διορθώσεων πάνω στους περιβαλλοντικούς παράγοντες στην άμεση γειτονιά του δέκτη. Επίσης δε μελετά παράγοντες διόρθωσης τέτοιους που να αντισταθμίζουν την επίδραση των κτιρίων και των δένδρων. Τέλος δεν λαμβάνονται υπόψη πολλαπλές διαδρομές.

2.9. MONTEΛΟ Lee

Εδώ γίνεται μια προσπάθεια για την εύρεση ενός μοντέλου που θα περιγράφει την διασημειακή επικοινωνία λαμβάνοντας υπόψη την εκτίμηση για την απώλεια οδεύσεως από περιοχή σε περιοχή (για το υπό εξέταση σύστημα κινητών επικοινωνιών) και την εκτίμηση για την τιμή της εξασθένησης για διασημειακή επικοινωνία για οποιαδήποτε απόσταση.

Η μέση εξασθένηση σήματος δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$L = 137,7 + 38 \log d - 20 \log h_1 - 10 \log h_2 - G_t - G_m$$

Όπου :

h_1 : το ύψος της κεραίας του Σταθμού Βάσης

h_2 : το ύψος της κεραίας του Κινητού Σταθμού

G_t : το κέρδος της κεραίας του Σταθμού Βάσης

G_m : το κέρδος της κεραίας του Κινητού Σταθμού

d : η απόσταση μεταξύ Σταθμού Βάσης και του Κινητού Σταθμού

2.10. MONTEAO TIREM Terrain (Intergated Rough Erth Model)

Το μοντέλο αυτό υλοποιήθηκε σε μορφή προγράμματος υπολογιστή χρησιμοποιώντας κατάλληλα εργαλεία. Υπολογίζει τη εξασθένηση του ραδιοσήματος μεταξύ δύο σημείων λαμβάνοντας υπόψη παραμέτρους σχετικά με την συχνότητα, την κατάσταση της ατμόσφαιρας, την σύνθεση και την διαμόρφωση του εδάφους.

Τα στοιχεία που πρέπει να εισαχθούν στο πρόγραμμα είναι η συχνότητα, η πολικότητα, η αγωγιμότητα του εδάφους, η σχετική υγρασία, τα ύψη πομπού και δέκτη κλπ. Το πρόγραμμα δίνει πληροφορίες για την τιμή αλλά και στατιστικά στοιχεία για την εξασθένηση.

2.11. ΜΟΝΤΕΛΟ EPM-73,High Antenna/Low Antenna

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές μέθοδοι για τον υπολογισμό της μέσης εξασθένησης όταν η διασπορά έχει μια συγκεκριμένη τιμή.

Οι παράμετροι που απαιτούνται είναι τα ύψη των κεραιών, η συχνότητα, η απόσταση κλπ. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι διαφορετική στις περιπτώσεις που ο λόγος του ύψους της κεραίας εκπομπής προς το μήκος κύματος είναι μεγάλος ή μικρός.

2.12. ΜΟΝΤΕΛΟ CCIR

Το μοντέλο αυτό δίνει καμπύλες για την ισχύ του ραδιοσήματος στην περιοχή των 900MHz σε αστικές περιοχές με ύψος κεραίας Κινητού Σταθμού $1,5\text{m}$ και ύψος κεραίας του Σταθμού Βάσης $30\text{m}-1000\text{m}$ από το έδαφος. Όταν το ύψος της κεραίας του Κινητού Σταθμού είναι 3m χρησιμοποιείται ένας θετικός συντελεστής 3dB . Οι τιμές της διασποράς δίνονται σαν συνάρτηση της απόστασης και των ανωμαλιών του εδάφους ενώ υποθέτουμε ότι οι μεταβολές του Κινητού Σταθμού στη θέση και στο χρόνο ακολουθούν κατανομή Gauss.

2.13. ΜΟΝΤΕΛΟ Okumura

Το μοντέλο του Okumura είναι από τα πλέον συχνώς χρησιμοποιούμενα στη μελέτη της διάδοσης σήματος σε ανοιχτό χώρο (outdoor propagation). Πρόκειται για ένα εμπειρικό μοντέλο που δομήθηκε στη βάση των αποτελεσμάτων δύο κρίσιμων πειραμάτων που διεξήγαγε ο Okumura με τους συνεργάτες του στην περιοχή Kanto της Ιαπωνίας, η οποία περιλαμβάνει και την πόλη του Τόκιο, τη δεκαετία του '60.

Για τη διεξαγωγή των δύο αυτών πειραμάτων, επιλέχθηκαν τέσσερις συχνότητες στην UHF περιοχή των 450 MHz - 2000 MHz .

Πρώτο πείραμα. Νοέμβριος 1962- Ιανουάριος 1963

Η επιλεγμένη περιοχή για αυτήν την περίπτωση είναι απλή, από τοπογραφική άποψη, με μια “quasi-smooth” («ημι-λεία») επιφάνεια (ο όρος αυτός θα διευκρινιστεί παρακάτω). Αρκετές κτισμένες πόλεις βρίσκονται στο μονοπάτι (path) που είχε επιλεγεί, όλες μέσα σε ακτίνα 100Km . Χρησιμοποιήθηκαν διάφορες κεραιές μετάδοσης, όλες το πολύ μέχρι 1000m περίπου. Οι τέσσερις επιλεγμένες συχνότητες για αυτό το πείραμα ήταν: 453 MHz , 922 MHz , 1310 MHz , 1920 MHz .

Δεύτερο πείραμα. Μάρτιος 1965-Ιούνιος 1965

Αυτές οι μετρήσεις για να γίνουν πιο σαφή τα αποτελέσματα του πρώτου πειράματος. Συν τοις άλλοις, το πείραμα αυτό εξηγεί περαιτέρω τα χαρακτηριστικά των χαμηλότερων κεραιών σταθμού βάσης καθώς και ιδιομορφίες με λόφους , βουνά και λοιπές μη-κανονικές επιφάνειες (χρησιμοποιείται ο όρος “irregular terrain”). Για το δεύτερο πείραμα χρησιμοποιήθηκε το ίδιο σετ των 4 συχνοτήτων όπως και στο πρώτο πείραμα.

Και για τα δύο πειράματα, ένα όχημα είχε κεραιές λήψης και στις δύο πλευρές του, κινούμενο με 30Km/h , και ένας καταγραφέας με 4 ακίδες (“4-pen recorder”) χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή των δεδομένων, με το χαρτί να κινείται με 5mm/s . Η καταγραφή των δεδομένων ήταν συνεχής κατά την κίνηση του οχήματος.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεων του Okumura

Ο Okumura ανέπτυξε μια σειρά από καμπύλες που δείχνουν ότι η μέση εξασθένηση σήματος (A_{mu}) μεταβάλλεται ανάλογα με τον ελεύθερο χώρο ως συνάρτηση της συχνότητας και της απόστασης, σε μία «ημι-λεία» επιφάνεια. Οι καμπύλες προέκυψαν από μετρήσεις με χρήση κάθετων παν-κατευθυντικών κεραιών τόσο στη μετάδοση όσο και στη λήψη. Τα συλλεχθέντα δεδομένα εκφράστηκαν με στατιστικό τρόπο και οι παράμετροι επιφάνειας συμπεριλήφθησαν. Προέκυψε μία καμπύλη κατανομής και η μέση τιμή υπολογίστηκε, με δεδομένο ότι οι μετρήσεις ελήφθησαν σε πυκνοκατοικημένες περιοχές. Τα αποτελέσματα του πειράματος έδειξαν επίσης ότι η μέγιστη απόκλιση σημειώθηκε στις προαστιακές περιοχές, ιδιαίτερα όταν η κεραία λήψης είχε χαμηλό ύψος.

Από αυτές τις μετρήσεις και το σετ καμπυλών (για μέση εξασθένηση), μπορούμε να προσδιορίσουμε την απώλεια οδούσεως (path loss) χρησιμοποιώντας το μοντέλο του Okumura ανάμεσα σε δύο σημεία (ή τομείς) που μας ενδιαφέρουν. Το μοντέλο μπορεί να εκφραστεί με την ακόλουθη εξίσωση:

$$L_{50} = L_f + A_{mu}(f, d) - G(h_{te}) - G(h_{re}) - G_{AREA}$$

Όπου :

L_{50} : η τιμή που αντιστοιχεί στο 50% του path loss της διάδοσης

L_f : απώλεια οδούσεως ελεύθερου χώρου (free space path loss)

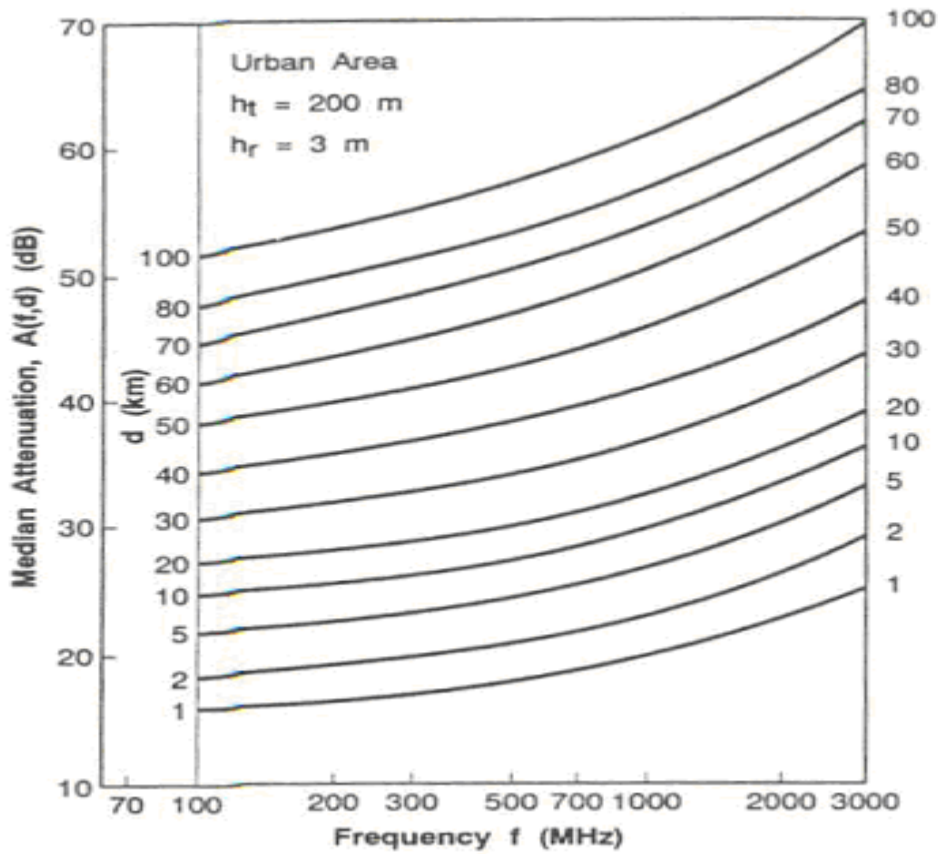
A_{mu} : μέση εξασθένηση σήματος

$G(h_{te})$: κέρδος κεραίας μετάδοσης

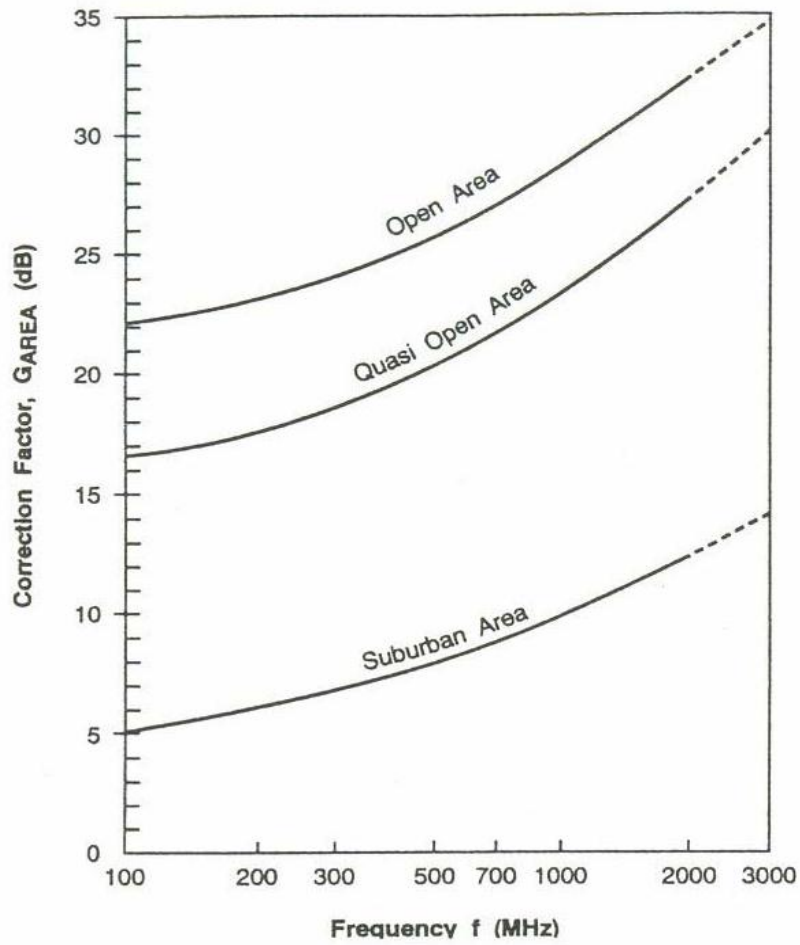
$G(h_{re})$: κέρδος κεραίας λήψης

G_{AREA} : κέρδος που οφείλεται στον τύπο του περιβάλλοντος

Τα σχεδιαγράμματα για τα $A_{\text{mu}}(f, d)$ και G_{AREA} για ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων φαίνονται παρακάτω.



Σχήμα 2.1. $A_{\text{mu}}(f, d)$ και G_{AREA} για ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων



Σχήμα 2.2. Παράγοντας διορθωσης G_{AREA} για διάφορους τύπους terrain

Παράγοντες και υπολογισμοί εδάφους στο μοντέλο του Okumura

Οι δύο παράγοντες εδάφους που αφορούν στο μοντέλο Okumura είναι οι εξής :

Quasi-smooth terrain (ημι-λεία επιφάνεια)

Αυτός ο τύπος εδάφους ορίζεται ως «επίπεδη επιφάνεια όπου, κρίνοντας από το προφίλ εδάφους του μονοπατιού διάδοσης σήματος (σχεδιασμένο σε χάρτη με κλίμακα 1:50000), το ύψος της διακύμανσης είναι περίπου 20m με ελαφρές μεταβολές».

Η πεδιάδα Kanto στην Ιαπωνία αντιστοιχεί σε αυτήν την περιγραφή.

Irregular terrain (Μη-κανονική επιφάνεια)

Αυτός ο τύπος εδάφους περιλαμβάνει «ολσθηρή επιφάνεια λόφου», «απομονωμένο βουνό», «γενικά υψίπεδη επιφάνεια» και «μονοπάτι οδεύσεως ξηράς – θάλασσας».

Οι πέντε παραμετρικοί υπολογισμοί εδάφους που λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο Okumura είναι οι εξής :

Ενεργό ύψος κεραίας βάσης (base station effective antenna height)

$$H_{te} = H_{ts} - H_{go}$$

Όπου :

H_{te} : ενεργό ύψος κεραίας βάσης

H_{ts} : ύψος κεραίας σταθμού βάσης

H_{go} : το μέσο επίπεδο εδάφους σε μία ζώνη 3Km-15Km γύρω από τον πομπό του σταθμού βάσης

Από το ενεργό ύψος κεραίας σταθμού βάσης μπορεί να υπολογιστεί το κέρδος του ύψους της κεραίας.

Διαφορά διακύμανσης εδάφους (παράμετρος για περίπτωση «ολισθαίνουσας επιφάνειας λόφου», Δ_h)

Η εν λόγω παράμετρος προκύπτει ως διαφορά ανάμεσα στο 10% και το 90% της διακύμανσης του εδάφους, σε απόσταση 10 Km. από τον δέκτη προς την κατεύθυνση του πομπού. Η παράμετρος αυτή δεν υπολογίζεται για την απλή περίπτωση κατηφορικού-ανηφορικού εδάφους, καθότι εκεί υφίσταται μονοδιάστατη διακύμανση (η κλίση του εδάφους).

Παράμετρος οδεύσεως στην περίπτωση «απομονωμένου βουνού».

Η παράμετρος αυτή αφορά την περίπτωση ενός βουνού, το οποίο μοντελοποιείται ως knife-edge.

Μέση γωνία κλίσης εδάφους για κεκλιμένη επιφάνεια (Θ_m).

Για κεκλιμένη επιφάνεια τουλάχιστον 5Km-10Km

$$m = \frac{(h_n - h_m)}{d_n}$$

$h_n > h_m$: ανηφορική επιφάνεια

$h_n < h_m$: κατηφορική επιφάνεια

Παράμετρος απόστασης για υβριδικό μοντέλο ξηράς-θάλασσας.

Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις ύπαρξης λίμνης/θάλασσας στο μονοπάτι διάδοσης σήματος: νερό κοντά σε κινούμενο όχημα, νερό κοντά στο σταθμό βάσης ή νερό ανάμεσα σε κινούμενο όχημα και το σταθμό βάσης.

Κατηγοριοποίηση εμποδίων

Τα εμπόδια στο έδαφος που παρεμβάλλονται στο μονοπάτι εκπομπής - λήψης ραδιοσήματος μπορούν να κατηγοριοποιηθούν στις τρεις εξής περιπτώσεις.

«Ανοικτές» περιοχές (ύπαιθρος)

Μία ανοικτή περιοχή δεν έχει εμπόδια, καθότι υπάρχουν τουλάχιστον 300 με 400 χιλιόμετρα ανοικτού χώρου ανάμεσα στον πομπό και το δέκτη. Οι παράμετροι εδάφους δεν μας απασχολούν σε αυτήν την περίπτωση.

Ημιαστική περιοχή

Ελαφρώς κατοικημένη, με χωριά ή μεγάλους αυτοκινητόδρομους, με αραιή βλάστηση και δόμηση. Οι παράμετροι εδάφους γίνονται πιο σημαντικές σε αυτόν τον τύπο περιβάλλοντος.

Αστική περιοχή

Αφορά μεγάλες πόλεις και αστικά κέντρα. Λόγω της πυκνής δόμησης, οι παράμετροι εδάφους είναι πολύ σημαντικές.

Το μοντέλο του Okumura είναι από τα απλούστερα και ακριβέστερα για τον υπολογισμό της απώλειας οδεύσεως σε αστικό περιβάλλον. Στην Ιαπωνία όπου υπάρχουν μεγάλες και πυκνοκατοικημένες πόλεις, το μοντέλο αυτό έχει γίνει το σχεδιαστικό πρότυπο για κινητά συστήματα ραδιο-επικοινωνιών. Το μοντέλο αυτό αφορά καταρχάς σε αστικές περιοχές. Εν τούτοις, ο Okumura πραγματοποίησε μετρήσεις και σε επιλεγμένες ημιαστικές και ανοικτές περιοχές. Έτσι, το μοντέλο μπορεί να αποκτήσει πιο ευρεία χρήση, παρότι καθίσταται προβληματικό για ανοικτές, υπαίθριες περιοχές. Πρόκειται βέβαια για ένα εμπειρικό μοντέλο που βασίζεται σε σετ μετρήσεων της δεκαετίας του '60. Παρόλο που και στις μέρες μας γίνεται ευρεία αναφορά και χρήση του μοντέλου αυτού, δεν πρέπει να αγνοούνται οι πιθανές εδαφικές μεταβολές, σε ότι αφορά τις επιφάνειες ξηράς αλλά και τη δόμηση των πόλεων στις δεκαετίες που μεσολάβησαν από τότε, που πιθανώς να επηρεάζουν τα αποτελέσματα των μετρήσεων του '60.

2.14. ΜΟΝΤΕΛΟ Hata

Βασιζόμενος στις καμπύλες που προέκυψαν από τα δύο πειράματα που διεξήγαγε στην πόλη του Τόκιο ο Okumura στη δεκαετία του '60 όπως περιγράφηκε στο προηγούμενο μοντέλο, ο Hata κατέληξε σε μία εμπειρική φόρμουλα από την οποία γίνεται δυνατός ο υπολογισμός της απώλειας οδεύσεως.

Το μοντέλο αυτό εφαρμόζεται σε αστικό περιβάλλον όπου χρησιμοποιείται η βασική εξίσωση που παρατίθεται πιο κάτω. Παρέχονται επίσης διορθωτικές εξισώσεις που καθιστούν δυνατή την εφαρμογή του μοντέλου για διάφορα μεγέθη αστικού περιβάλλοντος, καθώς και για ημιαστικές και ανοικτές, υπαίθριες περιοχές.

Οι δύο βασικοί περιορισμοί του μοντέλου Hata αφορούν στην έκταση της οδεύσεως (path length) και στο οριοθετημένο εύρος συχνοτήτων. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο εφαρμόζεται για συχνότητες μεταξύ 150MHz - 1500MHz και για απόσταση πομπού δέκτη (δηλαδή το προαναφερθέν μήκος οδεύσεως) 1Km - 20Km. Παρατηρούμε δηλαδή ότι δεν καλύπτεται η ζώνη των 1,5GHz - 2GHz που αφορά στις επικοινωνίες DCS, PCS (1800MHz), καθώς και ότι η απόσταση σταθμού βάσης και κινούμενου συνδρομητή δεν μπορεί να υπερβεί τα 20Km. Παρακάτω θα διαπιστωθεί επίσης ότι η απόσταση αυτή δεν μπορεί να είναι μικρότερη από 1Km.

Η βασική εξίσωση για υπολογισμό των απωλειών οδεύσεως σε αστικές περιοχές είναι η παρακάτω:

$$L_{50}(urban) = 69,55 + 26,16 \log f_c - 13,82 \log h_{te} - a(h_{te}) + (44,9 - 6,55 \log h_{te}) \log d$$

Όπου :

f_c : η συχνότητα σε MHz (150 - 1500)

h_{te} : το ενεργό ύψος πομπού (σταθμού βάσης) από 30m έως 200m.

h_{re} : το ενεργό ύψος κινούμενου συνδρομητή (δέκτη) από 1m έως 10m

d : απόσταση πομπού - δέκτη από 1Km έως 20Km

$a(h_{re})$: συντελεστής διόρθωσης για το ενεργό ύψος της κεραίας του κινούμενου συνδρομητή (δέκτη) ως συνάρτηση του μεγέθους της υπό κάλυψη περιοχής.

Για μικρή ως μεσαίου μεγέθους πόλη, ο συντελεστής διόρθωσης δίνεται από τη σχέση (σε dB) :

$$a(h_{re}) = (1,1 \log f_c - 0,7)h_{re} - (1,5 \log f_c - 0,8)$$

Για μία μεγάλη πόλη έχουμε τις εξής δύο σχέσεις :

$$a(h_{re}) = 8,29(\log 1,54h_{re})^2 - 1,1 \quad \text{για : } f_c \leq 300MHz$$

$$a(h_{re}) = 3,2(\log 11,75h_{re})^2 - 4,97 \quad \text{για : } f_c \geq 300MHz$$

Τα παραπάνω αφορούν, όπως προαναφέρθηκε, στην περίπτωση αστικού περιβάλλοντος και με παρεμβολή συντελεστή διόρθωσης ανάλογα με το μέγεθος της υπό κάλυψη περιοχής. Προκειμένου να επεκτείνουμε το μοντέλο Hata για ημιαστικές και ανοικτές, υπαίθριες περιοχές, χρησιμοποιούμε το αποτέλεσμα της βασικής εξίσωσης που γράφτηκε προηγουμένως ως δεδομένο εισόδου για τις παρακάτω εξισώσεις, ανάλογα με τον τύπο του περιβάλλοντος για την εκάστοτε περίπτωση.

Για ημιαστικές περιοχές έχουμε :

$$L_{50} = L_{50}(urban) - 2[(\log \frac{f_c}{28})]^2 - 5,4$$

Για ανοικτές, υπαίθριες περιοχές έχουμε :

$$L_{50} = L_{50}(urban) - 4,78(\log f_c)^2 - 18,33 \log f_c + 40,94$$

Παρόλο που το μοντέλο Hata δεν προβλέπει τους υπολογισμούς και τους διορθωτικούς παράγοντες που αντιστοιχούν ανά περίπτωση εδάφους όπως το μοντέλο Okumura, οι παραπάνω μαθηματικές εκφράσεις έχουν μεγάλη πρακτική αξία. Τα αποτελέσματα του μοντέλου Hata προσεγγίζουν αρκετά το αρχικό μοντέλο Okumura, εφόσον η απόσταση d είναι μεγαλύτερη από 1Km . Το μοντέλο Hata προσφέρεται κύρια για κινητά συστήματα επικοινωνιών μεγάλων κυτταρικών δομών, αλλά όπως προαναφέρθηκε, όχι για τα συστήματα PCS/DCS λόγω του περιορισμού στο εύρος συχνοτήτων.

2.15. MONTEΛΟ Bertoni-Walfish

Πρόκειται για ένα θεωρητικό μοντέλο το οποίο αναπτύχθηκε με σκοπό να εκτιμήσει τις επιδράσεις των κτιρίων στην εξασθένηση των ραδιοσημάτων. Εφαρμόζεται σε αστικές και ημιαστικές περιοχές με κτίρια σχεδόν ίδιου ύψους, με ομοιόμορφη διάταξη στο χώρο και μικρή απόσταση μεταξύ τους. Η μέση εξασθένηση δίνεται από τη σχέση :

$$L=147,2+A-18\log(h-h_b)+38\log d$$

Το A δίνεται από τη σχέση :

$$A=5\log\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2+(h_b-h_m)^2\right]-9\log d+20\log\left\{\tan^{-1}\left[\frac{2(h_b-2h_m)}{d}\right]\right\}$$

Όπου :

h_m : το ύψος της κεραίας του σταθμού βάσης

h_b : το μέσο ύψος των κτιρίων

d : η μέση απόσταση μεταξύ των οικοδομικών τετραγώνων

Τέλος, να σημειωθεί ότι το μοντέλο αυτό δεν αντιμετωπίζει περιπτώσεις ανωμαλιών του εδάφους (λόφοι, δέντρα, κλπ).

2.16. ΜΟΝΤΕΛΟ Walfish-Ikegami

Το μοντέλο Walfish-Ikegami ισχύει τόσο για τα 900MHz όσο και για τα 1800MHz. Περιλαμβάνει παραμέτρους για την περιγραφή του χαρακτήρα ενός επίπεδου αστικού περιβάλλοντος.

Αν σε μία όδευση «φαραγγιού» (κεραίες σταθμού βάσης κάτω από το επίπεδο των κορυφών των κτιρίων) υπάρχει οπτική ζεύξη (LOS), τότε η απώλεια οδεύσεως δίνεται από τη σχέση:

$$L = 42,6 + \log d + 20 \log f \quad \text{για : } d \geq 0,02 \text{Km}$$

Σε διαφορετική περίπτωση, η απώλεια οδεύσεως αποτελείται από άθροισμα τριών όρων, σύμφωνα με τα εξής:

$$L = L_0 + L_{rs} + L_{msd}$$

με :

$$L_{rs} = -16,9 - 10 \log w + 10 \log f + 20 \log (h_r - h_m) + L_{ori} \quad \text{για : } h_r > h_m$$

L_{ori}	φ
$-10 + 0,345\varphi$	$0 \leq \varphi < 35^\circ$
$2,5 + 0,075(\varphi - 35)$	$35^\circ \leq \varphi < 55^\circ$
$4 - 0,114(\varphi - 55)$	$55^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$

Πίνακας 2.4. Τύπος του L_{ori} για διάφορες τιμές της γωνίας φ

και :

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \log d + k_f \log f - 9 \log b$$

$L_{bsh} = -18 \log(1 + h_b - h_r)$	$h_b > h_r$
$L_{bsh} = 0$	$h_b \leq h_r$
$k_a = 54$	$h_b > h_r$
$k_a = 54 - 0,8(h_b - h_r)$	$d \geq 0,5$ και $h_b \leq h_r$
$k_a = 54 - 0,8(h_b - h_r) \left(\frac{d}{0,5}\right)$	$d < 0,5$ και $h_b \leq h_r$
$k_d = 18$	$h_b > h_r$
$k_d = 18 - 15 \frac{(h_b - h_r)}{h_r}$	$h_b \leq h_r$
$k_f = -4 + 0,7 \left(\frac{f}{925 - 1}\right)$	For medium sized cities and suburban centers with moderate tree density
$k_f = -4 + 1,5 \left(\frac{f}{925 - 1}\right)$	For metropolitan centers

Πίνακας 2.5. Τιμές των παραμέτρων για τον τύπο σε σχέση με τις τιμές των υψών κεραιών μετάδοσης και λήψης και της απόστασης των κεραιών

Προτεινόμενες τιμές για το μοντέλο Walfish-Ikegami

Αν δεν γνωρίζουμε την δομή των κτιρίων και των δρόμων, συνιστώνται οι παρακάτω τιμές :

$$20m \leq b \leq 50m$$

$$w = \frac{b}{2}$$

$$h_r = \text{αριθμός_ορόφων}(3) + \text{άνω_οροφή}(0\text{ή}3)$$

$$\varphi = 90^\circ$$

Περιορισμοί του μοντέλου Walfish-Ikegami

$$800MHz \leq f \leq 2GHz$$

$$4m \leq h_b \leq 50m$$

$$1m \leq h_m \leq 3m$$

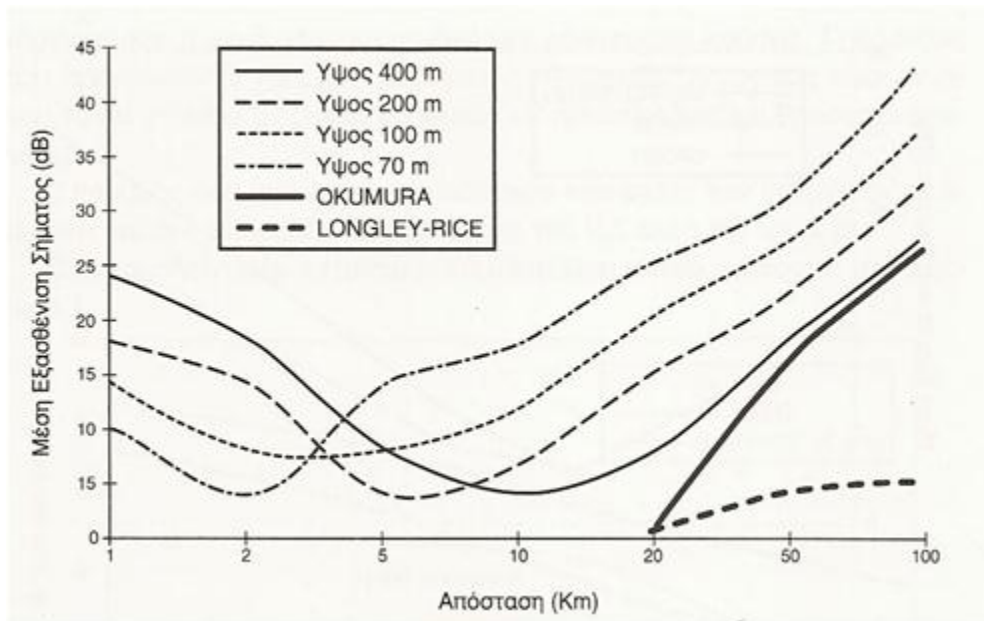
$$0,02Km \leq d \leq 5Km$$

2.17. MONTEΛΟ Ray-Tracing

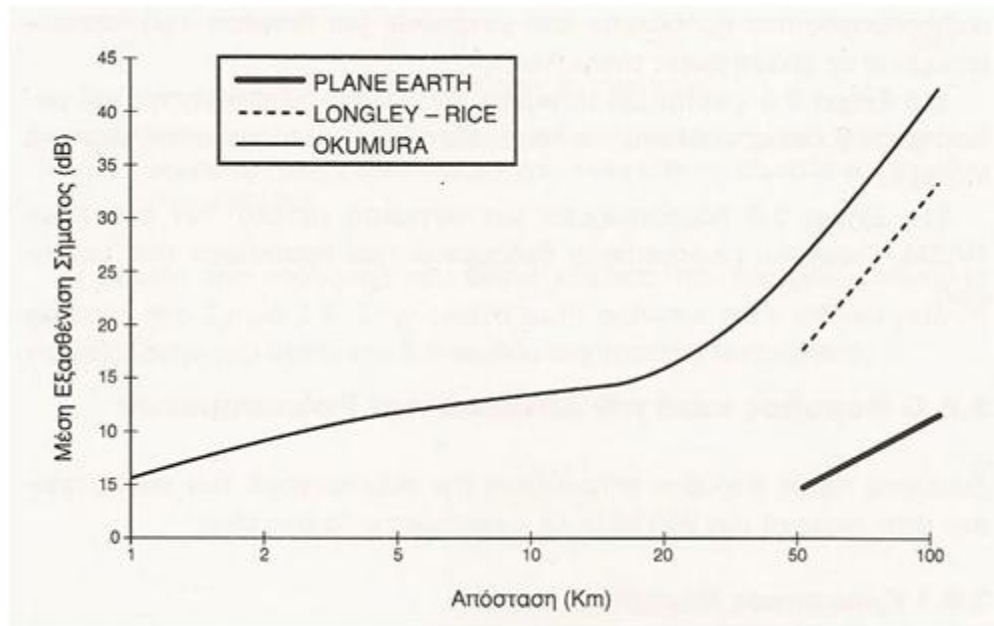
Το μοντέλο ray-tracing αποτελεί χρήσιμη τεχνική τόσο για outdoor όσο και για indoor propagation. Στηρίζεται σε πολλές επιβατικές ακτίνες. Όσο μεγαλύτερο αριθμό ακτίνων συνυπολογίζουμε στη μελέτη, τόσο πιο αξιόπιστο είναι το μοντέλο που χρησιμοποιούμε. Στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει αναλυτική μελέτη του μοντέλου αυτού.

2.18. ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΔΙΟΣΗΜΑΤΩΝ

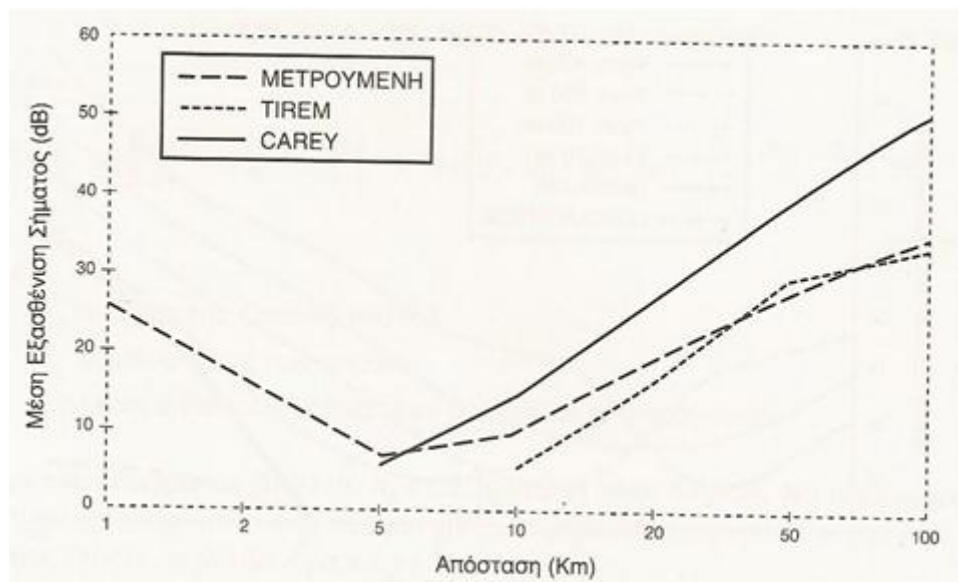
Τα μοντέλα διάδοσης των ραδιοσημάτων απαιτούν για την υλοποίησή τους διάφορες παραμέτρους που αφορούν το περιβάλλον διάδοσης. Όλα τα μοντέλα υπολογίζουν προσεγγιστικά την τιμή της μέσης εξασθένησης του ραδιοσήματος με την απόσταση ενώ κάποια από αυτά δίνουν και πληροφορίες για φαινόμενα όπως η πολυδοδική εξασθένηση (multipath fading) ή πληροφορίες για τη μεταβολή του κινητού σταθμού ενώ σχεδόν κανένα δεν αντιμετωπίζει στατιστικά την μεταβολή της εξασθένησης (loss deviation). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μόνιμη παρουσία ενός σφάλματος σε λειτουργικές διαδικασίες των κυτταρικών συστημάτων κινητής τηλεφωνίας που απαιτούν υπολογισμό της εξασθένησης του ραδιοσήματος με την απόσταση, ανεξάρτητα από το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί. Παρακάτω γίνεται σύγκριση διαφόρων μοντέλων για τον υπολογισμό της εξασθένησης με πειραματικά αποτελέσματα.



Σχήμα 2.3. Σύγκριση των μοντέλων Okumura και Longley-Rice για διάφορα ύψη κεραίας σταθμού βάσης



Σχήμα 2.4. Σύγκριση των προβλεπόμενων τιμών διαφόρων μοντέλων για ύψος κεραίας σταθμού βάσης 380m



Σχήμα 2.5. Σύγκριση των μοντέλων TIREM και CAREY με πειραματικά δεδομένα. Το ύψος της κεραίας σταθμού βάσης είναι 380m

Στο σχήμα 1 φαίνονται πέντε καμπύλες της μέσης εξασθένησης του ραδιοσήματος που προέκυψαν από μετρήσεις για διάφορα ύψη κεραιών σε εδάφη χωρίς ανωμαλίες.

Στο σχήμα 2 γίνεται μια σύγκριση της μέσης εξασθένησης του ραδιοσήματος όπως υπολογίζεται από πέντε μοντέλα για ύψος κεραιάς $h = 380m$.

Στο σχήμα 3 παρουσιάζεται μια σύγκριση μεταξύ των μοντέλων TIREM , CAREY και πειραματικών δεδομένων που προέκυψαν από μετρήσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ : ΤΕΧΝΙΚΗ RAY TRACING

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Η τεχνική ray-tracing όπως έχει ήδη αναφερθεί, βασίζεται στη διάδοση πολλών ακτίνων (επιβατικές ακτίνες) στον χώρο και έτσι μελετώντας την κάθε ακτίνα ξεχωριστά μπορούμε να έχουμε μια συνολική εικόνα. Οπότε, είναι φανερό πως όσοι περισσότερες επιβατικές ακτίνες έχουμε τόσο πιο «ρεαλιστικά» θα είναι τα αποτελέσματα της μαθηματικής μελέτης αυτής της τεχνικής.

Η κύρια επιβατική ακτίνα είναι αυτή που πηγαίνει κατευθείαν από τον πομπό στον δέκτη χωρίς να παρεμβάλεται κάποιο εμπόδιο μεταξύ αυτών. Τις υπόλοιπες επιβατικές ακτίνες τις παίρνουμε τυχαία, υπολογίζοντας τυχόν ανακλάσεις σε διάφορες επιφάνειες ή ακόμα λαμβάνοντας υπ' όψη μας τα εμπόδια που βρίσκονται σε ένα τυχαίο αστικό περιβάλλον.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστεί αναλυτικά η εξίσωση που μας δίνει τις απώλειες οδεύσεως και ο αλγόριθμος της τεχνικής ray-tracing, θα μελετηθεί η επίδραση της βλάστησης και η απώλειες μέσα σε ένα αστικό περιβάλλον και θα παρουσιαστούν γραφικές παραστάσεις με όλα τα παραπάνω αποτελέσματα.

3.2. ΤΕΧΝΙΚΗ RAY TRACING

Η τεχνική ray-tracing αποτελεί χρήσιμη τεχνική τόσο για outdoor όσο και για indoor propagation. Στηρίζεται σε πολλές επιβατικές ακτίνες (επιλογή ακτίνων στην προσομοίωση: single-ray model, two-ray model). Όσο μεγαλύτερο αριθμό ακτίνων συνυπολογίζουμε στη μελέτη, τόσο πιο αξιόπιστο είναι το μοντέλο που χρησιμοποιούμε. Οι απώλειες οδεύσεως δίνονται από τον παρακάτω τύπο:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 \left[G_{dir} + \sum_{i=1}^m GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})} \right]$$

Όπου:

L_p : απώλεια οδεύσεως (dB)

λ : μήκος κύματος

r_{dir} : μήκος διαδρομής απευθείας ζεύξης (κύρια επιβατική ακτίνα)

m : πλήθος ακτίνων

r_i : μήκος διαδρομής i ακτίνας

R_i : συντελεστής ανάκλασης Fresnel

G_{dir} : γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη για την απευθείας ζεύξη

GR_i : γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη για την i ακτίνα

k : κυματικός αριθμός – wave factor

$$\mu\epsilon : k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ο συντελεστής Fresnel υπολογίζεται ως εξής:

- Για παράλληλη πόλωση

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_i + (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}$$

- Για κάθετη πόλωση

$$R_{\theta_i} = \frac{Ec \sin \theta_i - (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{Ec \sin \theta_i + (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\mu\epsilon : Ec = Er - j60\sigma\lambda$$

Όπου :

Ec : σχετική διηλεκτρική σταθερά

θ_i : γωνία πρόσπτωσης i ακτίνας (ίση με γωνία ανάκλασης)

Er : επιτρεπτότητα υλικών

σ : αγωγιμότητα υλικών

λ : μήκος κύματος

Συνήθως εξετάζουμε αρκετές επιβατικές ακτίνες, ώστε τα αποτελέσματα να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο ρεαλιστικά. Έχουμε τις εξής διαδρομές των αντίστοιχων επιβατικών ακτίνων μέσω των οποίων η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία φτάνει στην κεραία του κινητού:

-απευθείας διαδρομή

-απλή ανάκλαση από το έδαφος

-διπλή ανάκλαση σε τοίχο

-απλή ανάκλαση σε τοίχο

-συνδυασμένη ανάκλαση σε τοίχο και έδαφος

3.2.1. RAY TRACING ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Το πρόγραμμα ray tracing 2 διαστάσεων αναπτύχθηκε για να μελετηθεί η διάδοση σε περιβάλλοντα όπου ο πομπός είναι χαμηλότερα από το ύψος των περισσότερων κτιρίων. Μπορεί να χειριστεί μια αυθαίρετη διάταξη κτιρίων, χωρίς περιορισμούς στο σχήμα τους, αρκεί να περιγράφονται από διανύσματα.

Ο αλγόριθμος καθορίζει όλους τους συνδυασμούς των ακτινών που ανακλώνται και υφίστανται περίθλαση, έχοντας βέβαια ένα όριο των ανακλάσεων και των περιθλάσεων που λαμβάνονται υπόψη (ας σημειωθεί εδώ ότι από μελέτες προκύπτει πως η θεώρηση της απλής περίθλασης είναι επαρκής για τη διάδοση ενώ η διπλή δε βρέθηκε να συμβάλλει αρκετά στη βελτίωση της λύσης του προβλήματος).

3.2.2. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ RAYTRACING

Οι τεχνικές υλοποίησης του ray tracing είναι :

- *Ray launching* : βασίζεται σε ακτίνες που εκτοξεύονται από τον πομπό και διαχωρίζονται από καθορισμένο βήμα.
- *Image method (μέθοδος των ειδώλων)* : εδώ η ανάκλαση από ένα κάθετο εμπόδιο θεωρείται ότι προέρχεται από μία εικονική πηγή. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται ο ακριβής καθορισμός των ακτινών που φθάνουν στο δέκτη.

Βήματα που ακολουθούνται με δεδομένα το σχεδιάγραμμα της περιοχής και την τοποθεσία του πομπού:

Δημιουργία του source map:

εξαρτάται από την τοποθεσία του πομπού και τη γεωμετρία των εμποδίων.

Εξακρίβωση των image sources (απαραίτητο για τον υπολογισμό των ανακλώμενων ακτινών) και των diffraction sources (απαραίτητο για τον υπολογισμό των περιθλώμενων ακτινών).

Ανίχνευση ακτινών που φθάνουν στο σημείο του δέκτη.

Υπολογισμός του πεδίου που συνδέεται με κάθε ακτίνα που φθάνει στο δέκτη.

3.2.3. ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΒΛΑΣΤΗΣΗΣ

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί ο υπολογισμός της επίδρασης των δένδρων και γενικότερα της βλάστησης στην εξασθένηση της διάδοσης του κύματος:

$$L = 1,33 f^{0,284} d_f^{0,588} \quad \text{για : } 14 < d_f < 400$$

$$L = 0,45 f^{0,284} d_f \quad \text{για : } 0 < d_f < 14$$

Όπου d_f είναι η απόσταση που πρέπει να διανύσει η ακτίνα διαμέσου των δένδρων και f είναι η συχνότητα σε GHz.

3.2.4. ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η αξιοπιστία των μετρήσεων είναι σημαντική στην επίτευξη όσο το δυνατό καλύτερης ερμηνείας των αποκλίσεων ανάμεσα στις μετρήσεις και τις προβλέψεις. Είναι αναμενόμενο ότι 2 μετρήσεις για την ίδια διαδρομή παρατήρησης και τον ίδιο πομπό μπορεί να διαφέρουν ακόμα και αν γίνουν σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα εξαιτίας της κίνησης μέσα στο εξεταζόμενο περιβάλλον (αυτοκίνητα, άνθρωποι κλπ) και της δυσκολίας καταγραφής της μέτρησης ακριβώς στην ίδια θέση. Ακόμα και αν υπάρχουν διαφοροποιήσεις σε συγκεκριμένες θέσεις το συνολικό μοτίβο των αποτελεσμάτων δείχνει να επαναλαμβάνεται λογικά. Η διαφορά κυμαίνεται στα 2dB

Το μοντέλο πρόβλεψης ray tracing που υλοποιεί φαινόμενα ανάκλασης και περίθλασης εξαρτάται από την επιλογή του συντελεστή ανάκλασης και περίθλασης. Σε ένα πραγματικό περιβάλλον όπου οι ακτίνες χτυπούν στις γωνίες των κτιρίων και αναπηδούν ομοιόμορφα κατανεμημένες σε γωνίες από 0π μέχρι 2π και οι 3 συντελεστές περίθλασης δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Ο συντελεστής ανάκλασης εξαρτάται από τις τιμές που δίνονται στις ηλεκτρικές παραμέτρους που αντιστοιχούν στα κτίρια – τοίχους κλπ. Όταν υπάρχουν δένδρα κατά μήκος της διαδρομής που βρίσκεται ο πομπός τότε το μετρούμενο peak είναι μικρότερο από το προβλέψιμο. Είναι δύσκολο να δειχθεί το μέγεθος της επίδρασης της εξασθένησης (από τα δένδρα) σε περιοχές NLOS.

Στην περίπτωση που το ύψος του πομπού είναι συγκρίσιμο με το ύψος των κτιρίων τότε το αντίστοιχο μοντέλο πρόβλεψης είναι το ray tracing 3 διαστάσεων (προσεγγίσεις κτιρίων στο ray tracing 3 διαστάσεων: knife-edge). Μετρήσεις σε περιβάλλοντα πόλεων έδειξαν ότι ο συνδυασμός των αποτελεσμάτων του 3D Ray tracing και του vertical plane είναι πολύ πιο κοντά στις μετρήσεις σε σχέση με τα αποτελέσματα των εμπειρικών μεθόδων (Hata).

3.3. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ FRESNEL ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΔΥΗΛΕΚΤΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΟΛΩΣΗ.

Όταν έχουμε παράλληλη πόλωση ο συντελεστής Fresnel δίνεται από τον τύπο:

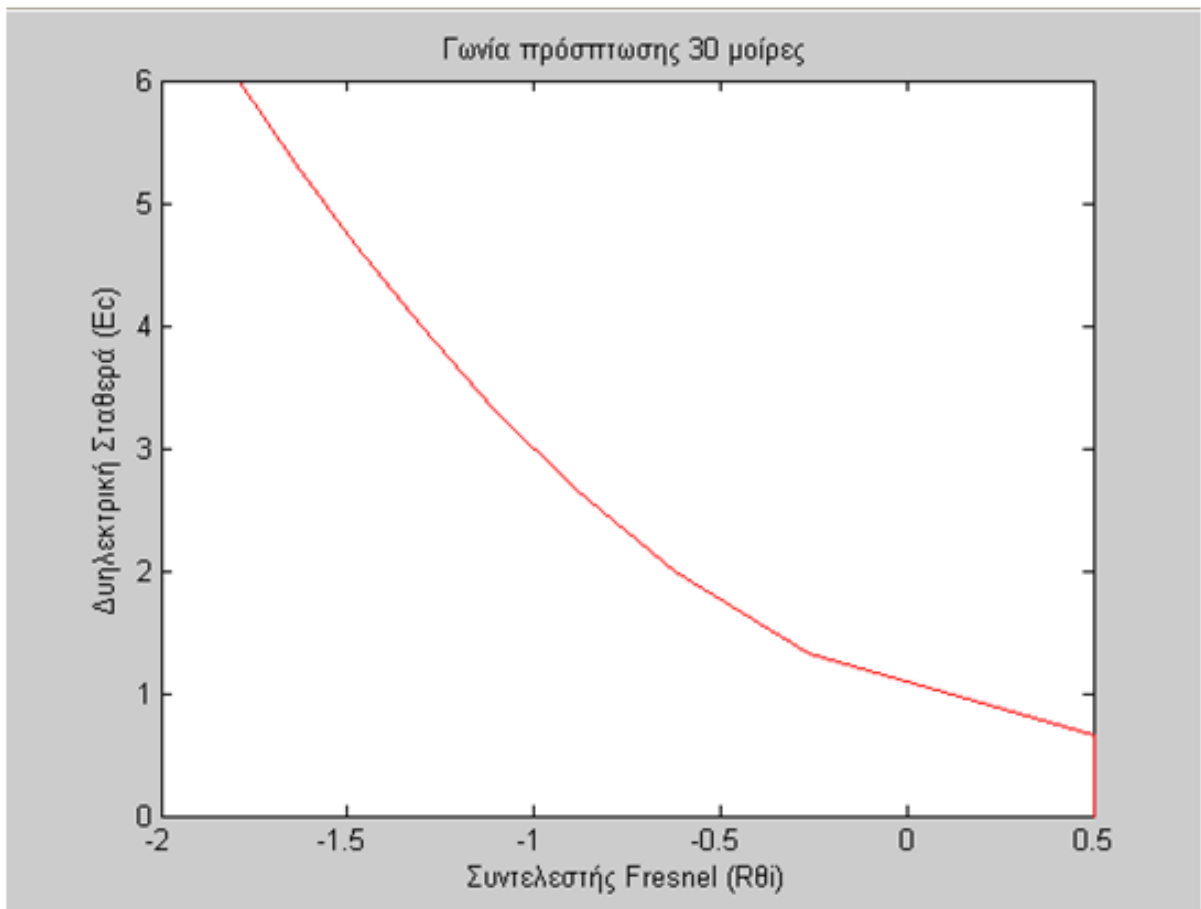
$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_i + (Ec - \cos^2 \theta_i)^{\frac{1}{2}}}$$
$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{Ec - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{Ec - \cos^2 \theta_i}}$$

- για $\theta_i = 30$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin 30 - \sqrt{Ec - \cos^2 30}}{\sin 30 + \sqrt{Ec - \cos^2 30}}$$

$$R_{\theta_i} = \frac{0,5 - \sqrt{Ec - 0,75}}{0,5 + \sqrt{Ec - 0,75}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 30 μοιρών.



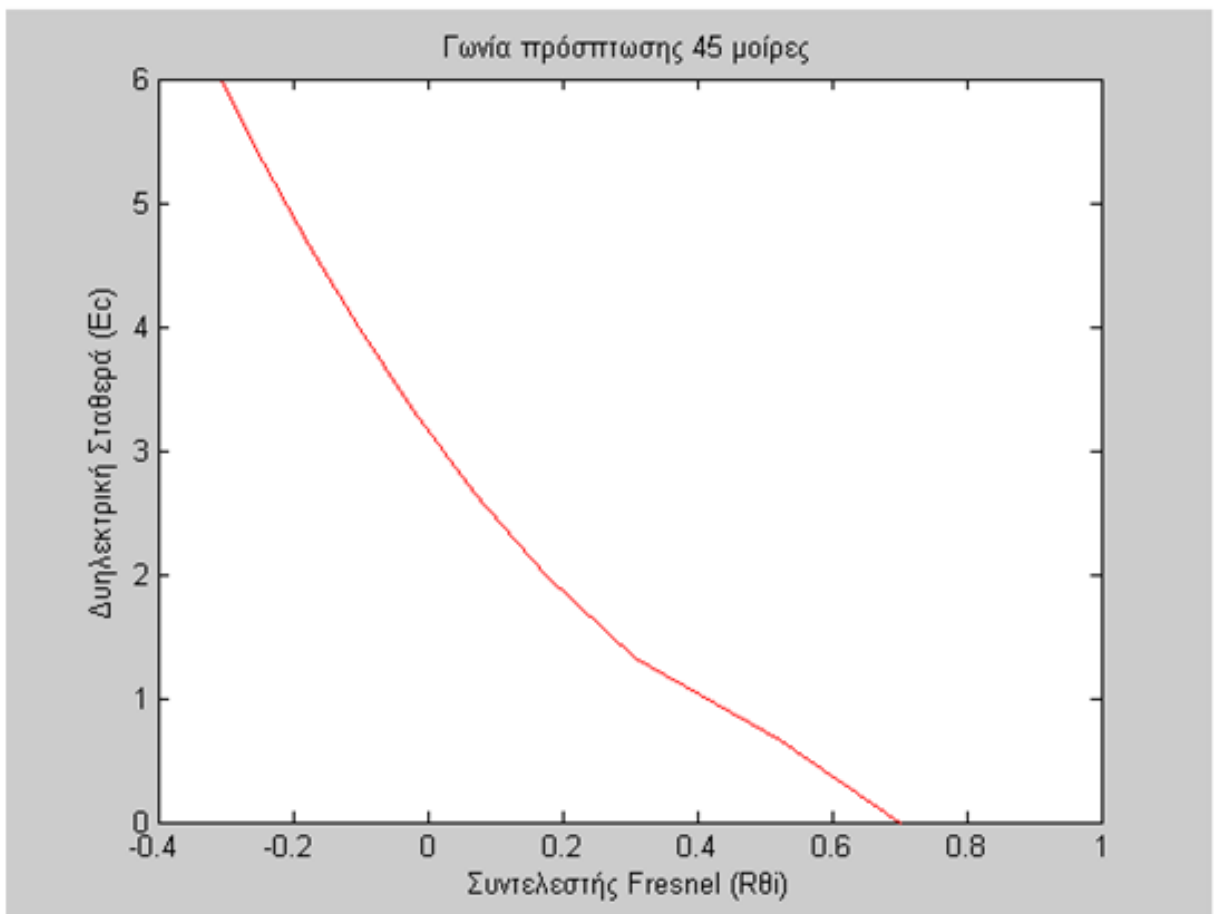
Σχήμα 3.1. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 30 μοιρών

- για $\theta_i = 45$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin 45 - \sqrt{Ec - \cos^2 45}}{\sin 45 + \sqrt{Ec - \cos^2 45}}$$

$$R_{\theta_i} = \frac{0,7 - \sqrt{Ec - 0,5}}{0,7 + \sqrt{Ec - 0,5}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 45 μοιρών.



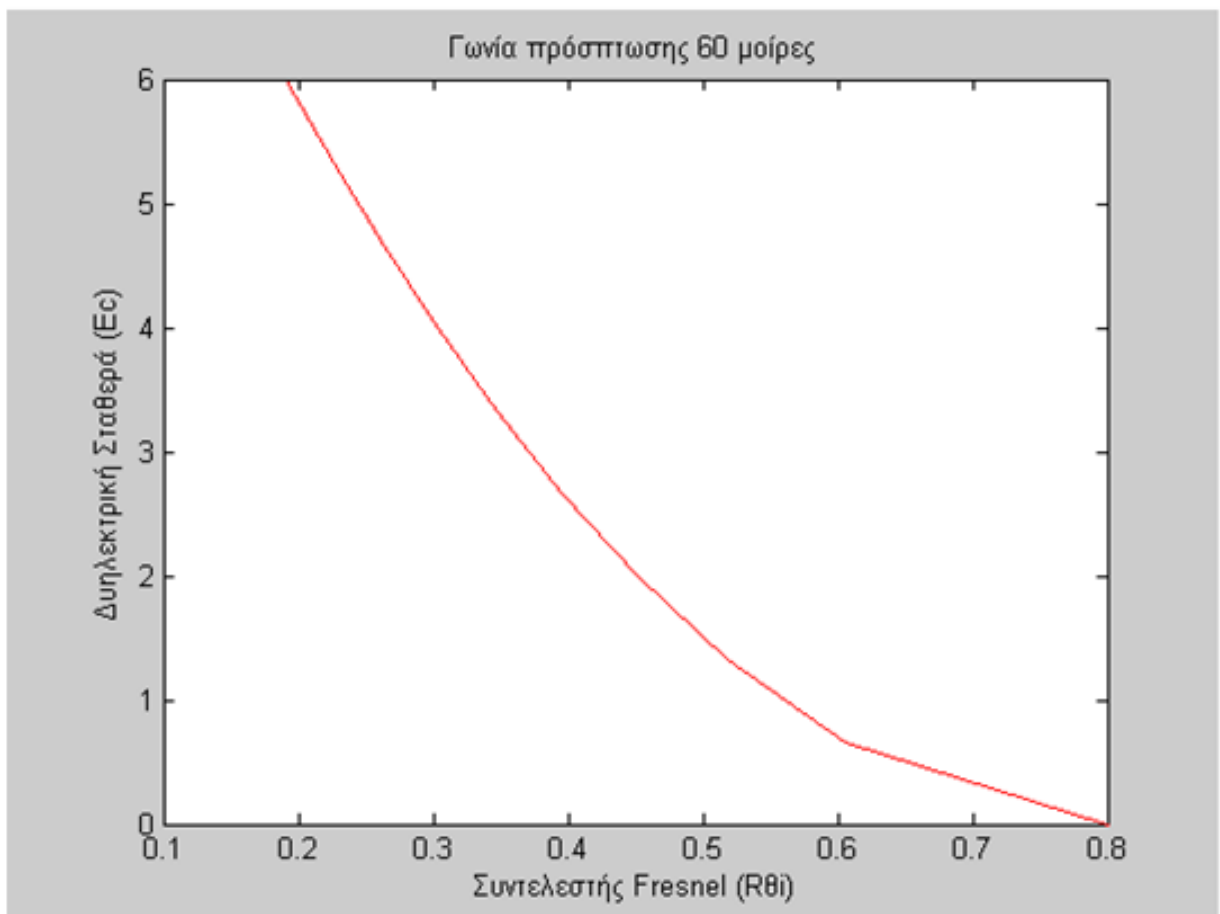
Σχήμα 3.2. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 45 μοιρών.

- για $\theta_i = 60$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin 60 - \sqrt{Ec - \cos^2 60}}{\sin 60 + \sqrt{Ec - \cos^2 60}}$$

$$R_{\theta_i} = \frac{0,86 - \sqrt{Ec - 0,25}}{0,86 + \sqrt{Ec - 0,25}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 60 μοιρών.



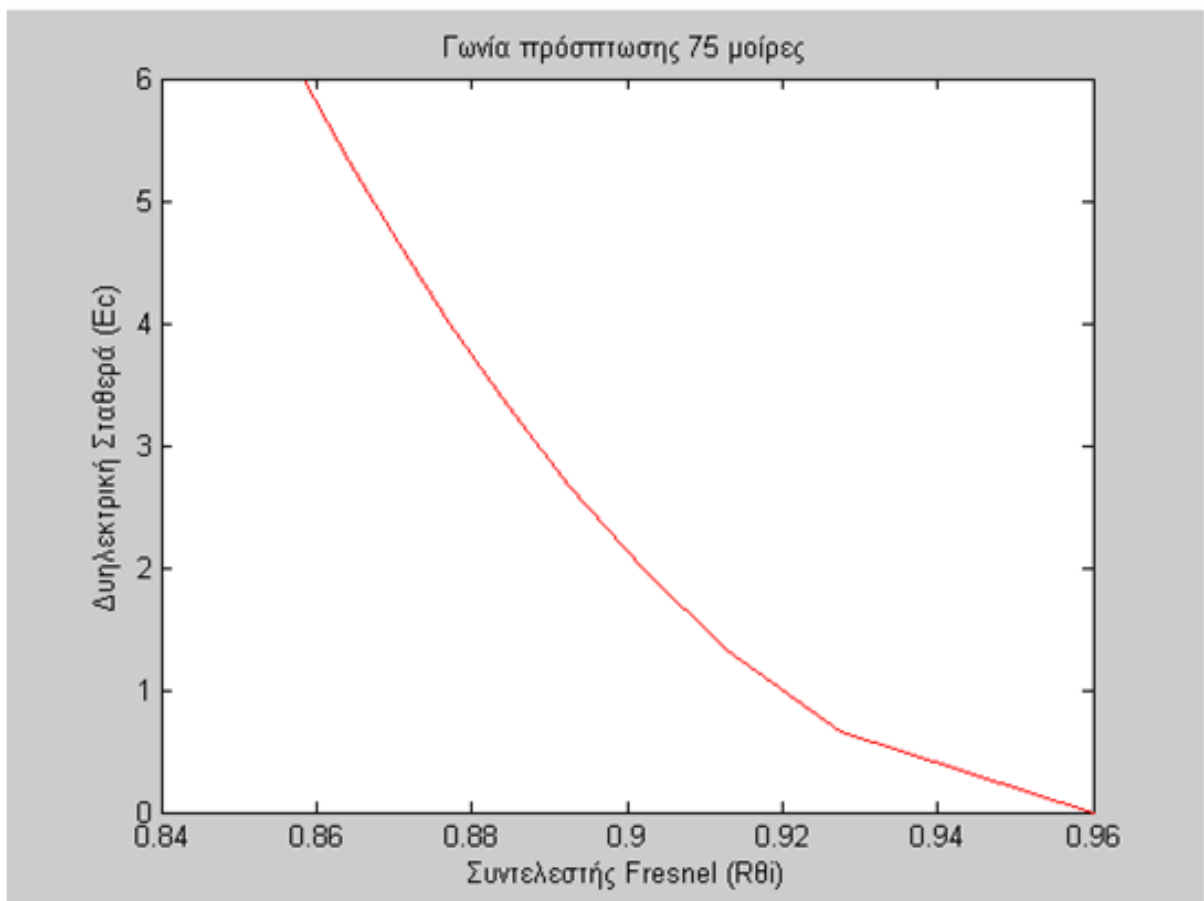
Σχήμα 3.3. Γραφική του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 60 μοιρών.

- για $\theta_i = 75$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin 75 - \sqrt{Ec - \cos^2 75}}{\sin 75 + \sqrt{Ec - \cos^2 75}}$$

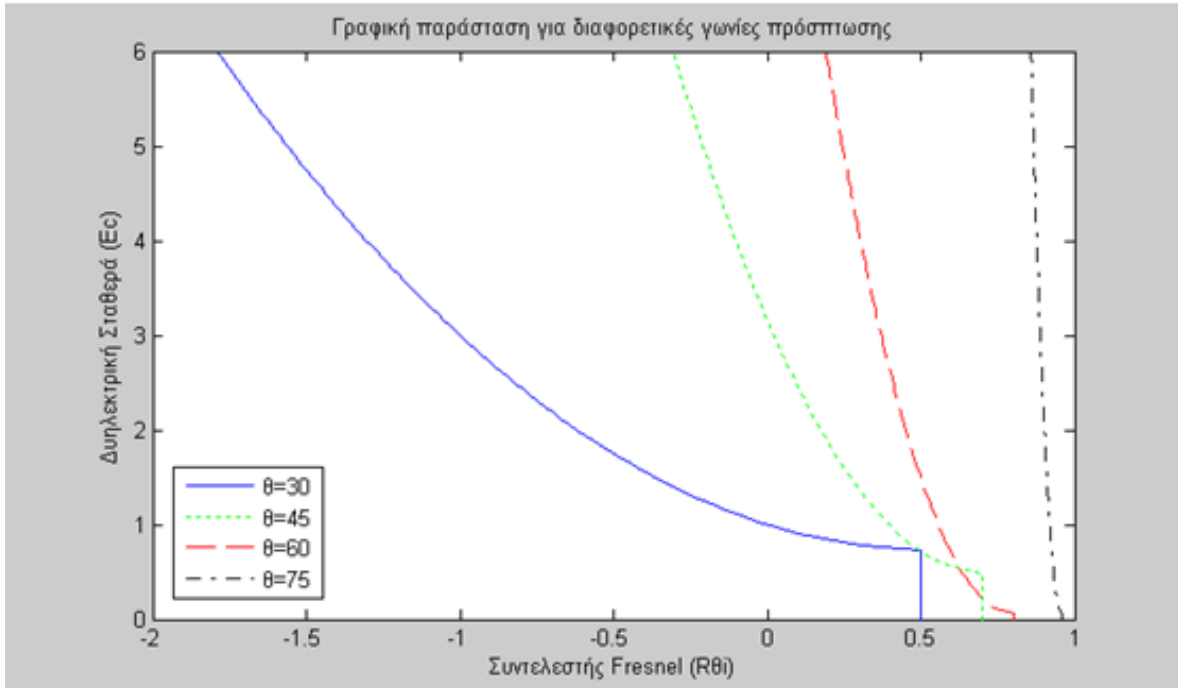
$$R_{\theta_i} = \frac{0,96 - \sqrt{Ec - 0,06}}{0,96 + \sqrt{Ec - 0,06}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 75 μοιρών.



Σχήμα 3.4. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 75 μοιρών.

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω γωνίες πρόσπτωσης:



Σχήμα 3.5. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω γωνίες πρόσπτωσης

3.4. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ FRESNEL ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΓΩΝΙΑ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗΣ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΔΥΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ

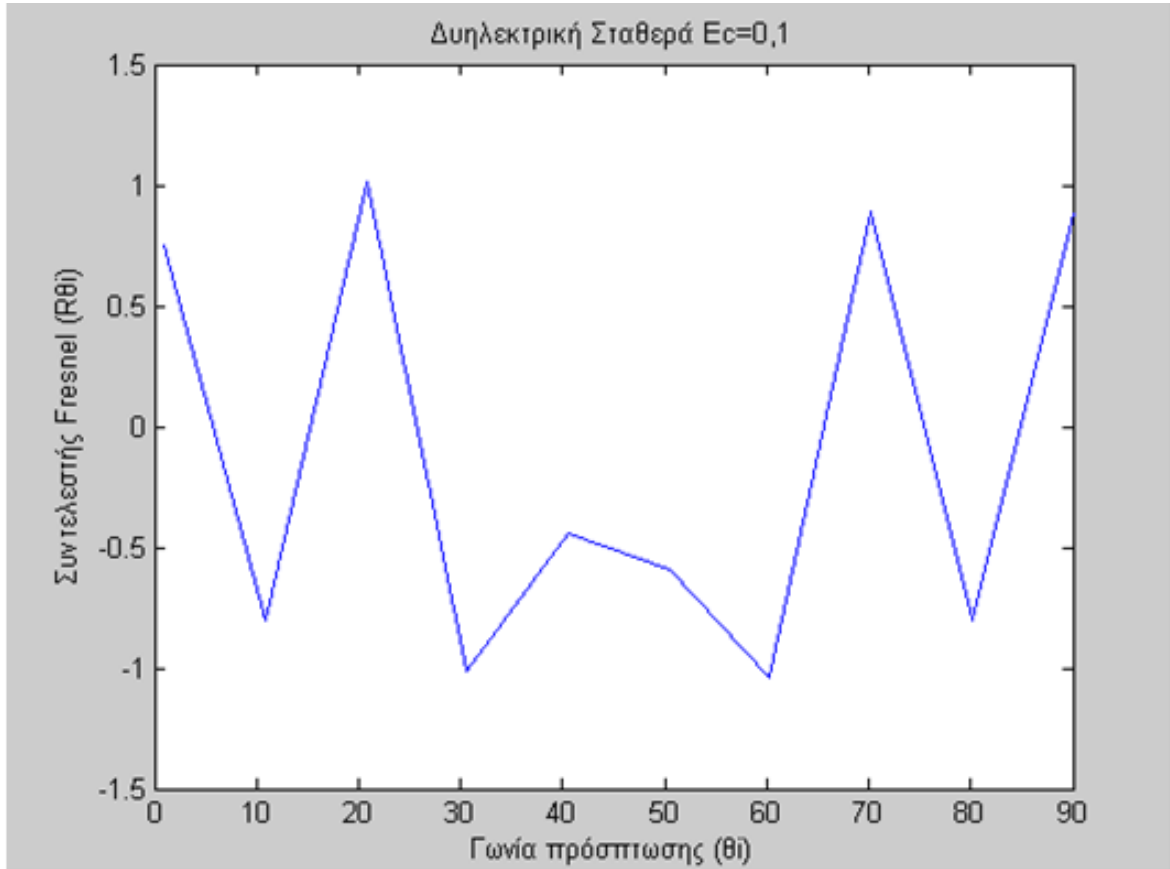
Όταν έχουμε παράλληλη πόλωση ο συντελεστής Fresnel δίνεται από τον τύπο:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{5 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{5 - \cos^2 \theta_i}}$$

- για $E_c = 0,1$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{0,1 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{0,1 - \cos^2 \theta_i}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 0,1:

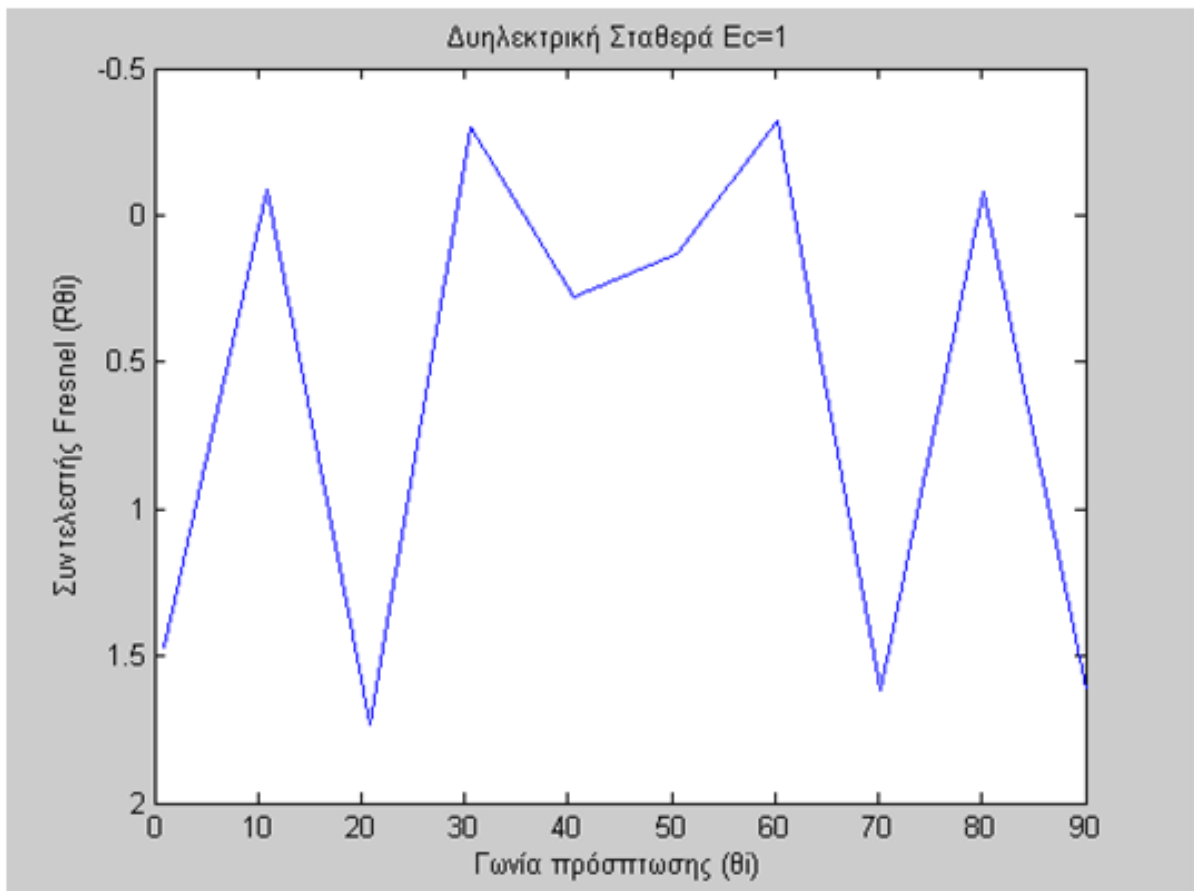


Σχήμα 3.6. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 0,1

- για $E_c = 1$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{1 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{1 - \cos^2 \theta_i}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 1:

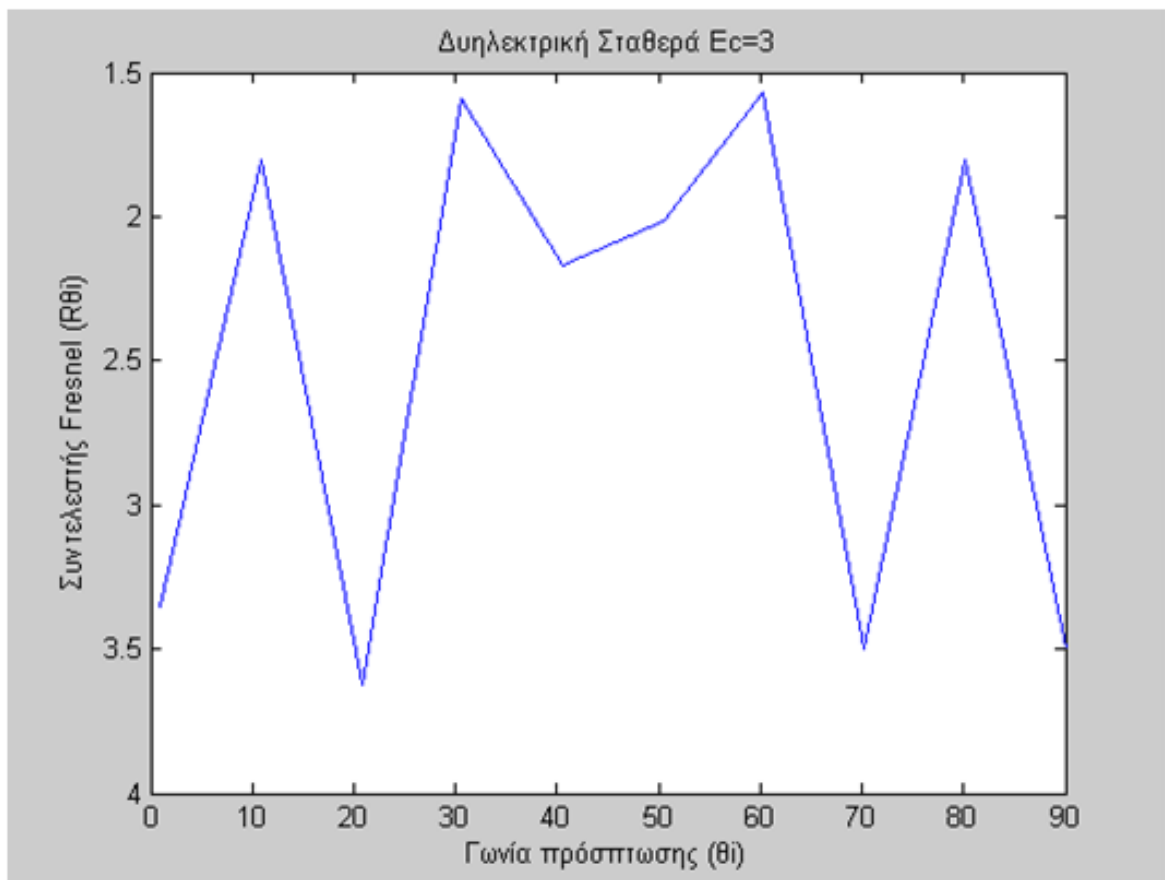


Σχήμα 3.7. γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 1

- για $E_c = 3$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{3 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{3 - \cos^2 \theta_i}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3:

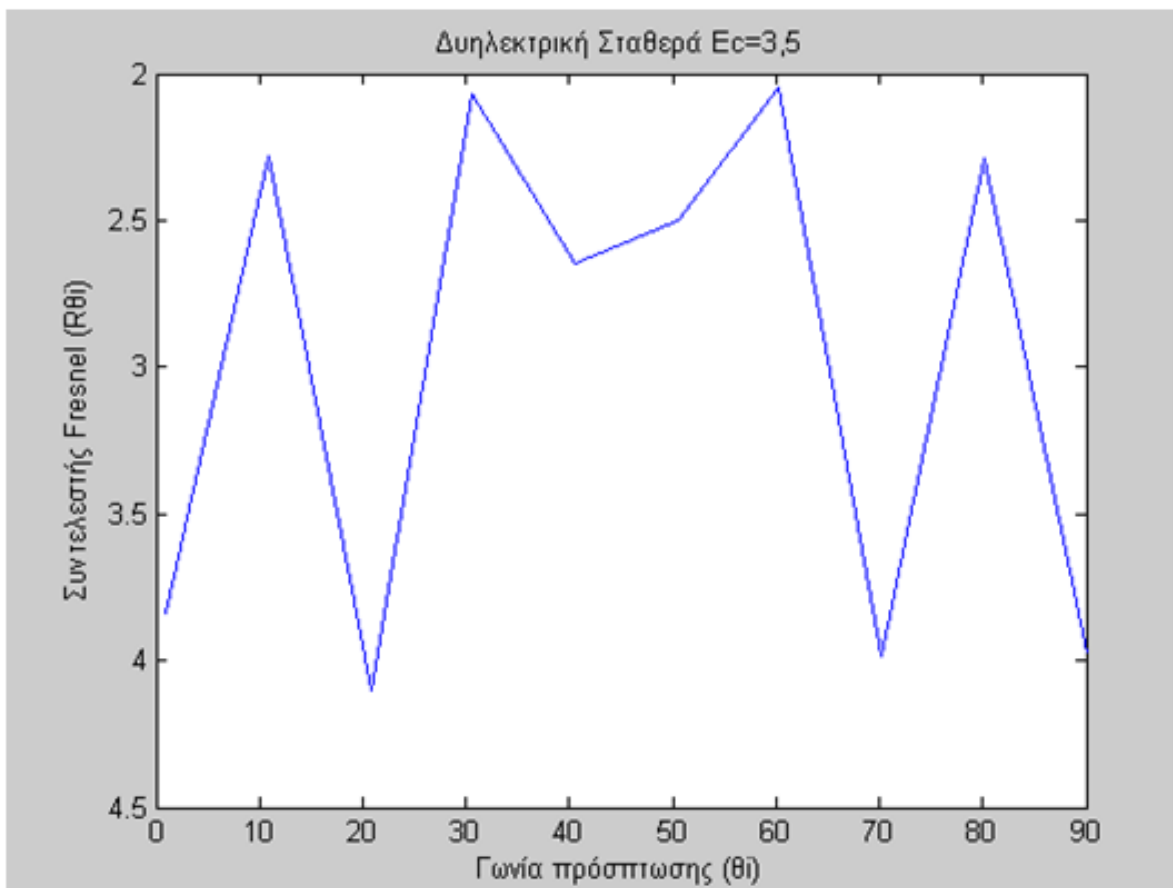


Σχήμα 3.8. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3

- για $E_c = 3,5$ έχουμε:

$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{3,5 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{3,5 - \cos^2 \theta_i}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3,5:

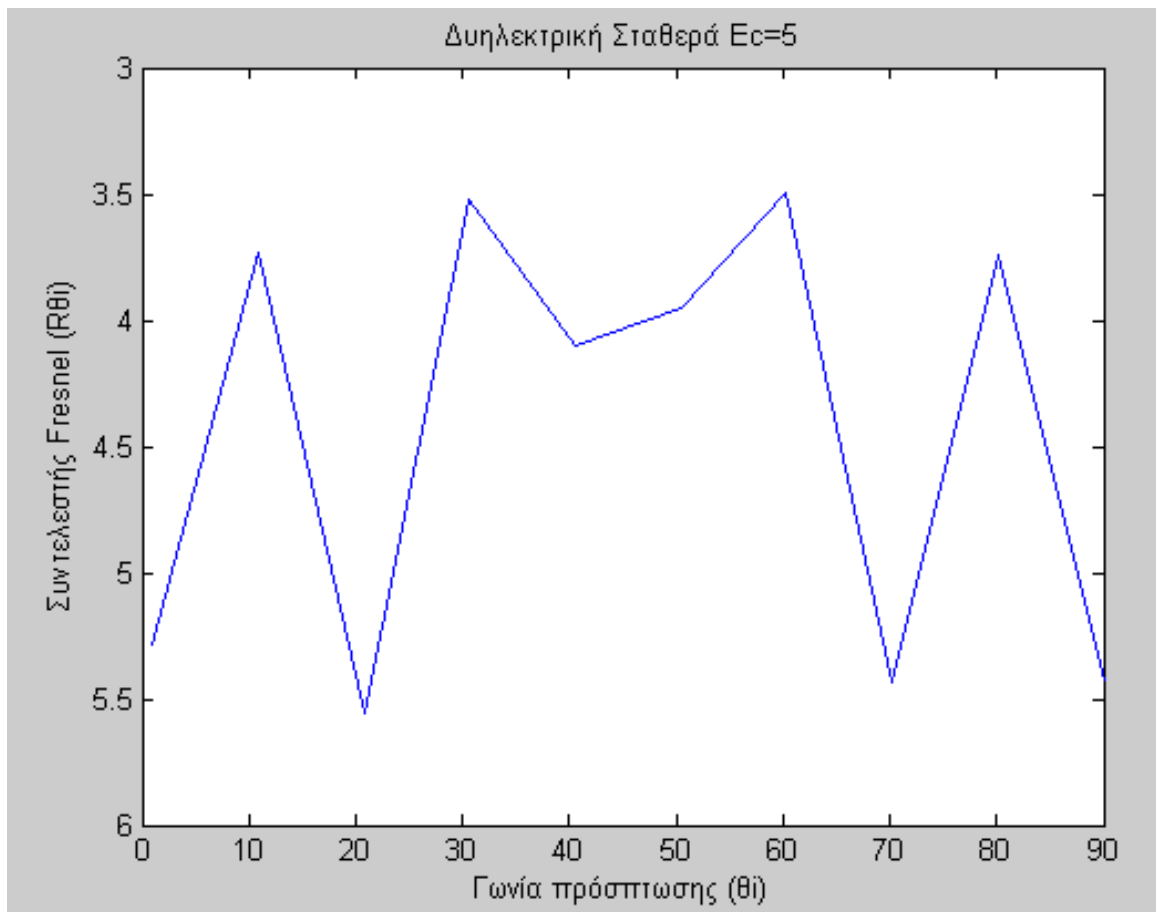


Σχήμα 3.9. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3,5

- για $E_c = 5$ έχουμε:

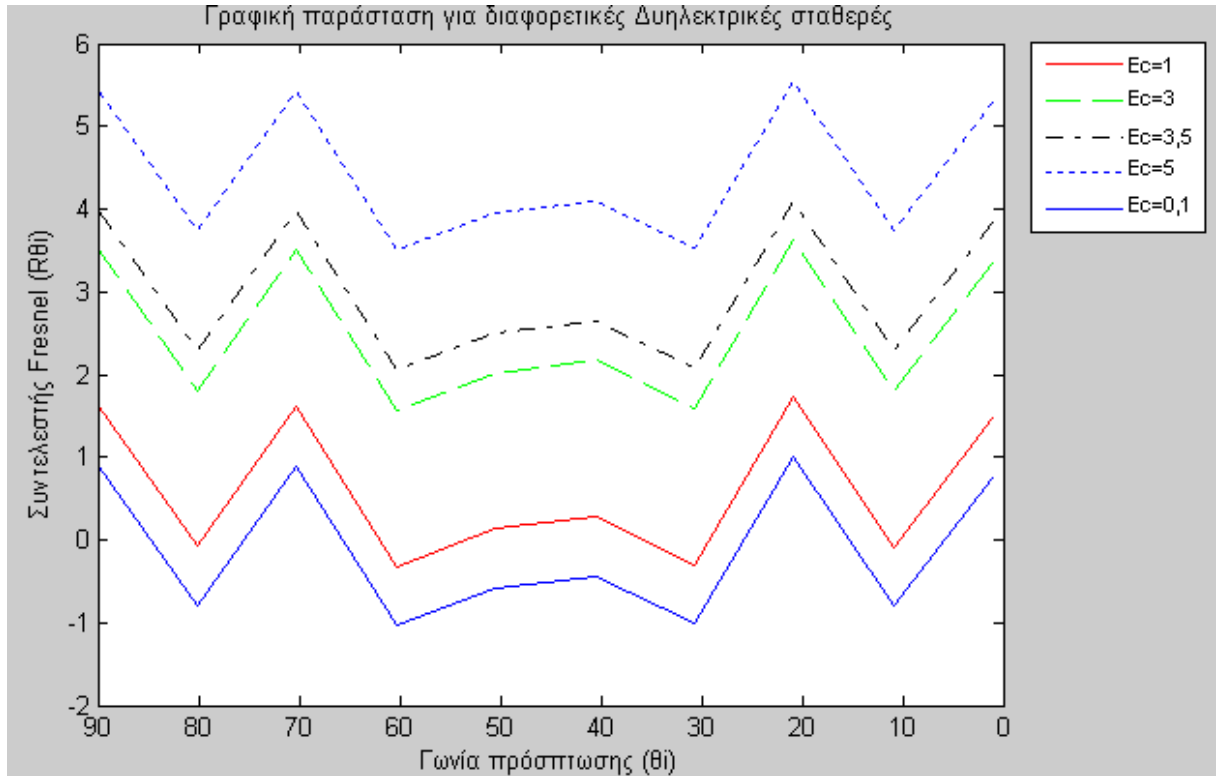
$$R_{\theta_i} = \frac{\sin \theta_i - \sqrt{5 - \cos^2 \theta_i}}{\sin \theta_i + \sqrt{5 - \cos^2 \theta_i}}$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 5:



Σχήμα 3.10. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 5

Ακολουθεί η γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς:



Σχήμα 3.11. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς

3.5. ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Αφού λύσουμε την εξίσωση που μας δίνει τις απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος και το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη,

(για $r_{dir} = 30m$, $GR_i = 5,01$, $r_1 = 120m$, $r_2 = 130m$, $r_3 = 150m$, $R_{\theta_1} = 0,4$, $R_{\theta_2} = 0,66$, $R_{\theta_3} = 0,25$, $k = 2,09$)

θα παρουσιαστούν τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζουν τις Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.

Έχουμε :

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta_1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta_2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta_3} \left(\frac{r_{dir}}{r_3}\right) e^{-jk(r_3 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{376,8}\right)^2 [G_{dir} + 2,004 * 0,25 e^{-j188,1} + 3,3 * 0,23 e^{-j209} + 1,25 * 0,2 e^{-j250}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{376,8}\right)^2 [G_{dir} + 0,5 e^{-j188,1} + 0,75 e^{-j209} + 0,25 e^{-j250}]$$

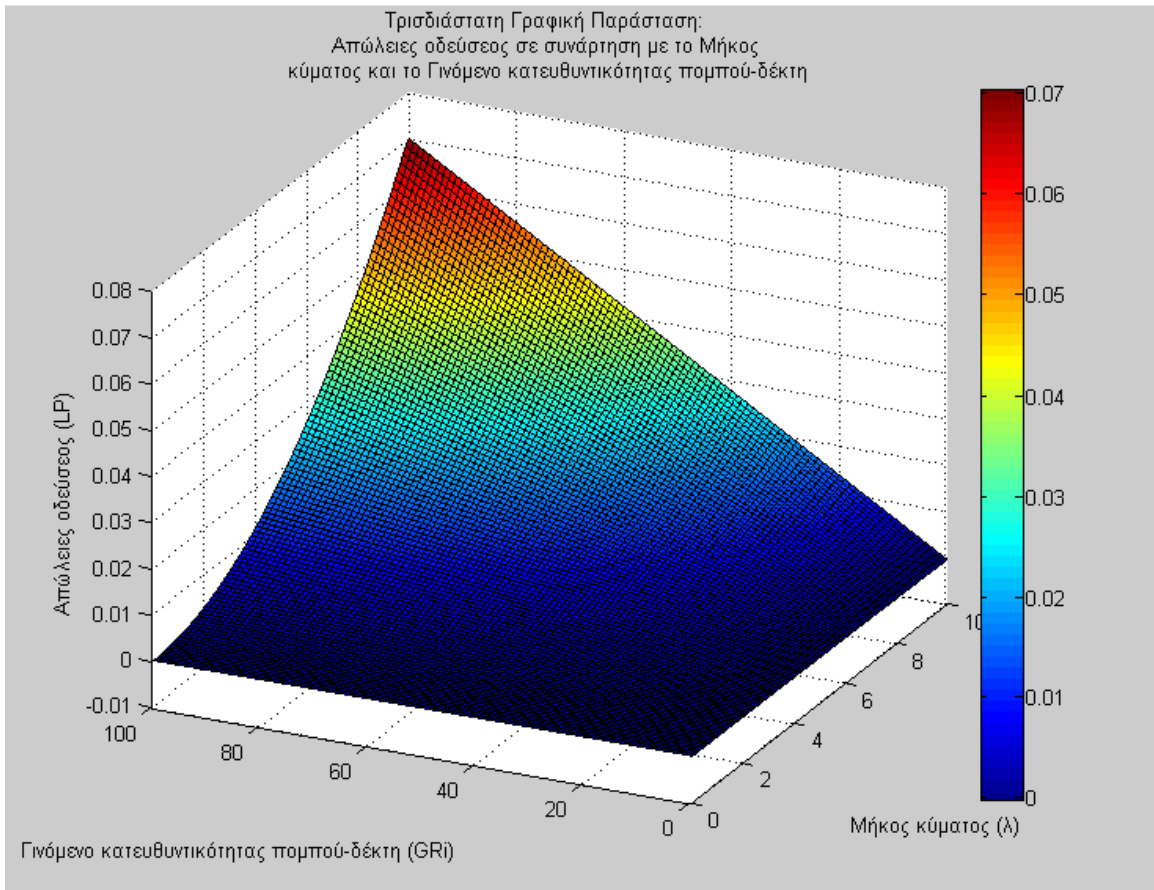
$$L_p = \left(\frac{\lambda}{376,8}\right)^2 [G_{dir} + 0,5(\cos 188,1 - j \sin 188,1) + 0,75(\cos 209 - j \sin 209) + 0,25(\cos 250 - j \sin 250)]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{376,8}\right)^2 [G_{dir} + 0,5(-0,99 + 0,14j) + 0,75(-0,87 + 0,48j) + 0,25(-0,34 + 0,93j)]$$

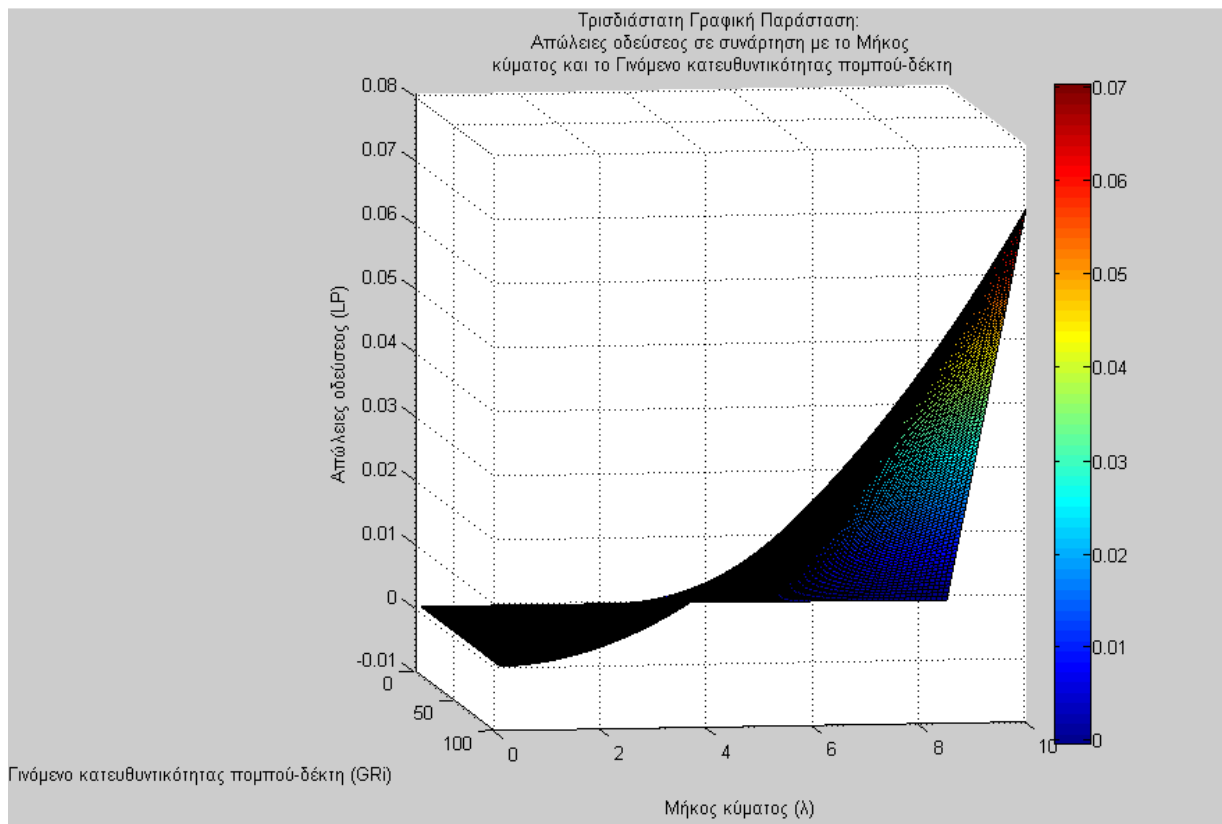
$$L_p = \left(\frac{\lambda}{376,8}\right)^2 (G_{dir} - 0,495 - 0,652 - 0,085j)$$

$$L_p = \frac{\lambda^2 G_{dir}}{141978,24} - \frac{\lambda^2 0,495}{141978,24} - \frac{\lambda^2 0,652}{141978,24} - \frac{\lambda^2 0,085}{141978,24}$$

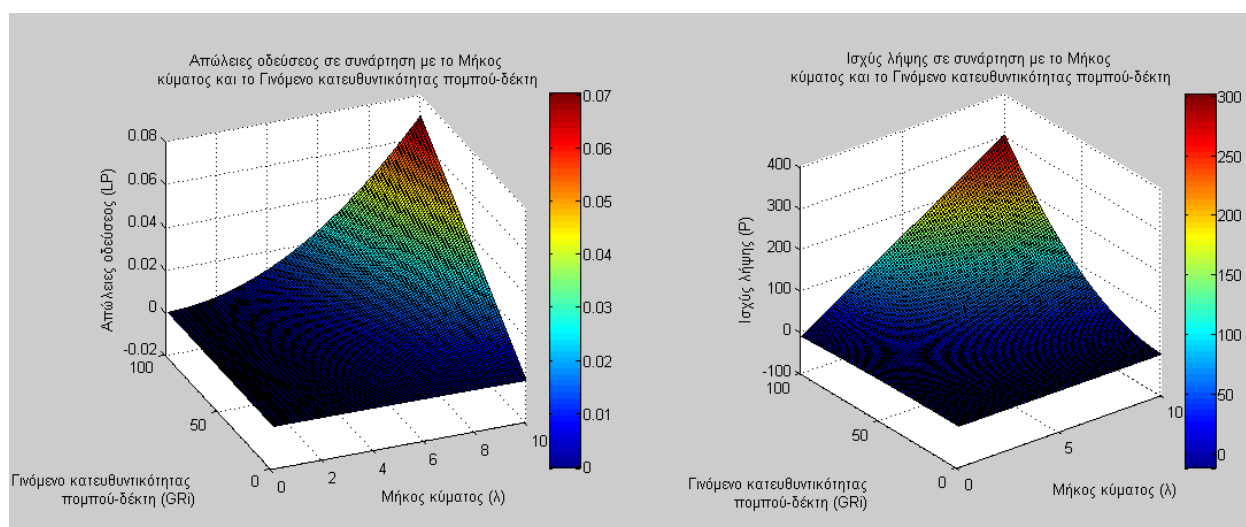
Παρακάτω ακολουθούν οι τρισδιάστατες γραφικές παραστάσεις:



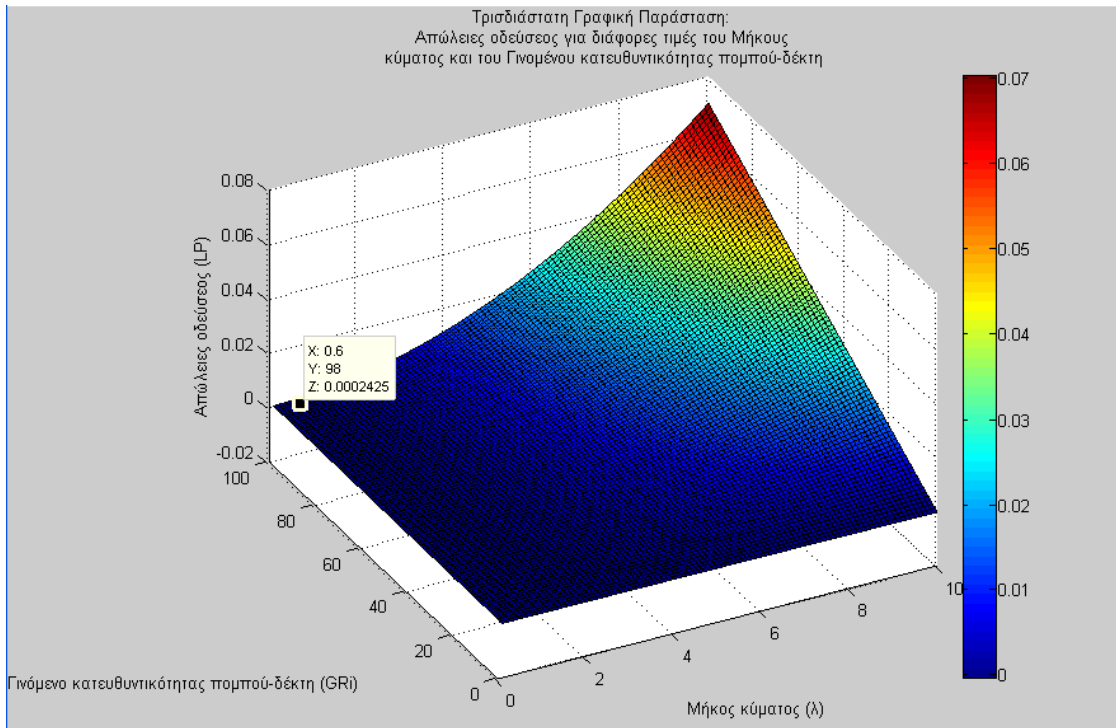
Σχήμα 3.12. Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(1): Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



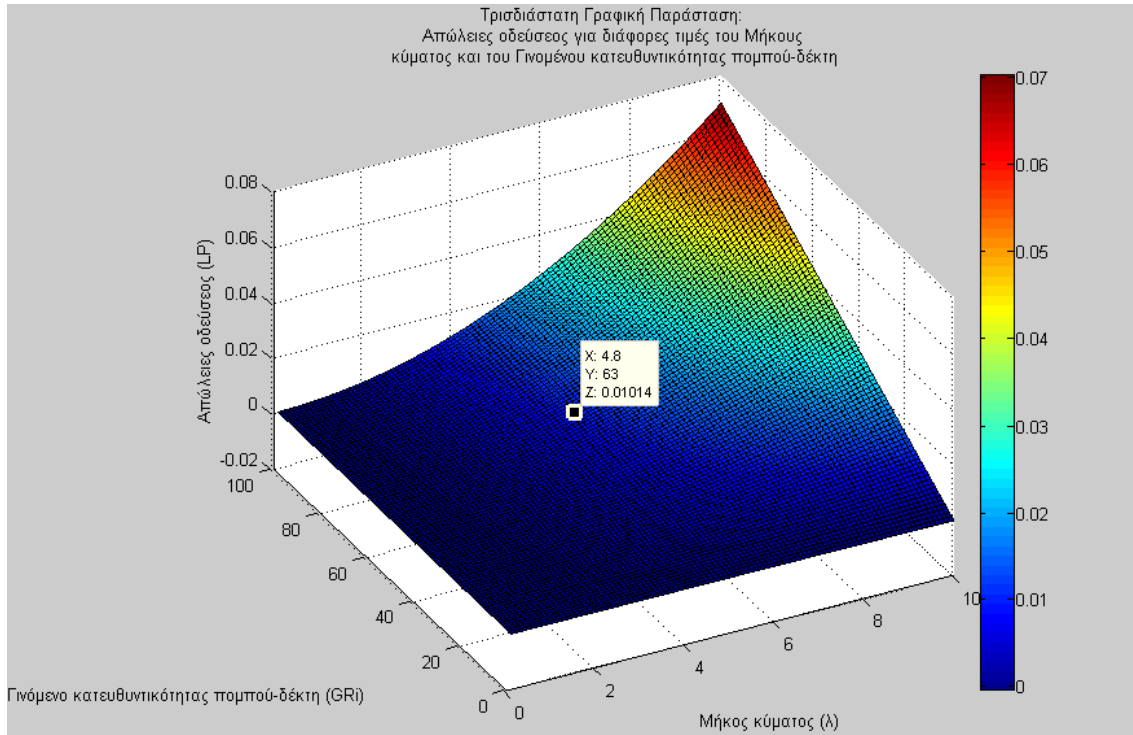
Σχήμα 3.13. Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(2): Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



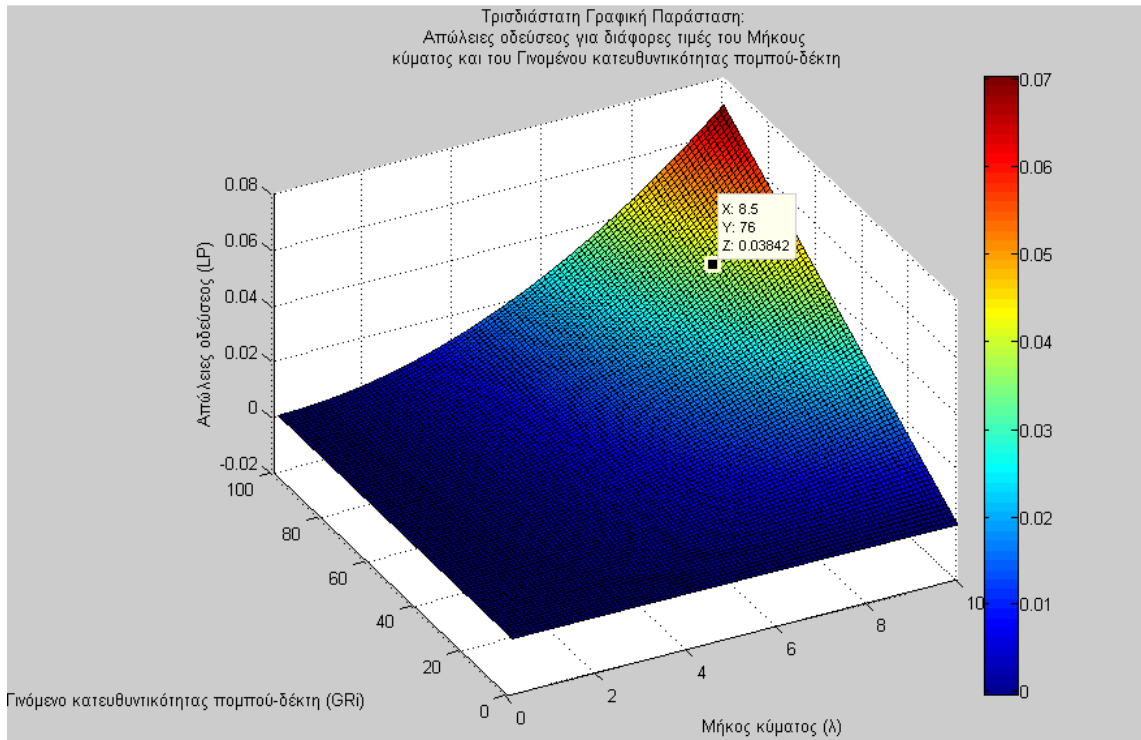
Σχήμα 3.14. Τρισδιάστατες Γραφικές παραστάσεις:(1) Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη. (2) Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



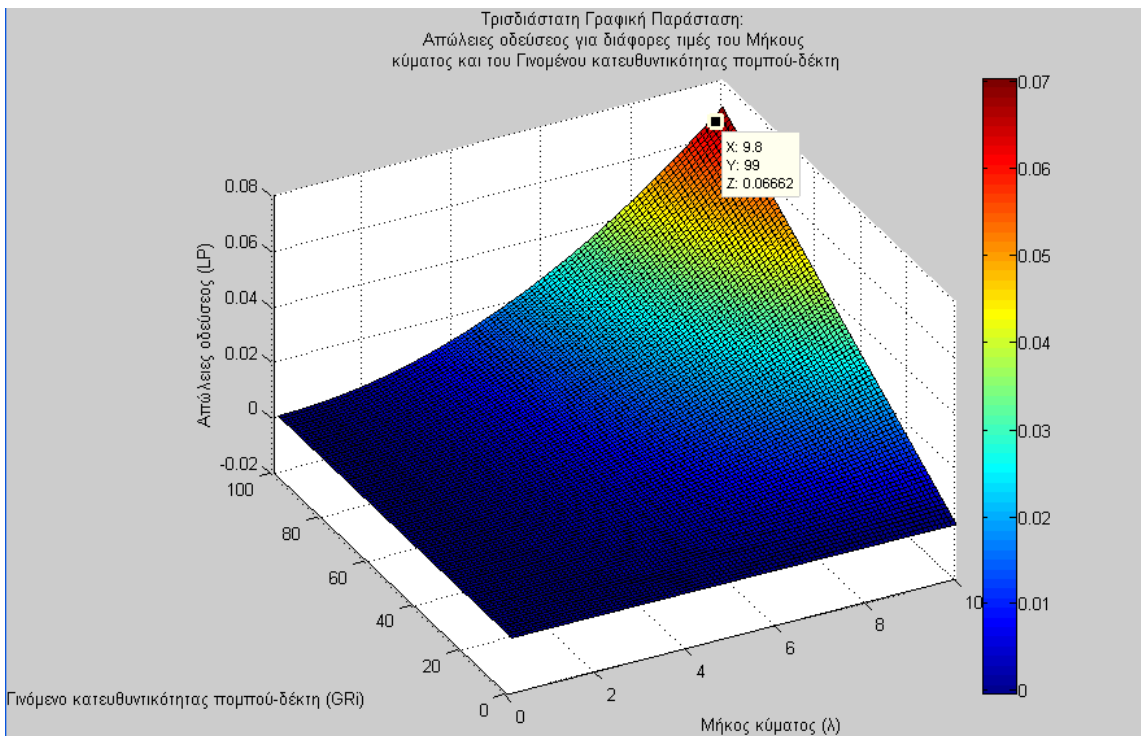
Σχήμα 3.15. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



Σχήμα 3.16. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



Σχήμα 3.17. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.



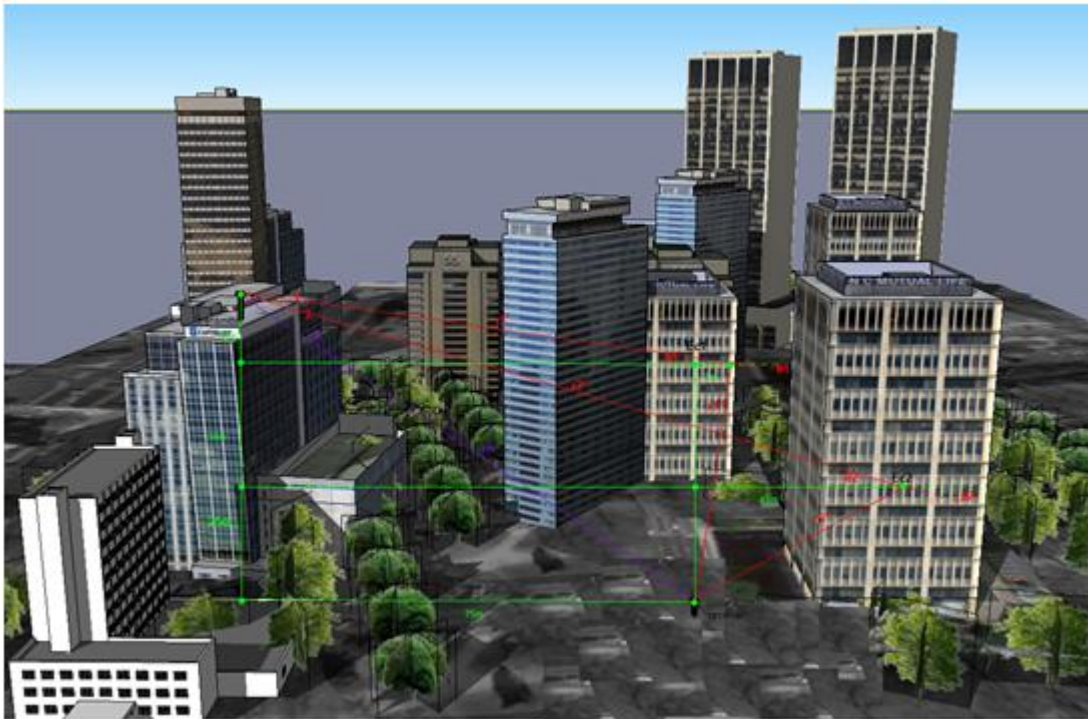
Σχήμα 3.18. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού - δέκτη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ : ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν δύο εφαρμογές της τεχνικής ray tracing για τον υπολογισμό των απωλειών οδεύσεως σε ένα τυχαίο αστικό περιβάλλον. Αφού παρουσιαστούν τα δυο αυτά σενάρια θα γίνει μαθηματική μελέτη για το κάθε ένα ξεχωριστά ώστε να υπολογισθεί η απώλεια οδεύσεως και κατά συνέπεια η ισχύς λήψης (όλες οι επιφανειες θεωρούμε πως είναι ιδανικές και έτσι δεν λαμβάνονται υπ' όψη οι απώλειες λόγω απορρόφησης). Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν γραφικές παραστάσεις που θα αναπαριστούν τα αποτελέσματα των παραπάνω εξισώσεων.

4.1. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΕΧΝΙΚΗΣ RAY TRACING ΣΕ ΑΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΤΥΧΑΙΕΣ ΑΝΑΚΛΑΣΕΙΣ ΣΕ ΓΥΑΛΙ ΚΑΙ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΠΟ ΤΟΥΒΛΑ

Ξεκινώντας θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι ακτίνες r_1 και r_2 του σχήματος που ακολουθεί, ανακλώνται σε επιφάνεια από γυαλί και σε επιφάνεια από τούβλα αντίστοιχα. Η ακτίνα r_{dir} είναι η κύρια επιβατική ακτίνα από τον πομπό στο δέκτη. Οι αποστάσεις είναι σε m σύμφωνα με μετρήσεις που έχουν γίνει και τέλος οι διαδρομές των ακτίνων υπολογίστηκαν με εφαρμογή του πυθαγόρειου θεωρήματος στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν. Ακολουθεί το σχήμα αυτού του σενάριου:



Σχήμα 4.1. Σενάριο Πρώτης Εφαρμογής

- Αρχικά θα υπολογίσουμε τα μήκη των ακτίνων r_1 , r_2 και r_{dir}

Για την r_1 έχουμε:

$$r_1'^2 = (75 + 7)^2 + 10^2$$

$$r_1'^2 = 82^2 + 10^2$$

$$r_1'^2 = 6824$$

$$r_1' = \sqrt{6824}$$

$$r_1' = 82,60$$

$$r_1''^2 = (25 + 30)^2 + 7^2$$

$$r_1''^2 = 55^2 + 7^2$$

$$r_1''^2 = 3074$$

$$r_1'' = \sqrt{3074}$$

$$r_1'' = 55,44$$

άρα το μήκος της ακτίνας 1 είναι:

$$r_1 = r_1' + r_1''$$

$$r_1 = 82,60 + 55,44$$

$$r_1 = 138,04$$

Για την r_2 έχουμε:

$$r_2'^2 = (75 + 45)^2 + (30 + 10)^2$$

$$r_2'^2 = 120^2 + 40^2$$

$$r_2'^2 = 16000$$

$$r_2' = \sqrt{16000}$$

$$r_2' = 126,49$$

$$r_2''^2 = 45^2 + 25^2$$

$$r_2''^2 = 2650$$

$$r_2'' = \sqrt{2650}$$

$$r_2'' = 51,47$$

άρα το μήκος της ακτίνας 2 είναι:

$$r_2 = r_2' + r_2''$$

$$r_2 = 126,49 + 51,47$$

$$r_2 = 177,96$$

τέλος για την κύρια επιβατική ακτίνα r_{dir} έχουμε:

$$r_{dir}^2 = 75^2 + (10 + 25 + 30)^2$$

$$r_{dir}^2 = 75^2 + 65^2$$

$$r_{dir}^2 = 9850$$

$$r_{dir} = \sqrt{9850}$$

$$r_{dir} = 99,24$$

- Οι γωνίες θ_1 και θ_2 μας δίνονται 30 και 45 μοίρες αντίστοιχα.
- Καθώς επίσης και η διηλεκτρική σταθερά (E_c) για το γυαλί (E_{c1}) και τα τούβλα (E_{c2}) είναι 3,8 και 4 αντίστοιχα.
- Τώρα θα υπολογιστεί ο συντελεστής Fresnel R_{θ_1} και R_{θ_2} . Στο παράδειγμα αυτό έχουμε παράλληλη πόλωση.

Για την πρώτη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_1 + (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}{\sin \theta_1 + \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin 30 - \sqrt{3,8 - \cos^2 30}}{\sin 30 + \sqrt{3,8 - \cos^2 30}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{0,86 - \sqrt{3,8 - 0,5}}{0,86 + \sqrt{3,8 - 0,5}}$$

$$R_{\theta_1} = 0,55$$

Για την δεύτερη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_2 + (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}{\sin \theta_2 + \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin 30 - \sqrt{4 - \cos^2 30}}{\sin 30 + \sqrt{1,5 - \cos^2 30}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{0,7 - \sqrt{1,5 - 0,5}}{0,7 + \sqrt{1,5 - 0,5}}$$

$$R_{\theta_2} = 0,17$$

- Αφού βρήκαμε τις αποστάσεις που διανύουν οι ακτίνες και τους συντελεστές Fresnel μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα τις απώλειες οδεύσεως. Έχουμε ως δεδομένα ότι :

$$P_i = 450W$$

$$G_{r_{dir}} = 18db \Rightarrow 18db = 10 \log_{10} G_{r_{dir}} \Rightarrow G_{r_{dir}} = 10^{1,8} = 63$$

$$GR_i = 7db \Rightarrow 7db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{7}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$$

$$R_{\theta_1} = 0,55$$

$$R_{\theta_2} = 0,17$$

$$r_1 = 138,04m$$

$$r_2 = 177,96m$$

$$r_{dir} = 99,24m$$

$$f = 900MHz$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{f}{c}$$

$$\lambda = \frac{900000000}{300000000} = 3m$$

$$\lambda = 3m$$

Για τον κυματικό αριθμό k έχουμε:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k = \frac{6,28}{3}$$

$$k = 2,09 \frac{1}{m}$$

οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{3}{6,28 * 99,24}\right)^2 [63 + 2,75 \left(\frac{99,24}{138,04}\right) e^{-2,09j(138,04 - 99,24)} + 0,8 \left(\frac{99,24}{177,96}\right) e^{-2,09j(177,96 - 99,24)}]$$

$$L_p = 0,0048^2 (63 + 1,97e^{-81,09j} + 0,44e^{-164,52j})$$

$$L_p = 0,000023(63 + 1,97e^{-81,09j} + 1,73e^{-164,52j})$$

$$L_p = 0,0001449 + 0,00004531e^{-81,09j} + 0,00003979e^{-164,52j}$$

ισχύει:

$$a + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

και:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a$$

$$e^{-ja} = \cos a - j \sin a$$

Άρα, έχουμε:

$$L_p = 0,0001449 + 0,0000453(\cos 81,09 + j \sin 81,09) + 0,00003979[\cos 164,52 + j \sin 164,52]$$

$$L_p = 0,0001449 + 0,0000453[(-0,15) - j0,98] + 0,00003979(0,96 - j0,26)$$

$$L_p = 0,0001449 - 0,000006795 - 0,00004494j + 0,000038198 - 0,000010345j$$

$$L_p = 0,000138105 - 0,000034595j$$

Η απώλεια οδεύσεως είναι το πραγματικό μέρος άρα:

$$L_p = 0,000138105$$

επίσης ισχύει:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

οπότε για να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη, έχουμε:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

$$P_r = P_t L_p$$

$$P_r = 450 L_p$$

$$P_r = 0,0621W$$

4.1.1. ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΟΔΕΥΣΕΩΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Αφού λύσουμε την εξίσωση για τις απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος θα παρουσιαστεί η καμπύλη που παρουσιάζει τις απώλειες αυτές συναρτήσει του μήκους κύματος στην πρώτη εφαρμογή.

Για τις απώλειες οδεύσεως ισχύει:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 \left[G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})} \right]$$

Στη πρώτη εφαρμογή έχουμε δύο ανακλώμενες ακτίνες άρα οι απώλειες δίνονται από τον τύπο:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 \left[G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})} \right]$$

Επίσης, έχουμε ως δεδομένα τα παρακάτω:

$$G_{r_{dir}} = 18db \Rightarrow 18db = 10 \log_{10} Gr_{dir} \Rightarrow Gr_{dir} = 10^{1.8} = 63$$

$$GR_i = 7db \Rightarrow 7db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{7}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$$

$$R_{\theta 1} = 0,55$$

$$R_{\theta 2} = 0,17$$

$$r_1 = 138,04m$$

$$r_2 = 177,96m$$

$$r_{dir} = 99,24m$$

$$k = 2,09$$

Οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$
$$L_p = \left(\frac{\lambda}{1246,4}\right)^2 [63 + 2,75 * 0,71 e^{-j81,09} + 0,85 * 0,55 e^{-j164,5}]$$
$$L_p = \frac{\lambda^2}{1553513} + \frac{1,95 e^{-j81,09} \lambda^2}{1553513} + \frac{0,46 e^{-j164,5} \lambda^2}{1553513}$$
$$L_p = 0,00004 \lambda^2 + 0,00001 e^{-j81,09} \lambda^2 + 0,0000003 e^{-j164,5} \lambda^2$$

Επίσης, ισχύει:

$$a + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

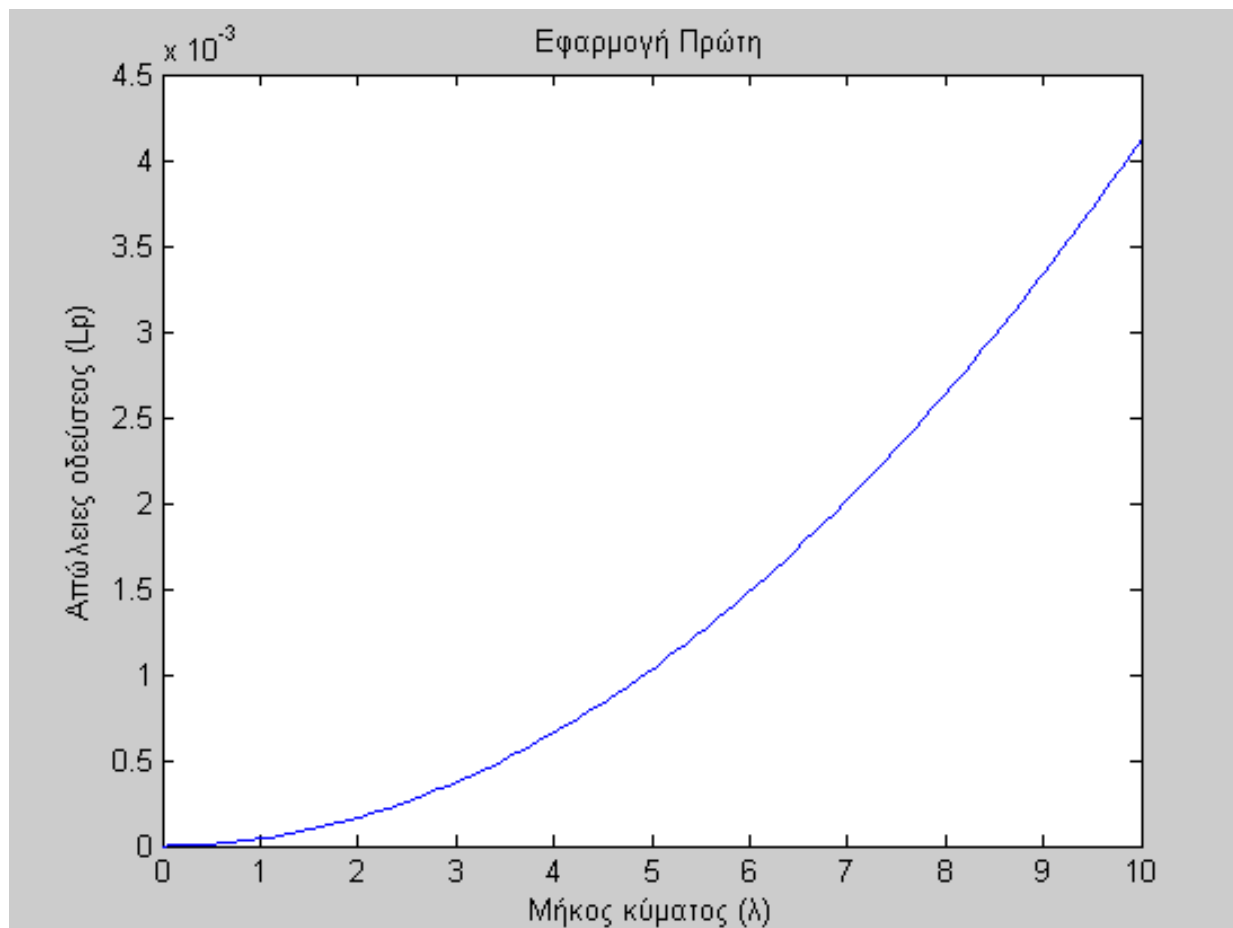
άρα

$$e^{-j81,09} = \cos 81,09 - j \sin 81,09 = 0,15 - 0,98j$$
$$e^{-j164,5} = \cos 164,5 - j \sin 164,5 = -0,96 - 0,26j$$

Τελικά:

$$L_p = 0,00004 \lambda^2 + 0,0000015 \lambda^2 - 0,0000098j \lambda^2 - 0,00000028 \lambda^2 - 0,00000078j \lambda^2$$
$$L_p = 0,00004122 \lambda^2$$
$$P = 0,018549 \lambda^2$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζονται οι απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος στην παραπάνω εφαρμογή:



Σχήμα 4.2. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή

4.1.2. ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΙΣΧΥΣ ΛΗΨΗΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Αφού λύσουμε την εξίσωση για την ισχύ λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος θα παρουσιαστεί η καμπύλη που παρουσιάζει την ισχύ αυτή συναρτήσει του μήκους κύματος στην πρώτη εφαρμογή.

Βρήκαμε ότι:

$$L_p = 0,00004122\lambda^2$$

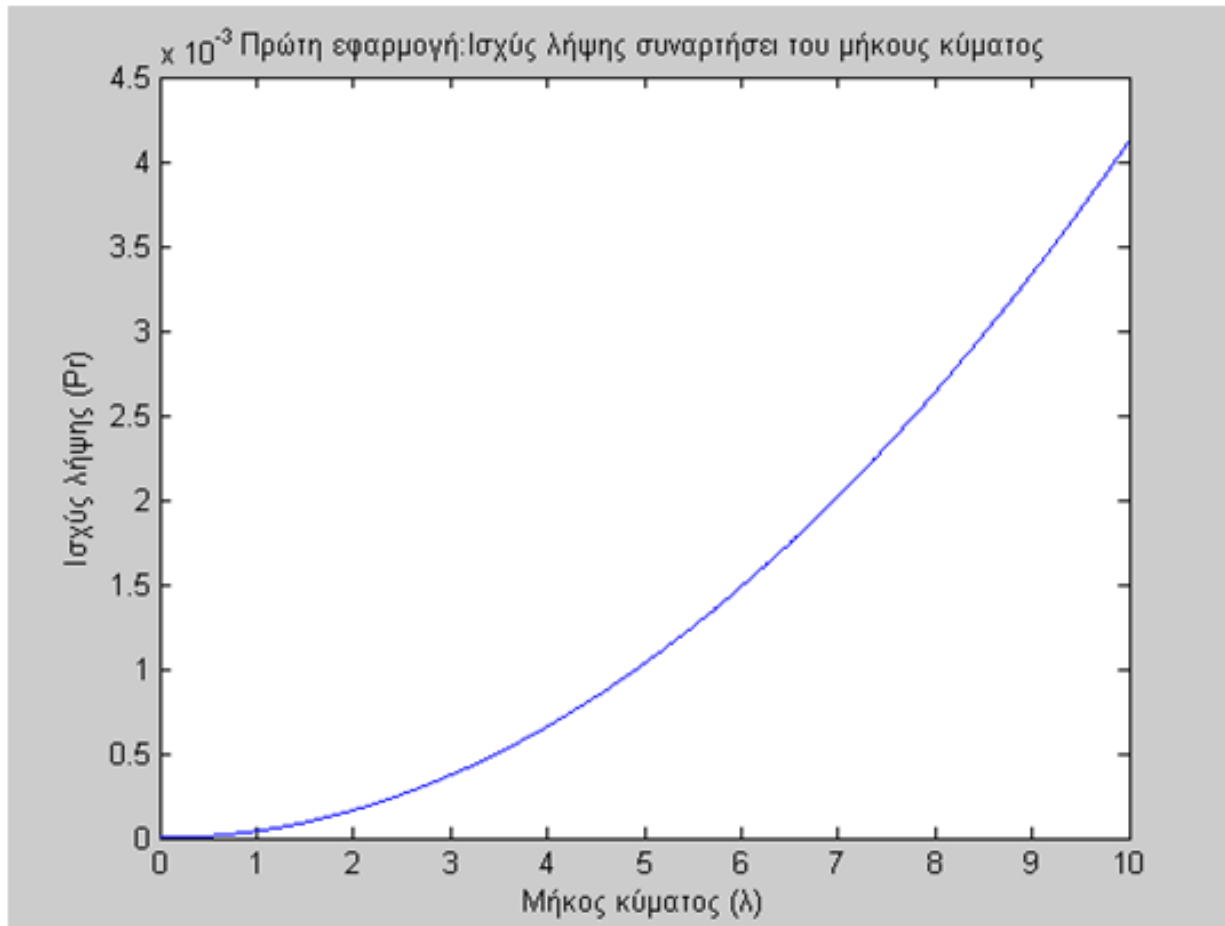
Και επίσης, για την ισχύ λήψης έχουμε:

$$P = 450L_p$$

Άρα:

$$P = 0,018549\lambda^2$$

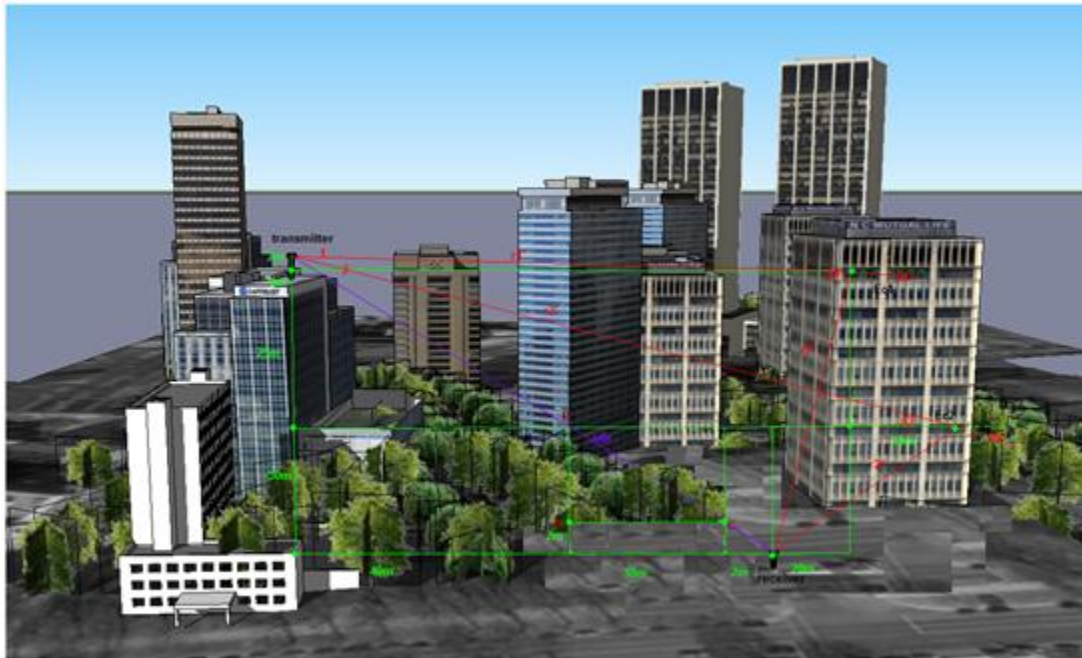
Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζεται η ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος στην παραπάνω εφαρμογή:



Σχήμα 4.3. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή

4.2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΕΧΝΙΚΗΣ RAY TRACING ΣΕ ΑΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΜΕ ΤΥΧΑΙΕΣ ΑΝΑΚΛΑΣΕΙΣ ΣΕ ΓΥΑΛΙ ΚΑΙ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΠΟ ΤΟΥΒΛΑ. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΛΟΓΩ ΒΛΑΣΤΗΣΗΣ.

Ξεκινώντας θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι ακτίνες r_1 και r_2 του σχήματος που ακολουθεί, ανακλώνται σε επιφάνεια από τούβλα και σε ξύλο αντίστοιχα. Η ακτίνα r_{dir} είναι η κύρια επιβατική ακτίνα από τον πομπό στο δέκτη (η οποία διέρχεται σε κάποιο σημείο μέσα από πυκνό φύλλωμα δέντρων). Οι αποστάσεις είναι σε m σύμφωνα με μετρήσεις που έχουν γίνει και τέλος οι διαδρομές των ακτίνων υπολογίστηκαν με εφαρμογή του πυθαγόρειου θεωρήματος στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν. Ακολουθεί το σχήμα αυτού του σενάριου:



Σχήμα 4.4. Σενάριο Δεύτερης Εφαρμογής

- Αρχικά θα υπολογίσουμε τα μήκη των ακτίνων r_1 , r_2 και r_{dir}

Για την r_1 έχουμε:

$$r_1'^2 = (40 + 3 + 2 + 20)^2 + 2^2$$

$$r_1'^2 = 65^2 + 2^2$$

$$r_1'^2 = 4229$$

$$r_1' = \sqrt{4229}$$

$$r_1' = 65,03$$

$$r_1''^2 = 20^2 + (8 + 25 + 30)^2$$

$$r_1''^2 = 20^2 + 63^2$$

$$r_1''^2 = 3074$$

$$r_1'' = \sqrt{3074}$$

$$r_1'' = 66,09$$

Άρα, το μήκος της ακτίνας 1 είναι:

$$r_1 = r_1' + r_1''$$

$$r_1 = 65,03 + 66,09$$

$$r_1 = 131,12$$

Για την r_2 έχουμε:

$$r_2'^2 = (40 + 30 + 2 + 20 + 40)^2 + (25 + 8 + 2)^2$$

$$r_2'^2 = 132^2 + 35^2$$

$$r_2'^2 = 18649$$

$$r_2' = \sqrt{18649}$$

$$r_2' = 136,56$$

$$r_2''^2 = (40 + 20)^2 + 30^2$$

$$r_2''^2 = 60^2 + 30^2$$

$$r_2''^2 = 4500$$

$$r_2'' = \sqrt{4500}$$

$$r_2'' = 67,08$$

Άρα, το μήκος της ακτίνας 2 είναι:

$$r_2 = r_2' + r_2''$$

$$r_2 = 136,56 + 67,08$$

$$r_2 = 203,64$$

Τέλος, για την κύρια επιβατική ακτίνα r_{dir} έχουμε:

$$r_{dir}^2 = (30 + 25 + 8 + 2)^2 + (40 + 30 + 2)^2$$

$$r_{dir}^2 = 65^2 + 72^2$$

$$r_{dir}^2 = 9409$$

$$r_{dir} = \sqrt{9409}$$

$$r_{dir} = 97$$

- Οι γωνίες θ_1 και θ_2 μας δίνονται 15 και 30 μοίρες αντίστοιχα.
- Καθώς επίσης και η διηλεκτρική σταθερά (E_c) για το τούβλο (E_{c1}) και το γυαλί (E_{c2}) που είναι 4 και 1,5 αντίστοιχα.
- Τώρα θα υπολογιστεί ο συντελεστής Fresnel R_{θ_1} και R_{θ_2} . Στο παράδειγμα αυτό έχουμε παράλληλη πόλωση.
- Για την πρώτη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_1 + (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}{\sin \theta_1 + \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin 15 - \sqrt{4 - \cos^2 15}}{\sin 15 + \sqrt{4 - \cos^2 15}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{0,25 - \sqrt{4 - 0,3}}{0,25 + \sqrt{4 - 0,3}}$$

$$R_{\theta_1} = 0,84$$

Για την δεύτερη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_2 + (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}{\sin \theta_2 + \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin 30 - \sqrt{4 - \cos^2 30}}{\sin 30 + \sqrt{1,5 - \cos^2 30}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{0,7 - \sqrt{1,5 - 0,5}}{0,7 + \sqrt{1,5 - 0,5}}$$

$$R_{\theta_2} = 0,17$$

- Αφού βρήκαμε τις αποστάσεις που διανύουν οι ακτίνες και τους συντελεστές Fresnel μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα τις απώλειες οδεύσεως. Έχουμε ως δεδομένα ότι :

$$P_t = 450W$$

$$G_{rdir} = 18db \Rightarrow 18db = 10 \log_{10} Gr_{dir} \Rightarrow Gr_{dir} = 10^{1,8} = 63$$

$$GR_i = 7db \Rightarrow 7db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{7}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$$

$$R_{\theta_1} = 0,84$$

$$R_{\theta_2} = 0,17$$

$$r_1 = 131,12m$$

$$r_2 = 203,64m$$

$$r_{dir} = 97m$$

$$f = 900MHz$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{f}{c}$$

$$\lambda = \frac{900000000}{300000000} = 3m$$

$$\lambda = 3$$

Για τον κυματικό αριθμό k έχουμε:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k = \frac{6,28}{3}$$

$$k = 2,09 \frac{1}{m}$$

οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{3}{6,28 * 97}\right)^2 [63 + 4,2084 \left(\frac{97}{131,12}\right) e^{-2,09 j(131,12 - 97)} + 0,8517 \left(\frac{97}{203,64}\right) e^{-2,09 j(203,64 - 97)}]$$

$$L_p = 0,004924^2 (63 + 3,1132 e^{-71,31j} + 0,405690 e^{-222,87j})$$

$$L_p = 0,00002425 (63 + 3,1132 e^{-71,31j} + 0,405690 e^{-222,87j})$$

$$L_p = 0,00152775 + 0,000075495 e^{-71,31j} + 0,000009838 e^{-222,87j}$$

ισχύει:

$$\alpha + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

και:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a$$

$$e^{-ja} = \cos a - j \sin a$$

Άρα, έχουμε:

$$L_p = 0,00152775 + 0,000075495(\cos 71,31) - j \sin 71,31 + 0,000009838(\cos 222,87 - j \sin 222,87)$$

$$L_p = 0,00152775 + 0,000075495(0,32 - 0,94j) + 0,000009838(0,73 - 0,68j)$$

$$L_p = 0,00152775 + 0,00048888 - 0,000070965j + 0,000007154 - 0,00000669j$$

$$L_p = 0,002023 - 0,000077655j$$

Η απώλεια οδεύσεως είναι το πραγματικό μέρος άρα:

$$L_p = 0,002023$$

- Για να υπολογίσουμε την απόσταση που διανύει η rdίρ μέσα από το φύλλωμα των δέντρων (BC) πάμε στο ορθογώνιο τρίγωνο ABC και εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (30 - 2)^2 + 30^2$$

$$BC^2 = 28^2 + 30^2$$

$$BC^2 = 1684$$

$$BC = 41,03$$

- Τώρα, θα υπολογίσουμε τις απώλειες οδεύσεως λόγω των δέντρων. Η απόσταση που διανύει το σήμα ($d_{tree} = BC$) είναι μεγαλύτερη από 14m άρα έχουμε:

$$L_{tree} = 1,33 * f^{0,248} * d_{tree}^{0,588}$$

$$L_{tree} = 1,33 * 0,9^{0,248} * 41,03^{0,588}$$

$$L_{tree} = 1,33 * 0,97 * 8,88$$

$$L_{tree} = 11,45$$

Η συνολική απώλεια οδεύσεως L_p' είναι το γινόμενο των L_p και L_{tree}

$$L_p' = L_p * L_{tree}$$

$$L_p' = 0,00024 * 11,45$$

$$L_p' = 0,0027$$

ισχύει:

$$L_p' = \frac{P_r}{P_t}$$

οπότε για να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη, έχουμε:

$$L_p' = \frac{P_r}{P_t}$$

$$P_r = P_t L_p'$$

$$P_r = 450 L_p'$$

$$P_r = 1,215W$$

4.2.1. ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΟΔΕΥΣΕΩΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Αφού λύσουμε την εξίσωση για της απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος θα παρουσιαστεί η καμπύλη που παρουσιάζει τις απώλειες αυτές συναρτήσει του μήκους κύματος στην πρώτη εφαρμογή.

Για τις απώλειες οδεύσεως ισχύει:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

Στη δεύτερη εφαρμογή έχουμε δύο ανακλώμενες ακτίνες άρα, οι απώλειες δίνονται από τον τύπο:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})}]$$

Επίσης, έχουμε ως δεδομένα τα παρακάτω:

$$G_{r_{dir}} = 18db \Rightarrow 18db = 10 \log_{10} G_{r_{dir}} \Rightarrow G_{r_{dir}} = 10^{1.8} = 63$$

$$GR_i = 7db \Rightarrow 7db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{7}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$$

$$R_{\theta_1} = 0,84$$

$$R_{\theta_2} = 0,17$$

$$r_1 = 131,12m$$

$$r_2 = 203,64m$$

$$r_{dir} = 97m$$

$$k = 2,09$$

Οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}} \right)^2 \left[G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i} \right) e^{-jk(r_i - r_{dir})} \right]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{1218,3} \right)^2 [63 + 4,2 * 0,73 e^{-j71,3} + 0,85 * 0,47 e^{-j222,87}]$$

$$L_p = \frac{\lambda^2}{1484254} + \frac{3,06 e^{-j71,3} \lambda^2}{1484254} + \frac{0,39 e^{-j222,87} \lambda^2}{1484254}$$

$$L_p = 0,000042 \lambda^2 + 0,000002 e^{-j71,3} \lambda^2 + 0,00000026 e^{-j222,87} \lambda^2$$

Επίσης, ισχύει:

$$\alpha + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

άρα

$$e^{-j71,3} = \cos 71,3 - j \sin 71,3 = 0,32 - 0,94 j$$

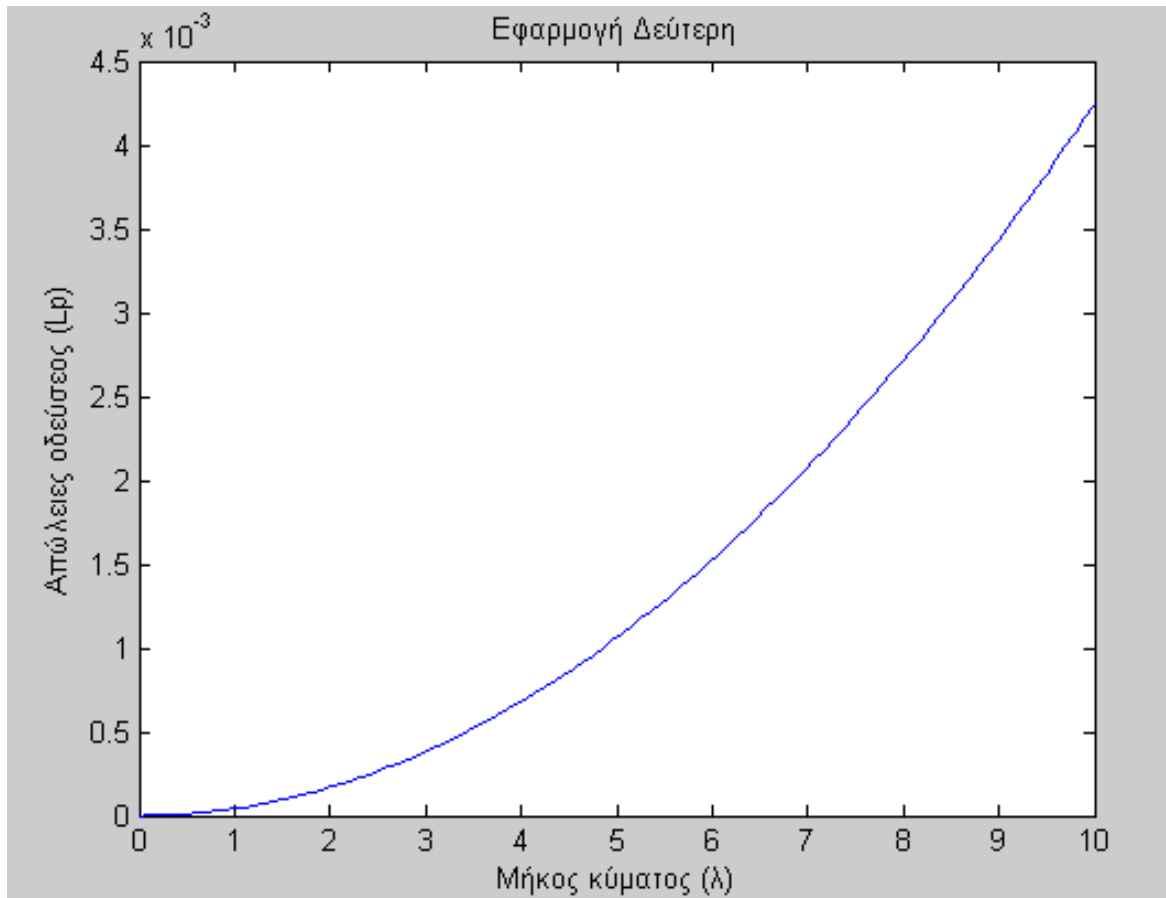
$$e^{-j222,87} = \cos 222,87 - j \sin 222,87 = -0,73 - 0,68 j$$

Τελικά:

$$L_p = 0,000042\lambda^2 + 0,00000064\lambda^2 - 0,0000018j\lambda^2 - 0,00000019\lambda^2 - 0,000000177j\lambda^2$$

$$L_p = 0,00004245\lambda^2$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζονται οι απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος στην παραπάνω εφαρμογή:



Σχήμα 4.5. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για τη Δεύτερη Εφαρμογή

4.2.2. ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΙΣΧΥΣ ΛΗΨΗΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Αφού λύσουμε την εξίσωση για την ισχύ λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος θα παρουσιαστεί η καμπύλη που παρουσιάζει την ισχύ αυτή συναρτήσει του μήκους κύματος στην δεύτερη εφαρμογή.

Βρήκαμε ότι:

$$L_p = 0,00004245\lambda^2$$

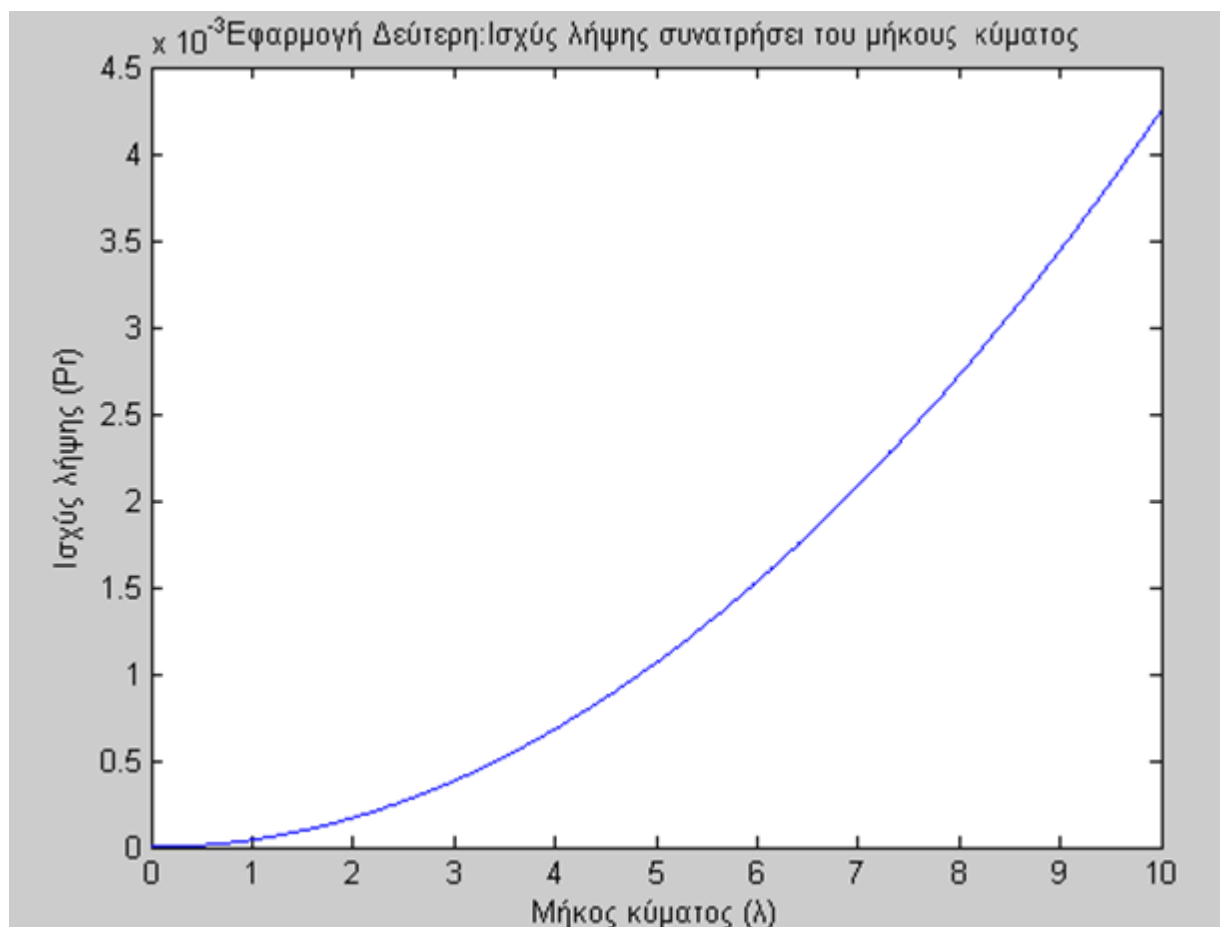
Και επίσης, για την ισχύ λήψης έχουμε:

$$P = 450L_p$$

Άρα:

$$P = 0,0191025\lambda^2$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζεται η ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος στην παραπάνω εφαρμογή:



Σχήμα 4.6. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Δεύτερη Εφαρμογή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ : ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟΝ ΠΥΡΓΟ ΗΛΕΙΑΣ

5. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

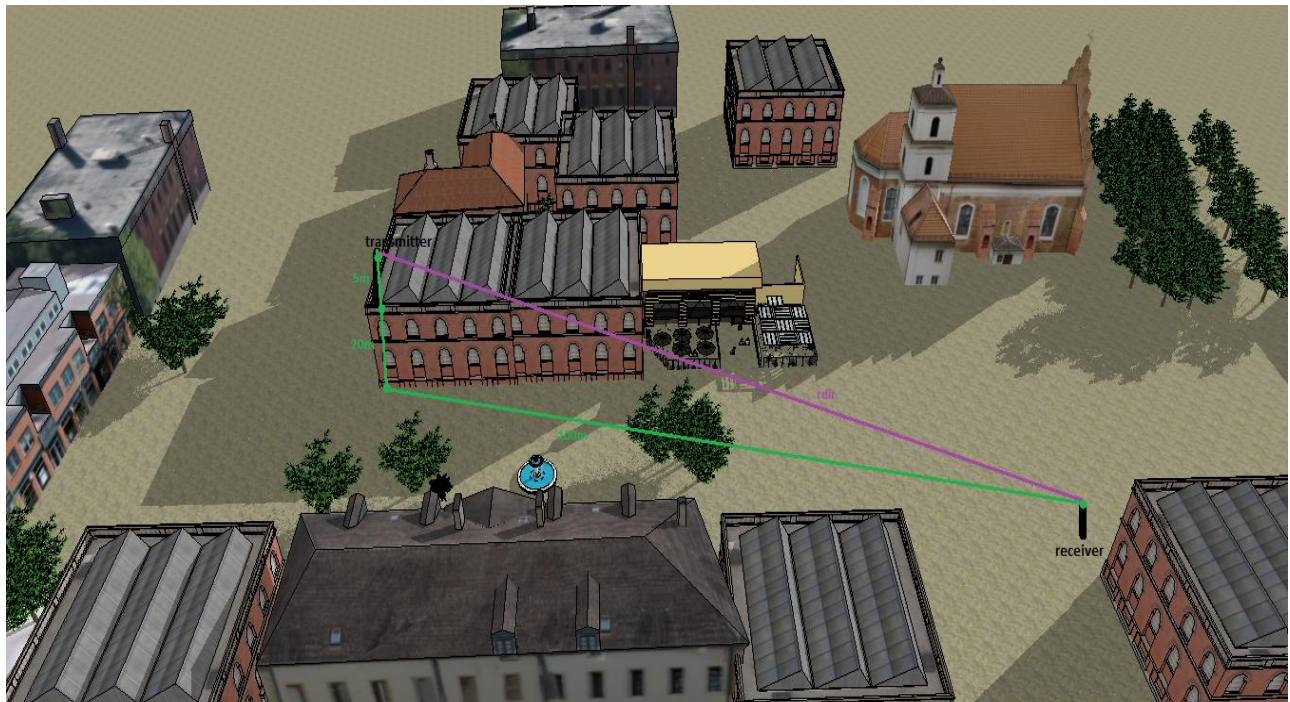
Αφού έγινε κατανοητός ο μηχανισμός λειτουργίας της τεχνικής ray tracing μέσα από τα παραπάνω παραδείγματα, θα προσπαθήσουμε να εφαρμόσουμε την τεχνική αυτή σε ένα πραγματικό αστικό περιβάλλον. Θα μελετηθεί η τεχνική ray tracing και οι απώλειες οδεύσεως στο κέντρο του Πύργου Ηλείας και στη συνέχεια θα παρουσιαστούν οι γραφικές παραστάσεις με τα αντίστοιχα αποτελέσματα.

5.1. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ ΤΟΥ ΠΥΡΓΟΥ ΗΛΕΙΑΣ

Ξεκινώντας θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι ακτίνες r_1 , r_2 , r_3 και r_4 των σχημάτων που ακολουθούν, ανακλώνται σε επιφάνεια από πέτρα (r_1), σε επιφάνεια από τούβλα (r_2, r_3) ενώ, η ακτίνα r_4 ανακλάται σε νερό. Η ακτίνα r_{dir} είναι η κύρια επιβατική ακτίνα από τον πομπό στο δέκτη. Οι αποστάσεις είναι σε m σύμφωνα με μετρήσεις που έχουν γίνει και τέλος οι διαδρομές των ακτίνων υπολογίστηκαν με εφαρμογή του πυθαγόρειου θεωρήματος στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν (όλες οι επιφάνειες θεωρούμε πως είναι ιδανικές και έτσι δεν λαμβάνονται υπ' όψη οι απώλειες λόγω απορρόφησης).

Αρχικά θα υπολογίσουμε τα μήκη των ακτίνων r_1 , r_2 και r_{dir}

Ακολουθεί το σχήμα που φαίνεται η κύρια επιβατική ακτίνα r_{dir} όπου θα εφαρμοσθεί το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν ώστε να υπολογισθεί το μήκος της:



Σχήμα 5.1. Κύρια επιβατική ακτίνα

- Για την κύρια επιβατική ακτίνα r_{dir} έχουμε:

$$r_{dir}^2 = (20 + 5)^2 + 100^2$$

$$r_{dir}^2 = 25^2 + 100^2$$

$$r_{dir}^2 = 10625$$

$$r_{dir} = \sqrt{106250}$$

$$r_{dir} = 103,07m$$

Ακολουθεί το σχήμα που φαίνεται η ακτίνα r_1 όπου θα εφαρμοσθεί το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν ώστε να υπολογισθεί το μήκος της:



Σχήμα 5.2. Πρώτη ανακλώμενη ακτίνα

- Για την r_1 έχουμε:

$$r_1^2 = 90^2 + 30^2$$

$$r_1^2 = 9000$$

$$r_1 = \sqrt{9000}$$

$$r_1 = 94,86m$$

$$r_1'^2 = 30^2 + 35^2$$

$$r_1'^2 = 2125$$

$$r_1' = 2125$$

$$r_1' = 46m$$

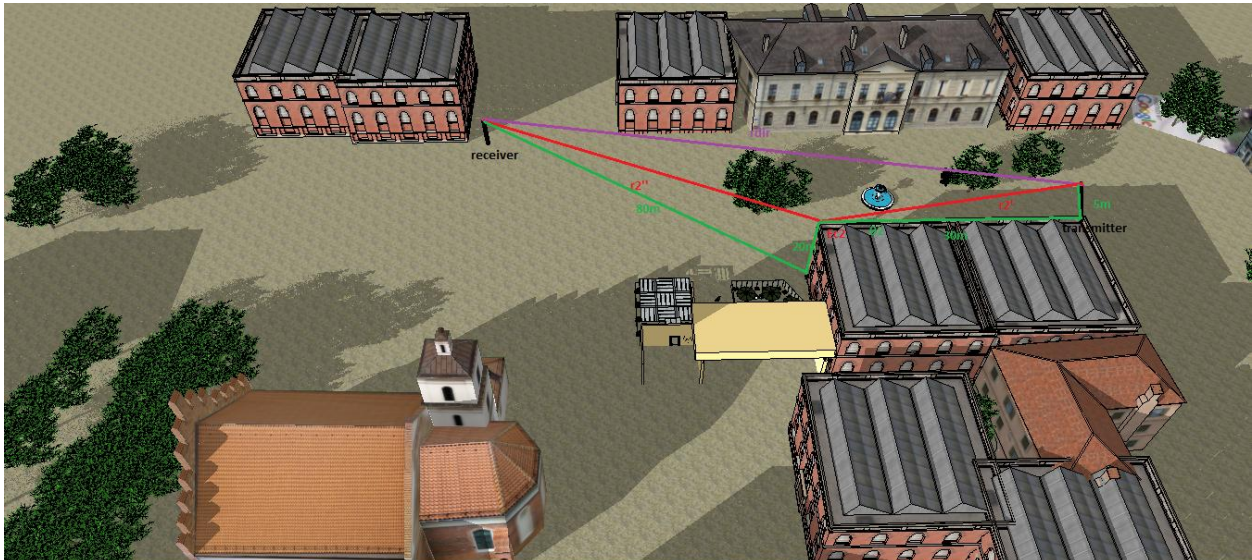
Άρα, το μήκος της ακτίνας 1 είναι :

$$r_1 = r_1' + r_1''$$

$$r_1 = 94,86m + 46m$$

$$r_1 = 140,86m$$

Ακολουθεί το σχήμα που φαίνεται η ακτίνα r_2 όπου θα εφαρμοσθεί το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν ώστε να υπολογισθεί το μήκος της:



Σχήμα 5.3. Δεύτερη ανακλώμενη ακτίνα

- Για την r_2 έχουμε:

$$r_2'^2 = 5^2 + 30^2$$

$$r_2'^2 = 925$$

$$r_2' = \sqrt{925}$$

$$r_2' = 30,41m$$

$$r_2'^2 = 20^2 + 80^2$$

$$r_2'^2 = 6800$$

$$r_2' = \sqrt{6800}$$

$$r_2' = 82,46m$$

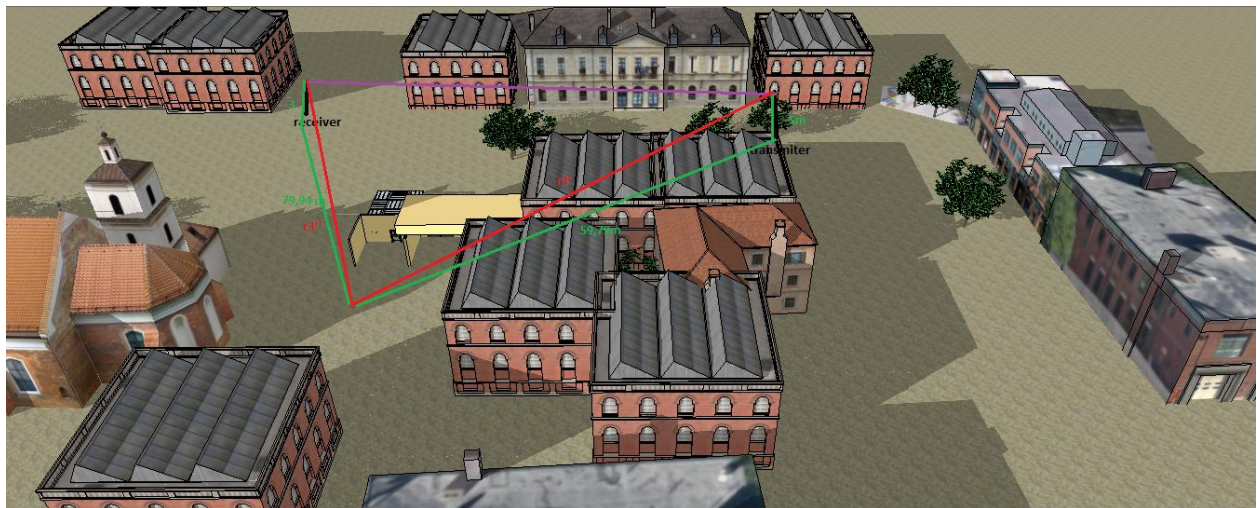
Άρα, το μήκος της ακτίνας 2 είναι :

$$r_2 = r_2' + r_2''$$

$$r_2 = 30,41m + 82,46m$$

$$r_2 = 112,87m$$

Ακολουθεί το σχήμα που φαίνεται η ακτίνα r_3 όπου θα εφαρμοσθεί το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν ώστε να υπολογισθεί το μήκος της:



Σχήμα 5.4. Τρίτη ανακλώμενη ακτίνα

- Για την r_3 έχουμε:

$$r_3'^2 = 5^2 + 59,79^2$$

$$r_3'^2 = 3600$$

$$r_3' = \sqrt{3600}$$

$$r_3' = 60m$$

$$r_3''^2 = 3^2 + 79,94^2$$

$$r_3''^2 = 6400$$

$$r_3'' = \sqrt{6400}$$

$$r_3'' = 80m$$

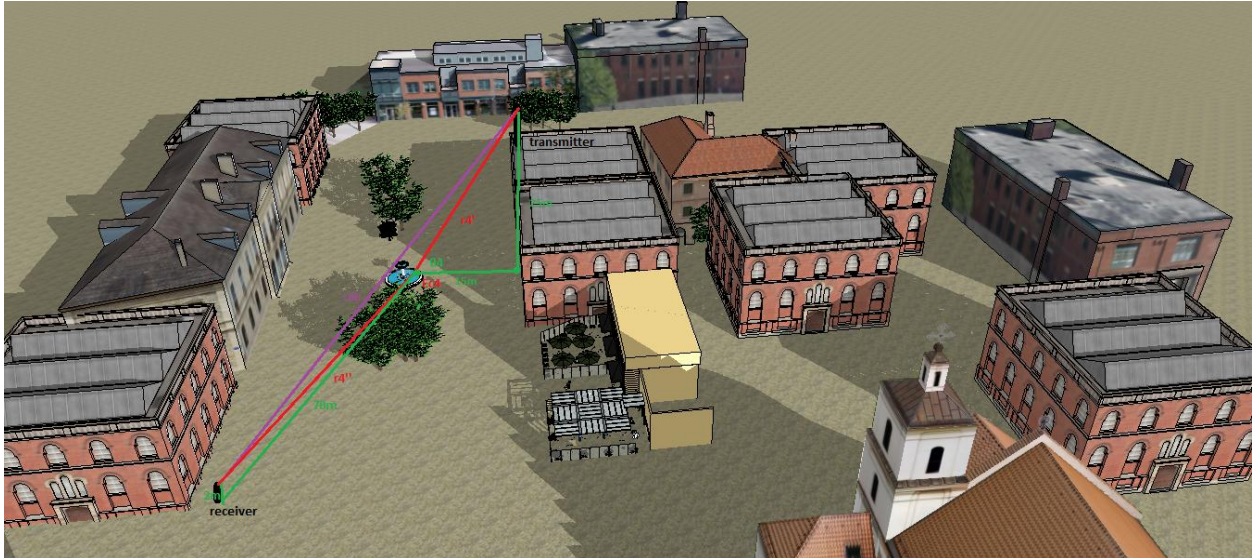
Άρα, το μήκος της ακτίνας 3 είναι :

$$r_3 = r_3' + r_3''$$

$$r_3 = 60m + 80m$$

$$r_3 = 139,43m$$

Ακολουθεί το σχήμα που φαίνεται η ακτίνα r_4 όπου θα εφαρμοσθεί το πυθαγόρειο θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα που προκύπτουν ώστε να υπολογισθεί το μήκος της:



Σχήμα 5.5. Τέταρτη ανακλώμενη ακτίνα

- Για την r_4 έχουμε:

$$r_4'^2 = 25^2 + 15^2$$

$$r_4'^2 = 850$$

$$r_4' = 29,15m$$

$$r_4''^2 = 70^2 + 2^2$$

$$r_4''^2 = 4902$$

$$r_4'' = 70,01m$$

Άρα, το μήκος της ακτίνας 4 είναι :

$$r_4 = r_4' + r_4''$$

$$r_4 = 29,15m + 70,01m$$

$$r_4 = 99,16m$$

- Οι γωνίες θ_1 , θ_2 , θ_3 και θ_4 είναι 20, 45, 45 και 60 μοίρες αντίστοιχα.
- Η διηλεκτρική σταθερά E_{c1} είναι 5 (πέτρα), η E_{c2} είναι 4 (τούβλο), η E_{c3} είναι 4 (τούβλο) και η E_{c4} είναι 1,5 (νερό)
- Τώρα θα υπολογιστεί ο συντελεστής Fresnel R_{θ_1} , R_{θ_2} , R_{θ_3} και R_{θ_4} . Στο παράδειγμα αυτό έχουμε παράλληλη πόλωση.

Για την πρώτη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_1 + (E_{c1} - \cos^2 \theta_1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin \theta_1 - \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}{\sin \theta_1 + \sqrt{(E_{c1} - \cos^2 \theta_1)}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{\sin 20 - \sqrt{5 - \cos^2 20}}{\sin 20 + \sqrt{5 - \cos^2 20}}$$

$$R_{\theta_1} = \frac{0,34 - \sqrt{6 - 0,88}}{0,34 + \sqrt{6 - 0,88}}$$

$$R_{\theta_1} = 0,87$$

Για την δεύτερη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_2 + (Ec_2 - \cos^2 \theta_2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin \theta_2 - \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}{\sin \theta_2 + \sqrt{(Ec_2 - \cos^2 \theta_2)}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{\sin 45 - \sqrt{4 - \cos^2 45}}{\sin 45 + \sqrt{4 - \cos^2 45}}$$

$$R_{\theta_2} = \frac{0,7 - \sqrt{4 - 0,5}}{0,7 + \sqrt{4 - 0,5}}$$

$$R_{\theta_2} = 0,66$$

Για την τρίτη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_3} = \frac{\sin \theta_3 - (Ec_3 - \cos^2 \theta_3)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_3 + (Ec_3 - \cos^2 \theta_3)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_3} = \frac{\sin \theta_3 - \sqrt{(Ec_3 - \cos^2 \theta_3)}}{\sin \theta_3 + \sqrt{(Ec_3 - \cos^2 \theta_3)}}$$

$$R_{\theta_3} = \frac{\sin 45 - \sqrt{4 - \cos^2 45}}{\sin 45 + \sqrt{4 - \cos^2 45}}$$

$$R_{\theta_3} = \frac{0,7 - \sqrt{4 - 0,5}}{0,7 + \sqrt{4 - 0,5}}$$

$$R_{\theta_3} = 0,66$$

Για την τέταρτη ακτίνα έχουμε:

$$R_{\theta_4} = \frac{\sin \theta_3 - (Ec_4 - \cos^2 \theta_4)^{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_3 + (Ec_4 - \cos^2 \theta_4)^{\frac{1}{2}}}$$

$$R_{\theta_4} = \frac{\sin \theta_3 - \sqrt{(Ec_4 - \cos^2 \theta_4)}}{\sin \theta_3 + \sqrt{(Ec_4 - \cos^2 \theta_4)}}$$

$$R_{\theta_4} = \frac{\sin 60 - \sqrt{1,5 - \cos^2 60}}{\sin 60 + \sqrt{1,5 - \cos^2 60}}$$

$$R_{\theta_4} = \frac{0,86 - \sqrt{1,5 - 0,25}}{0,86 + \sqrt{1,5 - 0,25}}$$

$$R_{\theta_4} = 0,18$$

- Αφού βρήκαμε τις αποστάσεις που διανύουν οι ακτίνες και τους συντελεστές Fresnel μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα τις απώλειες οδεύσεως. Έχουμε ως δεδομένα ότι :

$$P_t = 450W$$

$$G_{r_{dir}} = 18db \Rightarrow 18db = 10 \log_{10} Gr_{dir} \Rightarrow Gr_{dir} = 10^{1,8} = 63$$

$$GR_i = 7db \Rightarrow 7db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{7}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$$

$$R_{\theta_1} = 0,87$$

$$R_{\theta_2} = 0,66$$

$$R_{\theta_3} = 0,66$$

$$R_{\theta_4} = 0,18$$

$$r_1 = 140,86m$$

$$r_2 = 112,87m$$

$$r_3 = 139,43m$$

$$r_4 = 99,16m$$

$$r_{dir} = 103,07m$$

$$f = 900MHz$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{f}{c}$$

$$\lambda = \frac{9000000000}{300000000} = 3m$$

$$\lambda = 3$$

Για τον κυματικό αριθμό k έχουμε:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k = \frac{6,28}{3}$$

$$k = 2,09 \frac{1}{m}$$

Οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 3} \left(\frac{r_{dir}}{r_3}\right) e^{-jk(r_3 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 4} \left(\frac{r_{dir}}{r_4}\right) e^{-jk(r_4 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{3}{6,28 * 103,07}\right)^2 [63 + 5,01 * 0,87 \left(\frac{103,07}{140,86}\right) e^{-2,09 j 37,79} + 5,01 * 0,66 \left(\frac{103,07}{112,87}\right) e^{-2,09 j 9,8} + 5,01 * 0,66 \left(\frac{103,07}{139,43}\right) e^{-2,09 j 36,36} + 5,01 * 0,18 \left(\frac{103,07}{99,16}\right) e^{-2,09 j 40,27}]$$

$$L_p = 0,0000214 * (63 + 3,1893 e^{-78,98 j} + 3,0195 e^{-20,482 j} + 2,444 e^{-75,992 j} + 0,9373 e^{-84,164 j})$$

$$L_p = 0,001348 + 0,0000682 e^{-78,98 j} + 0,0000646 e^{-20,482 j} + 0,0000523 e^{-75,992 j} + 0,00002 e^{-84,164 j}$$

ισχύει:

$$\alpha + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

και:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a$$

$$e^{-ja} = \cos a - j \sin a$$

Άρα έχουμε:

$$L_p = 0,001348 + 0,0000682[\cos(78,98) - j \sin(78,98)] + 0,0000646[\cos(20,482) - j \sin(20,482)] + 0,0000523[\cos(75,992) - j \sin(75,992)] + 0,00002[\cos(84,164) - j \sin(84,164)]$$

$$L_p = 0,001348 + 0,0000682(0,19 - j0,98) + 0,0000646(0,936 - j0,349) + 0,0000523(0,242 - j0,97) + 0,00002(0,101 - j0,994)$$

$$L_p = 0,001348 + 0,0000129 - 0,0000668j + 0,0000604 - 0,0000225j + 0,0000126 - 0,0000507j + 0,000002 - 0,000019j$$

$$L_p = 0,00145 - 0,000159j$$

Η απώλεια οδεύσεως είναι το πραγματικό μέρος άρα:

$$L_p = 0,00145$$

επίσης ισχύει:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

οπότε για να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη, έχουμε:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

$$P_r = P_t L_p$$

$$P_r = 450 L_p$$

$$P_r = 0,6525W$$

5.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗΝ ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ ΤΟΥ ΠΥΡΓΟΥ ΗΛΕΙΑΣ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΤΥΠΟ ΚΕΡΑΙΑΣ

Σε αυτό το σημείο θα υπολογίσουμε τις απώλειες οδεύσεως του παραπάνω σεναρίου, με διαφορετικό τύπο κεραίας ώστε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα. Η κεραία που θα χρησιμοποιηθεί έχει γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη για την απευθείας ζεύξη ίσο με 15db ($G_{dir} = 15db$) και γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη για την i ακτίνα ίσο με 5 db ($GR_i = 5db$).

Οπότε έχουμε ως δεδομένα ότι :

$$P_i = 450W$$

$$G_{dir} = 15db \Rightarrow 15db = 10 \log_{10} Gr_{dir} \Rightarrow Gr_{dir} = 10^{1.5} = 31,6$$

$$GR_i = 5db \Rightarrow 5db = 10 \log GR_i \Rightarrow \frac{5}{10} = \log_{10} GR_i \Rightarrow GR_i = 10^{\frac{5}{10}} = 3,16$$

$$R_{\theta_1} = 0,87$$

$$R_{\theta_2} = 0,66$$

$$R_{\theta_3} = 0,66$$

$$R_{\theta_4} = 0,18$$

$$r_1 = 140,86m$$

$$r_2 = 112,87m$$

$$r_3 = 139,43m$$

$$r_4 = 99,16m$$

$$r_{dir} = 103,07m$$

$$f = 900MHz$$

Για το μήκος κύματος έχουμε:

$$c = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{f}{c}$$

$$\lambda = \frac{900000000}{300000000} = 3m$$

$$\lambda = 3$$

Για τον κυματικό αριθμό k έχουμε:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k = \frac{6,28}{3}$$

$$k = 2,09 \frac{1}{m}$$

Οπότε:

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 3} \left(\frac{r_{dir}}{r_3}\right) e^{-jk(r_3 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 4} \left(\frac{r_{dir}}{r_4}\right) e^{-jk(r_4 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{3}{6,28 * 103,07}\right)^2 [31,6 + 3,16 * 0,87 \left(\frac{103,07}{140,86}\right) e^{-2,09 j 37,79} + 3,16 * 0,66 \left(\frac{103,07}{112,87}\right) e^{-2,09 j 9,8} + 3,16 * 0,66 \left(\frac{103,07}{139,43}\right) e^{-2,09 j 36,36} + 3,16 * 0,18 \left(\frac{103,07}{99,16}\right) e^{-2,09 j 40,27}]$$

$$L_p = 0,0000214 * (31,6 + 2,01 e^{-78,98 j} + 1,9 e^{-20,482 j} + 1,54 e^{-75,992 j} + 0,59 e^{-84,164 j})$$

$$L_p = 0,00067624 + 0,000043014 e^{-78,98 j} + 0,00004066 e^{-20,482 j} + 0,000032956 e^{-75,992 j} + 0,000012626 e^{-84,164 j}$$

ισχύει:

$$\alpha + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

και:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a$$

$$e^{-ja} = \cos a - j \sin a$$

Άρα έχουμε:

$$L_p = 0,00067624 + 0,000043014[\cos(78,98) - j \sin(78,98)] + 0,00004066[\cos(20,482) - j \sin(20,482)] + 0,000032956[\cos(75,992) - j \sin(75,992)] + 0,000012626[\cos(84,164) - j \sin(84,164)]$$

$$L_p = 0,00067624 + 0,000043014(0,19 - j0,98) + 0,00004066(0,936 - j0,349) + 0,000032956(0,242 - j0,97) + 0,000012626(0,101 - j0,994)$$

$$L_p = 0,00067624 + 0,000008173 - 0,0000042154j + 0,000038058 - 0,00001419j + 0,000007975 - 0,000031967j + 0,000001275 - 0,00001255j$$

$$L_p = 0,000731721 - 0,000062922j$$

Η απώλεια οδεύσεως είναι το πραγματικό μέρος άρα:

$$L_p = 0,000731721$$

Επίσης, ισχύει:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

Τέλος, για να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη, έχουμε:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

$$P_r = P_t L_p$$

$$P_r = 450 L_p$$

$$P_r = 0,329W$$

5.3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τα παραπάνω παραδείγματα βλέπουμε πως οι απώλειες οδεύσεως, άρα και η τελική ισχύς λήψης εξαρτώνται άμεσα από το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη. Μειώνοντας στο μισό το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη, η ισχύς λήψης του πομπού μειώθηκε και αυτή σχεδόν στο μισό.

Παρακάτω, αφού λυθεί η εξίσωση που μας δίνει τις απώλειες οδεύσεως συναρτήσει του γινομένου κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη θα παρουσιαστούν δύο γραφικές παραστάσεις. Η πρώτη (Σχήμα 5.1.) θα παρουσιάζει τις απώλειες οδεύσεως συναρτήσει του γινομένου κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη ενώ η δεύτερη (Σχήμα 5.2.) την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη συναρτήσει του γινομένου κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.

Οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις αναφέρονται στο παράδειγμα του πέμπτου κεφαλαίου και έτσι όλα τα δεδομένα (μήκος κύριας επιβατικής ακτίνας, μήκος κύματος, συντελεστές Fresnel) είναι αυτά που έχουν χρησιμοποιηθεί παραπάνω.

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + \sum GR_i R_i \left(\frac{r_{dir}}{r_i}\right) e^{-jk(r_i - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{dir}}\right)^2 [G_{dir} + GR_i R_{\theta 1} \left(\frac{r_{dir}}{r_1}\right) e^{-jk(r_1 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 2} \left(\frac{r_{dir}}{r_2}\right) e^{-jk(r_2 - r_{dir})} +$$

$$GR_i R_{\theta 3} \left(\frac{r_{dir}}{r_3}\right) e^{-jk(r_3 - r_{dir})} + GR_i R_{\theta 4} \left(\frac{r_{dir}}{r_4}\right) e^{-jk(r_4 - r_{dir})}]$$

$$L_p = \left(\frac{3}{6,28 * 103,07}\right)^2 [G_{dir} + 5,01 * 0,87 \left(\frac{103,07}{140,86}\right) e^{-2,09 j 37,79} +$$

$$5,01 * 0,66 \left(\frac{103,07}{112,87}\right) e^{-2,09 j 9,8} + 5,01 * 0,66 \left(\frac{103,07}{139,43}\right) e^{-2,09 j 36,36} + 5,01 * 0,18 \left(\frac{103,07}{99,16}\right) e^{-2,09 j 40,27}]$$

$$L_p = 0,0000214 * (G_{dir} + 3,1893 e^{-78,98 j} + 3,0195 e^{-20,482 j} + 2,444 e^{-75,992 j} + 0,9373 e^{-84,164 j}$$

$$L_p = 0,0000214 G_{dir} + 0,0000682 e^{-78,98 j} + 0,0000646 e^{-20,482 j} + 0,0000523 e^{-75,992 j} + 0,00002 e^{-84,164 j}$$

ισχύει:

$$a + e^{jk_1 r} + e^{jk_2 r} = a + \cos k_1 r + j \sin k_1 r + \cos k_2 r + j \sin k_2 r$$

και:

$$e^{ja} = \cos a + j \sin a$$

$$e^{-ja} = \cos a - j \sin a$$

Άρα έχουμε:

$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,0000682[\cos(78,98) - j \sin(78,98)] + 0,0000646[\cos(20,482) - j \sin(20,482) + 0,0000523[\cos(75,992) - j \sin(75,992)] + 0,00002[\cos(84,164) - j \sin(84,164)]$$

$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,0000682(0,19 - j0,98) + 0,0000646(0,936 - j0,349) + 0,0000523(0,242 - j0,97) + 0,00002(0,101 - j0,994)$$

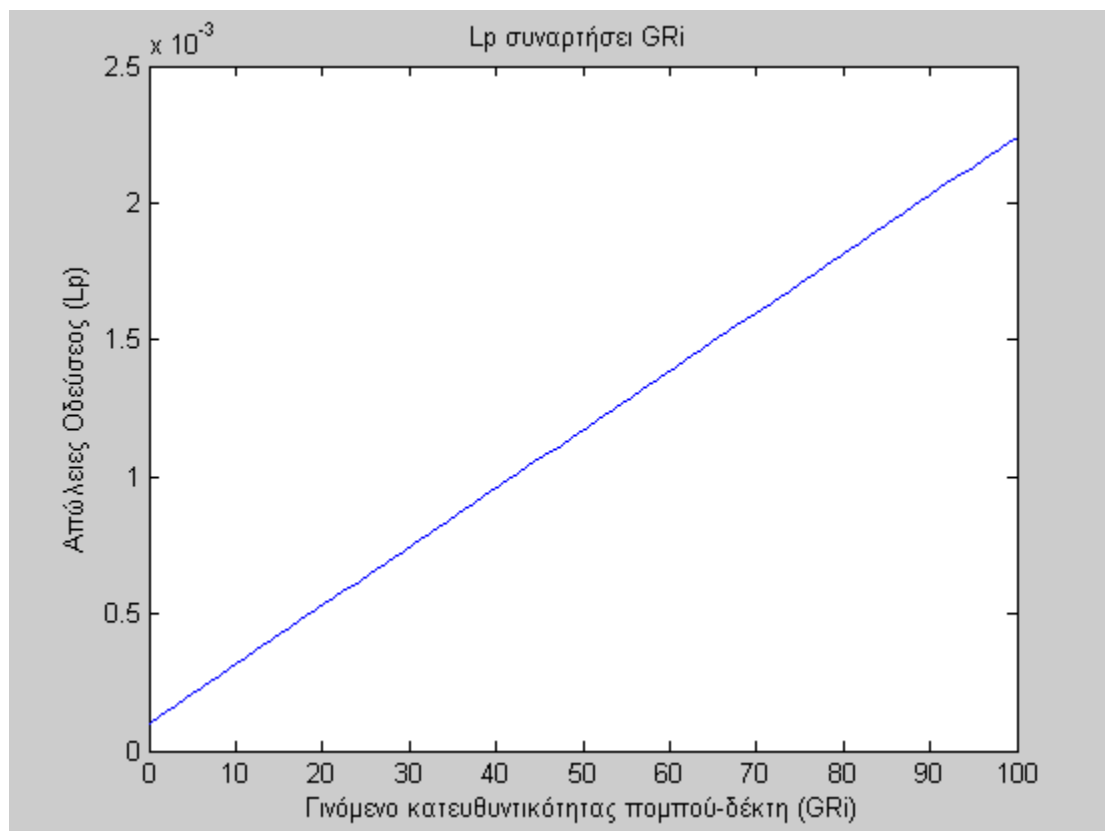
$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,0000129 - 0,0000668j + 0,0000604 - 0,0000225j + 0,0000126 - 0,0000507j + 0,000002 - 0,000019j$$

$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,000102 - 0,000159j$$

Η απώλεια οδεύσεως είναι το πραγματικό μέρος άρα:

$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,000102$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζονται οι απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.



Σχήμα 5.6. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.

Ισχύει:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

οπότε για να βρούμε την λαμβανόμενη ισχύ στο δέκτη, έχουμε:

$$L_p = \frac{P_r}{P_t}$$

$$P_r = P_t L_p$$

$$P_r = 450 L_p$$

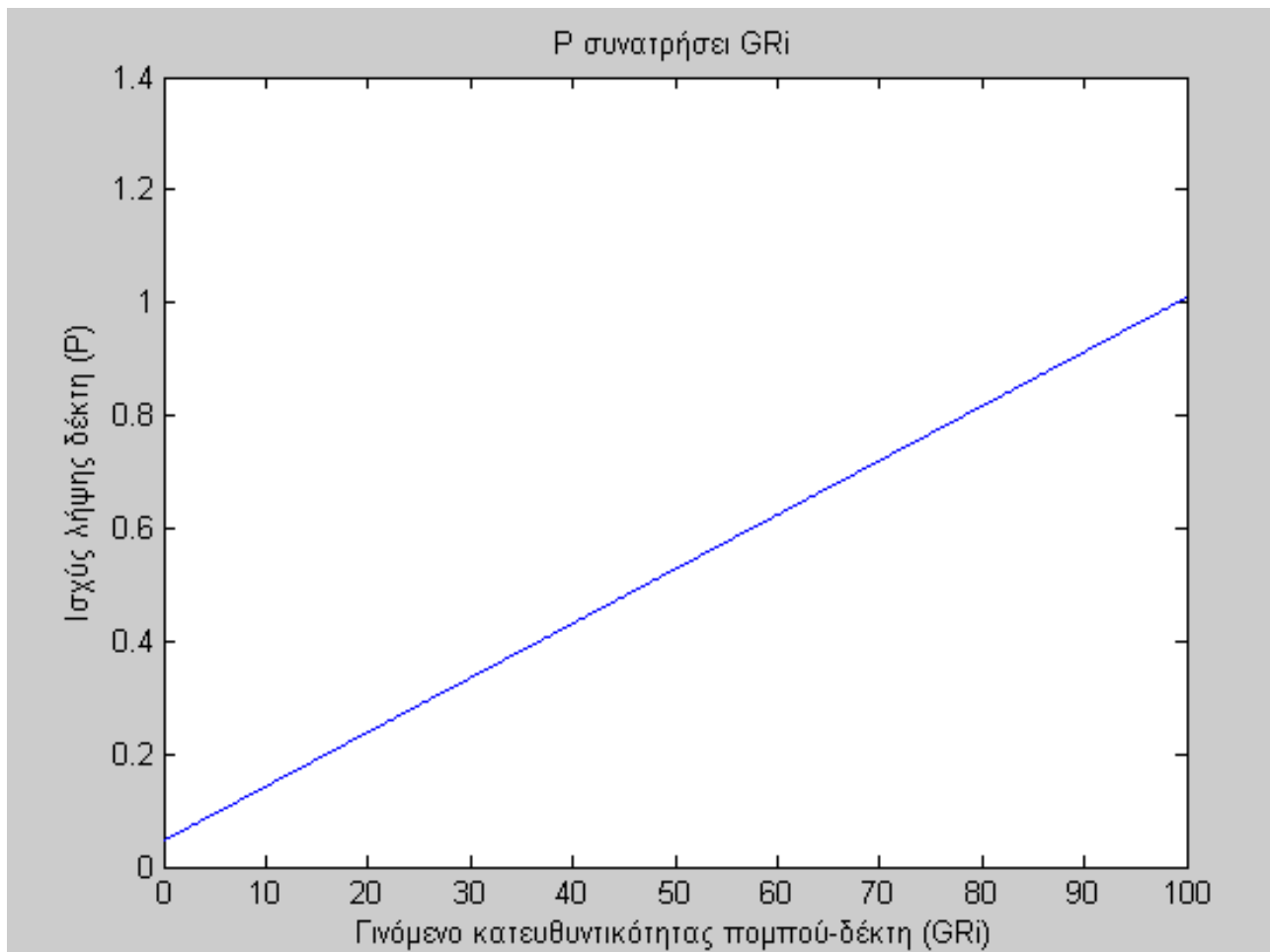
Όπου:

$$L_p = 0,0000214G_{dir} + 0,000102$$

Άρα :

$$P_r = 0,00963G_{dir} + 0,0459$$

Ακολουθεί η γραφική παράσταση όπου παρουσιάζεται η ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.



Σχήμα 5.7. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΙΝΑΚΩΝ – ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Πίνακας 1.1. Ζώνες Συχνοτήτων

Σχήμα 1.1. Βασικοί μηχανισμοί και φαινόμενα στη διάδοση των ραδιοκυμάτων

Σχήμα 1.2. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης : ανάκλαση (R)

Σχήμα 1.3. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης: Περίθλαση (D)

Σχήμα 1.4. Κύριοι μηχανισμοί διάδοσης: σκέδαση (S)

Σχήμα 1.5. Πολυδιαδρομική διάδοση

Σχήμα 1.6. Συμβολή διαδοχικών εκδόσεων σήματος

Πίνακας 2.1. Τιμές μεταβλητής n στον τύπο του μοντέλου

Πίνακας 2.2. Τυπικές τιμές σχετικής επιτρεψιμότητας και αγωγιμότητας του εδάφους

Πίνακας 2.3. Τύποι εδάφους όπως τους κατατάσσει το μοντέλο Longley-Rice

Σχήμα 2.1. $A_{\text{mu}}(f, d)$ και G_{AREA} για ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων

Σχήμα 2.2. Παράγοντας διορθωσης G_{AREA} για διάφορους τύπους terrain

Πίνακας 2.4. Τύπος του L_{or} για διάφορες τιμές της γωνίας φ

Πίνακας 2.5. Τιμές των παραμέτρων για τον τύπο σε σχέση με τις τιμές των υψών κεραιών μετάδοσης και λήψης και της απόστασης των κεραιών

Σχήμα 2.3. Σύγκριση των μοντέλων Okumura και Longley-Rice για διάφορα ύψη κεραιάς σταθμού βάσης

Σχήμα 2.4. Σύγκριση των προβλεπόμενων τιμών διαφόρων μοντέλων για ύψος κεραιάς σταθμού βάσης 380m

Σχήμα 2.5. Σύγκριση των μοντέλων TIREM και CAREY με πειραματικά δεδομένα. Το ύψος της κεραίας σταθμού βάσης είναι 380m

Σχήμα 3.1. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 30 μοιρών

Σχήμα 3.2. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 45 μοιρών.

Σχήμα 3.3. Γραφική του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 60 μοιρών.

Σχήμα 3.4. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με την διηλεκτρική σταθερά για γωνία 75 μοιρών.

Σχήμα 3.5. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω γωνίες πρόσπτωσης

Σχήμα 3.6. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 0,1

Σχήμα 3.7. γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 1

Σχήμα 3.8. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3

Σχήμα 3.9. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 3,5

Σχήμα 3.10. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel σε συνάρτηση με τη γωνία πρόσπτωσης, για υλικό με διηλεκτρική σταθερά ίση με 5

Σχήμα 3.11. Γραφική παράσταση του συντελεστή Fresnel για όλες τις παραπάνω τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς

Σχήμα 3.12. Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(1): Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.13. Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(2): Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.14. Τρισδιάστατες Γραφικές παραστάσεις: (1) Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη. (2) Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το Μήκος κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.15. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.16. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.17. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 3.18. Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους κύματος και του Γινομένου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.

Σχήμα 4.1. Σενάριο Πρώτης Εφαρμογής

Σχήμα 4.2. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή

Σχήμα 4.3. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Πρώτη Εφαρμογή

Σχήμα 4.4. Σενάριο Δεύτερης Εφαρμογής

Σχήμα 4.5. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για τη Δεύτερη Εφαρμογής

Σχήμα 4.6. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το μήκος κύματος για την Δεύτερη Εφαρμογή

Σχήμα 5.1. Κύρια επιβατική ακτίνα

Σχήμα 5.2. Πρώτη ανακλώμενη ακτίνα

Σχήμα 5.3. Δεύτερη ανακλώμενη ακτίνα

Σχήμα 5.4. Τρίτη ανακλώμενη ακτίνα

Σχήμα 5.5. Τέταρτη ανακλώμενη ακτίνα

Σχήμα 5.6. Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη.

Σχήμα 5.7. Ισχύς λήψης σε συνάρτηση με το γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού – δέκτη

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΚΩΔΙΚΑΣ MATLAB

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.1 παρουσιάζετε παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.5-sqrt(x-0.75)/0.5+sqrt(x-0.75); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,6);          %το x παίρνει τιμές από 0 έως 6
>>title('Γωνία πρόσπτωσης 30 μοίρες') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Διηλεκτρική σταθερά (Ec)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Συντελεστής Fresnel (Rθi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')        %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.2 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=g(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση g(x) σε ένα m file
F=0.7-sqrt(x-0.5)/0.7+sqrt(x-0.5); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,6);          %το x παίρνει τιμές από 0 έως 6
>>title('Γωνία πρόσπτωσης 45 μοίρες') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Διηλεκτρική σταθερά (Ec)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Συντελεστής Fresnel (Rθi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(g(x),x,'r-')        %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.3 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=h(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση h(x) σε ένα m file
F=0.86-sqrt(x-0.25)/0.86+sqrt(x-0.25); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,6); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 6
>>title('Γωνία πρόσπτωσης 60 μοίρες') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Διηλεκτρική σταθερά (Ec)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Συντελεστής Fresnel (Rθι)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(h(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.4 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=j(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση j(x) σε ένα m file
F=0.96-sqrt(x-0.06)/0.96+sqrt(x-0.06); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,6); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 6
>>title('Γωνία πρόσπτωσης 75 μοίρες') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Διηλεκτρική σταθερά (Ec)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Συντελεστής Fresnel (Rθi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(j(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.5 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>x=linspace(0,6);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 6
>>title('Γραφική παράσταση για διαφορετικές γωνίες πρόσπτωσης) %βάζουμε τίτλο στο
%γράφημα
>>xlabel("Διηλεκτρική σταθερά (Ec)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Συντελεστής Fresnel (Rθi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'b-',g(x),x,'g:',h(x),x,'r--',j(x),x,'k-.') %με την εντολή αυτή εμφανίζουμε όλες τις
παραπάνω γραφικές παραστάσεις σε ένα σχήμα, με διαφορετικό χρώμα και διαφορετική γραμμή
η κάθε καμπύλη.
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.6 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=sin(x)-sqrt(0.1-cos(x).^2))/ sin(x)+sqrt(0.1-cos(x).^2)); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,90); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Διηλεκτρική σταθερά Ec=0,1') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.7 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=g(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση g(x) σε ένα m file
F=sin(x)-sqrt(1-cos(x).^2)/ sin(x)+sqrt(1-cos(x).^2)); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,90); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Δηλεκτρική σταθερά Ec=1') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(g(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.8 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=h(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση h(x) σε ένα m file
F=sin(x)-sqrt(3-cos(x).^2)/ sin(x)+sqrt(3-cos(x).^2)); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,90); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Διηλεκτρική σταθερά Ec=3') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(h(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```


Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.9 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=j(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση j(x) σε ένα m file
F=sin(x)-sqrt(3,5-cos(x).^2))/ sin(x)+sqrt(3,5-cos(x).^2)); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,90); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Διηλεκτρική σταθερά Ec=3,5) %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθι)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θι)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(j(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.10 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=k(x) %δημιουργούμε τη συνάρτηση k(x) σε ένα m file
F=sin(x)-sqrt(5-cos(x).^2)/ sin(x)+sqrt(5-cos(x).^2)); %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,90); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Διηλεκτρική σταθερά Ec=5') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(k(x),x,'r-') %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.11 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>x=linspace(0,90);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 90
>>title('Γραφική παράσταση για διαφορετικές Διηλεκτρικές σταθερές) %βάζουμε τίτλο στο
γράφημα
>>xlabel('Συντελεστής Fresnel (Rθι)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel('Γωνία πρόσπτωσης (θι)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'b-',g(x),x,'g:',h(x),x,'r--',j(x),x,'k-.k(x),x,'b-') %με την εντολή αυτή εμφανίζουμε
όλες τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σε ένα σχήμα, με διαφορετικό χρώμα και διαφορετική
γραμμή η κάθε καμπύλη.
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.12 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(1):Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος
κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος ( $\lambda$ )") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.13 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παράσταση(2):Απώλειες οδεύσεως σε συνάρτηση με το Μήκος
κύματος και το Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος ( $\lambda$ )") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.14 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1); %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
```

και το y από 0 έως 10

```
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
```

```
>>r=1642.5.*w.^2283.5.*w.^2.*r-931.5.*w.^2.*r;%ορίζουμε την συνάρτηση r
```

```
>> subplot(2,2,1)surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω τη γραφική παράσταση z
```

```
>> subplot(2,2,2)surf(w,y,r)%με την εντολή αυτή εμφανίζω τη γραφική παράσταση r
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.15 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους
κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.16 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους
κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```


Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.17 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους
κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.18 παρουσιάζεται παρακάτω.

Στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB γράφουμε τις εντολές:

```
>>[x,y] = meshgrid(0:0.1:100, 0:0.1:1);           %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
και το y από 0 έως 10
>>z=3.65.*x.^2+0.63.*x.^2.*y-2.07.*x.^2.*y;%ορίζουμε την συνάρτηση z
>>title('Τρισδιάστατη Γραφική παραστάση: Απώλειες οδεύσεως για διάφορες τιμές του Μήκους
κύματος και του Γινόμενου κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη.') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>>zlabel ("Απώλειες οδεύσεως"(Lp))%βάζουμε τίτλο στον άξονα z
>> surf(x,y,z)%με την εντολή αυτή εμφανίζω γραφική
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 4.2 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.00004122*x.^2;        %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                          %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,10);        %το x παίρνει τιμές από 0 έως 10
>>title('Εφαρμογή Πρώτη') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Απώλειες Οδεύσεως (Lp)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')       %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 4.3 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.018549*x.^2;          %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,10);        %το x παίρνει τιμές από 0 έως 10
>>title('Εφαρμογή Πρώτη') %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Απώλειες Οδεύσεως (Lp)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')       %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 4.5 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=g(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.00004245*x.^2;        %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                          %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,10);       %το x παίρνει τιμές από 0 έως 10
>>title('Εφαρμογή Δεύτερη) %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Απώλειες Οδεύσεως (Lp)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(g(x),x,'r-')      %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 4.6 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.0191025*x.^2;         %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,10);       %το x παίρνει τιμές από 0 έως 10
>>title('Εφαρμογή Δεύτερη) %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Μήκος κύματος (λ)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel("Απώλειες Οδεύσεως (Lp)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')      %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 5.6 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.0000214*x+0,000102;    %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,100);      %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
>>title('Lp συναρτήσει GRi) %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel("Απώλειες οδεύσεως (Lp)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel(" Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)") %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')      %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```

Ο κώδικας του MATLAB από τον οποίο προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 5.7 παρουσιάζεται παρακάτω.

Αρχικά δημιουργούμε ένα m file στο MATLAB.

```
function [F]=f(x)           %δημιουργούμε τη συνάρτηση f(x) σε ένα m file
F=0.00963*x+0,0459;       %ορίζουμε τη συνάρτηση F
end                         %τέλος του m file
```

αφού αποθηκεύσουμε το m file γράφουμε τις παρακάτω εντολές στο περιβάλλον εργασίας του MATLAB:

```
>>x=linspace(0,100);      %το x παίρνει τιμές από 0 έως 100
>>title('P συναρτήσει GRi) %βάζουμε τίτλο στο γράφημα
>>xlabel('Ισχύς δέκτη (P)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα x
>>ylabel(' Γινόμενο κατευθυντικότητας πομπού-δέκτη (GRi)') %βάζουμε τίτλο στον άξονα y
>> plot(f(x),x,'r-')      %με την εντολή αυτή σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση
```


ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΑΣΥΡΜΑΤΗΣ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ

Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα περιλαμβάνει ηλεκτρομαγνητικά κύματα από συχνότητες 10^5 Hz έως 10^{19} Hz . Παρόλα αυτά η μετάδοση της πληροφορίας γίνεται σε ένα πολύ μικρότερο φάσμα συχνοτήτων. Οι συχνότητες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σύμφωνα με το μέσο μετάδοσης που χρησιμοποιείται:

- 1 GHz – 300 GHz (κυματοδηγοί, ραδιοζεύξεις)
- 500 KHz – 1GHz (ομοαξονικά καλώδια, ραδιοζεύξεις)
- 0.3KHz – 500KHz (γραμμές μεταφοράς)

Η συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος συνδέεται με το μήκος κύματος μέσω της σχέσης $c = \lambda f$, όπου c η ταχύτητα του φωτός

Οι συχνότητες για τα ασύρματα ηλεκτρομαγνητικά κανάλια υπόκεινται στο περιορισμό του μήκους της κεραίας που πρέπει να είναι τουλάχιστον μεγαλύτερη από το $1/10$ του μήκους κύματος λειτουργίας για αποτελεσματική μετάδοση. Έτσι το φάσμα συχνοτήτων των ασύρματων επικοινωνιών περιλαμβάνει συχνότητες από 10 KHz έως 100 GHz.

Οι UHF (ultra high frequency) αρχίζουν από τα 300 MHz και καταλήγουν στα 3000 MHz (Μήκος κύματος: 1m έως 100mm). Οι VHF (very high frequency) περιορίζονται ανάμεσα στα 30 MHz και στα 300MHz (Μήκος κύματος: 1m έως 10m)

Οι συχνότητες που ανήκουν στις VHF και UHF περιοχές του φάσματος, όταν διαδίδονται διαμέσου της ιονόσφαιρας, εμφανίζουν σχετικά μικρή απώλεια ισχύος. Καθώς η ιονόσφαιρα δεν ανακλά τα VHF και UHF ραδιοκύματα, η μετάδοση περιορίζεται τοπικά και αποτρέπεται η παρεμβολή σε σήματα άλλων απομακρυσμένων μεταδόσεων. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται ευρέως στις δορυφορικές επικοινωνίες. Ο κυρίαρχος τρόπος ηλεκτρομαγνητικής διάδοσης είναι διάδοση με απευθείας οπτική επαφή ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη (line-of-sight propagation). Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό αυτών των περιοχών του φάσματος είναι η πολύ μεγάλη ακτίνα διάδοσης εξαιτίας του φαινομένου της τροποσφαιρικής αγωγής (tropospheric ducting). Αυτό το φαινόμενο συμβαίνει, όταν στην τροπόσφαιρα ένα στρώμα κρύου αέρα παγιδεύει ένα στρώμα θερμού αέρα για

μία μεγάλη περιοχή. Η θερμοκρασία αυξάνεται και οδηγεί σε αύξηση του δείκτη διάθλασης, με αποτέλεσμα το σήμα να διαθλαστεί. Τέτοιες οριακές μεταβολές του δείκτη διάθλασης ανάμεσα σε αέριες μάζες διαφορετικής θερμοκρασίας και υγρασίας επιτρέπουν στο σήμα να διαδίδεται σε αποστάσεις πολλών εκατοντάδων χιλιομέτρων. Η διάδοση των UHF με τροποσφαιρική αγωγή γίνεται με πολύ αποδοτικό τρόπο. Καθώς μειώνεται η τιμή της συχνότητας, η διάδοση δυσχεραίνεται έως τις χαμηλές VHF. Από εκεί και πέρα η αποδοτικότητα της διάδοσης παύει να είναι ικανοποιητική.

Οι UHF ανακλώνται λιγότερο σε σχέση με τις VHF από την ιονόσφαιρα. Όσο αφορά στις VHF, στο E-στρώμα της ιονόσφαιρας μπορούν υπό συνθήκες να σχηματιστούν περιοχές φορτισμένων σωματίων τόσο πυκνές, ώστε να ανακλάσουν ατμοσφαιρικά κύματα. Αυτή η μέθοδος διάδοσης (sky-wave propagation) δεν είναι ιδιαίτερα δημοφιλής στη VHF περιοχή συχνοτήτων. Επίσης τα UHF σήματα παραμορφώνονται περισσότερο από την υγρασία. Το κύριο πλεονέκτημα της UHF μετάδοσης σε σχέση με τη VHF είναι η μικρότερη συχνότητα και κατ' επέκταση το μικρότερο μήκος κύματος. Όπως είναι γνωστό, καθότι οι διαστάσεις των κεραιών εκπομπής και λήψης είναι ανάλογες το μήκους κύματος, οι κεραιές στη UHF περιοχή είναι σημαντικά μικρότερες.

Ο κοσμικός θόρυβος που απορροφάται από τις κεραιές λήψης και ο θερμικός θόρυβος που παράγεται στο δέκτη μειώνουν την αποδοτικότητα των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε αυτές τις συχνότητες. Αντίθετα, ο ατμοσφαιρικός θόρυβος και η παρεμβολή από ηλεκτρικές συσκευές επιδρά λιγότερο στις VHF και UHF περιοχές σε σχέση με περιοχές χαμηλότερων συχνοτήτων (π.χ. HF).

ΕΚΠΟΜΠΗ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

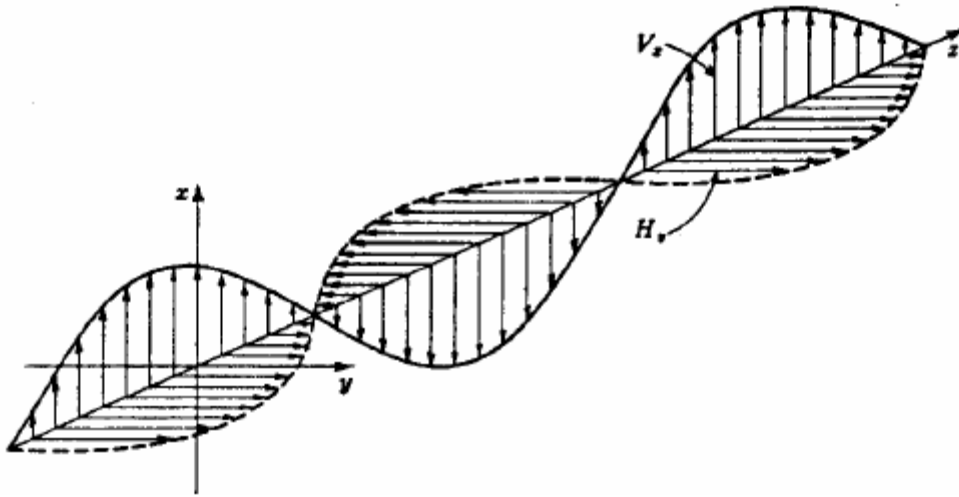
Όταν τροφοδοτείται ένα ηλεκτρικό κύκλωμα με ισχύ, αναπτύσσεται σε αυτό ένα σύστημα ρευμάτων και τάσεων, των οποίων η σχέση εξαρτάται από την τοπολογία του κυκλώματος. Για παράδειγμα η τάση (συγκρινόμενη με το ρεύμα) μπορεί να είναι υψηλή αν η εμπέδηση του κυκλώματος είναι υψηλή ή αν η τάση και το ρεύμα έχουν διαφορά φάσης 90 μοίρες. Κατά παρόμοιο τρόπο αν ισχύς, εκπέμπεται στον ελεύθερο χώρο, μεταδίδεται λαμβάνοντας υπ όψιν τα χαρακτηριστικά του ελεύθερου χώρου. Αν η ισχύς αυτή εκπέμπεται για κάποιο συγκεκριμένο σκοπό τότε λέμε ότι ακτιβολείται και διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο με την μορφή που ονομάζουμε ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Με τον όρο ελεύθερο χώρο εννοούμε έναν χώρο στον οποίον δεν υπάρχουν μαγνητικά πεδία και πεδία βαρύτητας, χωρίς συμπαγή σώματα και ιονισμένα σωματίδια. Γενικά λέγοντας ελεύθερο χώρο εννοούμε κάτι το ιδανικό, το οποίο δεν υπάρχει στην πραγματικότητα. Ωστόσο η έννοια του ελεύθερου χώρου χρησιμοποιείται γιατί απλουστεύει το φαινόμενο της διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, καθώς είναι εύκολο να υπολογιστούν οι συνθήκες διάδοσης. Ακόμη οι συνθήκες διάδοσης μερικές φορές στην πραγματικότητα προσεγγίζουν τις συνθήκες του ελεύθερου χώρου, ειδικά στις υψηλότερες συχνότητες την ζώνης UHF.

Η θεωρία της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αναπτύχθηκε από τον Άγγλο φυσικό James Clerk Maxwell το 1857 και τελειοποιήθηκε το 1873. Αποτελεί την βασική μαθηματική εξήγηση της συμπεριφοράς των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Βασικές έννοιες των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι ταλαντώσεις που μεταδίδονται στον ελεύθερο χώρο με την ταχύτητα του φωτός ($sec/300500.792.299mc±=$, για τις περισσότερες εφαρμογές). Η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων έχει πολλές ομοιότητες με την διάδοση των κυμάτων που δημιουργούνται στο νερό όταν μια πέτρα διαταράξει την ισορροπία του, με μια σημαντική διαφορά. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια ενώ τα κύματα στο νερό διαμήκη. Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι κάθετα μεταξύ τους όπως δείχνει και το πρώτο σχήμα. Αυτή είναι μια θεώρηση που πρακτικά δεν μπορεί να ελεγχθεί αφού τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι μη ορατά. Ωστόσο η θεώρηση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των κυμάτων κατά τα φαινόμενα της ανάκλασης της διάθλασης και της περίθλασης.

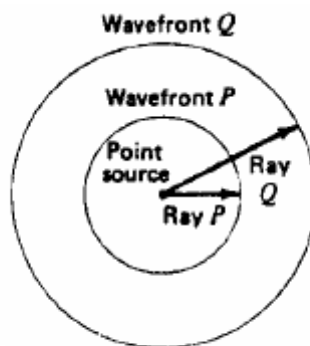


Εγκάρσιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Σχήμα Α.

Κύματα στον ελεύθερο χώρο Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που εκπέμπεται από μια σημειακή πηγή διαδίδεται στον ελεύθερο χώρο ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Η διάδοση του κύματος είναι σφαιρική όπως φαίνεται και στο σχήμα. Για να απλουστεύσουμε την έννοια της διάδοσης φανταζόμαστε ακτίνες που εκπέμπονται από την σημειακή πηγή προς όλες τις κατευθύνσεις.

Σε απόσταση P από την σημειακή πηγή το κύμα έχει μια συγκεκριμένη φάση. Η ακτίνα αφήνει την σημειακή πηγή όταν η τάση και το ρεύμα είναι μέγιστα σε ένα κύκλωμα το οποίο τροφοδοτεί την σημειακή πηγή π.χ σε ένα μέγιστο του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου.



Σφαιρικό μέτωπο κύματος

Σχήμα Β.

Όλα τα σημεία εκείνα τα οποία έχουν την ίδια φάση σχηματίζουν ένα επίπεδο το οποίο ονομάζεται μέτωπο κύματος. Αν το μήκος της ακτίνας Q είναι διπλάσιο του P τότε η νέα σφαίρα που δημιουργείται έχει επιφάνεια 4 φορές μεγαλύτερη της σφαίρας ακτίνας P. Αποδεικνύεται, ότι η συνολική ισχύς της σημειακής πηγής εξαπλώνεται καλύπτοντας τετραπλάσια περιοχή (σφαιρική) για κάθε διπλασιασμό της απόστασης. Έτσι αν ορίσουμε την πυκνότητα ισχύος σαν ακτινοβολούμενη ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας τότε η πυκνότητα ισχύος ελαττώνεται στο 1/4 της τιμής της όταν η απόσταση από την πηγή διπλασιάζεται.

Αποδεικνύεται ότι η πυκνότητα ισχύος είναι αντίστροφα ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης από την πηγή. Ο νόμος αυτός ονομάζεται νόμος του αντίστροφου τετραγώνου και ισχύει για κάθε μορφή διάδοσης στον ελεύθερο χώρο.

Έτσι έχουμε:

$$P = \frac{P_t}{4\pi r^2}$$

Όπου:

P = πυκνότητα ισχύος σε απόσταση r από την ισοτροπική πηγή

P_t = ακτινοβολούμενη ισχύς.

Με τον όρο ισοτροπική πηγή εννοούμε μια πηγή η οποία ακτινοβολεί ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις στον χώρο. Αν και στην πραγματικότητα δεν υπάρχει ισοτροπική πηγή, η έννοια της ισοτροπικής ακτινοβολίας είναι πολύ χρήσιμη και πολύ συχνά χρησιμοποιούμενη. Αποδεικνύεται ότι ο νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου ισχύει ακόμα και όταν η πηγή δεν είναι ισοτροπική. Ωστόσο, για σφαιρικά κύματα η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας πρέπει να είναι σταθερή σε όλα τα σημεία του χώρου (όπως είναι για παράδειγμα στον ελεύθερο χώρο). Ένας χώρος για τον οποίο ισχύει το παραπάνω κατά την διάδοση των σφαιρικών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ονομάζεται ισοτροπικός.

Οι εντάσεις του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι επίσης σημαντικές. Οι δύο αυτές ποσότητες αντιπροσωπεύουν την τάση και το ρεύμα σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, και οι μονάδες τους αντίστοιχα είναι Volt/m και A/m. Για ένα ηλεκτρικό κύκλωμα έχουμε $V = ZI$, ενώ για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα ισχύει:

$$\varepsilon = fH$$

Όπου:

ε = ενεργός τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου

H = ενεργός τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου

f = χαρακτηριστική αντίσταση μέσου (Ω)

Η χαρακτηριστική αντίσταση του μέσου δίνεται από τη σχέση:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Όπου:

μ = μαγνητική διαπερατότητα του μέσου

ε = διηλεκτρική σταθερά του μέσου

Για το κενό ισχύουν:

$$\varepsilon = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

$$\mu = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$$

Θυμίζουμε ότι η διαπερατότητα είναι ισοδύναμη της επαγωγής και η διηλεκτρική σταθερά είναι το ισοδύναμο της χωρητικότητας στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Μπορούμε τώρα από την παραπάνω σχέση να υπολογίσουμε την χαρακτηριστική αντίσταση του κενού.

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi = 377\Omega$$

Η γνώση της χαρακτηριστικής αντίστασης κάνει δυνατό τον υπολογισμό της έντασης του πεδίου σε απόσταση r από την ισοτροπική πηγή. Έτσι όπως στα ηλεκτρικά κυκλώματα ισχύει $P = \frac{V^2}{Z}$,

για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα ισχύει $P = \frac{\varepsilon^2}{Z}$. Τελικά προκύπτει:

$$\varepsilon = P * Z = \frac{P_t}{4\pi r^2} * 120\pi = \frac{30P_t}{r^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{30P_t}}{r}$$

Είναι φανερό ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι αντίστροφα ανάλογη της απόστασης από την πηγή και ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της πυκνότητας ισχύος.

Όπως προαναφέρθηκε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι σφαιρικό αν το μέσο είναι ιστροπικό. Σε μεγάλες αποστάσεις από την πηγή κάθε μικρή περιοχή του κύματος μπορεί να ληφθεί σαν επίπεδο κύμα. Αυτό είναι φανερό από την γεωμετρία του κύματος αλλά και από την καθημερινή εμπειρία (ενώ η γη είναι σφαιρική θεωρούμε ένα γήπεδο ποδοσφαίρου επίπεδο). Η προσέγγιση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σαν επίπεδα είναι πολύ χρήσιμη διότι απλοποιεί ορισμένα φαινόμενα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων όπως η διάθλαση και η περίθλαση.

Εκπομπή και λήψη Οι κεραίες εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα ή διαφορετικά ένα κύκλωμα όταν διαρρέετε από ρεύμα υψηλής συχνότητας ακτινοβολεί. Τυχαία το φαινόμενο αυτό είχε αποδειχθεί μαθηματικά από τις εξισώσεις του Maxwell από τις οποίες προκύπτει ότι όταν ένα καλώδιο διαρρέετε από ρεύμα γύρο από αυτό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Επιπρόσθετα αν το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται, μεταβάλλοντας το ρεύμα, δημιουργείται και ένα ηλεκτρικό πεδίο επίσης.

Πόλωση (Polarization) Όπως φαίνεται στο Σχήμα Α το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο και το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα μεταξύ τους. Το μαγνητικό πεδίο όπως αναφέρθηκε, περιβάλλει το καλώδιο και είναι κάθετο σε αυτό, το οποίο σημαίνει ότι το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι παράλληλο στο καλώδιο. Αυτό ισχύει μετά την εκπομπή του ηλεκτρομαγνητικού κύματος από την κεραία.

Η πόλωση αναφέρεται στον φυσικό προσανατολισμό του εκπεμπόμενου κύματος στον χώρο. Τα κύματα ονομάζονται πολωμένα (γραμμικά πολωμένα) αν έχουν τον ίδιο προσανατολισμό στον χώρο. Είναι χαρακτηριστικό των περισσότερων κεραιών ότι η ακτινοβολία που εκπέμπουν είναι γραμμικά πολωμένη. Για παράδειγμα, μια κάθετη κεραία ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητικά κύματα των οποίων τα διανύσματα των ηλεκτρικών τους πεδίων είναι κάθετα και παραμένουν κάθετα κατά την διάδοσή τους στον ελεύθερο χώρο. Από την άλλη πλευρά το φως ακτινοβολείται από μη συμφασικές πηγές (όπως το φως που ακτινοβολείται από τον ήλιο) και έχει τα διανύσματα των ηλεκτρικών πεδίων των ακτινών τυχαία κατανομημένα. Αυτό το είδος της πόλωσης ονομάζεται τυχαία πόλωση. Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα του σχήματος 8-1 είναι γραμμικά πολωμένο και επίσης κατακόρυφα πολωμένο αφού τα διανύσματα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους. Γενικά ισχύει ότι η κατεύθυνση της πόλωσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της κεραίας. Έτσι κατακόρυφες κεραίες ακτινοβολούν κατακόρυφα πολωμένα κύματα και οριζόντιες κεραίες ακτινοβολούν οριζόντια πολωμένα κύματα. Γενικά επικρατεί η τάση να αναφέρονται κεραίες σαν κατακόρυφα ή οριζόντια πολωμένες παρόλο που αυτό δεν είναι απόλυτα σωστό. Είναι επίσης πιθανό κεραίες να εκπέμπουν κυκλικά ή ελλειπτικά πολωμένα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με αποτέλεσμα η κατεύθυνση του κύματος να περιστρέφεται συνεχώς με ελικοειδή τρόπο.

Λήψη Όπως ένα καλώδιο που μεταφέρει υψίσυχα ρεύματα περιβάλλεται από ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία έτσι και ένα καλώδιο που εισέρχεται μέσα σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο διαρρέετε από ηλεκτρικό ρεύμα που επάγει σε αυτό το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Με άλλα λόγια αυτό σημαίνει ότι το καλώδιο λαμβάνει μέρος τις ακτινοβολίας του πεδίου και συμπεριφέρεται σαν μια κεραία λήψης. Με βάση το γεγονός ότι η διαδικασία της λήψης είναι αντίθετη της διαδικασίας της εκπομπής, οι κεραίες λήψης και εκπομπής χρησιμοποιούνται με τον ίδιο τρόπο.

Έκτός από τον τρόπο που διαχειρίζονται την ισχύ οι κεραιές εκπομπής και λήψης είναι ίδιες. Στην πραγματικότητα ισχύει το θεώρημα της αμοιβαιότητας. Με βάση το θεώρημα αυτό τα χαρακτηριστικά των κεραιών όπως αντίσταση ακτινοβολίας και διάγραμμα ακτινοβολίας παραμένουν ίδια, ανεξάρτητα από την χρήση της κεραιάς σαν κεραιά εκπομπής ή λήψης.

ΚΕΡΑΙΕΣ

Η λειτουργία της κεραίας στο επικοινωνιακό σύστημα έχει διπλό ρόλο, να μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε ηλεκτρομαγνητικά κύματα (εκπομπή) και αντίστροφα τα κύματα σε ηλεκτρική ενέργεια (λήψη).

Συγκεκριμένα η κεραία εκπομπής διαρρέεται από εναλλασόμενο ηλεκτρικό ρεύμα, το οποίο παρέχεται από το στοιχείο τροφοδοσίας του πομπού μέσω μιας γραμμής μεταφοράς. Έτσι τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται με αποτέλεσμα τη δημιουργία χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, το οποίο με τη σειρά δημιουργεί χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Τα φαινόμενα αυτά προκύπτουν βάση των δύο πρώτων εξισώσεων του Maxwell. Έτσι δημιουργείται το ηλεκτρομαγνητικό κύμα, που φέρει την πληροφορία στη συχνότητα διάδοσης f και είναι έτοιμο προς μετάδοση στο ανοιχτό περιβάλλον.

Κατά αντιστοιχία, όταν τα ραδιοκύματα φτάνουν στην κεραία λήψης επάγουν ένα ασθενές μεταβαλλόμενο επαγωγικό ρεύμα εντός του ενεργού στοιχείου της κεραίας. Ακολουθώς το ρεύμα ωθεί την ενέργεια των κυμάτων προς τον δέκτη, μέσω μιας δεύτερης γραμμής μεταφοράς.

Χαρακτηρίζεται από την απολαβή ή αλλιώς το κέρδος κατευθυντικότητας (G), το οποίο υποδηλώνει το κατά πόσο η ακτινοβολούμενη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια από και προς την κεραία συγκεντρώνεται σε μια κατεύθυνση. Γι' αυτό και προκύπτουν δύο κατηγορίες κεραίων : οι πανκατευθυντικές με σταθερή απολαβή για όλες τις κατευθύνσεις και οι κατευθυντικές όπου η απολαβή είναι μεγαλύτερη στην κατεύθυνση που η κεραία εκπέμπει ή λαμβάνει καλύτερα. Ακόμα χαρακτηρίζεται από τη συχνότητα λειτουργίας της f , η οποία αποτελεί τη συχνότητα συντονισμού της ταλάντωσης των ηλεκτρονίων της κεραίας και αυτής του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, ενώ καθορίζει το μήκος της κεραίας $\frac{\lambda}{2}$, όπου $\lambda = \frac{c}{f}$. Άλλα σημαντικά

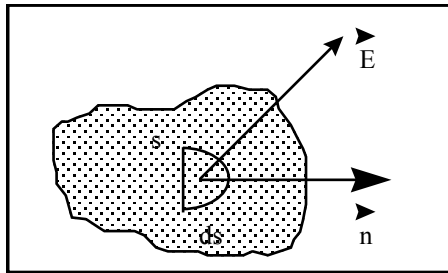
χαρακτηριστικά της κεραίας είναι η αντίσταση εισόδου της, η οποία παίζει σημαντικό ρόλο στην προσαρμογή και κατ' επέκταση στο φαινόμενο του συντονισμού, η ενεργός ακτινοβολούμενη ισχύς, η οποία μελετάται να έχει τέτοια τιμή ώστε παρ' όλες τις απώλειες διαδρομής, στην πλευρά του δέκτη η στάθμη σήματος να είναι μεγαλύτερη από το κατώφλι ευαισθησίας του, αλλά και η θερμοκρασία της, το διάγραμμα ακτινοβολίας, το είδος πόλωσης.

ΟΠΤΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

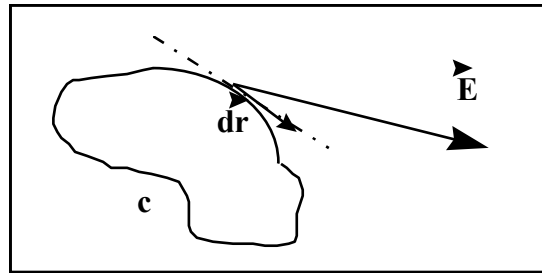
1. Ροή ανύσματος (flux)

Ο όρος «ροή» ανύσματος σημαίνει το «επιφανειακό ολοκλήρωμα της κάθετης προς την επιφάνεια συνιστώσας» του ανύσματος. Η ροή Φ είναι μονόμετρο μέγεθος.

$$\Phi = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



Σχήμα 1



Σχήμα 2

2. Κυκλοφορία ανύσματος (circulation)

Ο όρος «κυκλοφορία ανύσματος» σημαίνει το «επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της εφαπτομενικής συνιστώσας» του ανύσματος κατά μήκος κλειστής καμπύλης c , που περικλείει επιφάνεια s (Σχήμα 2).

$$\Gamma = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

3. Απόκλιση ανύσματος (divergence)

Ορίζεται από τη σχέση:

$$\text{div}\vec{E} \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \equiv \lim_{V_i \rightarrow 0} \frac{1}{V_i} \int_{S_i} \vec{E} \cdot d\vec{s}_i$$

Η απόκλιση ενός ανύσματος σ' ένα σημείο P του χώρου εκφράζει τη ροή του ανύσματος ανά μονάδα όγκου στην περιοχή του P.

Η απόκλιση είναι μονόμετρο μέγεθος. Σε καρτεσιανές συντεταγμένες θα έχει την έκφραση:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Θεώρημα Gauss

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

όπου s είναι κάθε κλειστή επιφάνεια και V ο όγκος που περιβάλλει.

4. Στροβιλισμός ανύσματος (rotation, curl)

$$\text{curl} \vec{E} \equiv \text{rot} \vec{E} = \hat{n} \cdot |\vec{\nabla} \times \vec{E}| \equiv \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{S_i} \oint_{C_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ο στροβιλισμός του \vec{E} κατά μια διεύθυνση \hat{n} είναι η συνιστώσα του $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ κατά τη διεύθυνση \hat{n} . Το μέγεθος του $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ σ' ένα σημείο P, εκφράζει την κυκλοφορία του ανύσματος ανά μονάδα επιφάνειας στην περιοχή του P. Η κυκλοφορία του \vec{E} γύρω από την καμπύλη C εξαρτάται από τον προσανατολισμό του επιπέδου της C. Η διεύθυνση του $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ είναι εκείνη για την οποία έχουμε τη μέγιστη κυκλοφορία. Ο στροβιλισμός είναι διανυσματικό μέγεθος. Σε καρτεσιανές συντεταγμένες έχει την έκφραση:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \hat{i} \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right] - \hat{j} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] + \hat{k} \left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right]$$

Θεώρημα Stokes

$$\int_s (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Η καμπύλη c περιβάλλει την επιφάνεια s .

5. Βαθμίδα συνάρτησης (gradient)

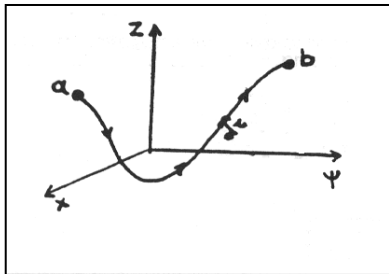
Έστω η βαθμωτή συνάρτηση $V=V(x,y,z)$. Ορίζουμε σαν βαθμίδα της συνάρτησης αυτής, την παράσταση:

$$\text{grad}V \equiv \vec{\nabla}V = \left[\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right]$$

Η βαθμίδα εκφράζει το χωρικό ρυθμό μεταβολής μιας βαθμωτής συνάρτησης. Είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει διεύθυνση, εκείνη της μέγιστης μεταβολής της

συνάρτησης. Ισχύει:

$$dV \equiv (\vec{\nabla}V) \cdot d\vec{r} = \left[\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \right]$$



Σχήμα 3

$$\int_a^b (\vec{\nabla}V) \cdot d\vec{r} = V(b) - V(a)$$

και προφανώς

$$\oint (\vec{\nabla}V) \cdot d\vec{r} = 0$$

6. Ααπλασιανή (Laplacian)

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} V) \equiv \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Ο τελεστής ∇^2 καλείται Laplacian και είναι μονόμετρος. Έχει τη μορφή:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Όταν ο τελεστής Laplacian εφαρμόζεται σε διάνυσμα τότε υπονοείται ότι εφαρμόζεται στις αντίστοιχες συνιστώσες του διανύσματος.

Είναι δηλαδή: $\nabla^2 \vec{E} = (\nabla^2 E_x, \nabla^2 E_y, \nabla^2 E_z)$

και η σχέση: $\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$

ανάγεται στις:

$$\left[\begin{array}{l} \nabla^2 E_x = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \\ \nabla^2 E_y = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \\ \nabla^2 E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \end{array} \right]$$

7. Άλλες σημαντικές ιδιότητες

Αν $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A}: \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ γιατί $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ πάντοτε

Αν $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \exists \phi: \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ γιατί $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0$ πάντοτε

Αν $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ τότε το πεδίο καλείται **αστρόβιλο**.

Γενικά η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να είναι ένα πεδίο \vec{E} αστρόβιλο είναι να πληρούνται και οι τρεις παρακάτω ισοδύναμες σχέσεις:

$$\begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \\ \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \end{array}$$

Αν $\vec{\nabla} \times \vec{E} \neq 0$ το πεδίο καλείται **στροβιλό**.

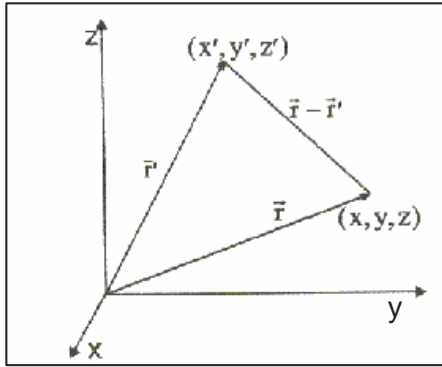
Αν το \vec{E} εκφράζει πεδίο δυνάμεων και είναι: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ (αστρόβιλο) τότε το πεδίο αυτό λέγεται **συντηρητικό**. Στην περίπτωση αυτή το ολοκλήρωμα $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r}$ εκφράζει έργο και συνεπώς για συντηρητικά πεδία το έργο κατά μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$.

Το \vec{E} εκφράζεται τότε σαν $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ όπου το ϕ λέγεται **δυναμικό**. (Το σημείο (-) δεν έχει ιδιαίτερο φυσικό περιεχόμενο, αλλά εισάγεται για λόγους μαθηματικής διευκόλυνσης.) Αξίζει να αναφερθεί η περίπτωση του στατικού ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} όπου ισχύουν οι εξισώσεις:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$ και $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$. Από τη δεύτερη σχέση έπεται $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ και αντικαθιστώντας στην πρώτη έχουμε: $\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} \phi) = -\rho / \epsilon_0 \Rightarrow \nabla^2 \phi = -\rho / \epsilon_0$ (εξίσωση **Poisson**).

8. Θεώρημα Helmholtz

Το θεώρημα Helmholtz διαπραγματεύεται το θέμα της απαιτούμενης πληροφορίας για τον υπολογισμό ενός διανυσματικού πεδίου. Η γνώση της απόκλισης και του στροβιλισμού σε μια συγκεκριμένη περιοχή, είναι γενικά επαρκής για τη γνώση του πεδίου. Με άλλα λόγια, αν για ένα πεδίο $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(\vec{r})$ (με $\vec{E}(\vec{r})_{\vec{r} \rightarrow \infty} \rightarrow 0$), είναι γνωστές οι σχέσεις: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho(\vec{r})$ και $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{j}(\vec{r})$, τότε το πεδίο είναι μονοσήμαντα ορισμένο από τις συναρτήσεις:



$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

όπου οι $\rho(\vec{r})$ και $\vec{j}(\vec{r})$ είναι εντοπισμένες συναρτήσεις, δηλαδή $\sim \frac{1}{r^{2+\epsilon}}$, $\epsilon > 0$.

Σχήμα 4

και μπορεί να βρεθεί από τη σχέση: $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \times \vec{A}$.

Αν η συνάρτηση $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$ εκφράζει το ηλεκτρικό πεδίο, τότε οι συναρτήσεις ϕ και \vec{A} αποτελούν αντίστοιχα **το μονόμετρο** και **το διανυσματικό δυναμικό** του πεδίου αυτού.

ΟΠΤΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ: ΧΡΗΣΗ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Η εκθετική συνάρτησης e^{ix}

Θεωρείστε τα αναπτύγματα:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

$$e^{ix} = 1 + ix + \frac{(ix)^2}{2!} + \frac{(ix)^3}{3!} + \frac{(ix)^4}{4!} + \frac{(ix)^5}{5!} + \dots, \mu\epsilon \quad i^2 = -1$$

Διαπιστώστε ότι ισχύει: $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$ (τύπος του Euler).

Γενικά αυτός ο τύπος θεωρείται εξαιρετικά σημαντικός στα Μαθηματικά, αφού συνδέει την επίπεδη γεωμετρία (που αντιπροσωπεύεται εδώ με τριγωνομετρικές συναρτήσεις), με την άλγεβρα (που αντιπροσωπεύεται εδώ με την εκθετική συνάρτηση).

Επίσης ισχύουν οι σχέσεις:

$$e^{inx} = \cos nx + i \sin nx \quad \text{(τύπος του DeMoivre)}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$$

$$\sin x = \frac{1}{2 \cdot i}(e^{ix} - e^{-ix})$$

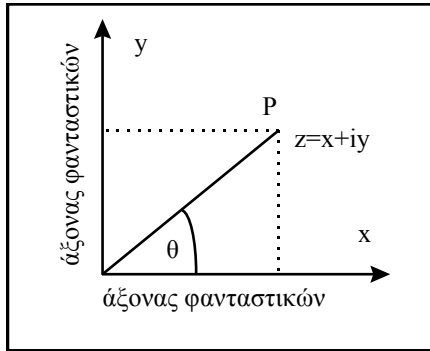
$$\int e^{ix} dx = \frac{1}{i} e^{ix} = -i \cdot e^{ix}$$

$$\frac{d(e^{ix})}{dx} = i \cdot e^{ix} = i \cos x - \sin x$$

$$\frac{d^2(e^{ix})}{dx^2} = i^2 \cdot e^{ix} = -(\cos x + i \sin x)$$

Οι παραγωγίσεις ή οι ολοκληρώσεις της συνάρτησης e^{ix} αντιστοιχούν σε πολλαπλασιασμό με i ή με $-i$ αντίστοιχα.

2. Το μιγαδικό επίπεδο



Σχήμα 5

Κάθε μιγαδικός αριθμός $z = x + iy$ παριστάνεται μονοσήμαντα από ένα σημείο P στο μιγαδικό επίπεδο. Εισάγοντας πολικές συντεταγμένες (r, θ) με $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $\tan \theta = y/x$, ο αριθμός z γράφεται ως εξής :

$$z = x + iy = r \cos \theta + i \sin \theta = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}.$$

3. Μιγαδικοί αριθμοί και αρμονικές κινήσεις

Μπορούμε να θεωρούμε το αρμονικό μέγεθος $F = F_0 \cos \omega t$, ως το πραγματικό μέρος της $F_0 e^{i\omega t}$. Μια τέτοια μορφή συμφέρει στην περίπτωση επίλυσης γραμμικών διαφορικών εξισώσεων όπου υπάρχουν παραγωγίσεις ως προς τη μεταβλητή t . Θα εξετάσουμε σαν παράδειγμα τον αρμονικό ταλαντωτή με απόσβεση που διέπεται από την εξίσωση:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_0 \cos \omega t - m\gamma \frac{dx}{dt} - m\omega_0^2 x \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cdot e^{i\omega t} \quad (1)$$

Αναζητούμε λύση της μορφής : $x = x_0 e^{i(\omega t - \varphi)}$ (2)

Θέτοντας τη (2) στην (1), καταλήγουμε στη σχέση: $(\omega_0^2 - \omega^2)x_0 + i\gamma\omega x_0 = \frac{F_0}{m} e^{i\varphi}$,

απ' όπου προκύπτει: $(\omega_0^2 - \omega^2)x_0 = \frac{F_0}{m} \cos \varphi$

και $\gamma \omega x_0 = \frac{F_0}{m} \sin \varphi$

Η επίλυση αυτού του αλγεβρικού συστήματος ως προς x_0 και φ δίνει:

$$x_0 = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma \omega)^2}} \quad \tan \varphi = \frac{\gamma \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

4. Παράσταση φυσικών μεγεθών με μιγαδικές ποσότητες

Ένας μιγαδικός αριθμός $z=x+iy$ μπορεί να παριστάνει ένα διάνυσμα μέτρου $r=(x^2+y^2)^{1/2}$ και φάσης θ (γωνία ως προς τον x - άξονα), με $\tan\theta = y/x$. Τότε θα ισχύει: $\vec{z} = |\vec{r}|e^{i\theta}$. Σημειώστε ότι πολλαπλασιασμός του ανύσματος με i σημαίνει στροφή κατά 90° . Πράγματι,

$i\vec{z} = |\vec{r}|e^{i\theta} e^{i\pi/2} = |\vec{r}|e^{i(\theta+\pi/2)}$. Παρατηρείστε ότι η δράση του i προωθεί τη φάση του ανύσματος κατά 90° , ενώ η δράση του $-i$ καθυστερεί τη φάση κατά 90° .

Όταν δύο μεγέθη, μη συγγραμικά, συνδέονται μεταξύ τους, τότε αυτή η σύνδεση μπορεί και πρέπει να εκφρασθεί με τη βοήθεια μιγαδικού αριθμού. Ένας τέτοιος μιγαδικός αριθμός, θα αποτυπώνει τη σχέση των μέτρων τους και τη διαφορά φάσης που υφίσταται μεταξύ τους. Σαν παράδειγμα αναφέρουμε τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών (H/M) κυμάτων μέσα σε μη τέλειο διηλεκτρικό υλικό. Εδώ τα διανύσματα \vec{D} και \vec{E} δεν είναι συγγραμικά και η διηλεκτρική σταθερά ϵ που τα συνδέει με τη σχέση $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, πρέπει να εκφρασθεί σαν μιγαδικός αριθμός.

Πράγματι τότε: $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2 = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} e^{i\theta}$ και $\tan \theta = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$

Σ' αυτήν την περίπτωση ο συντελεστής του φανταστικού μέρους, έχει φυσικό περιεχόμενο σχετιζόμενος με την εξασθένηση του H/M κύματος κατά τη διάδοσή του στο διηλεκτρικό υλικό. Ανάλογα μπορούν να ειπωθούν για το δείκτη διάθλασης. Στα αντίστοιχα κεφάλαια των σημειώσεων υπάρχει λεπτομερέστερη ανάλυση και φαίνεται η χρήση των μιγαδικών αριθμών στην αναπαράσταση φυσικών μεγεθών.

ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ MAXWELL

Σε μια πρώτη παρουσίαση του θέματος δίνονται οι εξισώσεις του Maxwell στο κενό (δηλαδή έξω από διηλεκτρικό και μαγνητικό υλικό) αλλά παρουσία πηγών (δηλαδή φορτία και ρεύματα).

1. Νόμος του Gauss (για το \vec{E})

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \int_V \rho \cdot dV \quad \text{ολοκληρωματική μορφή}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

(1) \quad \text{διαφορική μορφή}

Σ ε καρτεσιανές συντεταγμένες :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Η φυσική σημασία του νόμου του Gauss είναι ότι συνδέει το Ηλεκτρικό πεδίο, με τις πηγές του τα φορτία. Αναφέρει ότι η ηλεκτρική ροή προς τα έξω δια μέσου της κλειστής επιφάνειας s , ισούται με το φορτίο q που περιλαμβάνεται μέσα στην s .

Νόμος Coulomb: \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}

Ισχύει η ισοδυναμία:

$$\boxed{\text{Νόμος Gauss} + \text{Συμμετρία} \Leftrightarrow \text{Νόμος Coulomb}}$$

Ο όρος συμμετρία σημαίνει ότι ορίζεται επιφάνεια s , κλειστή, σε κάθε σημείο της οποίας το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} είναι κάθετο στην s , και έχει σταθερό μέτρο.

Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές έχουν αρχή και τέλος. Ξεκινούν από θετικά φορτία και καταλήγουν σε αρνητικά.

2. Νόμος του Gauss (για το \vec{B})

$$\int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{ολοκληρωματική μορφή}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0} \quad (2) \quad \text{διαφορική μορφή}$$

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

Κατά αντιστοιχία προς το νόμο του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο είναι λάθος να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν πηγές του μαγνητικού πεδίου. Υπάρχουν πηγές όπως θα δούμε παρακάτω. Η φυσική σημασία της σχέσης (2) είναι «η μη ύπαρξη μεμονωμένων μαγνητικών πόλων». Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κλειστές. Δεν έχουν αρχή και τέλος.

3. Γενικευμένος νόμος του Ampere:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (i + \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_E}{dt}) \quad \text{ολοκληρωματική μορφή}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)} \quad (3) \quad \text{διαφορική μορφή}$$

με $i = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$: ένταση ηλεκτρικού ρεύματος.

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{ccc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{array} \right| &= \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{i} \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right] - \hat{j} \left[\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right] + \hat{k} \left[\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right] &= \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Η φυσική σημασία της σχέσης (3) είναι ότι πηγές μαγνητικού πεδίου είναι ή κινούμενα ηλεκτρικά φορτία (ρεύματα) ή χρονικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία.

4. Νόμος του Faraday

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{ολοκληρωματική μορφή}$$

$$\text{όπου} \quad \Phi_B = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (4) \quad \text{διαφορική μορφή}$$

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες :

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{ccc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{array} \right| &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \hat{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \hat{j} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \hat{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \\ &= - \frac{\partial B_x}{\partial t} \hat{i} - \frac{\partial B_y}{\partial t} \hat{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t} \hat{k} \end{aligned}$$

Η φυσική σημασία της σχέσης (4) είναι ότι πηγές του ηλεκτρικού πεδίου είναι και τα χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία.

Το σύστημα των τεσσάρων εξισώσεων αποτελεί τις εξισώσεις του Maxwell. Παρακάτω δίνονται οι εξισώσεις του Maxwell σε διάφορες συνθήκες.

1. Εξισώσεις του Maxwell στο κενό χωρίς πηγές ($\rho=0, \vec{j}=0$)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3) \quad \text{(Συμμετρία)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

2. Εξισώσεις του Maxwell στο κενό με πηγές ($\rho \neq 0, \vec{j} \neq 0$)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (3) \quad \text{(Ασυμμετρία)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

Από διαίσθηση θα περίμενε κανείς συμμετρία στις εξισώσεις του Maxwell και στην περίπτωση που υπάρχουν πηγές. Θα περίμενε δηλαδή την παρακάτω μορφή:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\rho_m}{k_1} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \mu_0 \left(\frac{\vec{j}_m}{k_2} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (4)$$

(Άρση ασυμμετρίας)

όπου ρ_m και j_m «πυκνότητες» μαγνητικού φορτίου και ρεύματος αντίστοιχα (k_1, k_2 σταθερές). Μια τέτοια γραφή των εξισώσεων του Maxwell δεν αποτελεί τίποτε περισσότερο παρά τη θεωρητική πρόβλεψη του μαγνητικού μονόπολου. Μέχρι σήμερα όλα τα πειράματα και οι έρευνες έχουν δώσει αρνητικά αποτελέσματα. Μαγνητικό μονόπολο δεν έχει απομονωθεί. Η έλλειψη συμμετρίας δεν είναι μόνο θέμα αισθητικής των εξισώσεων του Maxwell. Με επιχειρήματα της κβαντικής θεωρίας της ηλεκτροδυναμικής ο Dirac έδειξε ότι η ύπαρξη μαγνητικού φορτίου θα εξηγούσε γιατί το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο.

3. εξισώσεις του Maxwell στην ύλη με πηγές

Όπως είναι γνωστό, στην περίπτωση υλικού με διηλεκτρικές και μαγνητικές ιδιότητες ορίζονται τα μεγέθη της ηλεκτρικής μετατόπισης \vec{D} και της μαγνητικής διέγερσης \vec{H} , που δίνονται από τις σχέσεις :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

όπου \vec{P} η πόλωση και \vec{M} η μαγνήτιση του υλικού.

Μέσα στην ύλη υπάρχουν ελεύθερα φορτία - ρ_{free} - καθώς και δέσμια φορτία - ρ_{bound} - Το άνυσμα \vec{D} συνδέεται με την πυκνότητα των ελεύθερων φορτίων - ρ_{free} -, ενώ το \vec{E} με όλα τα φορτία $\rho_{\text{free}} + \rho_{\text{bound}}$. Οι εξισώσεις του Maxwell έχουν τη μορφή:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{\text{free}} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\text{free}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

Ο όρος $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ αποτελεί το λεγόμενο ρεύμα μετατόπισης.

Για την περίπτωση που το μέσο είναι ομογενές και ισότροπο ισχύει :

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}$$

όπου μ : η μαγνητική διαπερατότητα και ϵ : η διηλεκτρική σταθερά του μέσου αντίστοιχα.

Αν ληφθεί υπόψη ο νόμος του Ohm : $\vec{j}_{free} = \sigma \vec{E}$, όπου σ η αγωγιμότητα του μέσου, τότε οι παραπάνω εξισώσεις παίρνουν τη μορφή:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{free}}{\epsilon \epsilon_0} \quad (1')$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2')$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \mu_0 \sigma \vec{E} + \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3')$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4')$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Η εξίσωση (4) για το ηλεκτρικό πεδίο αναλύεται σε τρεις αλγεβρικές εξισώσεις των E_x , E_y , E_z . Όμως οι εξισώσεις αυτές είναι γραμμικά εξαρτημένες. Από κάθε συνδυασμό δύο εξ' αυτών, προκύπτει η τρίτη. Απαιτείται λοιπόν μια επιπλέον εξίσωση που είναι η (1), για να ορισθεί μονοσήμαντα το \vec{E} (θεώρημα Helmholtz). Αντίστοιχα ισχύουν για το μαγνητικό πεδίο.

2. Θα μπορούσε να διατυπώσει κανείς το εξής ερώτημα:

«Κοιτάζοντας τις δύο τελευταίες εξισώσεις του Maxwell, γιατί λέμε ότι χρονικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά (ή μαγνητικά) πεδία προκαλούν μαγνητικά (ή ηλεκτρικά) πεδία και δεν λέμε ότι χωρικά μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά (ή μαγνητικά) πεδία προκαλούν μαγνητικά (ή ηλεκτρικά) πεδία;»

Κατ' αρχήν, είναι πειραματικά διαπιστωμένο ότι μεταβαλλόμενα \vec{E} ή \vec{B} δημιουργούν \vec{B} ή \vec{E} αντίστοιχα. Δεύτερον, οι σχέσεις (3),(4) δεν εννοούν ότι χωρικές μεταβολές των \vec{B} ή \vec{E} δημιουργούν \vec{E} ή \vec{B} αλλά ότι τα \vec{B} ή \vec{E} είναι στροβιλιά ($\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0, \vec{\nabla} \times \vec{E} \neq 0$). Ας

θεωρήσουμε το ηλεκτρικό πεδίο ενός ακίνητου, σημειακού φορτίου ($\vec{E} = \frac{q}{4\epsilon_0 \pi \cdot r^2} \cdot \hat{r}$).

Πράγματι, ενώ οι παράγωγοι του \vec{E} είναι διάφορες από το μηδέν, είναι $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ (αστρόβιλο πεδίο). Κατά συνέπεια από την (4), οι χωρικές μεταβολές του \vec{E} δεν δημιουργούν \vec{B} . Τα μόνα στροβιλιά πεδία που ξέρουμε είναι αυτά που συνδέονται με χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία κατά την (4).

Επεκτείνετε τους συλλογισμούς σας και για τη σχέση (3) θεωρώντας ένα στατικό μαγνητικό πεδίο και διερευνήστε αν μπορεί να προκαλέσει \vec{E} πεδίο. Δώστε μια πιο ολοκληρωμένη απάντηση χρησιμοποιώντας τον ορισμό και τις ιδιότητες αστρόβιλου πεδίου της σελίδας 3.

Εξίσωση της συνέχειας

Στη μελέτη ηλεκτρομαγνητικών φαινομένων, συνήθως, οι παραπάνω τέσσερις εξισώσεις «συμπληρώνονται» από την εξίσωση της συνέχειας :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

η οποία αποτελεί μια μαθηματική διατύπωση της αρχής διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου. Στην πραγματικότητα η εξίσωση της συνέχειας εμπεριέχεται στις εξισώσεις του Maxwell, όπως φαίνεται στην άσκηση 1.

Ο μαθηματικός φορμαλισμός των εξισώσεων Maxwell

Το γεγονός ότι το πρώτο μέλος των εξισώσεων Maxwell περιέχει την απόκλιση και τον στροβιλισμό του ηλεκτρικού \vec{E} και του μαγνητικού \vec{B} πεδίου είναι κάτι αναμενόμενο από το θεώρημα του Helmholtz, αφού η γνώση π.χ των $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ και $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ αρκεί, υπό κάποιες προϋποθέσεις βέβαια, για την γνώση του \vec{E} . Πρέπει να τονισθεί ότι η εμφάνιση του εσωτερικού και του εξωτερικού γινομένου του διανυσματικού τελεστή ανάδελτα

$(\vec{\nabla} \equiv \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z})$ με τα πεδία στις εξισώσεις Maxwell, υποκρύπτει βαθύτερο φυσικό

περιεχόμενο που σχετίζεται με μια θεμελιώδη ιδιότητα του χώρου, αυτή της ισοτροπίας. Ακόμη περισσότερο, η έκφραση των εξισώσεων με την βοήθεια του $\vec{\nabla}$ είναι αναμενόμενη καθώς στον ισότροπο χώρο όπου εφαρμόζονται οι εξισώσεις του Maxwell η ισοδυναμία των διευθύνσεων

μαθηματικά σημαίνει ότι οι χωρικές παράγωγοι $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ θα πρέπει να εμφανίζονται ισότιμα

και συμμετρικά στις αντίστοιχες εξισώσεις που εκφράζουν τους φυσικούς νόμους.

Πρέπει να σημειωθεί περαιτέρω ότι η μαθηματική έκφραση των εξισώσεων Maxwell μέσω εσωτερικού και εξωτερικού γινομένου διανυσμάτων είναι συμβατή με την ισοτροπία του χώρου, που απαιτεί το αναλλοίωτο των φυσικών νόμων σε στροφές. Πράγματι το εσωτερικό γινόμενο είναι μονόμετρο μέγεθος που παραμένει αναλλοίωτο σε στροφές, ενώ το εξωτερικό γινόμενο είναι διανυσματικό μέγεθος (συναλλοίωτο όπως λέγεται των δύο διανυσμάτων που το παράγουν) δηλ. οι συνιστώσες του αλλάζουν όπως οι συνιστώσες ενός διανύσματος κατά την περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων. Σημειώστε ότι το γεγονός ότι ένας φυσικός νόμος ή μία φυσική σχέση μπορεί να εκφραστεί μέσω μίας διανυσματικής εξίσωσης μας εξασφαλίζει ότι η σχέση παραμένει αναλλοίωτη όταν στρέφεται το σύστημα συντεταγμένων. Το αναλλοίωτο στην στροφή αποτελεί στην ουσία και τον μαθηματικό ορισμό του ανύσματος και παράλληλα τον βασικό λόγο που τα διανύσματα είναι τόσο χρήσιμα στην φυσική. Βέβαια στην περίπτωση των εξισώσεων Maxwell έχουμε το εσωτερικό και το εξωτερικό γινόμενο των ανυσματικού τελεστή $\vec{\nabla}$ με τα πεδία \vec{E} και \vec{B} .

Μία άλλη βασική ιδιότητα του χώρου είναι η ομογένεια (ισοδυναμία όλων των σημείων του). Διαπιστώστε ότι οι εξισώσεις Maxwell δεν αλλάζουν με μεταφορά στον χώρο από ένα σημείο σε ένα άλλο.

Συμπερασματικά οι εξισώσεις Maxwell όπως εκφράζονται μέσω των σχέσεων $\vec{\nabla} \cdot$ και $\vec{\nabla} \times$ διατηρούν την μορφή τους σε στροφές και μεταφορές όπως αναμένεται λόγω της ισοτροπίας και ομογένειας του χώρου . Η μορφή τους είναι επίσης συμβατή με την ομογένεια του χρόνου καθόσον οι χρονικές παράγωγοι των \vec{E} και \vec{B} δεν μεταβάλλονται σε μεταφορές στον χρόνο δηλ. οι εξισώσεις του Maxwell παραμένουν αναλλοίωτες σε μεταφορά της αρχής του χρόνου .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] “Δορυφορικές Επικοινωνίες Συστήματα Τεχνικές και επικοινωνία”,G.Maral,M.Bousquet
- [2] “Εισαγωγή στα Ασύρματα Δίκτυα” , Δρ.Ε. Μ. Πάλλης
- [3] “Ασύρματες Επικοινωνίες και Δίκτυα”,William Stallings
- [4] “Δορυφορικές Επικοινωνίες,Χ.Καψάλης”,Π.Κώττης
- [5] “Κινητή Τηλεφωνία,Σ.κοτσόπουλος”,Γ.Καραγιαννίδης
- [6] “Μελέτη Απωλειών στα Συστήματα Κινητών Επικοινωνιών και στο Σύστημα GSM”,Ηρακλής Κυριακάκης,Ιωάννης Γιαννακάκης
- [7] “Διάδοση Ραδιοκυμάτων στα Συστήματα Ασύρματης Επικοινωνίας”,Henry Bertoni
- [8] “Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες”,Φ.Κωνσταντίνου, Χ.Καψάλης,Π.Κώττης
- [9] “Wireless Information Networks” ,Kaveh Pahlavan &Allen H.Levesque
- [10] “Wireless Communications Principles &Practice” ,Theodore S.Rappaport
- [11] “Propagation in Microcellular and Small CellUrban Environments” , Karim Rizk ,Swiss Federal Institute of Technology of Lausanne
- [12] “Radio Channel Modelling in Different Outdoor Environments for WLAN Systems” , Aki Silvennoinen
- [13] “Empirical Path Loss Model for Outdoor 802.11 Wireless Links ”, Rajesh Gandhi
- [14] www.ceid.upatras.gr/faculty/alexiou/ahts/notes/kef08.pdf
- [15] www.phys.uoa.gr/~hlontos/KimatikiOptiki%20Filadio/Kef1,2.doc
- [16] <http://www.wikipedia.org/>
- [17] <http://scholar.google.gr/>
- [18] <http://books.google.com/bkshp?tab=wp>
- [19] <http://www.umtsworld.com/>
- [20] <http://www.wireless-center.net/>