

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙΟΥ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ



## ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Εφαρμογή των μαθηματικών στην οικονομία  
Σταγαστικά δάνεια

ΣΙΑΦΑ ΗΛ. ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ

ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ  
ΘΑΝΑΣΟΥΛΙΑ ΓΕΩΡΓΙΑ



ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙ 2008

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Εφαρμογή των μαθηματικών στην οικονομία  
Στεγαστικά δάνεια

(υποβλήθηκε για έγκριση τον Ιανουάριο του 2008)

**ΖΑΨΑ ΗΛ. ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ (Α.Μ. 8680)**

ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ  
ΘΑΝΑΣΟΥΛΙΑ ΓΕΩΡΓΙΑ

ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 2008

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στη παρούσα εργασία καταβλήθηκε κάθε προσπάθεια να συνδεθεί η θεωρία των Μαθηματικών με τα οικονομικά προβλήματα και κυρίως με τις Τραπεζικές Εργασίες.

Προτάχθηκε το πρώτο κεφάλαιο ιστορίας γύρω από τις βασικές έννοιες των Μαθηματικών.

Κύριο χαρακτηριστικό του δεύτερου κεφαλαίου είναι η εφαρμογή των Μαθηματικών σε διάφορους τομείς της Οικονομίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναφέρομαι στις διακρίσεις των δανείων και στα μεθόδους απόσβεσης τους.

Ακολουθεί το τέταρτο κεφάλαιο που αναλύει τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στη λύση οικονομικών προβλημάτων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο συναντάμε μια κατηγορία δανείων που απασχολεί ένα μεγάλο μέρος των νοικοκυριών της χώρας μας και δεν είναι άλλη από τα στεγαστικά δάνεια. Στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται η διαδικασία από την έγκριση μέχρι και τη λήξη ενός στεγαστικού δανείου. Επιπλέον προστέθηκε στο κεφάλαιο αυτό και κάποιες συμφέρουσες προτάσεις προς του καταναλωτές.

Η εργασία τελειοποιείται με τέσσερα παραρτήματα χρήσιμα για μελλοντικούς δανειολήπτες.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	3
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	4

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

.....

#### ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

1.1	Εφαρμοσμένα μαθηματικά.....	7
1.2	Τα Οικονομικά Μαθηματικά κλάδος των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών.....	8
1.3	Το αντικείμενο των Οικονομικών Μαθηματικών.....	9
1.4	Απλός και σύνθετος τόκος – Βραχυπρόθεσμες και Μακροπρόθεσμες οικονομικές πράξεις.....	11

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

.....

#### ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΛΛΩΝ ΤΟΜΕΩΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ (Π. Χ. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Κ. Λ. Π)

2.1	Οικονομικές εφαρμογές της θεωρίας των προόδων.....	13
2.2	Συναρτήσεις – Οικονομικές Εφαρμογές.....	17
2.3	Παράγωγος Συνάρτησης –Οικονομικές Εφαρμογές.....	21
2.4	Στατιστική–μια εφαρμογή της στην Οικονομία.....	26

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

.....

### ΔΑΝΕΙΑ

3.1	Διακρίσεις δανείων.....	28
3.2	Παράγοντες που επηρεάζουν τις μορφές δανεισμού.. .	32
3.3	Οργανισμοί που χορηγούν δάνεια.....	33
3.4	Μέθοδοι Αποσβέσεων δανείων.....	34

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙV

.....

### ΧΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

4.1	Excel.....	40
4.1.1	Οικονομικές Συναρτήσεις .....	41

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

.....

### ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ

5.1	Δανεισμός χωρίς ημερομηνία . . . . λήξης. . . . .	49
5.2	Γενικές αρχές στεγαστικών δανείων. . . . .	50
5.3	Σταθερό ή κυμαινόμενο επιτόκιο. . . . .	51
5.4	Πότε συμφέρει το κλείδωμα του επιτοκίου. . . . .	54
5.5	Τα τραπεζικά προϊόντα για την «ασφάλεια» του δανειολήπτη . . . . .	55
5.6	Δάνεια με βάση το εισόδημα του αγοραστή. . . . .	57
5.7	Τα δικαιολογητικά και οι προσημειώσεις . . . . .	58
5.8	Απόσβεση ενός στεγαστικού δανείου. . . . .	59
5.9	Ειδικά προγράμματα για ανέγερση κατοικίας . . . . .	66
5.10	Διαπραγματεύσεις για τις δόσεις και μετά τις υπογραφές..	67
Παράρτημα 1°	:Ελληνικές τράπεζες στο Internet . . . . .	71
Παράρτημα 2°	:Το λεξιλόγιο των τραπεζών . . . . .	72
Παράρτημα 3°	:Τα στεγαστικά δάνεια όλων των τραπεζών. . .	74
Βιβλιογραφία	. . . . .	79

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

## ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

### 1.1 ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι ένα από τα βασικότερα χαρακτηριστικά της σύγχρονης οικονομικής θεωρίας είναι η εκτεταμένη χρήση μεθόδων στην ανάλυση οικονομικών φαινομένων.

Τα μαθηματικά είναι μία γλώσσα που βοηθά στην ανάλυση, μέσα από ένα ενοποιημένο μεθοδολογικό πλαίσιο, διαφορετικών κλάδων της οικονομικής επιστήμης, όπως η μικροοικονομική θεωρία, η μακροοικονομική θεωρία, η θεωρία του διεθνούς εμπορίου, η δημόσια οικονομική. Η εφαρμογή μαθηματικών μεθόδων στα οικονομικά απαιτεί ακριβή παράθεση των υποθέσεων και συνεπάγεται μία λογική αλληλουχία των διαφόρων βημάτων που οδηγούν στο τελικό συμπέρασμα. Έτσι όμως, επιτυγχάνεται η σαφής παρουσίαση της θεωρίας, τίθενται οι βάσεις για επεκτάσεις και παρέχεται η δυνατότητα για εμπειρικό έλεγχο.

Ιστορικά, οι μαθηματικές μέθοδοι που εφαρμόστηκαν στα οικονομικά μπορούν να διαιρεθούν σε τρεις αλληλεπικαλυπτόμενες περιόδους (Arrow and Intriligator 1981) : την περίοδο της βασιsmένης στο λογισμό οριακής ανάλυσης (1838 – 1947): την περίοδο της εφαρμογής θεωρίας συνόλων και γραμμικών υποδειγμάτων ( 1948 – 1960 ) : και την τρέχουσα περίοδο, που αρχίζει από το 1961, η οποία χαρακτηρίζεται από την ενοποίηση των παραπάνω μεθόδων και την εισαγωγή μη γραμμικών υποδειγμάτων.

Το σύνολο των κλάδων των διάφορων επιστημών που θεμελιώνεται επάνω στη Μαθηματική επιστήμη, αποτελούν τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά.

## 1.2 ΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΛΑΔΟΣ ΤΩΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η επίδραση των Μαθηματικών σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους είναι τόσο σημαντική, ώστε οι κλάδοι αυτοί να θεωρούνται αναπόσπαστα τμήματα της Μαθηματικής επιστήμης.

Ειδικότερα ο κλάδος εκείνος που έχει σαν σκοπό την μελέτη και λύση των προβλημάτων της οικονομικής επιστήμης με τη βοήθεια των Μαθηματικών, ονομάζεται “Οικονομικά Μαθηματικά” .

Τα οικονομικά Μαθηματικά χωρίζονται σε δύο βασικούς τομείς. Ο ένας είναι τα “Μαθηματικά των οικονομικών συναλλαγών” και ο άλλος η “Οικονομετρική”.

- ❖ Τα Μαθηματικά Συναλλαγών ,που αναφέρονται στις οικονομικές πράξεις των εμπορικών γενικά συναλλαγών .

Τα Μαθηματικά των οικονομικών συναλλαγών διαιρούνται στα: “Μαθηματικά των επιχειρήσεων” ή “Μαθηματικά πίστωσης” και στα “Ασφαλιστικά Μαθηματικά”.

- ❖ Την οικονομική που αναφέρεται στη θεμελίωση και τη μέτρηση των οικονομικών μεγεθών, και ασχολείται με τα προβλήματα εκείνα της οικονομικής επιστήμης που δεν αναφέρονται στις συναλλαγές .





### 1.3 ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Στόχος των οικονομικών μαθηματικών είναι να αποτυπώσουν με αυστηρό τρόπο τους διάφορους θεσμούς που ισχύουν στις καθημερινές οικονομικές πράξεις και οι οποίες σχετίζονται κυρίως με τη διαχείριση χρηματικών ποσών, Παράλληλα, μέσω της περιγραφής αυτής διευκολύνουν τους συναλλασσόμενους να επιλέγουν κατά το δυνατόν επωφελείς οικονομικές πράξεις. Κύρια εφαρμογή τους είναι οι υπολογισμοί σε χρηματοπιστωτικά θέματα – δηλαδή θέματα δανεισμού και γενικά διαχείρισης χρήματος. Ειδικά όταν πρόκειται για υπολογισμούς ασφαλειών όπου το στοιχείο της αβεβαιότητας παίζει ιδιαίτερο ρόλο, αναφέρεται κανείς στον κλάδο των ασφαλιστικών μαθηματικών (Actuarial Mathematics) ή αναλογισμού, ενώ όταν τα θέματα της αβεβαιότητας είναι σε δεύτερη μοίρα αναφερόμαστε στον κλάδο των χρηματοπιστωτικών Μαθηματικών ( Mathematics of Finance)

Σε περιπτώσεις που εξετάζει κανείς οικονομικές πράξεις που αφορούν επενδύσεις η αξιολόγηση αρχίζει συγκρίνοντας ουσιαστικά την επένδυση με μία εναλλακτική κατάθεση που θα απέφερε τα ίδια αποτελέσματα. Έτσι τα αποτελέσματα της μαθηματικής περιγραφής των θεμάτων καταθέσεων και δανείων βρίσκουν άμεση εφαρμογή και στην αξιολόγηση επενδύσεων. Στο πρώτο αυτό στάδιο η αξιολόγηση των επενδύσεων γίνεται αγνοώντας την αβεβαιότητα που υπάρχει σε κάθε μελλοντική οικονομική πράξη.

Η ενσωμάτωση της αβεβαιότητας στην ανάλυση επενδύσεων είναι ένα δύσκολο θέμα γιατί δεν υπάρχει στατιστική γνώση που να μας βοηθάει να αναλύσουμε την αβεβαιότητα. Αντίθετα στα ασφαλιστικά μαθηματικά η αβεβαιότητα που υπάρχει αναλύεται ικανοποιητικά με τη βοήθεια των εννοιών των πιθανοτήτων και της στατιστικής εφόσον :

α) υπάρχουν επαρκεί στατιστικά δεδομένα σχετικά με το παρελθόν των ασφαλίσεων

β) υπάρχει βεβαιότητα ότι οι πιθανολογικοί νόμοι θα εξακολουθήσουν να ισχύουν και στο μέλλον γ) το πλήθος των ασφαλιστηρίων συμβολαίων είναι τόσο μεγάλο ώστε να υπάρχει απειροελάχιστη πιθανότητα μεγάλων αποκλίσεων στα προβλεπόμενα μεγέθη. Αντίθετα, η ανάλυση μιας συγκεκριμένης π.χ. παραγωγικής επένδυσης δεν μπορεί να γίνει με απλή αναδρομή σε παρόμοιες επενδύσεις που έγιναν στο μέλλον.

## 1.4 ΑΠΛΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΤΟΚΟΣ-ΒΡΑΧΥΠΡΟΘΕΣΜΕΣ ΚΑΙ ΜΑΚΡΟΠΡΟΘΕΣΜΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.

Σε κάθε οργανωμένη κοινωνική ομάδα, το μέσον της ανταλλαγής των διαφόρων αγαθών ή υπηρεσιών ονομάζεται χρήμα, η δε βασική μονάδα μετρήσεως ονομάζεται νόμισμα. Πολλές νομισματικές μονάδες συνιστούν το χρηματικό ποσό.

Κάθε χρηματικό ποσό μη διαθέσιμο δεν έχει πραγματική αξία. Εάν όμως διατεθεί σε άλλους (ανθρώπους, Οργανισμούς, κ.τ.λ.) αποκτά αυτόματα αξία και τότε λέγεται κεφάλαιο,  $K$ . Ο δανειζόμενος αποζημιώνει τον διαθέσαντα το κεφάλαιο, για τη χρήση του, με ένα χρηματικό ποσό, το οποίο ονομάζεται τόκος  $I$ .

Κάθε χρηματικό ποσό όταν δανειστεί ή αποταμιευτεί αποκτά παραγωγική ικανότητα, δηλ. παράγει τόκο. Ενδιαφέρον για τις συναλλαγές έχει η στιγμή της παραγωγής του τόκου σε κεφάλαιο. Η μετατροπή του τόκου σε κεφάλαιο συνεπάγεται ενσωμάτωση του τόκου στο κεφάλαιο. Η πράξη της ενσωμάτωσης του τόκου στο κεφάλαιο ονομάζεται κεφαλαιοποίηση του τόκου.

Από μαθηματικής άποψης, υπάρχουν τρεις τρόποι παραγωγής του τόκου:

1. Ότι το κεφάλαιο παράγει τόκο στο τέλος του χρονικού διαστήματος  $[0, n]$  εντός του οποίου το κεφάλαιο ήταν παραγωγικό.
2. Το χρονικό διάστημα  $[0, n]$ , εντός του οποίου το κεφάλαιο είναι παραγωγικό, διαιρείται σε ίσες χρονικές περιόδους. Ο τόκος παράγεται και συγχρόνως κεφαλαιοποιείται στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου.
3. Το διάστημα  $[0, n]$  δεχόμαστε ότι είναι διαιρεμένο σε χρονικές περιόδους απειροστού μεγέθους. Στην περίπτωση αυτή δεχόμαστε ότι ο τόκος παράγεται και συγχρόνως κεφαλαιοποιείται ανά πάσα απειροστή χρονική στιγμή.

Στη τραπεζική πρακτική, ο δανειζόμενος ένα κεφάλαιο για μια ορισμένη χρονική περίοδο, πρέπει να επιστρέψει στο δανειστή το κεφάλαιο που δανείστηκε και τον τόκο που έχει ήδη παραχθεί. Είναι όμως ενδεχόμενο, στο τέλος της 1<sup>ης</sup>, 2<sup>ης</sup>, 3<sup>ης</sup>, κ.ο.κ. χρονικής περιόδου να συμβούν τα εξής:

A) Ο δανειστής να εισπράττει κάθε φορά τους τόκους και να αφήνει το αρχικό κεφάλαιο να τοκίζεται και για δεύτερη, τρίτη κλπ. Περίοδο, δηλ. ο δανειστής να εισπράττει κάθε χρονική περίοδο μόνο τον τόκο και κατά τη λήξη του δανείου να εισπράξει και το κεφάλαιο που δάνεισε. Στην περίπτωση αυτή, ο τόκος και το κεφάλαιο, σε όλες τις χρονικές περιόδους, παραμένουν τα ίδια και λέμε ότι το δάνειο έγινε με **Απλό Τόκο** (Simple Interest).

B) Ο δανειστής να αφήνει τον τόκο που έχει ήδη παραχθεί στα χέρια του οφειλέτη, με σκοπό να προστεθεί ο τόκος στο αρχικό κεφάλαιο (δηλ. να κεφαλαιοποιηθεί), οπότε από την επόμενη χρονική περίοδο θα φέρει τόκο το αρχικό κεφάλαιο συν ο τόκος του αρχικού κεφαλαίου. Το ίδιο θα γίνεται και στις επόμενες χρονικές περιόδους μέχρι τη λήξη του δανείου. Στην περίπτωση αυτή, τόσο ο τόκος όσο και το τοκιζόμενο κεφάλαιο αυξάνουν κάθε χρονική περίοδο και λέμε ότι το δάνειο έγινε με **Σύνθετο Τόκο** (Compound Interest) ή με **Ανατοκισμό**.

Κατά τη λύση των διαφόρων προβλημάτων των Οικονομικών Μαθηματικών γίνονται ορισμένες αλγεβρικές πράξεις, οι οποίες ονομάζονται **Οικονομικές Πράξεις**, γιατί τα συμπλεκόμενα ποσά (κεφάλαιο, τόκος, κλπ.) είναι οικονομικά μεγέθη. Οι οικονομικές πράξεις διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

1. **Βραχυπρόθεσμες Οικονομικές Πράξεις**, δηλαδή οικονομικές πράξεις χρονικής διάρκειας τριών μηνών ή το πού ενός έτους. Τέτοιες οικονομικές πράξεις είναι: Ο Απλός Τόκος, η Προεξόφληση Συναλλαγματικών και Γραμματίων, η Αντικατάσταση Γραμματίων, κ.λ.π.
2. **Μακροπρόθεσμες Οικονομικές Πράξεις**, δηλαδή οικονομικές πράξεις χρονικής διάρκειας μεγαλύτερης του έτους. Αν η διάρκεια είναι μέχρι (5) χρόνια, τότε οι οικονομικές πράξεις ονομάζονται Μεσοπρόθεσμες, ενώ αν η διάρκεια είναι μεγαλύτερη των πέντε ετών, τότε οι οικονομικές πράξεις ονομάζονται Μακροπρόθεσμες.

Από μαθηματικής άποψης, η διάκριση: Μεσοπρόθεσμες και Μακροπρόθεσμες δεν μας ενδιαφέρει, γιατί και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται ο ανατοκισμός. Τέτοιες οικονομικές πράξεις είναι συνήθως ο Ανατοκισμός και οι διάφορες μορφές δανείων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

### ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΛΛΩΝ ΤΟΜΕΩΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ ( Π.Χ. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ , ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Κ . Λ .Π )

#### 2.1 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΠΡΟΟΔΩΝ

⇒ Η έννοια της ακολουθίας

Κάθε απεικόνιση με πεδίο ορισμού το σύνολο  $N^*=N-\{0\}$  των θετικών ακεραίων αριθμών ονομάζεται **ακολουθία**

Στις εφαρμογές μας το πεδίο τιμών μιας ακολουθίας θα είναι πάντοτε υποσύνολο του συνόλου  $R$  των πραγματικών αριθμών .Κάθε τέτοια ακολουθία ονομάζεται ακολουθία πραγματικών αριθμών ή, για συντομία ,πραγματική ακολουθία.

Έτσι μια πραγματική ακολουθία μπορεί να γραφεί συμβολικά :

$$f :N^* \rightarrow R , \text{ με } \psi=f(x)$$

⇒ Ανάλυση προσφοράς - ζήτησης

Σύμφωνα με το νόμο της προσφοράς - ζήτησης , όταν αυξάνεται η τιμή πώλησης  $P$  ενός αγαθού , τότε αυξάνεται και η προσφερόμενη ποσότητα  $Q_s$  του αγαθού αυτού , ενώ αντίθετα η ζητούμενη ποσότητα  $Q_d$  του αγαθού μειώνεται

Ανάλογα , όταν μειώνεται η  $P$  , τότε μειώνεται και η  $Q_s$  , ενώ αντίθετα αυξάνεται η  $Q_d$  . Κατά συνέπεια τα  $Q_s$  και  $Q_d$  είναι πάντοτε συναρτήσεις της  $P$ .

Η συνάρτηση  $Q_s = Q_s (P)$  ονομάζεται συνάρτηση προσφοράς , ενώ η  $Q_d = Q_d (P)$  ονομάζεται **συνάρτηση ζήτησης** του αγαθού.

Γίνεται φανερό ότι οι συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης μπορούν να δοθούν και υπό τη μορφή  $P =P(Q_s)$  και  $P =P(Q_d)$  αντίστοιχα,. Στην περίπτωση αυτή , όταν η φύση του προϊόντος είναι τέτοια ώστε να παράγεται σε ακέραιες μετρικές μονάδες (π.χ. αυτοκίνητα, ηλεκτρικές συσκευές , παιχνίδια κ.λπ.) , τόσο η συνάρτηση ζήτησης όσο και η συνάρτηση προσφοράς του προϊόντος είναι ακολουθίες.

Η τιμή πώλησης  $P$  προσδιορίζεται όταν επέλθει η **οικονομική ισορροπία** μεταξύ προσφοράς και ζήτησης ,δηλαδή όταν  $Q_d =Q_s$

## Παράδειγμα:

Σε μια βιομηχανία ηλεκτρικών λαμπτήρων, οι ποσότητες μηνιαίας ζήτησης και προσφοράς ενός συγκεκριμένου τύπου λαμπτήρα έχουν εκφραστεί  $P^2 - 198P + 49800$  και  $50.000 - 100P$  λαμπτήρες αντίστοιχα. Να βρεθεί το συνολικό ποσό, που θα εισπράττει κάθε μήνα η βιομηχανία από την πώληση αυτού τύπου λαμπτήρα όταν απέλθει οικονομική ισορροπία.

### Λύση:

Όταν επέλθει οικονομική ισορροπία έχουμε:

$$P^2 - 198P + 49800 = 50.000 - 100P$$

$$P^2 - 198P + 100P = 50.000 - 49.800$$

$$P^2 - 98P = 200$$

$$P^2 - 98P - 200 = 0$$

Σύμφωνα με την εξίσωση της διακρίνουσας: όπου  $\alpha = 1$

$$\beta = 98 \quad \text{και}$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \Leftrightarrow \Delta = (98)^2 - 4 \cdot (-200) \Leftrightarrow \gamma = -200$$

$$\Delta = 9604 + 800 = 10.404$$

$$\text{Οπότε } \Delta = 10.404$$

$$P_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \Leftrightarrow P_{1,2} = \frac{-(-98) \pm \sqrt{10.404}}{2} \Leftrightarrow P_{1,2} = \frac{98 \pm 102}{2} \Rightarrow$$

$$P_1 = \frac{98 + 102}{2} \Leftrightarrow P_1 = \frac{200}{2} \Leftrightarrow P_1 = 100$$

$$P_2 = \frac{98 - 102}{2} \Leftrightarrow P_2 = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow P_2 = -2$$

Οπότε αν το συνολικό ποσό που θα εισπράξει η βιομηχανία είναι  $\Psi$  τότε έχουμε :

$$\Psi = 50.000 - 100 \cdot 100 \Leftrightarrow \Psi = 50.000 - 10.000$$

$$\Psi = 40.000$$

### ⇒ Αριθμητική πρόοδος

Λέγεται μια ακολουθία  $a_n$  αν ισχύει  $a_n = a_{n-1} + \omega$  για κάθε φυσικό αριθμό  $n$

Τύποι :

$$a_n = a_1 + (n - 1)\omega \quad n \geq 1$$

$$\Sigma_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$$

### ⇒ Γεωμετρική πρόοδος

Λέγεται μια ακολουθία με λόγο σταθερό αριθμό  $\omega$ , αν ισχύει  $a_n = a_{n-1} \omega$  για κάθε φυσικό αριθμό  $n$

Τύποι :

$$a_n = a_1 \omega^{n-1} \quad n \geq 1$$

$$\Sigma_n = \frac{a_n \omega - a_1}{\omega - 1}$$

$$S = \frac{a_1}{1 - \omega}$$

Για καλύτερη κατανόηση της εφαρμογής των προόδων στην οικονομία ακολουθεί το εξής :

### Παράδειγμα:

Ας υποθέσουμε ότι η οριακή ροπή κατανάλωσης\* είναι 0,8 κατά μήνα για κάποια οικονομία. Ένας εργαζόμενος σε μια εταιρεία έχει ένα πρόσθετο εισόδημα από υπερωριακή απασχόληση 1000€ το μήνα Ιανουάριο. Να ανιχνευτεί η συνολική επίδραση αυτών των 1000€ πάνω στις συνολικές δαπάνες της οικονομίας :

A) Στο τέλος Σεπτεμβρίου του ίδιου έτους

B) Μακροπρόθεσμα

Λύση :

Σύμφωνα με την οριακή ροπή κατανάλωσης ο εργαζόμενος θα ξοδέψει από το πρόσθετο εισόδημα  $1000 \cdot 0,8 = 800€$

α) Ζητάμε το άθροισμα των 9 πρώτων όρων γεωμετρ. προόδου με :

$$a_1 = 1000 \text{ και } \omega = 0,8$$

---

\* οριακή ροπή κατανάλωσης ονομάζουμε την αναλογία του επιπρόσθετου εισοδήματος των καταναλωτών που ξοδεύεται σε αγαθά και υπηρεσίες ,

$$\alpha_9 = \alpha \cdot \omega^{v-1}$$

$$\alpha_9 = 1000 \cdot 0,8^8$$

$$\alpha_9 = 167.7$$

$$\Sigma_9 = (\alpha_9 \omega - \alpha_1) / \omega - 1$$

$$\Sigma_9 = (167.7 \cdot 0,8 - 1000) / 0,8 - 1$$

$$\Sigma_9 = 865.64 \text{ €}$$

β) Επειδή  $\omega < 1$  , το άθροισμα απείρων όρων γεωμετρικής προόδου θα είναι :  $S = \frac{\alpha_1}{1 - \omega}$

$$S = \frac{1000}{1 - 0.8}$$

$$S = 2000\text{€}$$

⇒ **Ανατοκισμός**

Θα λέμε ότι ένα κεφάλαιο ανατοκίζεται ή ότι έχει τοκιστεί με σύνθετο τόκο όταν στο τέλος κάθε χρονικής μονάδας , ο τόκος που προκύπτει προστίθεται στο κεφάλαιο και το άθροισμά τους αποτελεί το νέο κεφάλαιο για την επόμενη χρονική μονάδα.

$$\text{Τύπος: } K_v = K_0(1 + \tau)^v$$

Όπου  $K_0$  = κεφάλαιο

$v$  = χρονική μονάδα

$\tau$  = τόκος μιας νομισματικής μονάδας

$K_v$  = νέο κεφάλαιο

⇒ **Ίσες καταθέσεις**

Ίση κατάθεση λέγεται το σταθερό ποσό , το οποίο καταθέτουμε για ένα χρονικό διάστημα στην αρχή κάθε έτους για να αποκτήσουμε ένα κεφάλαιο ( οι καταθέσεις μπορεί να γίνονται και κάθε εξάμηνο ή τρίμηνο κ.τ.λ.)

1<sup>η</sup> κατάθεση  $a$  νομ. μον. θα μείνει στη τράπεζα  $v$  έτη στο τέλος του χρόνου ανατοκισμένη  $a(1 + \tau)^v$

2<sup>η</sup> κατάθεση θα μείνει στην τράπεζα  $v-1$  έτη οπότε  $a(1 + \tau)^{v-1}$

Η προτελευταία κατάθεση θα μείνει στην τράπεζα 2 έτη οπότε  $a(1+\tau)^2$

Η τελευταία θα μείνει 1 έτος  $a(1 + \tau)$



Παρατηρούμε ότι :

$$K = \alpha (1 + \tau) + \alpha (1 + \tau)^2 + \dots + \alpha (1 + \tau)^{v-1} + \alpha (1 + \tau)^v$$

Όπου το  $K$  είναι ίσο με το άθροισμα των  $v$  πρώτων όρων μια γεωμετρικής προόδου

$$\begin{aligned} \text{Όπου } a_1 &= \alpha (1 + \tau) \\ \omega &= 1 + \tau \\ a_v &= \alpha (1 + \tau)^v \end{aligned}$$

κατά συνέπεια

$$\boxed{K = \alpha (1 + \tau) \frac{(1 + \tau)^v - 1}{\tau}}$$

## 2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

⇒ Γραμμή ίσου κόστους

Παριστάνει τους διαφορετικούς συνδυασμούς δυο προϊόντων , τα οποία μπορούν να αγοραστούν με ένα προκαθορισμένο ποσό χρημάτων.

### Παράδειγμα 1<sup>0</sup>

Για την παραγωγή ατσαλιού μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως καύσιμα άνθρακας ή φωταέρια.

Η τιμή μονάδας του άνθρακα είναι 100 χ.μ. και της μονάδας του φωταερίου 500 χ.μ.

Σχεδιάστε τη γραμμή ίσου κόστους για προϋπολογισθείσα δαπάνη 10.000 χ.μ.

Τι θα συμβεί αν :

- I) Η δαπάνη αυξηθεί κατά 50%
- II) Η τιμή του φωταερίου μειωθεί κατά 20%
- III) Η τιμή του άνθρακα αυξηθεί κατά 25%

**Λύση:**

Αν οι μονάδες του άνθρακα  $x$  και του φωταερίου  $\varphi$ .

Η προκύπτουν γραμμή ίσου κόστους έχει εξίσωση

$$100x + 500\varphi = 10.000$$

οπότε αν το  $x=0$  τότε

$$\Rightarrow 100 \cdot 0 + 500\varphi = 10.000 \Leftrightarrow \varphi = \frac{10.000}{500} \Leftrightarrow \varphi = 20$$

άρα ένα από τα σημεία της γραμμής ίσου κόστους θα είναι  $A(0,20)$

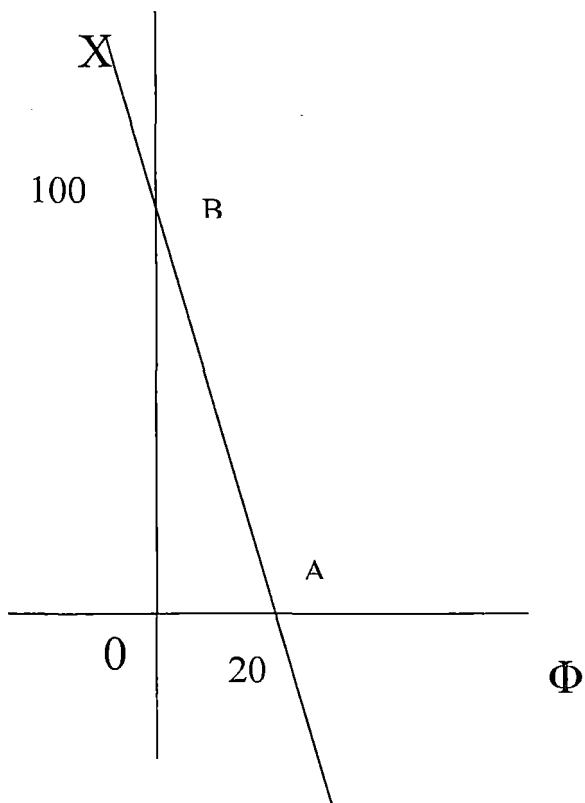
και αν  $\varphi=0$  τότε

$$\Rightarrow 100x + 500 \cdot 0 = 10.000 \Leftrightarrow x = \frac{10.000}{100} \Leftrightarrow x = 100$$

άρα το δεύτερο σημείο είναι  $B(100,0)$

Δηλαδή δύο από τα σημεία της γραμμής ίσου κόστους θα είναι το  $A(0,20)$  και το  $B(100,0)$

Γραμμή ίσου κόστους



ι)  $10.000 \cdot 50\% = 5000$  άρα  $5000 + 10.000 = 15.000$

Άρα η εξίσωση θα γίνει  $100x + 500\phi = 15.000$

Οπότε: A (150,0) και B(0,30)

ιι)  $500 \cdot 20\% = 100$  άρα  $500 - 100 = 400$

Άρα η εξίσωση θα γίνει  $100x + 400\phi = 10.000$

Οπότε: A (100,0) και B(0,25)

ιιι)  $100 \cdot 25\% = 25$  άρα  $100 + 25 = 125$

Άρα η εξίσωση θα γίνει  $125x + 500\phi = 10.000$

Οπότε: A (80,0) και B(0,20)

### ⇒ Συναρτήσεις ανάπτυξης και παρακμής

♦ Στην οικονομία οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται σε προβλήματα διακεκριμένης ανάπτυξης που λαμβάνει χώρα κατά τακτά και διακεκριμένα χρονικά διαστήματα ( π.χ. έτος , εξάμηνο κ.τ.λ.) είναι της μορφής :

$$f(t) = b \left[ 1 + \frac{i}{v} \right]^{vt}$$

♦ Ενώ οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται σε προβλήματα διακεκριμένης παρακμής είναι της μορφής :

$$f(t) = b \left[ 1 + \frac{i}{v} \right]^{-vt}$$

όπου:

b : σταθερά που εκφράζει την αρχική τιμή της αναπτυσσόμενης ποσότητας

i : ο σταθερός ετήσιος ρυθμός συνεχούς ανάπτυξης

v : σταθερός φυσικός αριθμός

t : ο αριθμός των χρονικών διαστημάτων.

♦ Στα προβλήματα συνεχούς ανάπτυξης δηλαδή ανάπτυξης που λαμβάνει χώρα συνεχώς και όχι σε διακεκριμένα χρονικά διαστήματα ( π.χ. αύξηση πληθυσμού μιας χώρας κ.τ.λ.) χρησιμοποιούνται συναρτήσεις της μορφής:

$$f(t) = b e^{rt}$$

- ♦ Ενώ οι συναρτήσεις συνεχούς παρακμής έχουν μορφή

$$f(t) = b e^{-rt} \quad \text{όπου}$$

$r$  : ετήσιος ρυθμός συνεχούς ανάπτυξης.

Η ισότητα  $b [1 + i/v]^v t = b e^{rt}$  οδηγεί στον υπολογισμό του ετήσιου ρυθμού  $r$  συνεχούς ανάπτυξης, όταν είναι γνωστός ο ετήσιος ρυθμός  $i$  διακεκριμένης ανάπτυξης και αντίστροφα.

Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η μετατροπή μιας συνάρτησης διακεκριμένης ανάπτυξης σε συνάρτηση συνεχούς ανάπτυξης και αντίστροφα

## Παράδειγμα 2<sup>0</sup>

Ο ετήσιος όγκος πωλήσεων μιας εταιρείας μειώνεται με σταθερό ρυθμό. Αν ο όγκος αυτός ανέρχεται μετά από ένα χρόνο σε 6,87 εκατ. χ.μ και μετά από 4 χρόνια σε 4,36 εκατ. χ.μ να υπολογιστεί ο ετήσιος ρυθμός και οι συναρτήσεις :

- α) συνεχούς και β) διακεκριμένης ανάπτυξης

Λύση:

α) Ο ετήσιος όγκος πωλήσεων υπολογίζεται από τη σχέση  $P = P_0 e^{-rt}$ , όπου  $P_0$  ο αρχικός ετήσιος όγκος πωλήσεων και  $r$  ο ρυθμός συνεχούς παρακμής.

Από τα δεδομένα προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} 6,87 &= P_0 e^{-r} & \ln(6,87) &= \ln P_0 - r \\ & & \Leftrightarrow & \\ 4,36 &= P_0 e^{-4r} & \ln(4,36) &= \ln P_0 - 4r \end{aligned}$$

Από τους πίνακες του παραρτήματος 2 προκύπτει

$$1,92716 = \ln P_0 - r$$

$$1,47247 = \ln P_0 - 4r$$

και αφαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε

$$0,45469 = 3r \Leftrightarrow r = 0,15156, \text{δηλαδή ο ετήσιος ρυθμός συνεχώς παρακμής είναι } 15,156\%$$

Αντικαθιστώντας το  $r$  στην πρώτη από τις προηγούμενες σχέσεις βρίσκουμε

$\ln P_0 = 2,0772$

Κατά συνέπεια από τους πίνακες προκύπτει ότι  $P_0 \approx 5,982$

Κατά συνέπεια η συνάρτηση συνεχούς παρακμής είναι  $P = 5,982e^{-0,15156t}$

β) Ο ετήσιος όγκος πωλήσεων υπό μορφή διακεκριμένης ανάπτυξης υπολογίζεται από τη σχέση  $P = 5,982(1+i)^{-t}$ , όπου  $i$  ο ετήσιος ρυθμός διακεκριμένης παρακμής. Από την ισότητα  $(1+i)^{-t} = e^{-0,15156t}$  προκύπτει  $-t \ln(1+i) = -0,15156t$  ή  $\ln(1+i) = 0,15156$ .

Κατά συνέπεια από τους πίνακες προκύπτει ότι  $1+i \approx 1,66$  δηλ.  $i = 0,1666$  ή  $16,6\%$

Η συνάρτηση διακεκριμένης παρακμής είναι  $P = 5,982 \cdot 1,166^{-t}$

## 2.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

⇒ **Μέσο κόστος και μέσο έσοδο**

Αν  $C = C(Q)$  είναι η συνάρτηση του κόστους παραγωγής ενός αγαθού, το μέσο κόστος παραγωγής της μονάδας του αγαθού ορίζεται από τη σχέση :

$$AC(Q) = C(Q)/Q$$

Όμοια το μέσο έσοδο από την πώληση της μονάδας του αγαθού ορίζεται από τη σχέση :

$$AR(Q) = R(Q)/Q, \text{ όπου } R(Q) \text{ είναι το συνολικό έσοδο από την πώληση του αγαθού.}$$

⇒ **Οριακό κόστος και οριακό έσοδο**

(M.C) **Οριακό κόστος** : ονομάζεται η μεταβολή στο συνολικό κόστος, που προκύπτει από την παραγωγή μιας πρόσθετης μικρής ποσότητας ενός αγαθού

$$MC(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{C(Q + \Delta Q) - C(Q)}{\Delta Q} = C'(Q)$$

Ανάλογα ορίζουμε το **οριακό έσοδο** (MR) ως τη μεταβολή στο συνολικό έσοδο που προκύπτει από την πώληση μια πρόσθετης μικρής ποσότητας ενός αγαθού. Είναι δηλαδή  $MR(Q) = R'(Q)$ .

### ⇒ Ελαστικότητα τιμής

Η ελαστικότητα  $\varepsilon$  της τιμής πώλησης  $P$  της μονάδας ενός αγαθού εκφράζει την ποσοστιαία αλλαγή  $\frac{\Delta Q}{Q}$  της ποσότητας  $Q$  σε σχέση με την ποσοστιαία αλλαγή  $\frac{\Delta P}{P}$  της τιμής του αγαθού .

$$\text{Είναι δηλαδή } \varepsilon (P) = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P}{Q}$$

και για πολύ μικρά  $\Delta P$

$$\varepsilon (P) = \left( \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) \cdot \frac{P}{Q} = Q'(P) \cdot \frac{P}{Q} \quad (1)$$

Η τιμή  $P$  θα λέγεται **ελαστική** , αν  $|\varepsilon| > 1$  και **ανελαστική** αν  $|\varepsilon| < 1$ .

### Παράδειγμα

Η ποσότητα ζήτησης  $Q$  ενός αγαθού ως συνάρτηση της τιμής ζήτησης  $P$  δίδεται από τη σχέση  $Q(P) = P^2 - 4P + 230$ . Να εξεταστεί η ελαστικότητα της τιμής  $P=7$ .

**Λύση :**

Είναι  $Q(7) = 49 - 28 + 230 = 251$  μ.μ.

Ακόμα  $Q'(7) = 2P - 4$  και κατά συνέπεια  $Q'(7) = 10$ . Κατά συνέπεια η σχέση (1)

$$\text{δίνει } \varepsilon(7) = 10 \cdot \frac{7}{251} = \frac{70}{251}.$$

Επομένως η τιμή  $P=7$  χ.μ. είναι ανελαστική.

### ⇒ Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών – Μερικές παράγωγοι

Για τη μελέτη προβλημάτων μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης συναρτήσεων δύο ή περισσότερων μεταβλητών ( και όχι μόνο ) ,είναι χρήσιμη η έννοια των μερικών παραγώγων της συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές αυτές.

Ας θεωρήσουμε για απλότητα μια συνάρτηση δύο ανεξάρτητων μεταβλητών ,  $z = f(x, \psi)$ .

Όταν το  $\chi$  μεταβάλλεται και το  $\psi$  παραμένει σταθερό, η μερική παράγωγος της  $f$  ως προς  $\chi$ , που θα τη συμβολίζουμε με  $f_\chi$ , ορίζεται από τη σχέση

$$f'_\chi = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, \psi) - f(x, \psi)}{\Delta x}, \text{ όταν}$$

το όριο αυτό υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός  
Ανάλογα ορίζεται και η  $f_\psi$ .

Από τον παραπάνω γίνεται φανερό ότι για τον υπολογισμό της  $f_\chi$  εφαρμόζονται τους γνωστούς κανόνες παραγωγίσης θεωρώντας τη μεταβλητή  $\psi$  ως σταθερή

Οι μερικές παράγωγοι δεύτερης τάξης ορίζονται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned} f_{\chi^2} &= f_\chi (f_\chi) \\ f_{\psi^2} &= f_\psi (f_\psi) \\ f_{\chi\psi} &= f_\chi (f_\psi) \quad \text{και} \\ f_{\psi\chi} &= f_\psi (f_\chi) \end{aligned}$$

Αποδεικνύεται ότι, αν η  $z = f(x, \psi)$  έχει μερικές παράγωγους  $n$ -τάξης  $f_\chi$  και  $f_\psi$  συνεχείς τότε  $f_{\chi\psi} = f_{\psi\chi}$  (**Θεώρημα young**)

Επαγωγικά ορίζονται έχει μερικές παράγωγοι  $n$ -τάξης  $n \geq 1$ .

Για τη συνάρτηση  $f(x, \psi) = 3\chi\psi^2$  π.χ θα είναι:

$$\begin{aligned} f_{\chi^2} &= 0, \\ f_{\psi^2} &= 6\chi, \\ f_{\psi^3} &= 0, \\ f_{\chi\psi} &= f_\chi (6\psi) = 6\psi, \\ f_{\chi\psi^2} &= f_\chi (f_{\psi^2}) = f_{\chi\psi} (f_\psi) = 6 \quad \text{κ.λ.π.} \end{aligned}$$

Ανάλογα ορίζονται και οι μερικές παράγωγοι συναρτήσεων με τρεις ή περισσότερες μεταβλητές.

#### ◆ Μεγιστοποίηση και ελαχιστοποίηση συναρτήσεων δύο μεταβλητών

Για να εξετάσουμε αν η  $z = f(x, \psi)$  έχει ακρότατα, χρησιμοποιούμε την ορίζουσα

$$H(x, \psi) = \begin{vmatrix} f_{\chi\chi} & f_{\chi\psi} \\ f_{\psi\chi} & f_{\psi\psi} \end{vmatrix}, \text{ που είναι γνωστή ως Hessian ορίζουσα.}$$

Ποιο συγκεκριμένα ακολουθούμε τα εξής βήματα :

1. Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων  $f_\chi = f_\psi = 0$
2. Αν  $(x_0, \psi_0)$  είναι μια λύση του παραπάνω συστήματος,
3. Αν  $H(x_0, \psi_0) > 0$  τότε :

α) Αν  $f_x^2 > 0$  έχω τοπικό ελάχιστο στο  $(\chi_0, \psi_0)$

β) Αν  $f_x^2 < 0$  έχω τοπικό μέγιστο στο  $(\chi_0, \psi_0)$

### ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

1. Όταν  $f_{x\psi} = f_{\psi x}$ , είναι  $H(x, \psi) = f_x^2 f_\psi^2 - (f_{\psi x})^2$ .

Έτσι  $H(x, \psi) > 0 \Rightarrow f_x^2 f_\psi^2 > (f_{\psi x})^2 \geq 0 \Rightarrow f_x^2 f_\psi^2 > 0$ .

Κατά συνέπεια  $f_x^2 > 0 \Leftrightarrow f_\psi^2 > 0$  και  $f_x^2 < 0 \Leftrightarrow f_\psi^2 < 0$

2. Όταν  $H(x_0, \psi_0) < 0$  δεν υπάρχει ακρότατο στο  $(x_0, \psi_0)$ , ενώ όταν  $H(x_0, \psi_0) = 0$  είναι δυνατόν να έχω ή να μην έχω άκρα τιμή, η περίπτωση δηλαδή αυτή χρειάζεται παραπέρα διερεύνηση.

### Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Μια βιομηχανία παράγει δυο προϊόντα Π1 και Π2

Αν η συνάρτηση του κέρδους είναι :

$$f(x, \psi) = 64x - 2x^2 + 4x\psi - 4\psi^2 + 32\psi - 14$$

όπου  $x$  και  $\psi$  οι παραγόμενες ποσότητες των Π1 και Π2 αντίστοιχα, να βρεθεί πότε το κέρδος γίνεται μέγιστο.

**Λύση:**

$$f_x = 64 - 4x + 4\psi \quad \text{και} \quad f_\psi = 4x - 8\psi + 32$$

Κατά συνέπεια η συνθήκη  $f_x = f_\psi = 0$  οδηγεί στο σύστημα των εξισώσεων

$$\begin{cases} -x + \psi = 16 \\ x - 2\psi = -18 \end{cases}, \text{το οποίο έχει τη μοναδική λύση } (x_0, \psi_0) = (40, 24)$$

Για το σχηματισμό της ορίζουσας  $H$  παρατηρώ ότι:

$$f_x^2 = -4, \quad f_\psi^2 = -8 \quad \text{και} \quad f_{x\psi} = f_x (4x - 8\psi + 32) = 4.$$

$$\text{Κατά συνέπεια } H(x, \psi) = \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} = 16 \quad \text{και} \quad f_x^2 = -4 < 0, \text{ για όλες τις τιμές των } x \text{ και } \psi.$$

Επομένως το κέρδος γίνεται μέγιστο όταν η βιομηχανία παράγει 40μ.μ του Π1 και 24μ.μ του Π2.



2. Να εξεταστεί, αν η συνάρτηση  $f(x,\psi) = x^3 + \psi^3 + 3x\psi$  παρουσιάζει άκρες τιμές.

Λύση:

Είναι  $f_x = 3x^2 + 3\psi$  και  $f_\psi = 3\psi^2 + 3x$  και επομένως η συνθήκη  $f_x = f_\psi = 0$  οδηγεί στο σύστημα  $\begin{cases} x^2 + \psi = 0 \\ \psi^2 + x = 0 \end{cases}$ .

Θέτοντας στη 2<sup>η</sup> εξίσωση  $\psi = -x^2$  προκύπτει  $x^4 + x = 0 \Leftrightarrow x(x^3 + 1) = x(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$ , που έχει πραγματικές ρίζες  $x = 0$  και  $x = -1$

Έτσι από την  $\psi = -x^2$  προκύπτουν για το σύστημα οι λύσεις  $(0,0)$  και  $(-1,-1)$

Όμως  $H(x,\psi) = \begin{vmatrix} 6x & 3 \\ 3 & 6\psi \end{vmatrix} = 36x\psi - 9$ .

Κατά συνέπεια επειδή  $H(0,0) = -9$ , στο  $(0,0)$  δεν έχουμε άκρα τιμή. Ακόμη  $H(-1,-1) = 36 > 0$ , Ενώ  $f_x^2(-1,-1) = -6 < 0$ , δηλαδή στο σημείο  $(-1,-1)$  έχουμε μέγιστο,  $f_{\max} = f(-1,-1) = 1$ .

### ⇒ Οριακή παραγωγικότητα

Η ποσότητα παραγωγής  $Q$  ενός αγαθού εξαρτάται από το κεφάλαιο  $K$ , που διατίθεται για το σκοπό αυτό και από το μέγεθος  $L$  της προσφερόμενης εργασίας. Κατά συνέπεια μια **συνάρτηση παραγωγής** ενός αγαθού θα είναι μια συνάρτηση της μορφής  $Q = Q(K,L)$ .

Το **οριακό φυσικό προϊόν**  $u$  του κεφαλαίου ορίζεται ως η μεταβολή στο αποτέλεσμα της παραγωγής, που επέρχεται από μια μικρή αύξηση του κεφαλαίου, όταν οι άλλοι παράγοντες παραμένουν σταθεροί. Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι  $u = Q_K$ .

Ανάλογα ορίζεται το **φυσικό προϊόν**  $v$  της εργασίας, που υπολογίζεται από τη σχέση  $v = Q_L$ .

### Παράδειγμα:

Η συνάρτηση παραγωγής ενός αγαθού είναι:

$Q(K,L) = 3K^2 + 3KL + 2L^2$ . Να προσδιοριστούν τα μεγέθη του κεφαλαίου και της εργασίας, για τα οποία τα οριακά φυσικά προϊόντα του κεφαλαίου και της εργασίας γίνονται ίσα με 20μ.μ του παραγόμενου προϊόντος.

Λύση:

$$u = Q_K = 6K + 3L \text{ και } v = Q_L = 3K + 4L$$

Κατά συνέπεια προκύπτει το σύστημα  $\begin{cases} 6K + 3L = 20 \\ 3K + 4L = 20 \end{cases}$ , το οποίο έχει τη μοναδική λύση

$$K = \frac{4}{3} \text{ και } L = 4.$$

(Το  $K$  μετριέται σε χρηματικές μονάδες και το  $L$  σε μονάδες εργασίας π.χ. ώρες, ημέρες κ.λ.π.)

## 2.4 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Στις κοινωνικές επιστήμες υπάρχουν πολλές έννοιες που μπορούν να μετρηθούν με απλό τρόπο, αλλά υπάρχουν και έννοιες που η μέτρηση τους είναι εξαιρετικά δύσκολη. Π.χ. τα ποσοστά αρένων και θηλαίων ενός πληθυσμού είναι έννοιες που μπορούν να καθοριστούν και να μετρηθούν με ακρίβεια. Δεν είναι όμως εύκολο να καθορίσουμε και να μετρήσουμε με ακρίβεια τις μεταβολές: στο επίπεδο τιμών, στην παραγωγή, στις πωλήσεις και σε άλλα μεγέθη της οικονομίας. Για το λόγο αυτό οι οικονομολόγοι χρησιμοποιούν διάφορα οικονομικά «βαρόμετρα» για να παρακολουθήσουν το επίπεδο τιμών, τον όγκο των παραγόμενων, εισαγόμενων ή εξαγόμενων εμπορευμάτων, τη βιομηχανική παραγωγή, την απασχόληση, κ.λ.π.. Αυτά τα «βαρόμετρα» που μετράνε τις διάφορες οικονομοκοινωνικές μεταβολές ονομάζονται *αριθμοδείκτες (index numbers)*.

**Ορισμός:** Αριθμοδείκτες είναι «σχετικοί» αριθμοί (ποσοστά), οι οποίοι δείχνουν τις ποσοστιαίες μεταβολές απλών ή σύνθετων μεγεθών μεταξύ καταστάσεων.

Για να κατανοηθεί η έννοια ενός αριθμοδείκτη παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα:

### Παράδειγμα:

Υποθέτουμε ότι η τιμή του ψωμιού κατά το μήνα Ιανουάριο του 2005 1€ κατά κιλό, ενώ το Δεκέμβριο του 2005 ήταν 1,50€ κατά κιλό. Για να βρούμε πόσο «τοις εκατό» (%) αυξήθηκε η τιμή του ψωμιού το Δεκέμβριο σε σχέση με την τιμή που είχε το ψωμί το μήνα Ιανουάριο θα εφαρμόσουμε την σχέση:

$$\text{Ποσοστιαία μεταβολή} = \frac{P_t}{P_0} \cdot 100 - 100$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$\text{Ποσοστιαία μεταβολή} = \frac{1.50}{1.00} \cdot 100 - 100 = 150 - 100 = 50 \%$$

Δηλαδή, η τιμή του ψωμιού αυξήθηκε κατά 50% το Δεκέμβριο σε σχέση με τον Ιανουάριο. Το 150 είναι ένας αριθμοδείκτης, ο οποίος δείχνει τη μεταβολή στην τιμή του ψωμιού μεταξύ δύο χρονικών περιόδων.

### ***Είδη Αριθμοδεικτών***

Υπάρχουν πολλά είδη αριθμοδεικτών. Εμείς θα ασχοληθούμε μόνο με αριθμοδείκτες που παρουσιάζουν τεράστιο ενδιαφέρον στην Οικονομία.

#### ***I. Αριθμοδείκτες τιμών ή Τιμάριθμοι.***

Οι αριθμοδείκτες τιμών μετρούν την ποσοστιαία μεταβολή (αύξηση ή μείωση) του Γενικού Επιπέδου των τιμών μεταξύ δυο χρονικών περιόδων. Οι σπουδαιότεροι δείκτες τιμών είναι ο δείκτης τιμών καταναλωτή και ο δείκτης τιμών χονδρικής πώλησης.

#### ***II. Αριθμοδείκτες όγκου η ποσοτήτων.***

Οι αριθμοδείκτες όγκου ή ποσοτήτων μετρούν τις ποσοστιαίες μεταβολές (διαχρονικές ή διατοπικές) των ποσοτήτων των αγαθών που παράγονται, καταναλώνονται, εισάγονται, εξάγονται, κ.λ.π. μεταξύ δύο καταστάσεων.

#### ***III. Αριθμοδείκτες αξίας.***

Οι δείκτες αξίας μετρούν τις ποσοστιαίες μεταβολές της αξίας διαφόρων αγαθών μεταξύ δύο καταστάσεων. Οι δείκτες μέσης αξίας εισαγωγών και εξαγωγών και οι δείκτες λιανικών πωλήσεων είναι δείκτες αξίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

### ΔΑΝΕΙΑ

#### 3.1 ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ ΔΑΝΕΙΩΝ

Κατά τον Αστικό Κώδικα το δάνειο αποτελεί μεταβίβαση από τον δανειστή στον οφειλέτη χρημάτων ή άλλων αναντικατάστατων πραγμάτων, υπό λεπτομερώς καθοριζόμενους όρους επιστροφής κλπ στην μεταξύ των δύο μερών σύμβαση. Όταν το δάνειο είναι χρηματικό, αποκαλείται και πίστωση. Συνεπώς, το δάνειο είναι ευρύτερος όρος της πιστώσεως, αλλά λόγω της μεγάλης συχνότητας των χρηματικών δανείων, οι όροι δάνειο και πίστωση χρησιμοποιούνται ως ταυτόσημοι. Στην πράξη η λέξη δάνειο χρησιμοποιείται συνήθως για διάρκεια δανεισμού μεγαλύτερη του ενός έτους, ενώ για μικρότερα χρονικά διαστήματα, κυρίως κατά τον δανεισμό μεταξύ επιχειρήσεων ή κατά την χορήγηση κεφαλαίων κινήσεως από τις τράπεζες, γίνεται χρήση του όρου πίστωση. Αυτή η διάκριση δεν τηρείται απολύτως.

Τα δάνεια είναι άτοκα (σπανίως) ή έντοκα και διακρίνονται αναλόγως προς το πλήθος των δανειστών, σε ενιαία (δανειστής ένα πρόσωπο) και σε ομολογιακά (δανειστές πολλά πρόσωπα). Διακρίνονται επίσης σε πάγια (πολύ μεγάλης διάρκειας, κυρίως μεταξύ Κρατών, με κύριο χαρακτηριστικό την ετήσια πληρωμή των τόκων χωρίς ταυτόχρονη επιστροφή τμήματος του κεφαλαίου) και σε εξοφλητέα. Τα τελευταία, που χορηγούνται κυρίως από τράπεζες, αποτελούν το αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου.

Το βασικό στοιχείο του δανείου είναι η ονομαστική αξία του. Η ανάληψη του δανείου είναι δυνατό να γίνει εφ'άπαξ ή κατά τμήματα, ιδιαίτερος σε περιπτώσεις επενδύσεων, όπου η εκταμίευση του δανείου συνδέεται με την πρόοδο των επενδυτικών εργασιών. Επισημαίνεται ότι η ονομαστική αξία του δανείου δεν επιβαρύνεται μόνο από τους τόκους, αλλά προσαυξάνεται από σειρά εξόδων (προμήθειες, φόροι κ.τ.λ.), τα οποία καταλογίζονται στην φάση της συνάψεως του δανείου (υπογραφή συμβάσεως). Εκτός από την **ονομαστική αξία** του δανείου χαρακτηριστικά στοιχεία του είναι η **διάρκεια δανεισμού**, το **επιτόκιο** (ποσόν και χρονική περίοδος αναφοράς), η **χρονική περίοδος** του ανατοκισμού και ο **τρόπος αποσβέσεως** του.

Τα Ενιαία Δάνεια, ανάλογα με τον τρόπο που εξοφλούνται, διακρίνονται σε Πάγια και Εξοφλητέα.

A) Πάγια λέγονται τα δάνεια εκείνα , στα οποία δεν υπάρχει χρόνος εξοφλήσεως, αλλά ο οφειλέτης έχει το δικαίωμα να εξοφλήσει οποτεδήποτε το δάνειο, είναι όμως υποχρεωμένος να πληρώνει τους τόκους στο τέλος κάθε περιόδου (έτος, εξάμηνο κ.τ.λ.). Πάγια δάνεια συνάπτουν συνήθως οι οργανισμοί κοινής ωφέλειας, οι Δήμοι, οι Κοινότητες , κ. ά.

B) Εξοφλητέα λέγονται εκείνα , στα οποία ο οφειλέτης(= λήπτης του δανείου) είναι υποχρεωμένος να εξοφλήσει σε προκαθορισμένο χρόνο (π.χ. σε 15 χρόνια)

Τα εξοφλητέα , ανάλογα με τον τρόπο που εξοφλούνται, διακρίνονται σε:

α) **Εξοφλητέα εφάπαξ**, όταν ολόκληρο το δάνειο εξοφλείται με μία πληρωμή.

β) **Εξοφλητέα τοκοχρεολυτικά** , όταν η εξόφληση του δανείου γίνεται με δόσεις.

Στα εξοφλητέα εφάπαξ δάνεια μπορούν να συμβούν τα ακόλουθα:

1) Ο οφειλέτης να πληρώσει, κατά τη διάρκεια του δανείου , τους τόκους και κατά τη λήξη του δανείου να επιστρέψει το ποσό και τους τόκους και το ποσό που δανείστηκε .

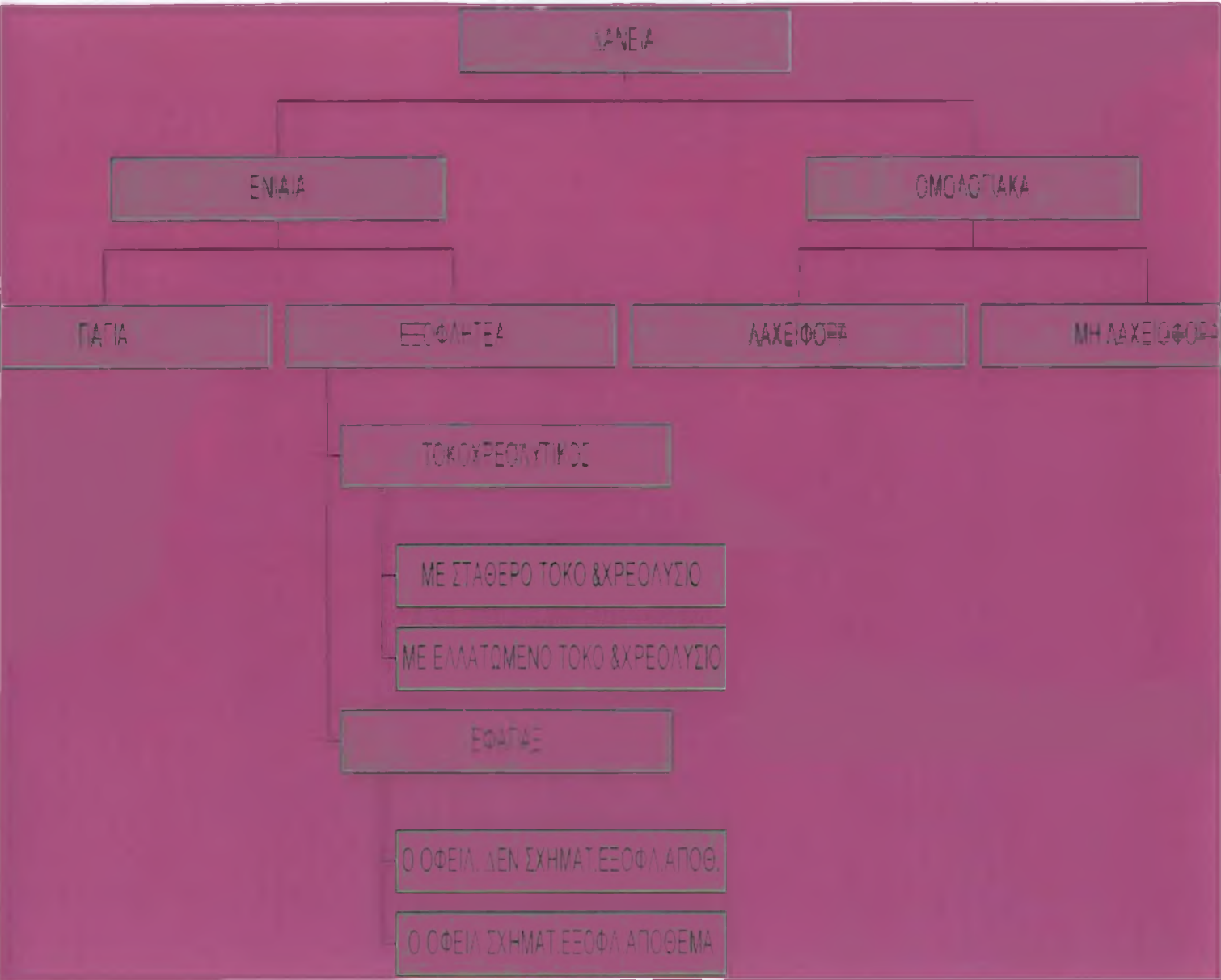
3) Ο οφειλέτης (λήπτης του δανείου) - επειδή είναι δύσκολο να εξοικονομήσει ολόκληρο το οφειλόμενο ποσό κατά τη λήξη του δανείου-καταθέτει περιοδικά σε μια τράπεζα χρηματικά ποσά με ανατοκισμό ,ώστε τα ποσά αυτά μαζί με τους τόκους τους να ανα συστήσουν το οφειλόμενο ποσό κατά τη λήξη του δανείου. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι ο οφειλέτης σχηματίζει **εξοφλητικό απόθεμα**.

Τα **Ομολογιακά Δάνεια**, ανάλογα με τον τρόπο εξοφλήσεώς τους , διακρίνονται :

A) Σε **Πάγια** και

B) Σε **Εξοφλητέα Τοκοχρεολυτικός**. Τα εξοφλητέα τοκοχρεολυτικός διακρίνονται σε :α ) εξοφλητέα σε τιμή διαφορετική από το άρτιο και β) εξοφλητέα σε διαφορετική από το **άρτιο** και γ) λαχειοφόρα.

Για την πλήρη κατανόηση και εμπέδωση της διάκρισης των Δανείων, παραθέτουμε το πιο κάτω διάγραμμα.



Στην ανάλυση των ενιαίων δανείων θα χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω έννοιες και συμβολισμούς :

Χρεολύσιο καλούμε το ποσό που διατίθεται σε κάθε δόση του δανείου για την εξόφληση του κεφαλαίου που δανεισθήκαμε .

Τόκο καλούμε το ποσό που διατίθεται σε κάθε δόση για την εξόφληση του τόκου του δανείου.

Τοκοχρεολύσιο καλούμε τη συνολική δόση του δανείου και είναι το ποσό που δίνουμε κάθε φορά για την εξόφληση του αρχικού κεφαλαίου που δανεισθήκαμε και του αντίστοιχου τόκου του δανείου. Είναι φανερό ότι ισχύει:

$$\text{Τοκοχρεολύσιο} = \text{Τόκος} + \text{Χρεολύσιο}$$

Συμβολισμοί:

$K$ : Το χρηματικό ποσό σε € του δανείου

$n$  : Διάρκεια του δανείου

$i$ : Επιτόκιο του δανείου

$X_m$  : Χρεολύσιο της  $m_{\eta\varsigma}$  περιόδου

$I_m$  : Τόκος της  $m_{\eta\varsigma}$  περιόδου του δανείου

$R_m$  : Τοκοχρεολύσιο της  $m_{\eta\varsigma}$  περιόδου

$Y_m$  : Υπόλοιπο δανείου της  $m_{\eta\varsigma}$  περιόδου

### 3.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΙΣ ΜΟΡΦΕΣ ΔΑΝΕΙΣΜΟΥ

Υπάρχουν διάφορες μορφές δανεισμού οι οποίες εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες όπως:

#### A) ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ ΠΟΣΟ

Εάν το ποσό του δανείου είναι μικρό, τότε μια Τράπεζα αναλαμβάνει να το καλύψει μόνη της. Εάν όμως το ποσό του δανείου είναι μεγάλο, οι Τράπεζες, για να μειώσουν τους κινδύνους προς τον δανειζόμενο, οργανώνουν μια κοινοπραξία Τραπεζών. Με τον τρόπο αυτό, πολλές Τράπεζες χορηγούν ένα κοινοπρακτικό δάνειο, το ποσό του οποίου συνήθως είναι πάρα πολύ μεγάλο.

#### B) ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ

Στην περίπτωση αυτή, έχουμε δάνεια τα οποία χορηγούν με σταθερό επιτοκίου για όλη τη διάρκεια του και δάνεια που χορηγούνται με μεταβαλλόμενο επιτόκιο σε διάφορες περιόδους στη διάρκεια του δανείου.

Στην τελευταία περίπτωση, αυτή η μορφή του δανείου ονομάζεται “επαναλαμβανόμενη” (ROLLOVER) πίστωση. Σε αντίθεση με την κλασική σύμβαση του δανείου, όπου το επιτόκιο είναι σταθερό και αμετάβλητο για όλη τη διάρκεια του δανείου, στην “επαναλαμβανόμενη” πίστωση χορηγείται μεν η πίστωση για μια σταθερή περίοδο, αλλά το ύψος του τόκου καθορίζεται με ορισμένο τρόπο για μικρά διαστήματα (βραχυπρόθεσμα συνήθως 3 ή 6 μηνών), τις λεγόμενες τοκοφόρους περιόδους.

Η πιστοδότηση συνδέεται στενά με τη βραχυπρόθεσμη επαναχρηματοδότηση των δανειστριών Τραπεζών στην Ευρωπαϊκή αγορά από άλλες τράπεζες. Η επαναλαμβανόμενη πίστωση έχει σκοπό να μετατρέψει τη βραχυπρόθεσμη ρευστότητα των τραπεζών στην αγορά χρήματος σε μεσοπρόθεσμη πίστωση. Η ανάληψη βραχυπρόθεσμων καταθέσεων από τις τράπεζες, μετασχηματίζεται σε μεσοπρόθεσμο δάνειο προς τους λήπτες των δανείων με επαναλαμβανόμενη πίστωση, τα οποία αποτελούν δανειοδοτική μορφή όπου ο μεν δανειστής φέρει τον κίνδυνο της ρευστότητας, ο δε δανειζόμενος τον κίνδυνο από τη μεταβολή των επιτοκίων.



## Γ) ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟΝ ΤΡΟΠΟ ΧΟΡΗΓΗΣΗΣ

Στην περίπτωση αυτή , διακρίνουμε δύο μορφές :

1. απευθείας πίστωση από τις Τράπεζες προς τους δανειζόμενους, δηλαδή ο κίνδυνος αναλαμβάνεται αποκλειστικά από δανειζόμενες Τράπεζες και
2. μέσω έκδοσης ομολογιακού δανείου, όπου η Τράπεζα έχει το ρόλο του μεσολαβητή, ενώ ο κίνδυνος αναλαμβάνεται από τους επενδυτές οι οποίοι “αγοράζουν” τις εκδιδόμενες ομολογίες.

### 3.3 ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΙ ΠΟΥ ΧΟΡΗΓΟΥΝ ΔΑΝΕΙΑ

Το χρηματοπιστωτικό σύστημα.

Ο ρόλος του Χρηματοπιστωτικού Συστήματος σε μία Οικονομία είναι να συγκεντρώσει τις αποταμιεύσεις και στη συνέχεια να τις διοχετεύει σε επενδυτικές ή καταναλωτικές χρήσεις.

Το Χρηματοπιστωτικό Σύστημα για την διοχέτευση το Χρηματοπιστωτικών πόρων από τις πλεοναστικές στις ελλειμματικές οικονομικές μονάδες χρησιμοποιεί πολλούς τρόπους που μπορούν να διαχωριστούν σε άμεση και έμμεση χρηματοδότηση.

Έμμεση χρηματοδότηση έχουμε όταν η διαδικασία διοχέτευσης πόρων από τις πλεοναστικές προς τις ελλειμματικές οικονομικές μονάδες παρεμβαίνουν χρηματοπιστωτικοί Οργανισμοί όπως:

Εμπορικές Τράπεζες, Εταιρίες Ασφάλισης Ζωής, Τράπεζες Αποταμιεύσεων, Ταμεία Συντάξεων, Αμοιβαία Κεφάλαια, και Πιστωτικές Ενώσεις. Η χρηματοπιστωτική διαμεσολάβηση γίνεται κυρίως από το Τραπεζικό Σύστημα . Το Τραπεζικό Σύστημα μιας χώρας αποτελείται από τις διάφορες τράπεζες που λειτουργούν στην επικράτειά της. Το Τραπεζικό Σύστημα διαιρείται σε τρεις τομείς:

- A) Την Κεντρική Τράπεζα
- B) Τις Εμπορικές Τράπεζες και
- Γ) Τους Ειδικούς Πιστωτικούς Οργανισμούς

Η Κεντρική Τράπεζα (Τράπεζας της Ελλάδος) είναι η Τράπεζα των Τραπεζών. Συνήθως ανήκει αποκλειστικά στο Δημόσιο και δεν έχει κερδοσκοπικό χαρακτήρα.

Οι Εμπορικές Τράπεζες είναι κερδοσκοπικές επιχειρήσεις. Είναι οι τράπεζες που εξυπηρετούν κατεξοχήν τις ανάγκες των ιδιωτών και των επιχειρήσεων. Δέχονται καταθέσεις πληρώνοντας τόκους στους καταθέτες δίνουν δάνεια σε ιδιώτες και επιχειρήσεις εισπράττοντας τόκους εκδίδουν εγγυητικές επιστολές, αγοράζουν και πωλούν συνάλλαγμα και γενικά εκτελούν όλες τις τραπεζικές εργασίες, εκτός από αυτές που εκτελούνται μόνο από ειδικούς πιστωτικούς οργανισμούς.

Οι Ειδικό Πιστωτικοί Οργανισμοί (Ταχυδρομικό Ταμιευτήριο, Ταμείο Παρακαταθηκών και Δανείων) είναι Τραπεζικά Ιδρύματα τα οποία δεν ασκούν το σύνολο των τραπεζικών εργασιών, αλλά εξειδικεύονται σε κάποιο τομέα σύμφωνα με την ισχύουσα νομοθεσία. Ανάλογα με τη δραστηριότητα που ασκούν μπορεί να συγκεντρώσουν αποταμιεύσεις και να δίνουν δάνεια.

### 3.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΔΑΝΕΙΩΝ

Η τοκοχρεολυτική απόσβεση των ενιαίων δανείων γίνεται με διάφορες μεθόδους:

- 1) Μέθοδος ενιαίου ποσού
- 2) Απόσβεση δανείου με ίσα μέρη κεφαλαίου
- 3) Μέθοδος του σταθερού χρεολυσίου και τόκου
- 4) Μέθοδος του προοδευτικού χρεολυσίου
- 5) Απόσβεση ενιαίων δανείων με το Αμερικάνικο σύστημα
- 6) Μέθοδος του Sinking Fund
- 7) Δάνεια εξοφλητέα εφάπαξ

#### 1. Μέθοδος ενιαίου ποσού

Έστω ότι δανείσθηκε κάποιος ένα κεφάλαιο  $K$  με επιτόκιο  $i$  για  $n$  περιόδους του  $i$ . Με τη μέθοδο του ενιαίου ποσού καταβάλλει στο τέλος κάθε περιόδου του  $i$  και για  $n-1$  συνεχείς περιόδους το ποσό  $K \cdot i$  που είναι ίσο με τον τόκο κάθε περιόδου του δανείου και στο τέλος της  $n$  περιόδου καταβάλλει το ποσό  $K \cdot i + K$ , δηλαδή τον τόκο του δανείου για τη  $n$  περίοδο συν το αρχικό κεφάλαιο  $K$  που δανείστηκε. Ο τρόπος αυτός απόσβεσης του δανείου ονομάζεται μέθοδος του ενιαίου ποσού.

Ο πίνακας απόσβεσης του δανείου με τη μέθοδο του ενιαίου ποσού είναι :

m	$I_m$	$X_m$	$R_m$	$Y_m$
1	$K \cdot i$	0	$K \cdot i$	K
2	$K \cdot i$	0	$K \cdot i$	K
...	...	...	...	...
n-1	$K \cdot i$	0	$K \cdot i$	K
n	$K \cdot i$	K	$K + K \cdot i$	0

## 2. Απόσβεση δανείου με ίσα μέρη κεφαλαίου

Δανείσθηκε κάποιος κεφάλαιο K με επιτόκιο i για n χρονικές περιόδους του i. Με τη μέθοδο των ίσων μερών κεφαλαίου καταβάλλει στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου του I και για n συνεχείς περιόδους χρεολύσιο  $X_m = \frac{K}{n}$ ,  $m=1,2,\dots,n$ . Ενώ στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου και για n συνεχείς χρονικές περιόδους του i καταβάλλει τόκο:

$$I_1 = K \cdot i$$

$$I_2 = \left(K - \frac{K}{n}\right) \cdot i = K \cdot i - \left(\frac{K}{n} \cdot i\right)$$

$$I_3 = \left(K - 2 \frac{K}{n}\right) \cdot i = K \cdot i - \left(2 \frac{K}{n} \cdot i\right)$$

...

...

...

$$I_m = \left(K - \frac{(m-1)K}{n}\right) \cdot i = K \cdot i - (m-1) \frac{K}{n} \cdot i$$

...

...

...

$$I_n = \left(K - \frac{(n-1)K}{n}\right) \cdot i = K \cdot i - (n-1) \frac{K}{n} \cdot i$$

Επίσης το τοκοχρεολύσιο είναι:  $R_m = X_m + I_m$ ,  $m = 1,2,\dots,n$ .

Ενώ το υπόλοιπο δανείου της  $m$ ης περιόδου είναι :

$$Y_m = K - m \cdot \frac{K}{n}, m = 1,2,\dots,n.$$

### 3. Απόσβεση ενιαίων δανείων με τη μέθοδο του σταθερού χρεολυσίου

Κατά τη μέθοδο του Σταθερού Χρεολυσίου, το τοκοχρεολύσιο αναλύεται σε τόκο- ο οποίος υπολογίζεται πάντοτε με βάση το αρχικό ποσό του δανείου και είναι σταθερός για όλες τις περιόδους –και σε χρεολύσιο με το οποίο ο δανειστής θα συγκεντρώσει σιγά-σιγά το ποσό που δάνεισε. Τόσο ο τόκος όσο και το χρεολύσιο παραμένουν σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια του δανείου.

Έστω  $R_m = R$ ,  $m = 1, 2, \dots, n$ . Τότε οι δόσεις του δανείου με τη μέθοδο αυτή αποτελούν πρόβλημα ράντας, σταθερής, πρόσκαιρης, ακεραίας, ληξιπρόθεσμης και άμεσης. Για τη ράντα αυτή το ποσό  $K$  αποτελεί την αρχική αξία αυτής. Οπότε, έχουμε:

Τύποι:

$$A = R \cdot \frac{1 - U^n}{i}$$

ή

$$R = K i + K \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Όπου

$R$  = τοκοχρεολύσιο

$K$  = ποσό δανείου

$i$  = επιτόκιο ανασυστάσεως

$n$  = χρονικές περίοδοι

$$A = R \cdot \frac{1 - U^n}{i}$$

### 4. Απόσβεση ενιαίων δανείων με τη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου.

Στην πράξη, η απόσβεση των ενιαίων δανείων γίνεται συνήθως με τη μέθοδο του προοδευτικού. Κατά τη μέθοδο του Προοδευτικού Χρεολυσίου, ο λήπτης του δανείου καταβάλλει πάντοτε το ίδιο τοκοχρεολύσιο. Δηλαδή, το τοκοχρεολύσιο (δόση) παραμένει σταθερό καθ' όλη την διάρκεια του δανείου και αναλύεται σε δύο τμήματα:

**Τοκοχρεολύσιο = Τόκος + Χρεολύσιο**

Στη μέθοδο του Προοδευτικού Χρεολυσίου, επειδή ο τόκος κάθε περιόδου υπολογίζεται πάνω στο ανεξόφλητο ποσό του δανείου, έπεται ότι ο τόκος κάθε περιόδου θα ελαττώνεται κάθε φορά κατά τον τόκο του χρεολυσίου της προηγούμενης περιόδου.

Το χρεολύσιο κάθε περιόδου ως διαφορά: Τοκοχρεολύσιο μείον Τόκος. Επειδή ο τόκος ελαττώνεται κάθε περίοδο, έπεται ότι το χρεολύσιο θα αυξάνεται προοδευτικά γι' αυτό και η μέθοδος αυτή ονομάζεται Μέθοδος του Προοδευτικού Χρεολυσίου.

Δηλαδή στη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου έχουμε :

$$R_m = R, \quad m = 1, 2, \dots, n$$

## 5. Απόσβεση ενιαίων δανείων με το Αμερικανικό Σύστημα

Κατά το Αμερικανικό Σύστημα, ο λήπτης του δανείου δεν πληρώνει τους τόκους, στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου, οπότε έχει την υποχρέωση να επιστρέψει στο δανειστή, κατά τη λήξη του δανείου και συν τους τόκους στο τέλος του νιοστού έτους. Δηλαδή, ο λήπτης του δανείου πρέπει να πληρώσει το οφειλόμενο ποσό  $K(1+i)^n$ . Επειδή όμως το ποσό αυτό είναι συνήθως μεγάλο, ο οφειλέτης προσπαθεί να δημιουργήσει ένα εξοφλητικό απόθεμα ίσο με το οφειλόμενο ποσό, καταθέτοντας σε μια Τράπεζα, στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου, ένα ποσό  $R$ , με επιτόκιο  $i$  ( $i \neq 0$ ). Οι καταθέσεις αυτές αποτελούν μια ληξιπρόθεσμη ράντα, η οποία  $n$  όρους ίσους με  $R$ . Δηλαδή, η τελική αξία του εξοφλητικού αποθέματος  $S$  πρέπει να ισούται με το οφειλόμενο ποσό  $K(1+i)^n$ .

Εξισώνουμε τις τελικές αξίες και έχουμε:

$$\begin{aligned} S &= R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ S &= K \cdot (1+i)^n \\ K \cdot (1+i)^n &= R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ R &= \frac{Ki}{(1+i)^n - 1} (1+i)^n. \end{aligned}$$

## 6. Μέθοδος Sinking fund

Δανείσθηκε κάποιος ένα κεφάλαιο  $K$  με επιτόκιο  $i$  για  $n$  χρονικές περιόδους του επιτοκίου  $i$ . Με τη μέθοδο Sinking fund (ή μέθοδος κεφαλαίου χρεολυσίας) ο οφειλέτης είναι υποχρεωμένος στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου και για  $n$  συνεχείς χρονικές περιόδους να πληρώνει τους τόκους του δανείου, δηλαδή το ποσό  $K \cdot i$  κάθε φορά και επίσης να καταθέτει με ανατοκισμό ένα σταθερό ποσό με επιτόκιο  $i$  έτσι ώστε μετά από  $n$  χρονικές περιόδους να συγκεντρωθεί το ποσό που δανείσθηκε. Τα δυο επιτόκια  $i$  και  $i_1$  είναι διαφορετικά αλλά έχουν την ίδια χρονική περίοδο ανατοκισμού

Είναι προφανές ότι στο τέλος κάθε χρονικής περιόδου ο οφειλέτης καταθέτει το ποσό

$$R_m = R = K \cdot i + \frac{Ki_1}{(1+i_1)^n - 1},$$

$$m=1,2,\dots,n.$$

Πράγματι,  $L_m = K i$ ,  $m=1,2,\dots,n$  και  $X_m = X$ ,  $m=1,2,\dots,n$

Επίσης :

$$\begin{aligned} \mathbf{X} \cdot \frac{(1+i_1)^n - 1}{i_1} &= \mathbf{K} \\ \mathbf{\eta} \\ \mathbf{X} &= \mathbf{K} \cdot \frac{i_1}{(1+i_1)^n - 1}, \end{aligned}$$

Συνεπώς το τοκοχρεολύσιο θα είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_m = \mathbf{R} &= \mathbf{L}_m + \mathbf{X}_m \\ \mathbf{\eta} \\ \mathbf{R}_m = \mathbf{R} &= \mathbf{L}_m + \mathbf{X} = \mathbf{K} i + \mathbf{K} \frac{i_1}{(1+i_1)^n - 1}, \end{aligned}$$

$$m=1,2,\dots,n.$$

## 7. Δάνεια εξοφλητέα εφ' άπαξ

Δανείσθηκε κάποιος ένα ποσό  $K$  με επιτόκιο ανατοκισμού  $i$  για  $n$  έτη. Με τη μέθοδο αυτή ο οφειλέτης κάνει πληρωμή του δανείου με μια μόνο δόση στο τέλος του δανείου. Είναι φανερό ότι το ποσό της δόσης είναι:

$$R = K \cdot (1 + i)^n$$

Ο πίνακας απόσβεσης του δανείου είναι :

$m$	$X_m$	$I_m$	$R_m$	$Y_m$
1	0	0	0	$K$
2	0	0	0	$K$
...	...	...	...	...
$n-1$	0	0	0	$K$
$n$	$K$	$K(1+i)^n - K$	$K(1+i)^n$	0

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

### ΧΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

#### 4.1 EXCEL

Ένας εύχρηστος τρόπος επίλυσης προβλημάτων στα οικονομικά μαθηματικά είναι η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών μέσω του προγράμματος Excel.

##### Τι Είναι το Excel

Το Excel είναι ένα πρόγραμμα επεξεργασίας λογιστικών φύλλων που μπορεί να κάνει πολύπλοκους μαθηματικούς υπολογισμούς, να δημιουργήσει και να επεξεργαστεί μια βάση δεδομένων, να κάνει γραφήματα, να επεξεργαστεί κείμενο κ.ά.

Με την έννοια *Λογιστικά Φύλλα (Spreadsheets)*, εννοούμε μια μεγάλη κατηγορία προγραμμάτων, τα οποία αποτελούν ένα πολύ ισχυρό εργαλείο σε πολλούς τομείς και όχι μόνο στις λογιστικές εφαρμογές. Στα προγράμματα αυτά, η μνήμη του Η/Υ προσομοιώνεται σαν μια μεγάλη ηλεκτρονική σελίδα, που είναι χωρισμένη σε γραμμές και στήλες.

Έτσι δημιουργούνται τα λεγόμενα *κύτταρα* ή *κελιά (cells)*, στα οποία μπορούμε να γράψουμε δεδομένα, όπως αριθμούς, κείμενα, τύπους υπολογισμών κ.ά. Από την επεξεργασία των δεδομένων του λογιστικού φύλλου, μπορούμε να εξάγουμε πολλά συμπεράσματα και να τα παρουσιάσουμε με διάφορους τρόπους, από απλούς αριθμούς έως και πολύπλοκα γραφήματα. Το πρόγραμμα Excel είναι ένα ισχυρό εργαλείο (πρόγραμμα) διαχείρισης βιβλίων και φύλλων εργασίας. Κάθε αρχείο του Excel είναι ένα **βιβλίο εργασίας** (workbook). Κάθε βιβλίο εργασίας διαιρείται σ' έναν αριθμό **φύλλων εργασίας** (worksheets). Κάθε φύλλο εργασίας διαιρείται σε οριζόντιες γραμμές (rows) και κάθετες στήλες (columns). Οι τομές των γραμμών και των στηλών ορίζουν τα κελιά (cells). Οι γραμμές ταυτοποιούνται (προσδιορίζονται) από αριθμούς ενώ οι στήλες από τα γράμματα του Λατινικού αλφάβητου.

Με τα βιβλία εργασίας ο χρήστης μπορεί να οργανώσει και να αναλύσει τα στοιχεία που αφορούν στην εργασία του. Το Excel παρέχει ποικιλία λειτουργιών για την εύκολη και γρήγορη δημιουργία και διαχείριση των βιβλίων εργασίας. Ο χρήστης μπορεί να εισάγει, να μεταφέρει, να αντιγράψει και να διαγράψει δεδομένα πολύ εύκολα.

Με το Excel, ο χρήστης μπορεί να δημιουργεί υπολογιστικούς τύπους οι οποίοι ενεργούν πάνω στα δεδομένα που αυτός ορίζει και έτσι μπορεί να συντάσσει πολύπλοκες αναλύσεις επικεντρώνοντας την προσοχή του στην ουσία χωρίς να χάνει χρόνο με αριθμητικές πράξεις οι οποίες περικλείουν και μεγάλο κίνδυνο σφαλμάτων. Αν μεταβληθούν τα δεδομένα των κελιών που συμμετέχουν στους τύπους, το Excel το αντιλαμβάνεται, επανεκτελεί τους υπολογισμούς και τροποποιεί κατάλληλα τα κελιά των αποτελεσμάτων.

Ένα άλλο πολύ σημαντικό εργαλείο που προσφέρει το Excel είναι ο δημιουργός διαγραμμάτων. Μέσω του εργαλείου αυτού, ο χρήστης μπορεί να παρουσιάσει τα δεδομένα με γραφικό τρόπο αποκαλύπτοντας έτσι τις διάφορες συσχετίσεις και τάσεις. Το Excel προσφέρει τεράστια ποικιλία τροποποιήσιμων τυποποιημένων διαγραμμάτων τα οποία δημιουργούνται και τροποποιούνται ταχύτατα.

Επιπλέον, το Excel προσφέρει μια τεράστια **βιβλιοθήκη συναρτήσεων** με τις οποίες ο χρήστης μπορεί να αναλύσει στατιστικά, χρονικά και οικονομικά δεδομένα.



#### 4.1.1 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Με το πρόγραμμα του Excel έχουμε τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων στα οικονομικά μαθηματικά με τη χρήση των οικονομικών συναρτήσεων.

Οι οικονομικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούμε στο πρόγραμμα του Excel είναι οι εξής :

**ACCRINT** Αποδίδει τους σωρευμένους τόκους ενός χρεογράφου που αποφέρει περιοδικά τόκο

**ACCRINTM** Αποδίδει τους σωρευμένους τόκους ενός χρεογράφου που αποφέρει τόκο κατά τη λήξη του

**AMORDEPRNC** Αποδίδει την απόσβεση για κάθε λογιστική περίοδο χρησιμοποιώντας ένα συντελεστή απόσβεσης

**AMORDEPRMC** Αποδίδει την απόσβεση για κάθε λογιστική περίοδο

**CUMPRINC** Αποδίδει τον αριθμό ημερών από την έναρξη της περιόδου του τοκομεριδίου μέχρι την ημερομηνία εκκαθάρισεως

**CUMDAYES** Αποδίδει τον αριθμό των ημερών στην περίοδο του τοκομεριδίου που περιέχει την ημερομηνία εκκαθάρισεως

**CUMDAYESNC** Αποδίδει τον αριθμό των ημερών από την ημερομηνία διακανονισμού μέχρι την επόμενη ημερομηνία του αποκόμματος είσπραξης

**CUMPRINC** Αποδίδει την επόμενη ημερομηνία αποκόμματος είσπραξης, μετά την ημερομηνία διακανονισμού

**CUMPRINC** Αποδίδει τον αριθμό των πληρωτέων αποκομμάτων είσπραξης μεταξύ της ημερομηνίας διακανονισμού και της ημερομηνίας λήξης

**CUMYTD** Αποδίδει την προηγούμενη ημερομηνία αποκόμματος είσπραξης, πριν από την ημερομηνία διακανονισμού

**CUMYTD** Αποδίδει τον αθροιστικό τόκο που καταβάλλεται μεταξύ δύο περιόδων

**FV** Αποδίδει το αθροιστικό κεφάλαιο που καταβάλλεται για ένα δάνειο μεταξύ δύο περιόδων

**FV** Αποδίδει την απόσβεση παγίου για καθορισμένη περίοδο, με τη μέθοδο του σταθερά φθίνοντος υπολοίπου

**FV** Αποδίδει την απόσβεση παγίου για καθορισμένη περίοδο, με τη μέθοδο του διπλά φθίνοντος υπολοίπου ή κάποια άλλη μέθοδο που καθορίζετε

**FV** Αποδίδει το προεξοφλητικό επιτόκιο ενός χρεογράφου

**FV** Μετατρέπει μια τιμή δολαρίου, εκφρασμένη σε κλάσμα, σε τιμή δολαρίου εκφρασμένη σε δεκαδικό αριθμό

**FV** Μετατρέπει μια τιμή δολαρίου, εκφρασμένη σε δεκαδικό αριθμό, σε τιμή δολαρίου εκφρασμένη σε κλάσμα

**FV** Αποδίδει την ετήσια διάρκεια ενός χρεογράφου με περιοδικές καταβολές τόκου

**FV** Αποδίδει το πραγματικό ετήσιο επιτόκιο

**FV** Αποδίδει τη μελλοντική αξία μιας επένδυσης

**FV** Αποδίδει τη μελλοντική αξία του αρχικού κεφαλαίου, μετά την εφαρμογή μιας σειράς ανατοκισμών

**FV** Αποδίδει το επιτόκιο για ένα πλήρως επενδυμένο χρεόγραφο

**FV** Αποδίδει την καταβολή τόκου μιας επένδυσης για δεδομένη περίοδο

**FV** Επιστρέφει την εσωτερική απόδοση μιας σειράς ταμειακών ροών

Υπολογίζει τον τόκο που καταβλήθηκε κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης περιόδου επένδυσης

Αποδίδει την τροποποιημένη διάρκεια Macauley για ένα χρεόγραφο με θεωρούμενη ονομαστική αξία 100 Δρχ.

Επιστρέφει την εσωτερική απόδοση, όταν υπάρχουν διαφορετικά επιτόκια για τις ταμειακές εισροές και εκροές

Αποδίδει το ετήσιο ονομαστικό επιτόκιο

Αποδίδει τον αριθμό των περιόδων για μια επένδυση

Αποδίδει την καθαρή παρούσα αξία μιας επένδυσης, βάσει μιας σειράς περιοδικών ταμειακών ροών και ενός προεξοφλητικού επιτοκίου

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός χρεογράφου, με περιττή πρώτη περίοδο

Επιστρέφει την απόδοση ενός χρεογράφου με περιττή πρώτη περίοδο

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός χρεογράφου, με περιττή τελευταία περίοδο

Επιστρέφει την απόδοση ενός χρεογράφου με περιττή τελευταία περίοδο

Αποδίδει την περιοδική πληρωμή μιας προσόδου

Αποδίδει την πληρωμή έναντι του κεφαλαίου μιας επένδυσης, για δεδομένη περίοδο

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός χρεογράφου που αποφέρει περιοδικά τόκο

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός προεξοφλημένου χρεογράφου

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός χρεογράφου που αποφέρει τόκο κατά τη λήξη του

Αποδίδει την παρούσα αξία μιας επένδυσης

Αποδίδει το επιτόκιο ανά περίοδο μιας προσόδου

Αποδίδει το ποσό που λαμβάνεται κατά τη λήξη για ένα πλήρως επενδυμένο χρεόγραφο

Αποδίδει τη σταθερή απόσβεση ενός παγίου για μία περίοδο

Αποδίδει την απόσβεση ενός παγίου για μια καθορισμένη περίοδο, βάσει του αθροίσματος των ετών απόσβεσης

Αποδίδει την αντίστοιχη απόδοση ομολόγου για ένα κρατικό ομόλογο

Αποδίδει την τιμή ανά 100 Δρχ. ονομαστικής αξίας ενός κρατικού ομολόγου

Επιστρέφει την απόδοση ενός κρατικού ομολόγου

Αποδίδει την απόσβεση ενός παγίου για καθορισμένη περίοδο ή τμήμα περιόδου, με τη μέθοδο του φθίνοντος υπολοίπου

Επιστρέφει την εσωτερική απόδοση προγραμματισμένων ταμειακών ροών που δεν είναι απαραίτητα περιοδικές

Αποδίδει την καθαρή παρούσα αξία προγραμματισμένων ταμειακών ροών που δεν είναι απαραίτητα περιοδικές

Επιστρέφει την απόδοση ενός χρεογράφου που αποφέρει περιοδικά τόκο

Επιστρέφει την ετήσια απόδοση ενός προεξοφλημένου χρεογράφου, όπως ενός κρατικού ομολόγου

Επιστρέφει την ετήσια απόδοση ενός χρεογράφου που αποφέρει

Από τις παραπάνω οικονομικές συναρτήσεις θα αναλύσουμε αυτές που χρησιμοποιούμε συχνά για τον υπολογισμό του τόκου, της δόσης και του χρεολυσίου ενός δανείου. Δηλαδή θα δώσουμε βάση στις συναρτήσεις που αναφέρονται στο αντικείμενο που ασχολούμαστε που δεν είναι άλλο από τα δάνεια.

Οι οποίες είναι:

### **PMT :**

Αποδίδει το ποσό της δόσης ενός δανείου με βάση σταθερές πληρωμές και σταθερό επιτόκιο.

#### **Σύνταξη**

**PMT(rate;nper;pv;fv;type)**

Για πληρέστερη περιγραφή των ορισμάτων της συνάρτησης PMT, ανατρέξτε στη συνάρτηση PV.

Rate είναι το επιτόκιο ενός δανείου.

Nper είναι το συνολικό πλήθος πληρωμών του δανείου.

Pv είναι η παρούσα αξία ή το συνολικό ποσό στο οποίο ανέρχεται αυτή τη στιγμή μια σειρά μελλοντικών πληρωμών, γνωστό και ως αρχικό κεφάλαιο.

Fv είναι η μελλοντική αξία ή το υπόλοιπο ταμείου που θέλετε να επιτύχετε μετά την καταβολή της τελευταίας πληρωμής. Εάν παραλειφθεί το όρισμα fv, θεωρείται ίσο με 0 (μηδέν), δηλαδή η μελλοντική αξία ενός δανείου είναι 0.

Type είναι ο αριθμός 0 ή 1 και επισημαίνει τότε πρέπει να καταβάλλονται οι πληρωμές.

### **PPMT:**

Αποδίδει το ποσό αποπληρωμής του αρχικού κεφαλαίου μιας επένδυσης σε μια δεδομένη περίοδο, με βάση περιοδικές, σταθερές πληρωμές και σταθερό επιτόκιο.

#### **Σύνταξη**

**PPMT(rate;per;nper;pv;fv;type)**

Για πληρέστερη περιγραφή των ορισμάτων της συνάρτησης PPMT, ανατρέξτε στη συνάρτηση PV.

Rate είναι το επιτόκιο ανά περίοδο.

Per καθορίζει την περίοδο και πρέπει να κυμαίνεται ανάμεσα στο 1 και στο nper.

Nper είναι ο συνολικός αριθμός των περιόδων πληρωμής μιας προσόδου.

Pv είναι η παρούσα αξία ή το εφάπαξ ποσό που αντιπροσωπεύει μια σειρά μελλοντικών πληρωμών σε τρέχουσες τιμές.

Fv είναι η μελλοντική αξία ή το υπόλοιπο ταμείου που θέλετε να έχετε μετά την καταβολή της τελευταίας πληρωμής. Εάν παραλειφθεί το όρισμα fv, θεωρείται ίσο με 0 (μηδέν), δηλαδή η μελλοντική αξία ενός δανείου είναι 0.

Type είναι ο αριθμός 0 ή 1 και επισημαίνει τότε πρέπει να καταβάλλονται οι πληρωμές.

### **RATE:**

Αποδίδει το επιτόκιο μιας προσόδου ανά περίοδο. Η συνάρτηση RATE υπολογίζεται με επαναληπτική μέθοδο και μπορεί να μην έχει λύση ή να έχει αρκετές λύσεις. Εάν οι διαδοχικές επιλύσεις της συνάρτησης RATE δεν συγκλίνουν με ακρίβεια της τάξης του 0,000001, μετά από 20 διαδοχικές προσεγγίσεις, τότε η συνάρτηση RATE αποδίδει την τιμή σφάλματος #ΑΡΙΘ!.

#### **Σύνταξη**

**RATE(nper;pmt;pv;fv;type;guess)**

Ανατρέξτε στη συνάρτηση PV, για πληρέστερη περιγραφή των ορισμάτων nper, pmt, pv, fv και type.

Nper είναι ο συνολικός αριθμός των περιόδων πληρωμής μιας προσόδου.

Pmt είναι η πληρωμή που καταβάλλεται σε κάθε περίοδο και δεν μπορεί να αλλάξει κατά τη διάρκεια της προσόδου. Συνήθως, το όρισμα pmt περιλαμβάνει κεφάλαιο και επιτόκιο, αλλά όχι τέλη ή φόρους. Εάν παραλείψετε το όρισμα pmt, πρέπει να συμπεριλάβετε το όρισμα fv.

Pv είναι η παρούσα αξία ή το εφάπαξ ποσό που αντιπροσωπεύει μια σειρά μελλοντικών πληρωμών σε τρέχουσες τιμές.

Fv είναι η μελλοντική αξία ή το υπόλοιπο που θέλετε να έχετε μετά την καταβολή της τελευταίας πληρωμής. Εάν παραλειφθεί το όρισμα fv, θεωρείται ίσο με 0 (η μελλοντική αξία ενός δανείου, για παράδειγμα, είναι 0).

Type είναι ο αριθμός 0 ή 1 και επισημαίνει πότε πρέπει να καταβάλλονται οι πληρωμές.

## ISPMT

Υπολογίζει τον τόκο που καταβλήθηκε σε μια συγκεκριμένη περίοδο μιας επένδυσης. Αυτή η συνάρτηση παρέχεται για συμβατότητα με το Lotus 1-2-3.

### Σύνταξη

**ISPMT (rate; per; nper; pv)**

Rate είναι το επιτόκιο της επένδυσης.

Per είναι η περίοδος για την οποία θέλετε να υπολογίσετε τον τόκο και πρέπει να είναι ανάμεσα στο 1 και στο nper.

Nper είναι ο συνολικός αριθμός περιόδων πληρωμής της επένδυσης.

Pv είναι η τρέχουσα αξία της επένδυσης. Για ένα δάνειο, pv είναι το ποσό του δανείου.

## IPMT:

Αποδίδει την καταβολή τόκων μιας επένδυσης, σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, με βάση περιοδικές, σταθερές πληρωμές και σταθερό επιτόκιο. Για πληρέστερη περιγραφή των ορισμάτων της συνάρτησης IPMT και περισσότερες πληροφορίες σχετικά με συναρτήσεις προσόδων, ανατρέξτε στη συνάρτηση PV.

### Σύνταξη

**IPMT(rate;per;nper;pv;fv;type)**

Rate είναι το επιτόκιο ανά περίοδο.

Per είναι η περίοδος για την οποία θέλετε να υπολογίσετε τον τόκο και πρέπει να είναι μεταξύ 1 και nper.

Nper είναι ο συνολικός αριθμός των περιόδων πληρωμής μιας προσόδου.

Pv είναι η παρούσα αξία ή το εφάπαξ ποσό που αντιπροσωπεύει μια σειρά μελλοντικών πληρωμών σε τρέχουσες τιμές.

Fv είναι η μελλοντική αξία ή το υπόλοιπο που θέλετε να έχετε μετά την καταβολή της τελευταίας πληρωμής. Εάν παραλειφθεί το όρισμα fv, θεωρείται ίσο με 0 (η μελλοντική αξία ενός δανείου, για παράδειγμα, είναι 0).

Type είναι ο αριθμός 0 ή 1 και επισημαίνει πότε πρέπει να καταβάλλονται οι πληρωμές. Εάν παραλειφθεί το όρισμα type, θεωρείται ίσο με 0.

Εκτός από τη θεωρία οι οικονομικές συναρτήσεις θα γίνουν πιο κατανοητές όταν τις εφαρμόσουμε στη πράξη. Κάνοντας την εφαρμογή τους θα έχουμε τη δυνατότητα της πλήρους εικόνας και γνώσης για τον όρο οικονομικές συναρτήσεις. Για το λόγω αυτό παραθέτουμε το παρακάτω παράδειγμα :

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Κάποιος δανείζεται από την τράπεζα Α' το ποσό των 10.000 € με επιτόκιο δανείου 5% και αριθμό χρονικών περιόδων του δανείου 5.

Να υπολογιστούν μέσω του προγράμματος του Excel και την χρήση των ανάλογων οικονομικών συναρτήσεων.

α) η δόση (τοκοχρεολύσιο) του δανείου

β) ο τόκος του δανείου

γ) το χρεολύσιο του δανείου

Με τη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου.

## ΛΥΣΗ

A) Για τον υπολογισμό της δόσης του δανείου θα χρησιμοποιήσουμε την ανάλογη συνάρτηση η οποία είναι η PMT

Με τύπο: =PMT(rate;periods;principal;0)

Όπου: rate: το επιτόκιο του δανείου  
Periods: ο αριθμός των χρονικών περιόδων του δανείου  
Principal: το κεφάλαιο του δανείου

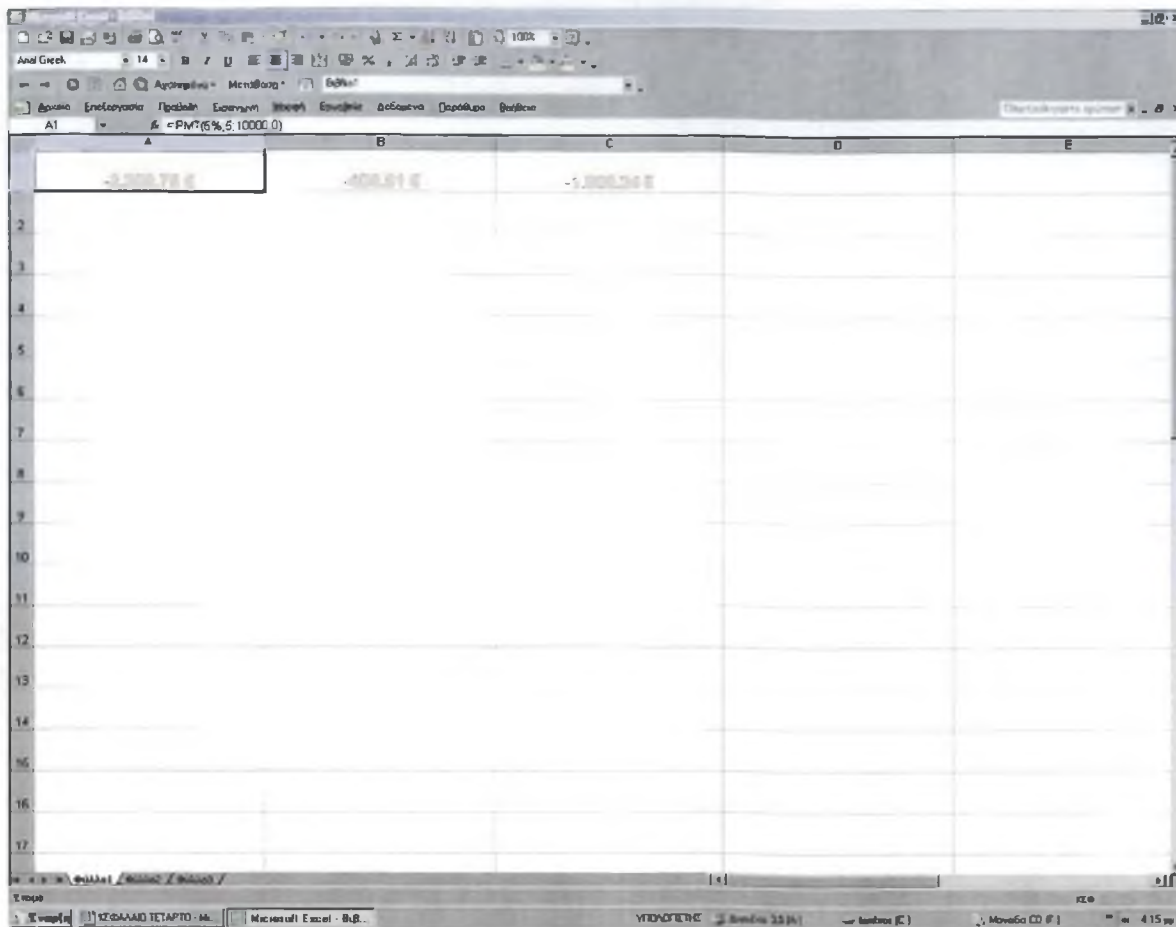
οπότε σε ένα κενό φύλλο του Excel εισάγουμε στο κελί A1 τη συνάρτηση

=PMT(5%;5;10000;0)

στη συνέχεια πατώντας το πλήκτρο Enter θα έχουμε στο κελί A1 το ποσό της δόσης του δανείου ( 2.309,75 € ).

Όπως φαίνεται και στην εικόνα 1

ΕΙΚΟΝΑ 1



B) Ο υπολογισμός του τόκου υπολογίζεται με την συνάρτηση IPMT

Με τύπο  $=IPMT(\text{rate};\text{period};\text{periods};\text{principal};0)$

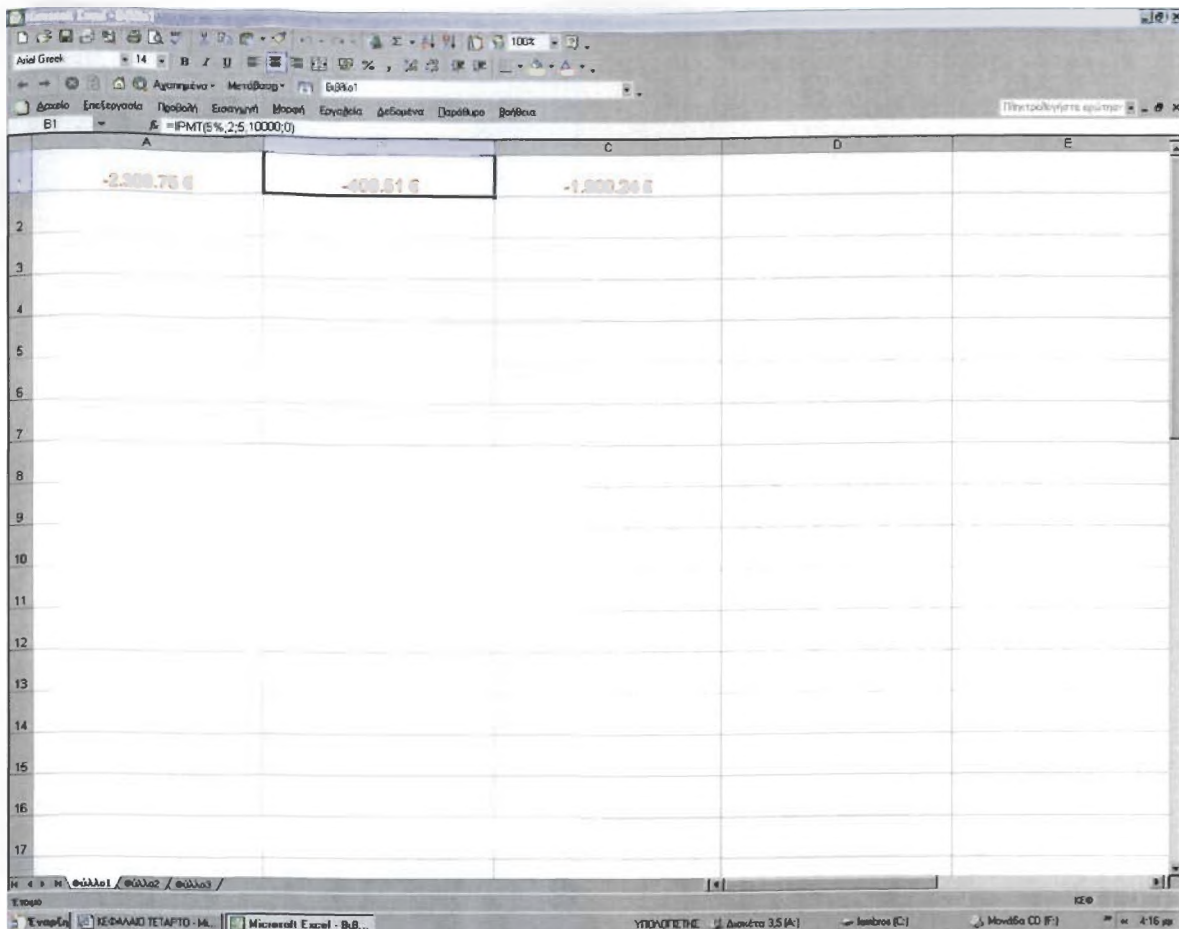
όπου periods: ο αριθμός της χρονικής περιόδου που θέλουμε να υπολογίσουμε τον τόκο  
Έτσι η συνάρτηση με τα δεδομένα μας θα γίνει ως εξής :

$=IPMT(5\%;5;2;10000;0)$

Πατώντας το πλήκτρο Enter θα έχουμε στο κελί B1 το ποσό του τόκου του δανείου  
( 409.51€ )

Όπως φαίνεται στην εικόνα 2

ΕΙΚΟΝΑ 2



Γ) Για τον υπολογισμό του χρεολυσίου θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση PPMT

Με τύπο `=PPMT(rate;period;periods;principal;0)`

Όπου γίνεται ως εξής : `=PPMT(5%;5;2;10000;0)`

Πατώντας το πλήκτρο Enter στο κελί Γ1 θα έχουμε το ποσό του χρεολυσίου του δανείου(1.900,24 €)

Όπως φαίνεται στην εικόνα 3

ΕΙΚΟΝΑ 3

The image shows a screenshot of the Microsoft Excel application window. The spreadsheet has columns labeled A through E and rows numbered 1 through 17. The following table represents the data visible in the spreadsheet:

	A	B	C	D	E
1	-2.308,75 €	-408,51 €	-1.800,24 €		
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

The formula bar at the top shows the formula for cell C1:  $=FPMT(5\%,2,5,10000,0)$ . The status bar at the bottom indicates the current page is 1 of 1, with a page width of 416 mm.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

### ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ

#### 5.1 ΔΑΝΕΙΣΜΟΣ ΧΩΡΙΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ.....ΛΗΞΗΣ

Ο τρόπος που δανείζονται οι Έλληνες αλλάζει και τα νοικοκυριά εξοικειώνονται με την ιδέα ότι θα ζουν με δανεικά για το μεγαλύτερο κομμάτι της ζωής τους . Τα στεγαστικά δάνεια διάρκειας 40 ετών – που διέθεσαν στην αγορά οι τράπεζες – απευθύνονται σε δανειολήπτες νεαρής ηλικίας ( όχι πάνω από 35 ), οι οποίοι και θα ξεπληρώνουν το σπίτι τους μέχρι να συνταξιοδοτηθούν .

Η δεύτερη αλλαγή στο δανεισμό, που αναμένεται το 2007 ,είναι το «αμερικάνικο μοντέλο». Καθώς οι τραπεζίτες βλέπουν τις χορηγήσεις νέων στεγαστικών δανείων να «φρενάρουν» σε σχέση με προηγούμενα χρόνια ,στρέφονται σε άλλα μοντέλα δανεισμών , που ήδη εφαρμόζονται με επιτυχία στις ΗΠΑ και τη Δυτική Ευρώπη.

Πρόκειται για δάνεια νέου τύπου , στα οποία η ακίνητη περιουσία χρησιμοποιείτε για να χρηματοδοτήσει καταναλωτικές δαπάνες , επενδύσεις ακόμα και σπουδές βάζοντας τους δανειολήπτες στη λογική του χρέους χωρίς . . . ημερομηνία λήξης .

Στο πρότυπο δηλαδή των αναπτυγμένων τραπεζικά οικονομιών , ετοιμάζονται να φέρουν στη χώρα μας το επονομαζόμενο «home equity», που αποτελεί το βασικό μοχλό του δανεισμού τόσο στις ΗΠΑ όσο και στη Δυτική Ευρώπη . Με τον τρόπο αυτό , αφενός οι υπάρχοντες δανειολήπτες θα μπορούν να χρησιμοποιούν το κομμάτι του δανείου που αποπληρώνουν ως εγγύηση για τα δάνεια , ενώ όσοι έχουν στην κατοχή τους ακίνητα απαλλαγμένα από χρέη θα έχουν η δυνατότητα να αξιοποιήσουν τα περιουσιακά τους στοιχεία προκειμένου είτε να επενδύσουν στη εγχώρια ή τις διεθνείς χρηματαγορές είτε να καλύψουν καταναλωτικές ή άλλες ανάγκες με μειωμένο επιτόκιο σε σχέση με τα καταναλωτικά δάνεια .

Στόχος των τραπεζιτών , που βλέπουν το «φρένο» που έχει μπει στη στεγαστική πίστη τους τελευταίους μήνες , είναι να προσεγγίσουν όχι μόνο τους υποψήφιους αγοραστές , αλλά και τους ιδιοκτήτες των ακινήτων .Με το ποσοστό της ιδιοκατοίκησης να ξεπερνά το 80% στη χώρα μας και είναι από τα υψηλότερα παγκοσμίως , οι τραπεζίτες βλέπουν στη δεξαμενή των κατόχων ακίνητης περιουσίας σημαντικές ευκαιρίες για να αυξήσουν τα κέρδη τους.

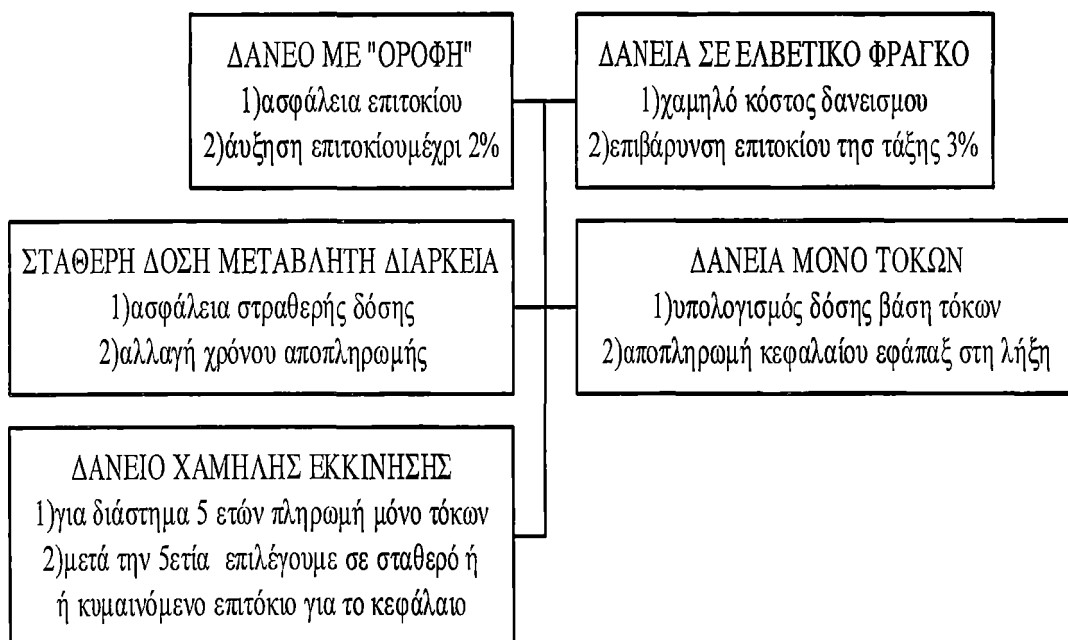
## 5.2 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΩΝ ΔΑΝΕΙΩΝ

### Γενικά

Η σύναψη ενός στεγαστικού δανείου αποτελεί σημαντική απόφαση για τον πελάτη καθώς αναλαμβάνει μια μακροχρόνια υποχρέωση απέναντι στον Τραπεζικό Οργανισμό. Ο πελάτης πρέπει να συνειδητοποιήσει την υποχρέωση που αναλαμβάνει, καθώς σε περίπτωση προβλήματος με την αποπληρωμή του δανείου, οι επιπτώσεις που θα έχει σχετίζονται με την περιουσία του. Από την άλλη πλευρά, λόγω της έλλειψης ρευστού στα περισσότερα νοικοκυριά, η σύναψη ενός στεγαστικού δανείου είναι ίσως η μόνη λύση για την αγορά, αποπεράτωση και επισκευή ενός ακινήτου.

Με πέντε εργαλεία μπορούν να αντιμετωπίσουν τις υψηλές δόσεις των στεγαστικών δανείων οι ενδιαφερόμενοι, αρκεί να επιλέξουν το κατάλληλο για αυτούς πρόγραμμα: δάνεια με «οροφή» στο επιτόκιο, σε συνάλλαγμα αποπληρωμής μόνο τόκων, στεγαστικά με περίοδο χάριτος και δάνεια σταθερής διάρκειας και μεταβλητής διάρκειας.

### 5 Εργαλεία να αντιμετωπίσουμε τις υψηλές δόσεις



### 5.3 ΣΤΑΘΕΡΟ Η΄ ΚΥΜΑΙΝΟΜΕΝΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ

Η απόφαση για το είδος του επιτοκίου είναι κατά κύριο λόγο συνάρτηση πέντε παραγόντων:

- Της ιδιοσυγκρασίας του πελάτη , όσον αφορά στην ανάληψη κινδύνου.
- Των προσδοκιών για εξέλιξη των εισοδημάτων.
- Των προσδοκιών που έχει για τις μελλοντικές κινήσεις της αγοράς.
- Της δυνατότητας αποπληρωμής του δανείου.
- Του ύψους και της χρέωσης ή μη ποινής προεξόφλησης στους διάφορους τύπους δανείου.

Η επιλογή του ενός ή του άλλου επιτοκίου βαραίνει ισόποσα στις αποφάσεις των πελατών ,οι οποίοι θα πρέπει να σταθμίζουν παράλληλα , ίσως και με υψηλότερη προτεραιότητα, παραμέτρους όπως :

- Η ύπαρξη ποινών προεξόφλησης μερικής ή ολικής , για οποιαδήποτε ποσό και οποιαδήποτε στιγμή το θέλει ο πελάτης.
- Η αμεσότητα , η απλότητα και η ταχύτητα των διαδικασιών.
- Και βεβαίως το σημαντικότερο , η δημιουργία μιας μακροχρόνιας σχέσης εμπιστοσύνης μεταξύ πελάτη-τράπεζας , στηριζόμενη σε ένα πλαίσιο διαφάνειας , κατανόησης και συνέπειας , έτσι ώστε να αποδειχθεί αμοιβαία επωφελής.

Όσον αφορά στα προϊόντα κυμαινόμενου επιτοκίου με βάση αυτό της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας ή του Euribor, θα πρέπει να γίνει κατανοητή η διαφοροποίηση μεταξύ των δύο επιτοκίων:

- Τα επιτόκια αυτά τροποποιούνται με γενικές και συλλογικότερες αποφάσεις και όχι μεμονωμένα από κάθε τράπεζα.
- Παρακολουθούνται εύκολα , αφού ανακοινώνονται και αναγράφονται στον ημερήσιο τύπο.
- Φέρουν προσαύξηση περιθωρίου επιτοκίου η οποία είναι σύμβαση καθορισμένη και συμφωνημένη από πελάτη και τράπεζα και είναι σταθερή για όλη τη διάρκεια του δανείου.
- Αποτελούν μια ομοιόμορφη βάση σύγκρισης επιτοκίου με τις υπόλοιπες χώρες , ιδιαίτερα της Ευρωζώνης .

Όσον αφορά στις διαφορές η σημαντικότερη εντοπίζεται στο τρόπο μεταβολής τους:

→ Το Euribor προσδιορίζεται καθημερινά στις 11:00 π.μ. από μια ομάδα 52 μεγάλων τραπεζών και ισχύει για το διάστημα που αυτό αναφέρεται δηλ. για 1,2,6,12, μήνες κ.τλ.

→ Το Παρεμβατικό Επιτόκιο της ΕΚΤ, προσδιορίζεται από την Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα κατόπιν απόφασης της τελευταίας στο πλαίσιο της άσκησης της νομισματικής πολιτικής στην Ευρωζώνη

Συγκρίνοντας το Euribor 1M ( ενός μηνός ) με το επιτόκιο της ΕΚΤ, στην ουσία συγκλίνουν όσον αφορά στο απόλυτο ποσοστό με διαφορές που κυμαίνονται ενίοτε σε δεύτερο δεκαδικό ψηφίο. Η οποία διακύμανση του Euribor, αναφέρουν οι τράπεζες, προηγείται αυτής του επιτοκίου της ΕΚΤ, αφού συνήθως οι αγορές προεξοφλούν της αποφάσεις της Ευρωπαϊκής Τράπεζας.

Το Euribor πιθανόν να είναι πιο κατάλληλο για βραχυπρόθεσμο δανεισμό, καθώς μπορεί να διαμορφώνεται σε ημερήσια, εβδομαδιαία, μηνιαία, εξαμηνιαία και ετήσια βάση, ανάλογα με την προσφορά και τη ζήτηση χρήματος στη διατραπεζική αγορά.

Σε αυτή την περίπτωση, δεν αποτελεί την πιο ξεκάθαρη και συμφέρουσα λύση, καθώς η ευμετάβλητη φύση του δυσχεραίνει τον υπολογισμό της μηνιαίας δόσης.

Για παράδειγμα, αν ένα δάνειο συνολικής διάρκειας 20 ετών με Euribor 6 μηνών έχει σήμερα επιτόκιο (μετά το περιθώριο που θα θέσει η τράπεζα) 5,95% και το δάνειο ανέρχεται σε 1000 ευρώ; η μηνιαία θα κυμαίνεται στα 7,12 ευρώ. Μετά το πέρας του 6μηνου, το επιτόκιο ενδέχεται να αυξηθεί στο 6% ή στο 6,15%. Αντίστοιχα, το επιτόκιο μπορεί να μειωθεί στο 5,75%.

Στη περίπτωση δανείου 100000 ευρώ, η μηνιαία δόση με επιτόκιο Euribor 5,95% διαμορφώνεται σε 712 ευρώ για διάστημα 6 μηνών. Αν, το επιτόκιο αυξηθεί στο 6,15%, τότε για το επόμενο 6μηνο ο καταναλωτής θα κληθεί να πληρώσει 725 ευρώ μηνιαία, ενώ αν στο τρίτο εξάμηνο το επιτόκιο πέσει στο 5,75%, αντίστοιχα και η δόση θα μειωθεί στα 702 ευρώ.

### Σύγκριση Euribor- κυμαινόμενου –επιτοκίου ΕΚΤ

#### Euribor μικρής διάρκειας

- Διαμορφώνεται ανάλογα με τη ζήτηση και προσφορά χρήματος στη διεθνή αγορά
- Κυρίως για βραχυπρόθεσμα δάνεια εάν το Euribor είναι μηνός ή τριμήνου
- Το τελικό επιτόκιο διαμορφώνεται ανάλογα με το ύψος και την πιστοληπτική ικανότητα του δανειολήπτη

#### Επιτόκιο συνδεδεμένο με παρεμβατικό ΕΚΤ

- Διαμορφώνεται αποκλειστικά από τη ΕΚΤ
- Έχουμε μπει σε περίοδο αυξητικής πορείας των επιτοκίων
- Το τελικό επιτόκιο διαμορφώνεται ανάλογα με το ύψος και την πιστοληπτική ικανότητα του δανειολήπτη

## Χαρακτηριστικά των δανείων με σταθερό επιτόκιο

### Υπέρ

1. Αμετάβλητη δόση σε άνοδο επιτοκίων
2. Για όσους έχουν μικρή εισοδηματική ικανότητα
3. Καλύτερος οικογενειακός προγραμματισμός

### Κατά

1. Αμετάβλητη δόση σε μείωση επιτοκίων
2. Σταθερό επιτόκιο από 1 μέχρι 20 χρόνια
3. Αδυναμία πρόβλεψης οικονομικών συνθηκών σε εύρος 10ετίας

## Πως διαμορφώνεται το συνολικό κόστος του δανείου με σταθερά επιτόκια

### **Σταθερό για ένα χρόνο:**

Έστω ότι ο δανειολήπτης αποφασίζει να πάρει δάνειο 100.000 ευρώ και διάρκειας 20 ετών με σταθερό επιτόκιο 3,60%για τον πρώτο χρόνο. Η μηνιαία δόση θα διαμορφωθεί σε 591,33 ευρώ μόνο για τους 12 πρώτους μήνες. Έπειτα , με κυμαινόμενο 5,50%, η μηνιαία καταβολή θα ανέλθει σε 690,06 ευρώ, εφόσον για 19 χρόνια δεν υπάρξει αλλαγή στα επιτόκια . Συνολικά το δάνειο , θα στοιχίσει 164.429,64 ευρώ.

### **Σταθερό για πέντε χρόνια:**

Για το ίδιο ποσό δανείου και με την ίδια διάρκεια ,με το σταθερό επιτόκιο 5,50%για 5 χρόνια. Η μηνιαία δόση στη σταθερή περίοδο θα ανέλθει σε 687,88 ευρώ .Έπειτα, με κυμαινόμενο σήμερα 5,50% η μηνιαία καταβολή δεν θα μεταβληθεί και συνολικά το δάνειο θα στοιχίσει 165.092,95 ευρώ.

Αν όμως , το επιτόκιο ανέβει στο 6%, η μηνιαία δόση θα διαμορφωθεί σε 710,42 ευρώ και αν πάει στο 6,50%, τότε η μηνιαία καταβολή θα φτάσει στα 733,36 ευρώ, με ανάλογη τελική επιβάρυνση.

## 5.4 ΠΟΤΕ ΣΥΜΦΕΡΕΙ ΤΟ « ΚΛΕΙΔΩΜΑ» ΤΟΥ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ

Ολοένα και περισσότεροι δανειολήπτες επιλέγουν σταθερά επιτόκια στο στεγαστικό τους δάνειο, καθώς ο κύκλος των χαμηλών επιτοκίων φαίνεται να κλείνει οριστικά.

Τα νοικοκυριά που έχουν πάρει στεγαστικό δάνειο με κυμαινόμενο επιτόκιο πληρώνουν υψηλότερη μηνιαία δόση , η οποία κυμαίνεται στις περισσότερες περιπτώσεις μεταξύ των 12 και 20 ευρώ, μετά την απόφαση της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας τον περασμένο Δεκέμβριο να αυξήσει το βασικό επιτόκιο από το 3,25% στο 3,50%.

### Θωράκιση:

Το μεγαλύτερο δίλημμα που έχουν οι δανειολήπτες είναι αν συμφέρει να «κλειδώσει» κάποιος το επιτόκιο του σε σταθερό ή να ρισκάρει το κυμαινόμενο.

Μέχρι πριν από κάποιους μήνες, η απάντηση ήταν εύκολη. Το άνοιγμα της ψαλίδας ανάμεσα στα κυμαινόμενα και σταθερά επιτόκια ήταν τουλάχιστον δύο μονάδες υπέρ των πρώτων και ο φόβος να αυξηθούν τα επιτόκια ήταν άμεσος. Αφενός οι μεγαλύτερες τράπεζες μείωσαν τα σταθερά επιτόκια των στεγαστικών δανείων έως και κατά μια ποσοστιαία μονάδα και, αφετέρου, ήδη από το Δεκέμβριο του 2005 η ΕΚΤ έχει αρχίσει τις αυξήσεις των βασικών επιτοκίων, που αναμένονται το 2007.

### **Πόσο κοστίζει το «κλείδωμα» του επιτοκίου σε σταθερό και ποιες οι επιπτώσεις από άνοδο των επιτοκίων.**

Για ένα στεγαστικό δάνειο 100.000 ευρώ διάρκειας 15 ετών με κυμαινόμενο επιτόκιο 4%, η μηνιαία δόση σήμερα είναι περίπου 740 ευρώ.

ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΟ ΔΑΝΕΙΟ	ΜΗΝΙΑΙΑ ΔΟΣΗ	ΔΙΑΦΟΡΑ
«Κλείδωμα του ίδιου δανείου με σταθερό επιτόκιο 5,5% για 15 χρόνια	817 ευρώ	Επιπλέον 77 ευρώ κάθε μήνα στα δόση από το «κλείδωμα»
Για το ίδιο δάνειο αν αυξηθεί το επιτόκιο κατά μια μονάδα (δηλ. στο 5%)	790,8 ευρώ	Το κυμαινόμενο είναι φθηνότερο κατά 26,2 το μήνα από το «κλείδωμα»
Για το ίδιο δάνειο αν αυξηθεί το επιτόκιο κατά δύο μονάδες (δηλ. στο 6%)	843,9 ευρώ	Τα σταθερό είναι κατά 26,9 ευρώ το μήνα πιο ακριβότερο από το κυμαινόμενο

Αν λοιπόν ισχύουν τα σενάρια ανόδου των επιτοκίων, τώρα θεωρείται η καλύτερη στιγμή για του δανειολήπτες που θέλουν να κλειδώσουν τις οφειλές τους.

## ΥΨΟΣ ΜΗΝΙΑΙΑΣ ΔΟΣΗΣ ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ ΑΝΑ 1.000 ΕΥΡΩ

Επιτόκιο %	Μηνιαίες δόσεις																					
	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	300	360
3,50	84,92	43,20	29,30	22,36	18,19	15,42	13,44	11,96	10,81	9,89	9,14	8,51	7,99	7,54	7,15	6,81	6,51	6,25	6,01	5,80	5,01	4,49
3,60	84,97	43,25	29,35	22,40	18,24	15,46	13,49	12,00	10,85	9,94	9,19	8,56	8,04	7,59	7,20	6,86	6,56	6,30	6,06	5,85	5,06	4,55
3,70	85,01	43,29	29,39	22,45	18,28	15,51	13,53	12,05	10,90	9,98	9,23	8,61	8,08	7,64	7,25	6,91	6,61	6,35	6,11	5,90	5,11	4,60
3,75	85,04	43,31	29,41	22,47	18,30	15,53	13,55	12,07	10,92	10,01	9,26	8,63	8,11	7,66	7,27	6,93	6,64	6,37	6,14	5,93	5,14	4,63
3,80	85,06	43,34	29,44	22,49	18,33	15,55	13,58	12,10	10,95	10,03	9,28	8,66	8,13	7,68	7,30	6,96	6,66	6,40	6,16	5,95	5,17	4,66
3,90	85,10	43,38	29,48	22,53	18,37	15,60	13,62	12,14	10,99	10,08	9,33	8,71	8,18	7,73	7,35	7,01	6,71	6,45	6,22	6,01	5,22	4,72
4,00	85,15	43,42	29,52	22,58	18,42	15,65	13,67	12,19	11,04	10,12	9,38	8,76	8,23	7,78	7,40	7,06	6,76	6,50	6,27	6,06	5,28	4,77
4,10	85,20	43,47	29,57	22,62	18,46	15,69	13,71	12,24	11,09	10,17	9,42	8,80	8,28	7,83	7,45	7,11	6,82	6,55	6,32	6,11	5,33	4,83
4,25	85,26	43,54	29,64	22,69	18,53	15,76	13,78	12,31	11,16	10,24	9,50	8,88	8,35	7,91	7,52	7,19	6,89	6,63	6,40	6,19	5,42	4,92
4,30	85,29	43,56	29,66	22,71	18,55	15,78	13,81	12,33	11,18	10,27	9,52	8,90	8,38	7,93	7,55	7,21	6,92	6,66	6,43	6,22	5,45	4,95
4,50	85,38	43,65	29,75	22,80	18,64	15,87	13,90	12,42	11,28	10,36	9,62	9,00	8,48	8,03	7,65	7,32	7,02	6,76	6,53	6,33	5,56	5,07
4,60	85,42	43,69	29,79	22,85	18,69	15,92	13,95	12,47	11,33	10,41	9,67	9,05	8,53	8,08	7,70	7,37	7,07	6,82	6,59	6,38	5,62	5,13
4,75	85,49	43,76	29,86	22,92	18,76	15,99	14,02	12,54	11,40	10,48	9,74	9,12	8,60	8,16	7,78	7,45	7,15	6,90	6,67	6,46	5,70	5,22
4,80	85,52	43,78	29,88	22,94	18,78	16,01	14,04	12,56	11,42	10,51	9,77	9,15	8,63	8,19	7,80	7,47	7,18	6,92	6,69	6,49	5,73	5,25
5,00	85,61	43,87	29,97	23,03	18,87	16,10	14,13	12,66	11,52	10,61	9,86	9,25	8,73	8,29	7,91	7,58	7,29	7,03	6,80	6,60	5,85	5,37
5,25	85,72	43,98	30,08	23,14	18,99	16,22	14,25	12,78	11,64	10,73	9,99	9,37	8,86	8,42	8,04	7,71	7,42	7,17	6,94	6,74	5,99	5,52
5,50	85,84	44,10	30,20	23,26	19,10	16,34	14,37	12,90	11,76	10,85	10,11	9,50	8,99	8,55	8,17	7,84	7,56	7,30	7,08	6,88	6,14	5,68
5,75	85,95	44,21	30,31	23,37	19,22	16,46	14,49	13,02	11,88	10,98	10,24	9,63	9,12	8,68	8,30	7,98	7,69	7,44	7,22	7,02	6,29	5,84
6,00	86,07	44,32	30,42	23,49	19,33	16,57	14,61	13,14	12,01	11,10	10,37	9,76	9,25	8,81	8,44	8,11	7,83	7,58	7,36	7,16	6,44	6,00
6,15	86,14	44,39	30,49	23,55	19,40	16,64	14,68	13,21	12,08	11,18	10,44	9,84	9,33	8,89	8,52	8,20	7,91	7,67	7,45	7,25	6,54	6,09
6,25	86,18	44,43	30,54	23,60	19,45	16,69	14,73	13,26	12,13	11,23	10,49	9,89	9,38	8,95	8,57	8,25	7,97	7,72	7,50	7,31	6,60	6,16
6,50	86,30	44,55	30,65	23,71	19,57	16,81	14,85	13,39	12,25	11,35	10,62	10,02	9,51	9,08	8,71	8,39	8,11	7,87	7,65	7,46	6,75	6,32
6,75	86,41	44,66	30,76	23,83	19,68	16,93	14,97	13,51	12,38	11,48	10,75	10,15	9,65	9,22	8,85	8,53	8,25	8,01	7,79	7,60	6,91	6,49
7,00	86,53	44,77	30,88	23,95	19,80	17,05	15,09	13,63	12,51	11,61	10,88	10,28	9,78	9,35	8,99	8,67	8,40	8,16	7,94	7,75	7,07	6,65
7,25	86,64	44,89	30,99	24,06	19,92	17,17	15,22	13,76	12,63	11,74	11,02	10,42	9,92	9,49	9,13	8,81	8,54	8,30	8,09	7,90	7,23	6,82

### 5.5 ΤΑ ΤΡΑΠΕΖΙΚΑ ΠΡΟΪΟΝΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ «ΑΣΦΑΛΕΙΑ» ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΛΗΠΤΗ

Η αύξηση των επιτοκίων από την Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα που έχει γίνει τους τελευταίους 12 μήνες προβληματίζει τα νοικοκυριά, ιδιαίτερα εκείνα που αποπληρώνουν ή σχεδιάζουν να πάρουν στεγαστικό δάνειο. Για το σκοπό αυτό, οι τράπεζες δημιουργούν προϊόντα με «οροφή» στις επικείμενες ανόδους των επιτοκίων, προσφέροντας «ασφάλεια» στο δανειολήπτη.

Τα δάνεια προστασίας επιτοκίου όπως καλούνται, και αποτελούν τη νέα τάση στη στεγαστική πίστη, προβλέπουν ότι η αύξηση του επιτοκίου δεν μπορεί να ξεπεράσει το όριο που έχει θέσει η τράπεζα.

**ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ**

<b>ΤΡΑΠΕΖΑ</b>	<b>ΕΠΙΤΟΚΙΟ</b>	<b>ΑΝΩΤΑΤΟ ΟΡΙΟ ΑΥΞΗΣΗΣ</b>
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	Εστία εξασφάλιση. Επιτόκιο ΕΚΤ + περιθώριο 1,60% για 5 χρόνια. Στη συνέχεια ΕΚΤ + σταθερό περιθώριο 1,30%	Προκαθορισμένο ανώτατο επιτόκιο σήμερα 6,10%.
ALPHA BANK	Σταθερό επιτόκιο για 3 έτη 4,20%. Στη συνέχεια κυμαινόμενο ΕΚΤ + περιθώριο από 1,80%-2,00%.	Προκαθορισμένο ανώτατο όριο μέχρι 2% από το αρχικό επιτόκιο.
ΕΜΠΟΡΙΚΗ BANK	Euribior 3μηνιαίας διάρκειας + περιθώριο 1,60% ή 1,70% για διάρκεια 15 και 20 χρόνια αντίστοιχα.	Το επιτόκιο δεν μπορεί να αυξηθεί πάνω από 5,60% ή 5,70% για 15 και 20 χρόνια αντίστοιχα.
GENIKI BANK	Κυμαινόμενο επιτόκιο βάσει Euribior 12μηνιαίου	Προκαθορισμένο όριο διακύμανσης του αρχικού κυμαινόμενου επιτοκίου κατά 2%.
ATTICA BANK	Σταθερό επιτόκιο 3,60% για 1 χρόνο και μετά κυμαινόμενο ΕΚΤ+ περιθώριο από 1,90%.	Προστασία από την αύξηση του επιτοκίου της ΕΚΤ μέχρι 2% καθ' όλη τη διάρκεια του δανείου.
ASPIS BANK	Σταθερό επιτόκιο 3,85% για ένα χρόνο ή 4,35% για 3 χρόνια και μετά κυμαινόμενο ΕΚΤ + περιθώριο 2,15%-2,65%. Εναλλακτικά κυμαινόμενο ΕΚΤ+ περιθώριο 2,30%.	Το επιτόκιο δεν θα υπερβεί σε αύξηση το 2% από το αρχικό επιτόκιο για 15 έτη.



## 5.6 ΔΑΝΕΙΑ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΕΙΣΟΔΗΜΑ ΤΟΥ ΑΓΟΡΑΣΤΗ

Όσοι αποκτούν ακίνητο με τραπεζικό δανεισμό δεσμεύονται σχεδόν για το ένα τρίτο της ζωής τους να αποπληρώσουν κάθε μήνα ποσό που αντιστοιχεί πολλές φορές στο σύνολο του μισθού που λαμβάνουν από την βασική τους εργασία.

Αυτό εγκυμονεί σοβαρούς κινδύνους, καθώς στα 25 ή 30 χρόνια αποπληρωμής ενός δανείου πολλά μπορούν να συμβούν στην επαγγελματική και οικογενειακή πορεία ενός ατόμου και κάποια στιγμή να εξελιχθούν τα πράγματα με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην μπορεί να εξυπηρετήσει τις δόσεις που πρέπει να καταβάλει στην τράπεζα. Από τις εκτιμήσεις και τα στοιχεία των τραπεζών προκύπτει ότι ο υποψήφιος δανειολήπτης μπορεί να λάβει ως ανώτατο ποσό δανείου έως 7 φορές τα ετήσια εισοδήματα του, αρκεί να επιλέξει να το αποπληρώσει σε 30 ή ακόμη και 40 έτη.

### ΠΟΣΟ ΔΑΝΕΙΟΥ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΑ ΜΕΤΡΑ ΤΗΣ ΤΣΕ

Ετήσιο εισόδημα (14 μισθοί)	Μηνιαίο εισόδημα (14 μισθοί)	Ανώτατη μηνιαία δόση (40% μηνιαίου εισοδήματος)	Εξόφληση σε 15 έτη (Ποσό δανείου*)	Εξόφληση σε 20 έτη (Ποσό δανείου*)	Εξόφληση σε 25 έτη (Ποσό δανείου*)	Εξόφληση σε 30 έτη (Ποσό δανείου*)	Εξόφληση σε 40 έτη (Ποσό δανείου*)
10.000	714	286	38.626	47.149	54.129	59.846	68.363
12.000	857	343	46.352	56.579	64.955	71.815	82.035
14.000	1.000	400	54.077	66.009	75.781	83.784	95.708
16.000	1.143	457	61.802	75.439	86.607	95.754	109.980
18.000	1.286	514	69.527	84.868	97.433	107.723	123.053
20.000	1.429	571	77.253	94.298	108.259	119.692	136.726
22.000	1.571	629	84.978	103.728	119.084	131.661	150.398
24.000	1.714	686	92.703	113.158	129.910	143.631	164.071
26.000	1.857	743	100.428	122.588	140.736	155.600	177.743
28.000	2.000	800	108.154	132.017	151.562	167.569	191.416
30.000	2.143	857	115.879	141.447	162.388	179.538	205.088
32.000	2.286	914	123.604	150.877	173.214	191.507	218.761
34.000	2.429	971	131.330	160.307	184.040	203.477	232.433
36.000	2.571	1.029	139.055	169.737	194.865	215.446	246.106
38.000	2.714	1.086	146.780	179.167	205.691	227.415	259.778
40.000	2.857	1.143	154.505	188.596	216.517	239.384	273.451
42.000	3.000	1.200	162.231	198.026	227.343	251.353	287.124
44.000	3.143	1.257	169.956	207.456	238.169	263.323	300.796
46.000	3.286	1.314	177.681	216.886	248.995	275.292	314.469
48.000	3.429	1.371	185.406	226.316	259.821	287.261	328.141
50.000	3.571	1.429	193.132	235.746	270.646	299.230	341.814
52.000	3.714	1.486	200.857	245.175	281.472	311.200	355.486
54.000	3.857	1.543	208.582	254.605	292.298	323.169	369.159
56.000	4.000	1.600	216.307	264.035	303.124	335.138	382.831
58.000	4.143	1.657	224.033	273.465	313.950	347.107	396.504
60.000	4.286	1.714	231.758	282.895	324.776	359.076	410.177
62.000	4.429	1.771	239.483	292.324	335.602	371.046	423.849
64.000	4.571	1.829	247.209	301.754	346.427	383.015	437.522
66.000	4.714	1.886	254.934	311.184	357.253	394.984	451.194
68.000	4.857	1.943	262.659	320.614	368.079	406.953	464.867
70.000	5.000	2.000	270.384	330.044	378.905	418.922	478.539
72.000	5.143	2.057	278.110	339.474	389.731	430.892	492.212
74.000	5.286	2.114	285.835	348.903	400.557	442.861	505.884
76.000	5.429	2.171	293.560	358.333	411.383	454.830	519.557
78.000	5.571	2.229	301.285	367.763	422.208	466.799	533.230
80.000	5.714	2.286	309.011	377.193	433.034	478.769	546.902

\*Με βάση τη δόση που προκύπτει από τα εισοδήματα του δικαστικού, τα έτη αποπληρωμής και μέσο επιτόκιο 4%

## 5.7 ΤΑ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΟΙ ΠΡΟΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Οι βασικές προϋποθέσεις που απαιτούνται από τα Πιστωτικά Ιδρύματα για την σύναψη ενός στεγαστικού δανείου αφορούν , τη σταθερή εργασία, το ύψος των εισοδημάτων (σε αντιστοιχία με το ύψος του δανείου),την προηγούμενη ομαλή συναλλακτική του πελάτη στις υποχρεώσεις του(έλεγχος ΤΕΙΡΕΣΙΑ),ελέγχεται ο υπερδανεισμός, απαιτείται ιδιοκτησία ακινήτου ,διαπιστώνεται ο στεγαστικός δανεισμός και τέλος εξετάζεται η τεχνική και νομική αρτιότητα του ακινήτου που θα προσημειωθεί.

### 5.7.1 Τα δέκα βήματα μέχρι την εκταμίευση

Δέκα βήματα χωρίζουν το δανειολήπτη από τη στιγμή που θα υποβάλει αίτηση για χορήγηση του δανείου μέχρι την εκταμίευση των χρημάτων και την απόκτηση της κατοικίας.

1. Προέγκριση δανείου.
2. Άνοιγμα καταθετικού λογαριασμού για την κατάθεση του ποσού που αντιστοιχεί στα έξοδα δανείου.
3. Προσκόμιση του συμβολαίου αγοράς ακινήτου, καθώς και όλα τα δικαιολογητικά που απαιτούνται για την οριστική έγκριση του δανείου.
4. Νομικός και τεχνικός έλεγχος του ακινήτου. Στην περίπτωση που ο έλεγχος δείξει ότι δεν καλύπτονται όλες οι απαιτήσεις της τράπεζας , τότε αυτή θα ζητήσει επιπλέον εξασφαλίσεις είτε θα αλλάξει τους όρους δανειοδότησης.
5. Έπειτα η τράπεζα θα ειδοποιήσει ότι η σύμβαση για το στεγαστικό δάνειο είναι έτοιμη και μπορεί ο πελάτης να την υπογράψει.
6. Το επόμενο βήμα είναι η προσημείωση του ακινήτου.
7. Ακολουθεί η διαδικασία εγγραφής της προσημείωσης υποθήκης στο αρμόδιο υποθηκοφυλακείο όπου τηρείται ο φάκελος του σπιτιού.
8. Έπεται έλεγχος των τίτλων ιδιοκτησίας του ακινήτου που αγοράζεται.
9. Υπογραφή συμβολαίων με τον πωλητή.
- 10.Εκταμίευση των χρημάτων.

## 5.7.2 Απαραίτητα δικαιολογητικά για την έγκριση ενός στεγαστικού δανείου

- Αίτηση
- Δελτίο Ταυτότητας
- Εκκαθαριστικό Φόρου Εισοδήματος
- Φορολογική Δήλωση (Ε1)
- Απόδειξη Μισθοδοσίας
- Βεβαίωση αποδοχών
- Έντυπο Ε9
- Υπεύθυνη Δήλωση για την ισχύ του Ε9 και την ύπαρξη ( ή μη ) οφειλών
- Βεβαιώσεις άλλων τραπεζών ή Ιδρυμάτων για οφειλές
- Πρόσφατο πιστοποιητικό οικογενειακής κατάστασης

## 5.8 ΑΠΟΣΒΕΣΗ ΕΝΟΣ ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ

### 5.8.1 Απόσβεση ενός στεγαστικού δανείου

Η λήψη ενός στεγαστικού δανείου πληρώντας όλες τις προϋποθέσεις μπορεί να γίνει από οποιαδήποτε τράπεζα της επιλογής μας. Η επιλογή της όμως της τράπεζας που θα μας παρέχει το δάνειο όσο και αν ακούγεται απλό, παίζει σημαντικό ρόλο στην απόσβεση του δανείου μας.

Έτσι και εμείς κάναμε μια έρευνα αγοράς σε ορισμένες μεγάλες ελληνικές τράπεζες για τα στεγαστικά δάνεια και συλλέξαμε κάποια στοιχεία από την κάθε μια ώστε να συγκρίνουμε και να επιλέξουμε την πιο συμφέρουσα πρόταση.

Κάνοντας την έρευνα ζητήσαμε από τις τράπεζες που επισκεφθήκαμε να μας ενημερώσουν και να μας αναλύσουν τις προτάσεις τους και τις υποχρεώσεις μας απέναντι τους .

Συγκεκριμένα ζητήσαμε πληροφορίες για ένα στεγαστικό δάνειο με:

Ποσό δανείου : 100.000,00 €

Περίοδος δανείου σε έτη: 20

Περίοδος δανείου σε μήνες : 240

Περίοδος αποπληρωμής : μήνας

Μέθοδος απόσβεσης : ίσες τοκοχρεολυτικές δόσεις

Ημερομηνία έναρξης : 28/01/2007

Και επιτόκιο:

α) σταθερό για 20 έτη

β) σταθερό για 3 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

γ) σταθερό για 5 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

Και τα ερωτήματα μας ήταν τα εξής:

- ι ) πιο θα είναι το ποσό της μηνιαίας δόσης μας;
- ιι ) πόσο τόκο θα καταβάλλουμε συνολικά;
- ιιι) πιο ποσό θα καταβάλλουμε ώστε να εξοφληθεί το δάνειο;

Τα αποτελέσματα της ερευνάς μας παραθέτονται στους πίνακες που ακολουθούν :

### ΠΙΝΑΚΑΣ Α

Με σταθερό επιτόκιο για 20 έτη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	5,72%	700,37 €	61.959,58 €	166.089,58 €

Με σταθερό για 3 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	4,12%	612,32 €	46.957,59 €	146.957,59 €

Με σταθερό για 5 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	4,60%	638,66 €	59.194,42 €	159.194,42 €

### ΠΙΝΑΚΑΣ Β

Με σταθερό επιτόκιο για 20 έτη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	5,32%	677,76,00€	62.561,00€	164.561,00€

Με σταθερό για 3 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	4,32-5,32%	609,00-671,00	56.970,00€	156.970,00€

Με σταθερό για 5 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000,00 €	4,60-5,32%	641,50-670,56	59.377,00€	159.377,00€

Με σταθερό επιτόκιο για 20 έτη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000 €	4,8%	6.000 €	10.000 €	110.000 €

Με σταθερό για 3 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000 €	4,8% (3 έτη) / 5,5% (17 έτη)	6.000 €	10.000 €	110.000 €

Με σταθερό για 5 έτη και έπειτα κυμαινόμενο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΠΟΣΟ ΔΟΣΗΣ	ΣΥΝΟΛΟ ΤΟΚΩΝ	ΣΥΝΟΛΟ ΔΟΣΕΩΝ
100.000 €	4,8% (5 έτη) / 5,5% (15 έτη)	6.000 €	10.000 €	110.000 €

### 5.8.2 Απόσβεση στεγαστικού δανείου μέσω του Excel με τη χρήση του σταθερού και προοδευτικού χρεολυσίου.

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο μέσω των μεθόδων του σταθερού και προοδευτικού χρεολυσίου έχουμε την ικανότητα να υπολογίσουμε τον τόκο ,τη δόση και το χρεολύσιο ενός δανείου.

Έτσι έχοντας αυτό το προνόμιο θα κάνουμε απόσβεση στο συγκεκριμένο δάνειο της ερευνάς μας και με τις δυο μεθόδους, θέτοντας ως επιτόκιο το μέσο όρο των επιτοκίων που μας πρόσφεραν οι τράπεζες που επισκεφθήκαμε.

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στεγαστικό δάνειο κεφαλαίου 100.000 €, έτη αποπληρωμής 20,χρονικών περιόδων 240 και επιτοκίου 4.8%.

Να υπολογιστούν η δόση, ο τόκος και το χρεολύσιο του δανείου

- A) με τη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου
- B) με τη μέθοδο του σταθερού χρεολυσίου

## ΛΥΣΗ

### A) Μέθοδος προοδευτικού χρεολυσίου

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο με τη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίσουμε τη δόση, τον τόκο και το χρεολύσιο ενός δανείου χρησιμοποιώντας τις ανάλογες οικονομικές συναρτήσεις

#### **Υπολογισμός δόσης**

Θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση PMT με τύπο:

$$=PMT(4.8\%/12;240;100000;0)$$

και στο κελί A1 όπως φαίνεται στην εικόνα 1 μας δίνεται η μηνιαία δόση μας που είναι 648,96 €.

#### **Υπολογισμός τόκου**

Θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση IPMT με τύπο:

$$=IPMT(4.8\%/12;2;240;100000;0)$$

και στο κελί A2 όπως φαίνεται στην εικόνα 1 μας δίνεται ο τόκος που αναλογεί στη δεύτερη χρονικής περιόδου, που είναι 399,00 €.

#### **Υπολογισμός χρεολυσίου**

Θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση PPMT με τύπο:

$$=PPMT(4.8\%/12;2;240;100000;0)$$

και στο κελί A3 όπως φαίνεται στην εικόνα 1 μας δίνεται το χρεολύσιο της δεύτερης χρονικής περιόδου που είναι 249,95€.

## ΕΙΚΟΝΑ 1

	B	C	D	E
A1	-500.00 €	-500.00 €	-500.00 €	
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				

### B) Μέθοδος σταθερού χρεολυσίου

Με τη μέθοδο του σταθερού χρεολυσίου μπορούμε να υπολογίσουμε τη δόση, τον τόκο, και τον χρεολύσιο ενός δανείου, όπως είδαμε και στη μέθοδο του προοδευτικού χρεολυσίου. Με τη διαφορά ότι στη μέθοδο του σταθερού χρεολυσίου αντί για συναρτήσεις στους υπολογισμούς θα χρησιμοποιήσουμε διάφορους τύπους.

Ξέρουμε ότι μια αύξηση του επιτοκίου σε ένα δάνειο θα επιφέρει λογικά κάποιες αλλαγές στα ποσά της δόσης, του τόκου και του χρεολυσίου.

Εμείς θέλοντας να κάνουμε πιο συγκεκριμένες αυτές τις αλλαγές θέσαμε διάφορα επιτόκια στο συγκεκριμένο στεγαστικό δάνειο. Έτσι κάναμε τους υπολογισμούς των αντίστοιχων δόσεων, τόκων και χρεολυσίων. Όπως αυτά φαίνονται στην εικόνα 1.

### Υπολογισμός δόσης

Επιλέγοντας το αρχείο του Excel εισάγουμε στο κελί A4 το κεφάλαιο του δανείου, στο κελί B4 τον αριθμό των χρονικών περιόδων του δανείου, στο C4 το επιτόκιο του δανείου και στο κελί D1 εισάγουμε τον εξής τύπο :

$$=A4*(C4/((1+C4)^B4-1))+A4*C4$$

Πατώντας Enter θα έχουμε το ποσό της ετήσιας δόσης του δανείου

### Υπολογισμός τόκου

Για τον υπολογισμό του τόκου θα εισάγουμε στο κελί A11 το κεφάλαιο του δανείου, στο κελί B11 τον αριθμό των χρονικών περιόδων του δανείου, στο C11 το επιτόκιο του δανείου και στο κελί D11 τον εξής τύπο :

$$=A11*C11$$

Πατώντας Enter θα έχουμε το ποσό του ετήσιου τόκου του δανείου

### Υπολογισμός χρεολυσίου

Για τον υπολογισμό του χρεολυσίου θα εισάγουμε στο κελί A18 το κεφάλαιο του δανείου, στο κελί B18 τον αριθμό των χρονικών περιόδων του δανείου, στο C18 το επιτόκιο του δανείου και στο κελί D18 εισάγουμε τον εξής τύπο :

$$=A18*(C18/((1+C18)^B18-1))$$

Πατώντας Enter θα έχουμε το ποσό του ετήσιου χρεολυσίου του δανείου

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΧΡΕΟΛΥΣΙΟΥ			
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΧΡΟΝ.ΠΕΡΙΟΔΟΙ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΥΠΟΛΟΓ.ΕΤΗΣΙΑΣ ΔΟΣΗΣ
100000	20	5%	6720.7079
100000	20	3.5%	7022.4579
100000	20	4%	7022.4579
100000	20	4.5%	7072.9429
100000	20	5%	7123.4279

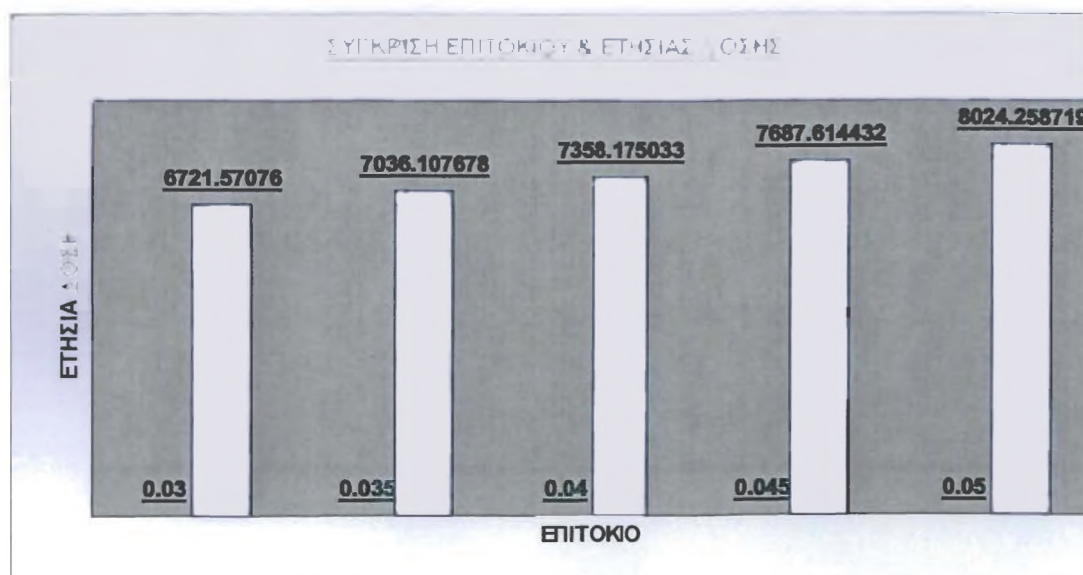
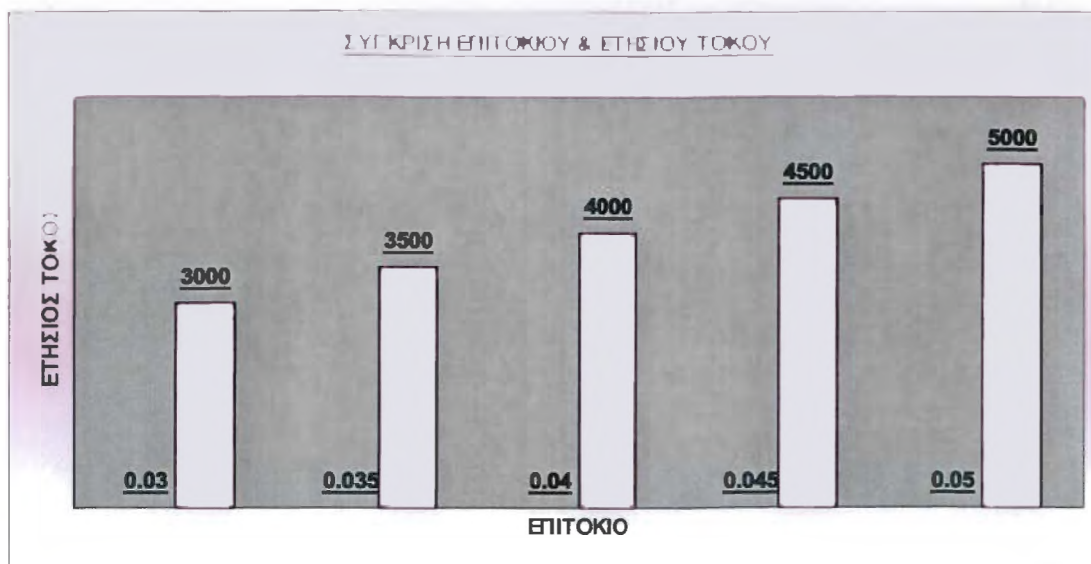
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΧΡΟΝ.ΠΕΡΙΟΔΟΙ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΥΠΟΛΟΓ.ΕΤΗΣΙΟΥ ΤΟΚΟΥ
100000	20	5%	5000
100000	20	3.5%	3500
100000	20	4%	4000
100000	20	4.5%	4500
100000	20	5%	5000

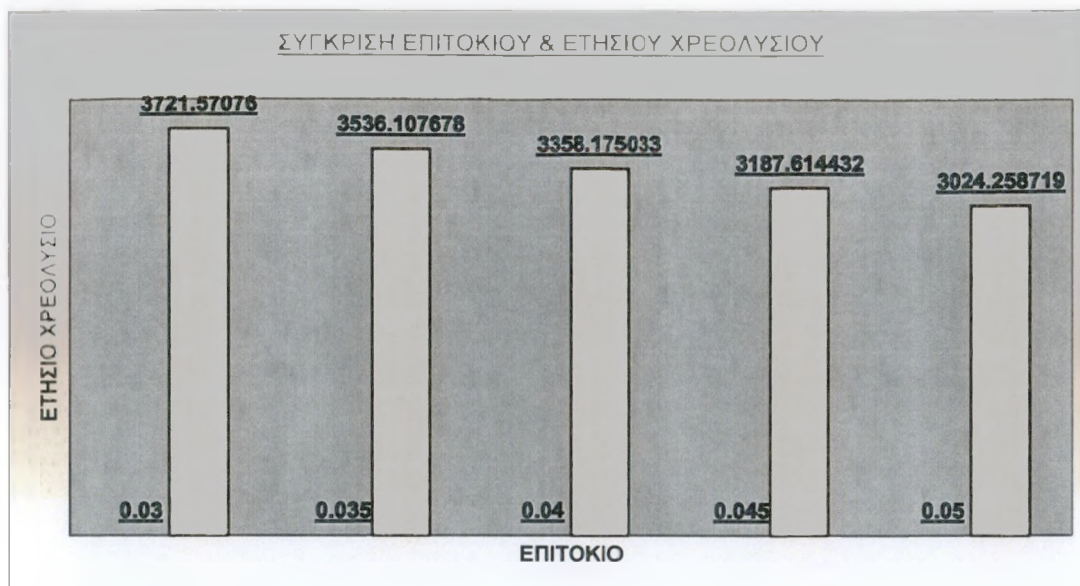
ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΧΡΟΝ.ΠΕΡΙΟΔΟΙ	ΕΠΙΤΟΚΙΟ	ΥΠΟΛΟΓ.ΕΤΗΣΙΟΥ ΧΡΕΟΛΥΣΙΟΥ
100000	20	5%	4720.7079
100000	20	3.5%	5022.4579
100000	20	4%	5022.4579
100000	20	4.5%	5072.9429
100000	20	5%	5123.4279



Παρατηρώντας την εικόνα 1 βλέπουμε τις αλλαγές που επιφέρει μια μικρή αύξηση του επιτοκίου του δανείου πάνω στο ποσό της δόσης, του τόκου και του χρεολυσίου του δανείου, όπως φαίνονται πιο έντονα στα διαγράμματα που ακολουθούν.



#### ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ & ΕΤΗΣΙΟΥ ΧΡΕΟΛΥΣΙΟΥ



## 5.9 ΕΙΔΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΕΓΕΡΣΗ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ

Αν και 8 στα 10 στεγαστικά δάνεια που χορηγούνται αφορούν στην απόκτηση έτοιμου διαμερίσματος ή μονοκατοικίας, η επιλογή της αγοράς έναντι της ανέγερσης δεν θα πρέπει να γίνονται αβασάνιστα.

### Εκταμίευση

Πλέον όλες οι τράπεζες προσφέρουν ακριβώς τα ίδια προγράμματα δανείων που προσφέρουν και για την αγορά κατοικίας. Υπάρχουν, ωστόσο, διαφορές ως τις προϋποθέσεις λήψης του δανείου.

Η σημαντικότερη διαφορά έχει να κάνει με τον τρόπο της εκταμίευσης. Τα δάνεια αυτά συνήθως δίνονται σε τρεις - τέσσερις δόσεις, ανάλογα με την πρόοδο των εργασιών, όπως αυτή πιστοποιείται από το μηχανικό της τράπεζας. Και αυτό θα πρέπει να το έχει κατά νου ο δανειολήπτης, διότι συνήθως αυτό δεν αποσαφηνίζεται πλήρως στις τράπεζες και στην πορεία δημιουργούνται προβλήματα.

Συνήθως ως μέγιστος χρόνος αποπεράτωσης μιας κατοικίας θεωρούνται τα δύο ή τρία χρόνια, ανάλογα με την τράπεζα, διάστημα στο οποίο θα πρέπει να έχουν εκταμιευθεί όλες οι δόσεις.

## 5.10 ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΔΟΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑ ΤΙΣ ΥΠΟΓΡΑΦΕΣ

Φθηνότερο ακόμη και μετά τη χορήγηση που μπορεί να γίνει το στεγαστικό δάνειο, αν ο πελάτης αποφασίσει να «παζαρέψει» το είδος και το ύψος του επιτοκίου.

Όσες τράπεζες δεν είναι ιδιαίτερα πρόθυμες να αναπροσαρμόσουν το κόστους του δανεισμού, βρίσκονται αντιμέτωπες με το ενδεχόμενο απώλειας του πελάτη τους, καθώς μπορεί να μεταφέρει το στεγαστικό του δάνειο σε άλλο πιστωτικό ίδρυμα.

Η μεταφορά στεγαστικού δανείου μπορεί να γίνει σε οποιαδήποτε τράπεζα, αλλά κάποιες προωθούν ήδη προγράμματα, με στόχο να προσελκύσουν πρώτες τους δυσαρεστημένους πελάτες των ανταγωνιστών τους.

### 3 Πρακτικές συμβουλές

1. Συνήθως συμφέρει η αλλαγή των όρων του στεγαστικού δανείου στην ίδια τράπεζα.
2. Η μεταφορά δανείου από τη μια τράπεζα στην άλλη δεν απαιτεί έξοδα προσημείωσης.
3. Στη μεταφορά δανείου σε άλλη τράπεζα προβλέπονται έξοδα προέγκρισης μεταξύ 30-60 ευρώ και έξοδα έλεγχου από 500 μέχρι και 2.000 ευρώ, στα οποία όμως γίνονται μεγάλες εκπτώσεις (μέχρι και 50%).

ΠΙΝΑΚΑΣ

<b>Αλλαγή επιτοκίου</b>	<b>Μεταφορά υπολοίπου</b>
Δεν υπάρχουν γραφειοκρατικές διαδικασίες	Εκ νέου γραφειοκρατικές διαδικασίες, όπως προσημείωση, νομικός & τεχνικός έλεγχος
Πιο ταχεία διαδικασία	Πιο χρονοβόρα διαδικασία
Συγκεκριμένο περιθώριο κέρδους	Ελκυστικά προγράμματα προσέλκυσης πελατών
Πιθανότητα κάποιας «ποινής» για την αλλαγή	Πιθανότητα αντίδρασης της υφιστάμενης τράπεζας

## ΤΑ ΠΕΝΤΕ «ΜΥΣΤΙΚΑ» ΤΩΝ ΔΑΝΕΙΩΝ

Πόσο εύκολη θα ήταν η ζωή του δανειολήπτη αν μοναδικό κριτήριο επιλογής της τράπεζας ήταν το επιτόκιο. Δυστυχώς ,η πραγματικότητα διαφέρει πολύ. Η τελική απόφαση πρέπει να λαμβάνεται αφού ληφθούν υπόψη και άλλοι παράγοντες πέραν του επιτοκίου. Οι κυριότεροι από αυτούς είναι:

1. Οι περισσότεροι αγοραστές θέλουν να αναγράψουν την αντικειμενική αξία στα συμβόλαιο, προκειμένου να γλιτώσουν το φόρο μεταβίβασης . Τα προβλήματα ξεκινούν όταν η αντικειμενική αξία είναι πολύ μικρότερη από το δάνειο που θέλει να εκταμιεύσει ο δανειολήπτης για να χρηματοδοτήσει την αγορά. Οι τράπεζες έχουν εφεύρει διάφορου μεθόδους για να διευκολύνουν τους πελάτες τους ωστόσο όταν η απόσταση του δανείου από την αντικειμενική αξία είναι ..... Χαοτική ,τα πράγματα δυσκολεύουν. Και σε αυτό το θέμα υπάρχουν χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που είναι πιο χαλαρά από κάποια άλλα . Αξίζει να σημειωθεί ότι για κάθε 10.000 ευρώ μείον το αναγραφόμενο τίμημα στο συμβόλαιο , ο δανειολήπτης γλιτώνει γύρω στα 1300 ευρώ σε φόρους και συμβολαιογραφικά έξοδα.
2. Υπάρχουν τράπεζες με μεν χαμηλό επιτόκιο, αλλά υποχρεώνουν τον δανειολήπτη να κάνει υποχρεωτική ασφάλεια ζωής . Αυτό φυσικά αποτελεί μια εξασφάλιση , δεν παύει όμως να αυξάνει και το κόστος εξυπηρέτησης του δανείου . Για 30ετές δάνειο 120.000 ευρώ ,το κόστος για την ασφάλεια ζωής φτάνει γύρω στα 500-550 ευρώ τον χρόνο .
3. Πλέον τα περισσότερα δάνεια κυμαινόμενου επιτοκίου είναι συνδεδεμένα με το επιτόκιο της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας . Πάνω σε αυτό το επιτόκιο προστίθεται το περιθώριο κέρδους της τράπεζας αλλά είναι και η ειδική εισφορά. Ο δανειολήπτης πρέπει να εξασφαλίσει ότι το περιθώριο της τράπεζας θα παραμένει σταθερό για όλη τη διάρκεια του δανείου και ότι η σύμβαση δεν θα δίνει το δικαίωμα μονομερούς αλλαγής στο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα.
4. Κάποιες τράπεζες δεν έχουν καταργήσει ακόμα τα έξοδα νομικού ελέγχου αλλά προσφέρουν σε αντάλλαγμα χαμηλό επιτόκιο. 1.0001.500 ευρώ μπορεί να απωθούν κατά πρώτης όψεως , αλλά μπορεί να αξίζει να πληρωθούν αν εξασφαλίζεται μηνιαία δόση .
5. Στα δάνεια για ανέγερση κατοικίας υπάρχει μια ουσιαστική διαφορά από τράπεζα σε τράπεζα. Άλλοι τοκίζουν εξαρχής τον πελάτη τους για ολόκληρο το ποσό, παρά το γεγονός ότι το δάνειο εκταμιεύεται ανάλογα με την πρόοδο των εργασιών. Υπάρχουν όμως και τράπεζες που τοκίζουν τον πελάτη τους μόνο για τα χρήματα που έχουν ήδη χορηγήσει.

## Πέντε Συμβουλές για να μη βρεθεί κανείς προ.....πλειστηριασμού

1. Μαγική συνταγή για την αποπληρωμή του δανείου δεν υπάρχει. Οι καταναλωτές θα πρέπει πριν πάρουν δάνειο να έχουν εξασφαλίσει δύο πράγματα:
  - A) Το ποσό ενός δανείου θα πρέπει να εξοικονομείται από «πηγές άντλησης ή εξοικονόμησης εισοδήματος» εκτός των δαπανών που προορίζονται να καλύψουν «βασικές ανάγκες».
  - B) Η διάρκεια αποπληρωμής ενός δανείου θα πρέπει να είναι ανάλογη με τη διάρκεια της ωφέλειας που θα δημιουργήσει η τοποθέτηση/ ανάλωση του δανείου.
2. Τα χρήματα για την αποπληρωμή των δόσεων ενός δανείου δεν πρέπει να προέρχονται από μείωση των δαπανών που προορίζονται για την αγορά αγαθών ή υπηρεσιών «βασικών αναγκών – διαβίωσης».
3. Η περικοπή των δαπανών για τα αγαθά και υπηρεσίες «πολυτελείας» θα πρέπει να είναι μερική. Η εξ ολοκλήρου περικοπή των δαπανών αυτών οδηγεί είτε σε ψυχοσυναισθηματική κόπωση είτε σε ένα εξαιρετικά περιορισμένο μη κοινωνικά φυσιολογικό ομαλό βίο της οικογένειας.
4. Οι καταναλωτές θα πρέπει να εκτιμήσουν συντηρητικά τα εισοδήματα και τις πάγιες ανάγκες τους. Εάν με το ποσό της περικοπής των δαπανών για αγαθά πολυτελείας συμπληρώνεται το απαιτούμενο ποσό για τη δόση του δανείου, μόνο τότε θα προχωρήσουν στη σύναψη του δανείου.
5. Στην αντίθετη περίπτωση θα πρέπει να περικοπεί το αρχικό ποσό του δανείου, είτε μειώνοντας τις απαιτήσεις ( π.χ. αγορά πιο φτηνού σπιτιού) ή να αναβληθεί χρονικά η σύναψη του δανείου μέχρι να συγκεντρωθεί το απαιτούμενο ποσό.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Πλέον στις μέρες μας, η έγκριση ενός δανείου από τα διάφορα πιστωτικά ιδρύματα, είναι μια εύκολη και γρήγορη διαδικασία, που μας βγάζει από τη δύσκολη θέση της έλλειψης ρευστού χρήματος.

Εδώ όμως πρέπει να μας δημιουργηθεί το εξής ερώτημα: Γιατί ένα τέτοιο σημαντικό ζήτημα έχει τόσο εύκολη λύση; Μήπως να σκεφτούμε και τις μελλοντικές συνέπειες που θα μας επιφέρει ο δανεισμός;

Για προς αποφυγή λοιπόν αρνητικών συνεπειών έχουμε να προτείνουμε στους μελλοντικούς δανειολήπτες κάποια σημεία προσοχής:

Να προχωρούν σε έρευνα της αγοράς για να επιλέξουν την Τράπεζα που προσφέρει τους ευνοϊκότερους για την περίπτωση τους, όρους.

- Να μελετούν με προσοχή τους όρους των συμβάσεων πριν τις υπογράψουν.
- Να μην διστάζουν να ερωτούν για διευκρινίσεις επί των σημείων που δεν τους είναι κατανοητά
- Να είναι συνεπείς στις υποχρεώσεις τους και να συνεργάζονται με τις Τράπεζες τόσο κατά την αξιολόγηση της πιστοληπτικής τους ικανότητας, παρέχοντας με ειλικρίνεια τα στοιχεία που τους ζητούνται, όσο και όταν αντιμετωπίζουν προβλήματα στην ομαλή εξυπηρέτηση των δανείων.
- Ειδικότερα στην περίπτωση καταναλωτικών δανείων, να εκτιμούν τις πραγματικές τους ανάγκες και να μην παρασύρονται από διαφημίσεις που δημιουργούν εικονικές ανάγκες συνδυασμένες με ευκολίες δανεισμού.
- Να συγκεντρώνουν την προσοχή τους στο συνολικό κόστος της όλης διάρκειας των δανείων και όχι μόνο στη προσφορά της αρχικής άτοκης ή με μειωμένο επιτόκιο περιόδου.
- Να αποφύγουν την λήψη νέων δανείων για να αντιμετωπίσουν ληξιπρόθεσμες οφειλές προηγούμενων, που οδηγεί κατά κανόνα σε υποχρέωση
- Να συνεργάζονται με τις Τράπεζες και να ενημερώνονται για τα όποια προβλήματα αντιμετωπίζουν στην εξυπηρέτηση των δανείων τους και να ζητούν ρύθμιση στα πλαίσια των δυνατοτήτων τους
- Στους εγγυητές συστήνεται να ενημερώνονται ειδικά για την έκταση των υποχρεώσεων που αναλαμβάνουν και να επιδιώκουν να πληροφορούνται για την πορεία εξόφλησης των δανείων που έχουν εγγυηθεί.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

### Ελληνικές Τράπεζες στο Internet

1. Alpha Bank: <http://www.alpha.gr/>
2. Aspis Bank: <http://www.aspisbank.gr/>
3. Citibank: <http://www.citibank.gr/>
4. Εμπορική Bank: <http://www.emporiki.gr/>
5. Eurobank: <http://www.eurobank.gr/>
6. Nova Bank: <http://www.novabank.gr/>
7. Probank: <http://www.probank.gr/>
8. Αγροτική Τράπεζα της Ελλάδος: <http://www.ate.gr/>
9. Γενική Τράπεζα: <http://www.geniki.gr/>
10. ΕΤΕΒΑ: <http://www.eteba.gr/>
11. Εγνατία Τράπεζα: <http://www.egnatibank.gr/>
12. Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος: <http://www.ethniki.gr/>
13. Ελληνική Τράπεζα: <http://www.hellenic-bank.com/>
14. Ασική Τράπεζα: <http://www.kafki.gr/>
15. Τράπεζα Αττικής: <http://www.bankofathens.gr/>
16. Τράπεζα Ελλάδος: <http://www.bankofgreece.gr/>
17. Τράπεζα Κύπρου: <http://www.bankofcyprus.gr/>
18. Τράπεζα Πειραιώς: <http://www.piraeusbank.gr/>







### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

#### ΟΛΑ ΤΑ ΣΤΕΓΑΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ ΤΩΝ ΕΜΠΟΡΙΚΩΝ ΤΡΑΠΕΖΩΝ (όπως ίσχυαν στις 12/2/2007)

ΤΡΑΠΕΖΑ	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ (%)	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΕΞΟΔΑ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΠΡΟΪΗ ΠΡΟΪΟΝΤΑ ΕΠΙΧΑΡΗΤΗ (πρόσθετο κόστος)
Alpha	EuroRate (Κυμαινόμενο EKT+περιθώριο 1,30%-1,80%)	4,30- 5,30 ανάλογα με το ποσό	Από 5 μέχρι 40 χρόνια	Εφάπαξ ομοίδη προέγκριση 50 ευρώ. Εφαρξέ δαπάνη νομικού και τεχνικού ελέγχου από 450 μέχρι 1.800 ευρώ ανάλογα με το ποσό και το είδος του δανείου.	Καμία ποινή στο κυμαινόμενο επιτόκιο. Στο σταθερό επιτόκιο τόκοι 4 μηνών και κόστος επαναστοθετήσεως, εφόσον προκύπτει.
	Σταθερό για 1 έτος	4,60			
	Σταθερό για 3 έτη	4,75			
	Σταθερό για 5 έτη	4,95			
	Σταθερό για 7 έτη	5,10			
	Σταθερό για 10 έτη	5,30			
	Αίτημα Προστασία	Σταθερό επιτόκιο 4,20% για 3 έτη. Στη συνέχεια 5,30% για 10 έτη, 5,40% για 15 έτη και 5,50% για 20 έτη.			
Δάνειο σε ελλειπικά φράγκα με βάση το Libor 3 μηνών	3,00 σταθερό για 3 έτη ή από 3,15 κυμαινόμενο				
Aspis	Σταθερό για 1 έτος	3,80	Από 5 έως 40 χρόνια	Χωρίς έξοδα διαχείρισης φακέλου, προσημείωσης, μηχανικού και δικηγόρου.	Ανεξόδη πρόωπη εξόφληση κατά την περίοδο κυμαινόμενου επιτοκίου.
	Σταθερό για 2 έτη	3,85			
	Σταθερό για 3 έτη	3,85			
	Σταθερό για 5 έτη	4,50			
	Κυμαινόμενο EKT+ περιθώριο 0,90%- 2,50%	4,40- 6,00			
Aspis Κατοικία Προστασίας Επιτοκίου	Σταθερό 3,85 για 1 έτος. Σταθερό 4,35 για 3 έτη. Στη συνέχεια κυμαινόμενο με προστασία + περιθώριο 2,30%.	Μέχρι 30 χρόνια	Εξόδα διαχείρισης φακέλου από 500 μέχρι 1.500 ευρώ ανάλογα με το ποσό. Εξόδα δικηγόρου και μηχανικού 500 ευρώ.		
ATEBank	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 1 έτος	3,80	Έως 40 χρόνια	Εφάπαξ έξοδα αμοιόγητης-έγκρισης από 450 μέχρι 1.500 ευρώ και περιλαμβόνουν όλα τα έξοδα νομικού και τεχνικού ελέγχου.	Καμία επιβάρυνση με κυμαινόμενο επιτόκιο. Τόκοι 3-6 μηνών για οήκη ή μερική πρόωπη αποπληρωμή για δάνεια με σταθερό επιτόκιο.
	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 3 έτη	4,30			
	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 5 έτη	4,60			
	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 10 έτη	5,00			
	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 15 έτη	5,10			
	Στέγη Ευρωπαϊκό 2007- Σταθερό για 20 έτη	5,45			
	Στέγη Ευρωπαϊκό-Κυμαινόμενο (επιτόκιο EKT + περιθώριο 1,30%- 2,30%)	4,80- 5,80 ανάλογα με το ποσό του δανείου.			
	ΑΤΕ Στέγη FIX -Σταθερών Κόστηδων	4,30 για τα 5 πρώτα έτη και μετά επιτόκιο EKT + περιθώριο από 1,30%			
Attica Bank	Σταθερό για 1 έτος	3,60	Έως 40 χρόνια	Χωρίς τα έξοδα προέγκρισης-εγκρίσεως-ελέγχου τίτλων και εκτίμησης ακινήτου (όφελος μέχρι 1.820 ευρώ) μέχρι 28/2/2007.	Χωρίς αποζημίωση για δάνεια κυμαινόμενου επιτοκίου. Για δάνεια σταθερού επιτοκίου πιθανό κόστος επανεπέδους, εφόσον προκύπτει.
	Σταθερό για 3 έτη	Από 4,40			
	Σταθερό για 5 έτη	Από 4,70			
	Σταθερό για 10 έτη	Από 5,10			
	Σταθερό για 15 έτη	Από 5,20			
	Αττική Ασφαλής Στέγη	3,60 σταθερό τον 1ο χρόνο και μετά κυμαινόμενο συνδεδεμένο με το επιτόκιο EKT + περιθώριο από 1,90%			
	Eurobor Μηνός	Eurobor + περιθώριο από 1,10%			
Κυμαινόμενο EKT + περιθώριο από 1,10%	Από 4,60				
Citibank	Σταθερό για 1 έτος	2,90	Από 5 μέχρι 35 χρόνια	Από 717 -1.630 ευρώ ανάλογα με το άποψ του δανείου και την τοποθεσία του ακινήτου και περιλαμβάνει: α) το έξοδα αμοιόγητης και έγκρισης, β) το έξοδα νομικού ελέγχου και γ) εκτίμησης του ακινήτου από	Δωρεάν μερική ή οήκη αποπληρωμή για κυμαινόμενο επιτόκιο. Δωρεάν για σταθερό επιτόκιο, εφόσον έχουν παρέλθει τα 6 πρώτα χρόνια του δανείου. Εάν η προεξόφληση γίνει στα πρώτα 3 χρόνια του δανείου τόκοι 6 μηνών
	Σταθερό για 3 έτη	3,90			
	Σταθερό για 5 έτη	4,20			
	Σταθερό για 10 έτη	4,50			
	Σταθερό για 15 έτη	4,70			
	Σταθερό για 20 έτη	5,10			

ΤΡΑΠΕΖΑ	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ (%)	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΑΝΕΙΟΥ (ετ)	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΠΟΙΝΗ ΠΡΟΣΦΙΣ ΕΙΣΦΑΡΜΙΣΤΕ (μερική και ολική)	
Citibank	Σταθερό για 25 έτη	5,50		συνεργαζόμενους μηχανικούς και δικηγόρους, τα οποία δεν προκαταβάλλονται, αλλά παρακρατούνται από το ποσό του δανείου κατά την εκταμίευσή	επί του ποσού. Από τον 4ο-6ο χρόνο τότε 3 μηνών επί του ποσού.	
	Euribor 6 μηνών πλέον περιθώριου από 1,00%	4,87- 5,12 ανάλογα με το ποσό				
	Euribor 1 μήνα πλέον περιθώριου	4,61-4,86 ανάλογα με το ποσό				
	EKT πλέον περιθώριου από 1,00%	4,50-4,75 ανάλογα με το ποσό				
Εθνική Τράπεζα	Σταθερό για 1 έτος	3,25 και μετά ξανά σταθερό ή 3,95	Από 5 μέχρι 40 χρόνια	Αποήλπιση από τις δαπάνες σύναξης δανείου μέχρι 31/03/2007.	Στα κλιμακώμενα επιτόκια χωρίς αποσβήσιμα επιβάρυνση. Κατά την περίοδο του σταθερού επιτοκίου, αποζημίωση που προκύπτει με βάση το κόστος επανεξέδωσης του εξοφλούμενου κεφαλαίου για την τράπεζα.	
	Σταθερό για 3 έτη	4,50	Από 3 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 5 έτη	4,70	Από 5 έως 40 χρόνια			
	Σταθερό για 10 έτη	5,10	Από 10 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 15 έτη	5,30	Από 15 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 20 έτη	5,50	Από 20 μέχρι 40 χρόνια			
	Επίσημο Σταθερό δόσος (EKT+ περιθώριο 1,85%-2,30%)	5,35-5,60	Μέχρι 30 χρόνια			
	Επίσημο Εξασφάλιση 5 (EKT+ περιθώριο 1,60% για 5 χρόνια και μετά EKT+ περιθώριο 1,30%)	Ανώτερο υψος επιτοκίου 6,10	20 έτη			
Εθνική Τράπεζα Προσώριο (Επιτόκιο EKT + περιθώριο 1,30%-3%)	4,80-6,50	Από 1 μέχρι 40 χρόνια				
Επίσημο Χαμηλής Εκκίνησης (Επιτόκιο EKT + περιθώριο 1,30%-3%)	4,80-6,50	Από 5 μέχρι 40 χρόνια				
EFG Eurobank Ελλάδας	Σταθερό για 3 έτη	4,80	Από 4 μέχρι 40 χρόνια	Δωρεάν έξοδα προέγκρισης νομικού και τεχνικού ελέγχου μέχρι 28/2/2007.	Δίνεται η δυνατότητα μηδενικού κόστους ανάδοχα με το είδος του προγράμματος που επιλέγει ο πελάτης	
	Σταθερό για 5 έτη	4,90	Από 6 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 10 έτη	5,00	Από 11 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 15 έτη	5,40	Από 16 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 20 έτη	5,50	Από 21 μέχρι 40 χρόνια			
	Σταθερό για 25 έτη	5,60	Από 26 μέχρι 40 χρόνια			
	EuroHome Ευρωπαϊκό (επιτόκιο EKT+ περιθώριο από 1,30%)	Από 4,80	Από 2 μέχρι 40 χρόνια			
SWISS σε ελβετικό φράγκο	Libor μηνός + περιθώριο από 1,10%	Από 2 μέχρι 30 χρόνια				
Ελληνική Τράπεζα	Σταθερό για 1 έτος	3,60	Μέχρι 40 χρόνια	Δωρεάν τα έξοδα αξιολόγησης-έγκρισης του δανείου, νομικού και τεχνικού ελέγχου	Καμία επιβάρυνση για κλιμακώμενο επιτόκιο. Για σταθερό επιτόκιο 2% επί του εξοφλούμενου κεφαλαίου. Για σταθερό 15ετίας ή και 3% επί του εξοφλούμενου κεφαλαίου.	
	Σταθερό για 3 έτη	4,90				
	Σταθερό για 5 έτη	5,00				
	Σταθερό για 7 έτη	3,55 το πρώτο έτος και 5,50 τα υπόλοιπα 6 χρόνια				
	Σταθερό για 10 έτη	5,40				
	Σταθερό για 15 έτη	5,50				
	Ελληνική Σύνθη Χαμηλής Εκκίνησης- Ευρώ	Σταθερό επιτόκιο 3,60 για το πρώτο έτος. Επιτόκιο Euribor 1 μηνός ή 3 μηνός + περιθώριο από 1,00% για τα επόμενα χρόνια				
	Ελληνική Σύνθη- Κλιμακώμενο	5,50				
Εμπορική Bank	Επιτόκιο Στεγαστικού Δανείου Home Extra (κλιμακώμενο EKT + περιθώριο από 1,50%)	Από 5,00 ανάλογα με το ποσό	Μέχρι 40 χρόνια	Εφάπαξ δαπάνη νομικού και τεχνικού ελέγχου από 800 μέχρι 1.900 ευρώ ανάλογα με το ποσό του δανείου.	Καμία ποινή στα δάνεια κλιμακώμενου επιτοκίου. Ποινή έφρασον η πράξη αποπληρωμή γίνει κατά τη διάρκεια ισχύος του σταθερού επιτοκίου	
	Σταθερό για 3 έτη	3,95				
	My Home Σταθερό για 5 έτη	Από 4,40				
	My Home Σταθερό για 7 έτη	Από 4,60				
	My Home Σταθερό για 10 έτη	Από 4,65				
	My Home Σταθερό για 15 έτη	Από 4,80				
	My Home Σταθερό για 20 έτη	Από 5,00				
	My Home Σταθερό για 25 έτη	Από 5,20				
	Home Extra Χαμηλής Εκκίνησης	Euribor 3 μηνός+ περιθώριο 1,30%				
	Προστασίας επιτοκίου	Euribor 3 μηνός + περιθώριο 1,60% για δάνεια μέχρι 15 χρόνια ή περιθώριο 1,70% για δάνεια μέχρι 20 χρόνια				Μέχρι 20 χρόνια

ΤΡΑΠΕΖΑ	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ (%)	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΕΙΣΟΔΑ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΠΟΙΝΗ ΠΡΟΒΛΗ ΕΙΣΦΟΡΛΗΤΗ (ΜΕΡΙΚΑ ΚΑΙ ΟΛΙΚΑ)
FBBank	Σταθερό για 1 έτος	3,90	Εως 30 χρόνια	Χωρίς αρχικά έξοδα δανείου. Τα υπόλοιπα έξοδα κυμαίνονται από 1.000 μέχρι 2.000 ευρώ.	Τόκοι 6 μηνών του καταβληθένου κεφαλαίου για σταθερό επιτόκιο. Καμία επιβάρυνση στο κυμαινόμενο.
	Σταθερό για 3 έτη	4,50			
	Σταθερό για 5 έτη	4,75			
	Σταθερό για 10 έτη	5,00			
	Κυμαινόμενο (επιτόκιο EKT + περιθώριο 1,00%-3,00%)	4,50- 6,50			
Επενδυτικό Δάνειο Σταθερής Δόσης	EKT+ περιθώριο από 1%	25 έτη			
Geniki Bank	Σταθερό για 3 έτη	4,25- 4,65 ανάλογα με το ποσό	Εως 30 χρόνια	Εφάπαξ δαπάνη εξέτασης αιτήματος και έγκρισης 400 ευρώ. Έξοδα νομικού και τεχνικού ελέγχου 505- 622 ευρώ.	Καμία επιβάρυνση σε κυμαινόμενο επιτόκιο. Τόκοι 6 μηνών αν δεν έχει παρέλθει το ήμισυ της χρονικής διάρκειας του δανείου και 3 μηνών αν έχει συμπληρωθεί.
	Σταθερό για 5 έτη	4,50- 4,75 ανάλογα με το ποσό			
	Σταθερό για 10 έτη	4,90- 4,95 ανάλογα με το ποσό			
	Σταθερό για 15 έτη	5,00			
	Σταθερό για 20 έτη	5,15			
	Σταθερό για 25 έτη	5,25			
	Σηία Euro- Κυμαινόμενο συνδεδεμένο με EKT + περιθώριο από 0,60%	Από 4,10	Εως 25 χρόνια		
	Geniki Σηία Ασφαλώς	Κυμαινόμενο Ευρίδοι 12 μηνών + περιθώριο ανάλογα με το ύψος του δανείου			
	Μειωτά 6%	Κυμαινόμενο EKT + περιθώριο από 1,55%	Εως 30 χρόνια		
	HSBC	Σταθερό για 3 έτη	4,55	Μέχρι 30 χρόνια	Χωρίς χρεώσεις για την εξέταση αιτήματος δανειοδοτήσης. Εκπτώση 50% στις δαπάνες προέγκρισης μίσθουμι 500 ευρώ. Νομικός έλεγχος 320 ευρώ, τεχνικός έλεγχος και εκτίμηση ακινήτου 130 ευρώ +ΦΠΑ.
Σταθερό για 5 έτη		4,70			
Σταθερό για 10 έτη		5,10			
Κυμαινόμενο (με βάση επιτόκιο EKT + περιθώριο 1%) Μέχρι 9/3/2007 εκπτώση 50% στο περιθώριο.		4,00 μέχρι 9/3/07			
Κοινοί	Σταθερό για 3 έτη	Από 4,50	Εως 35 χρόνια	Χωρίς έξοδα δανείου, δικηγόρου και μηχανικού.	Καμία επιβάρυνση για δάνεια με κυμαινόμενο επιτόκιο. Για τα σταθερά επιτόκια, σε περίπτωση αποζητημάτων εντός της διάρκειας μίσθουμι σταθερού επιτοκίου, είναι τα κόστος επενδύσεων του πρόκλησης εσοφρλομένων κεφαλαίου, λόγω της διαφοράς του συμβατικού καθορισμένου σταθερού επιτοκίου και του επιτοκίου στην αγορά χρήματος.
	Σταθερό για 5 έτη	Από 4,65			
	Σταθερό για 10 έτη	Από 5,25			
	Σταθερό για 15 έτη	Από 5,50			
	Επιτόκιο 1 μηνών ή EKT + περιθώριο από 1,25% έως 1,40%	Με βάση το EKT από 4,75			
Marfin Bank - Ενωμένη Λογική	Marfin Στεγαστικό	0% επιτόκιο τον πρώτο χρόνο και μετά EKT + περιθώριο από 0,50%. Εξαμηνιακά 3 σταθερό επιτόκιο για 3 χρόνια και μετά EKT + περιθώριο από 0,75%.	Μέχρι 40 χρόνια	Χωρίς έξοδα νομικού και τεχνικού ελέγχου. Εφάπαξ δαπάνες εξέτασης αιτήματος 500 ευρώ.	Πρώτη εξόφληση χωρίς κόστος στο κυμαινόμενο επιτόκιο. Στην περίοδο σταθερού επιτοκίου αποζητησια με μέγιστο ποσό τους τόκους 6 μηνών επί του κεφαλαίου που αποζητηνεται.
	Σταθερό για 3 έτη	3,00			
	Σταθερό για 5 έτη	4,45- 4,95			
	Σταθερό για 7 έτη	4,45- 4,95			
	Σταθερό για 10 έτη	4,50- 5,00			
	Σταθερό για 15 έτη	4,60- 5,10			
	Σταθερό για 20 έτη	4,60- 5,10			
Millennium Bank	Σταθερό για 1 έτος	4,10	Μέχρι 40 χρόνια	Μηδενικά έξοδα μέχρι 1.500 ευρώ	Καμία ποινή για δάνεια με κυμαινόμενο επιτόκιο.
	Σταθερό για 2 έτη	4,10			
	Σταθερό για 3 έτη	4,35			
	Σταθερό για 5 έτη	4,80			
	Σταθερό για 10 έτη	5,25			
	Ατάκη περίοδος για 6 μήνες	0% για 6 μήνες. Στη συνέχεια EKT + περιθώριο από 1,25%			
	Στεγαστικό σε εμβατικό νόμισμα	Λίθοι 1 μήνα + περιθώριο από 1,10%			

ΤΡΑΠΕΖΑ	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ (%)	ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΕΙΔΟΣ ΔΑΝΕΙΟΥ	ΠΡΩΤΗ ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΗ ΕΣΦΟΔΙΑΣΕΩΣ (μηνιαία και ετήσια)
Παραβάσις	Σταθερό για 1 έτος		Έως 40 χρόνια	Δωρεάν εξέταση επιτόκους 200 ευρώ Έξοδα τεχνικού ελέγχου 98 ευρώ και νομικού 252 ευρώ.	Καμία επιβάρυνση για κυμαινόμενο επιτόκιο. Τα δάνεια σταθερού επιτοκίου υπάρχει κόστος επανατοποθέτησης.
	Σταθερό για 3 έτη	Από 4,50			
	Σταθερό για 5 έτη	Από 4,65			
	Σταθερό για 10 έτη	Από 5,10			
	Σταθερό για 15 έτη	Από 5,30	Έως 25 χρόνια		
	Σταθερό για 20 έτη	Από 5,60			
	Κυμαινόμενο EKT+ περιθώριο	Μεταβάλλεται	Έως 30 χρόνια		
	Ευlibor 1 μηνός + περιθώριο	Μεταβάλλεται μηνιαία			
Έτεγη για οδους- Ευlibor 1 μηνός + περιθώριο	Μεταβάλλεται μηνιαία	Έως 30 χρόνια			
Σε επιβεβλητικό πρόβλεψη με σταθερό επιτόκιο για 3 έτη	Από 3,30. Μετά Libor 1 μηνά πλέον περιθωρίου.				
Σταθερός δόσης- Ευlibor 1 μηνός + περιθώριο	Σταθερή μηνιαία δόση + κυμαινόμενο επιτόκιο	Έως 30 έτη			
Probank	Σταθερό για 1 έτος	3,70	Έως 35 χρόνια	Δικηγορικά έξοδα 265 ευρώ και υφιστάμενος από 500 μέχρι 1.200 ευρώ. Εκτίμηση σκεπής από 118, μέχρι 605 ευρώ.	Σε σταθερό επιτόκιο ενός έτους δεν ξεπερνά τους τόκους 6 μηνών αν η παροχή αποπληρωμή γίνει το πρώτο έτη και τους τόκους 3 μηνών αν συμβεί το δεύτερο έτη.
	Σταθερό για 2 έτη	4,40			
	Σταθερό για 3 έτη	4,60			
	Σταθερό για 5 έτη	5,20			
	Σταθερό για 10 έτη	5,40			
	Σταθερό για 15 έτη	5,50			
	Κυμαινόμενο	5,50			
	Ευlibor 1 μηνός συν περιθώριο 2% η Ευlibor 3 μηνών + περιθώριο 2% για όλη τη διάρκεια του δανείου για ποσά άνω των 100.000 ευρώ	Μεταβάλλεται μηνιαία			
Κυμαινόμενο EKT+ περιθώριο από 1,10%	Από 4,60				
Κυμαινόμενο EKT+ σταθερό περιθώριο 1,50% για δύο χρόνια	5,00				
UCI	Σταθερό για 1 έτος	3,95	Μέχρι 40 χρόνια	Από 500 μέχρι 1.500 ευρώ ανάλογα με το ύψος του δανείου	Καμία ποινή σε χυριστόμενο και σταθερό επιτόκιο.
	Σταθερό για 3 έτη	4,75			
	Σταθερό για 5 έτη	4,95			
	Σταθερό για 10 έτη	5,20			
	Σταθερό για 15 έτη	5,35			
	Ευlibor 12 μηνών + περιθώριο 0,90% - 1,50%	Μεταβάλλεται κάθε χρόνο			
Κυμαινόμενο	EKT + περιθώριο 0,90% - 1,50% ή μέσος όρος της αγοράς + 0,20%				
Ταχυδρομικό Ταμείο	Σταθερό για 1 έτος	3,95	Μέχρι 40 χρόνια	Χωρίς έξοδα νομικού ελέγχου, τεχνικού ελέγχου και σύμβασης.	Χωρίς ποινή προεξόφλησης στα δάνεια κυμαινόμενου επιτοκίου. Τόκοι 3 μηνών για σταθερά επιτόκιο.
	Σταθερό για 3 έτη	4,25			
	Σταθερό για 5 έτη	4,45			
	Σταθερό για 10 έτη	5,00			
	Σταθερό για 15 έτη	5,35			
	Μου Ανήκει Extra Ευρωκατοικία 1 (Κυμαινόμενο EKT + περιθώριο 0,95% σταθερό για 3 έτη). Ανάλογα με το ποσό του δανείου	4,45			
	Μου Ανήκει Extra Ευρωκατοικία 2 (Κυμαινόμενο EKT + περιθώριο 0,70% σταθερό για 3 έτη). Ανάλογα με το ποσό του δανείου	4,20			
	Ευρωκατοικία 1 (EKT + περιθώριο 1,63%) Ανάλογα με το ποσό του δανείου	5,13			
Ευρωκατοικία 2 (EKT + περιθώριο 1,38%) Ανάλογα με το ποσό του δανείου	4,89				

Σημ: Στο επιτόκιο δανείων περιθώριο γίνεται εφαρμογή 0,12%. Το επιτόκιο της EKT είναι 3,30%

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### A. Ελληνική βιβλιογραφία

- Αποστολόπουλος Θ.(1980) **Οικονομικά Μαθηματικά και Στοιχεία Τραπεζικών Εργασιών**. Έκδοση Ευγενίδειου Ιδρύματος , Αθήνα.
- Αποστολόπουλος Θ.(1996) **Περιγραφική Στατιστική Επιχειρήσεων**. Έκδοση Γ΄, Αθήνα.
- Βόσκογλου Μ.(2002).**Εφαρμοσμένα Μαθηματικά**. Μακεδονικές Εκδόσεις ,Αθήνα.
- Βόσκογλου Μ.(1999).**Μαθηματικά για τον Τομέα της Διοίκησης & της Οικονομίας**. Μακεδονικές Εκδόσεις , Έκδοση Γ΄, Αθήνα.
- Γκιούρας Β.(1997).**Ελληνικό Excel για τα Windows '95 (βήμα προς βήμα)**.Εκδοτική, Αθήνα.
- Κατοπόδη Ε. – Κικίλα Π.(1994). **Οικονομικά Μαθηματικά**. Μακεδονικές Εκδόσεις, Αθήνα.
- Κούγια Ι. – Γεωργίου Δ.(2004). **Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά**. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα.
- Κουμούσης Ι.(1986). **Οικονομικά Μαθηματικά**. Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα.
- Μαγείρου Ε.(1993).**Οικονομικά Μαθηματικά και Αξιολόγηση Επενδύσεων**. Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Μαρκάτος Κ. **Μαθηματικά Γενικά και Πιστωτικά Μετ'εφαρμογών στην Οικονομία και Διοίκηση**. Εκδόσεις Ελληνικός Λόγος, Αθήνα.
- Παπαμηχαήλ Δ.(1993). **Οικονομικά Μαθηματικά**. Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Αθήνα.
- Ξεπαπαδέας Α.(1989).**Μαθηματικές Μέθοδοι στα Οικονομικά**. Εκδόσεις Σμπίλιας. Αθήνα.

## **B. Διευθύνσεις στο Internet**

- <http://www.disabled.gr>
- <http://www.altermedia.gr>
- <http://www.buildings.gr/greek>
- <http://www.esee.gr>
- <http://www.realestate.gr>

## **Γ. Οικονομικά έντυπα.**