

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

# **ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΣΥΣΚΕΥΗ ΛΥΓΙΣΜΟΥ**



**ΦΟΙΤΗΤΗΣ: ΣΟΥΡΙΛΑΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΠΑΥΛΟΣ (Α.Μ. 6913)**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΔΙΑΜΑΝΤΑΚΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ  
ΜΕΤΑΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΟΣ ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ**

**ΠΑΤΡΑ 2022**



# ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν αποτελεί την Πτυχιακή Εργασία που εκπονήθηκε στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Πελοποννήσου και αναφέρεται στην κατασκευή συσκευής λυγισμού και γενικότερα σε φαινόμενα λυγισμού,

Η χρησιμότητα της κατασκευής της εργαστηριακής συσκευής λυγισμού εξυπηρετεί στην καλύτερη κατανόηση των φαινομένων του λυγισμού και γενικότερα στην εξοικείωση των φοιτητών με τα φαινόμενα καταπόνησης. Στην αρχή κατασκευάστηκε και μελετήθηκε ένα αρχικό σχέδιο της συσκευής λυγισμού και αναλύθηκε στο σχεδιαστικό πρόγραμμα CATIA® V5 ως προς τη λειτουργικότητά του. Στη συνέχεια, έγινε η κατασκευή της συσκευής.

Ευχαριστώ θερμά τον Επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Ιωάννη Διαμαντάκο, Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, για την αμέριστη στήριξη καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας, τις πολύτιμες συμβουλές, τον τρόπο σκέψης και οργάνωσης που μου μετέδωσε.

Σουρίλας Αλέξανδρος – Παύλος  
Ιούνιος, 2022

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο πλαίσιο της παρούσης Πτυχιακής έγινε ο αρχικός σχεδιασμός συσκευής μελέτης φαινομένων λυγισμού, η δομική ανάλυση της ιδιοσυσκευής και στη συνέχεια κατασκευάστηκε η πειραματική διάταξη λυγισμού. Για τον αρχικό σχεδιασμό της πειραματικής διάταξής αφού κατακτήσαμε το θεωρητικό υπόβαθρο των φαινομένων λυγισμού και λαμβάνοντας υπόψιν προϋπάρχοντα σχέδια ανατρέχοντας στην τρέχουσα στάθμη βιβλιογραφικά καταλήξαμε στο παρών μοντέλο. Η δυσκολία του αρχικού σχεδιασμού συνίσταται στο γεγονός ότι πρέπει να συμβιβαστεί η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της πειραματικής διάταξης με το κόστος κατασκευής της και την ευκολία υλοποίησής της. Για την δομική ανάλυση της ιδιοσυσκευής επιλέχθηκε μια απλοποιημένη γεωμετρία ώστε η επίλυση της να μην παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία. Η επιλογή του απλοποιημένου μοντέλου έγινε με ιδιαίτερη προσοχή έτσι ώστε να οδηγήσει σε μια αξιόπιστη δομή ενώ οι δομές που δεν λήφθηκαν υπόψιν προστίθενται στην τελική μορφή της συσκευής μόνο για δυσκαμψία. Η μελέτη της δομής της προκύπτουσας γεωμετρίας έγινε στο σχεδιαστικό πρόγραμμα CATIA® V5 όπου χρησιμοποιήσαμε τα εργαλεία προσομοιώσεων που δίνονται για τους υπολογισμούς τόσο των τάσεων όσο και τη μελέτη της δομής ως προς της παραμορφώσεις που εμφανίστηκαν σε επιτρεπτά πλαίσια. Στη συσκευή μελετήθηκαν και προσαρμόστηκαν οι κατάλληλοι μετρητικοί αισθητήρες και αντίστοιχες συγκρατητικές δομές προκειμένου να καταγράφονται τα πειραματικά δεδομένα που απαιτούνται για τους απαραίτητους υπολογισμούς σε λυγισμό για τα διάφορα δοκίμια. Τέλος δημιουργήθηκε ένα εργαστηριακό φυλλάδιο για τον τρόπο υλοποίησης του πειράματος με τον υπολογισμό των διαφόρων χαρακτηριστικών μεγεθών που απορρέουν από το πείραμα του λυγισμού. Σκοπός του φυλλαδίου είναι να μοιράζεται στους φοιτητές, ώστε να τους βοηθάει στην ορθή διεκπεραίωση του πειράματος. Βάση του εργαστηριακού φυλλαδίου υλοποιήθηκε πείραμα στην υπό μελέτη διάταξη όπου και επαληθευτήκαν με πολύ μικρές αποκλίσεις οι δοθείσες από τον κατασκευαστή μηχανικές ιδιότητες του δοκιμίου μας. Τέλος προτείνονται βελτιώσεις για την παρούσα διάταξη, ως μελλοντική εργασία, που αφορούν τη διεύρυνση των δυνατοτήτων της συσκευής για περαιτέρω πειράματα (νέοι τρόποι πρόσδεσης-συγκρατητικές δομές δοκιμίων) και την διεξαγωγή πιο αξιόπιστων συμπερασμάτων με μεγαλύτερη ακρίβεια (να ληφθεί υπόψιν η παραμόρφωση του πλαισίου-η μείωση τριβών με προσθήκη γραμμικών εδράνων στην διεύθυνση κίνησης-νομός hooke-μετρητικές διατάξεις).

Λέξεις κλειδιά: Αρχικός Σχεδιασμός, Φαινόμενα Λυγισμού, Δομική Ανάλυση, Κατασκευή Πειραματικής Διάταξης, Πειραματική Επαλήθευση, Εργαστηριακό Φυλλάδιο, Βελτιστοποίηση Συσκευής.

## Κατάλογος Πινάκων

|  |    |
|--|----|
| Πίν. 1 Βασικά εξαρτήματα πειραματικής διάταξης όπως υποδεικνύονται από την εικ.7 | 32 |
| Πίν. 2: Μηχανικές ιδιότητες πλαισίου   | 37 |
| Πίν. 3 Μηχανικές ιδιότητες δοκιμίου από κατασκευαστή.                            | 51 |
| Πίν. 4 Βάρη εξαρτημάτων που συμμετέχουν στις μετρήσεις.                          | 55 |

## Κατάλογος Σχημάτων

|  |    |
|--|----|
| Εικ. 1 Παράδειγμα αμφιαρθρωτής ράβδου  | 21 |
| Εικ. 2 Τύποι στηρίξεως σε αντιστοιχία με τους τύπους του κρίσιμου φορτίου και το ανοιγμένου μήκους λυγισμού. | 21 |
| Εικ. 3 Το ανοιγμένο μήκος λυγισμού για κάθε είδος στήριξης   | 22 |
| Εικ. 4 Τυπική κυματομορφή καμπύλης τάσης συναρτήσει της λυγιρότητας $\sigma\kappa = f(\lambda)$ .            | 29 |
| Εικ. 5:Υπολογισμός κρίσιμης τάσης λυγισμού   | 30 |
| Εικ. 6 Βασικές επιλογές Σχεδίασης τύπου κατακόρυφου πλαισίου και οριζοντίου.[15][16]                         | 31 |
| Εικ. 7: Πειραματική διάταξη.   | 33 |
| Εικ. 8: Παράδειγμα μοχλικού συστήματος τύπου μηχανικού γρύλου βίδας.   | 35 |
| Εικ. 9: Κλασικό παράδειγμα ζυγαριάς με ελατήριο.   | 36 |
| Εικ. 10 Αμφίπακτο πλαίσιο πειραματικής διάταξης.   | 38 |
| Εικ. 11 Διαστάσεις πλαισίου πειραματικής διάταξης.   | 40 |
| Εικ. 12 Διαστάσεις πλαισίου πειραματικής διάταξης με επιπλέον οριζόντια δοκό δυσκαμψίας.                     | 41 |
| Εικ. 13 Μηχανικές ιδιότητες πλαισίου.  | 42 |
| Εικ. 14 Επιλογή στατικής δομικής ανάλυσης.   | 43 |
| Εικ. 15 Καθορισμός στοιχείων πλέγματος.  | 44 |
| Εικ. 16 Καθορισμός συνοριακών συνθηκών.  | 45 |
| Εικ. 17 Προσδιορισμός της δύναμης φόρτισης του πλαισίου.   | 46 |
| Εικ. 18 Διάγραμμα τάσεων Von Mises.  | 49 |
| Εικ. 19 Διάγραμμα μετατοπίσεων-παραμορφώσεων.  | 50 |
| Εικ. 20: Αρχική τοποθέτηση δοκιμίου για καλιμπράρισμα ζυγαριάς.  | 54 |

|   |    |
|---|----|
| <i>Εικ. 21: Τελική τοποθέτηση δοκιμίου.</i>   | 56 |
| <i>Εικ. 22: Δοκίμιο σε αστοχία λόγω λυγισμού.</i>   | 57 |
| <i>Εικ. 23 Παραδείγματα «ιχθυοειδής» μορφής υποστυλωμάτων.</i>  | 60 |
| <i>Εικ. 24 Παράδειγμα πειραματικής διάταξης με έδρανα ολίσθησης ανεξάρτητα του κύριου πλαισίου.</i>                       | 63 |
| <i>Εικ. 25 Σημεία πρόσδεσης δοκιμίων για πειραματική διάταξη με ανεξάρτητα έδρανα οδηγούς.</i>                            | 64 |
| <i>Εικ. 26 Σχεδιασμός συγκρατητικής δομής που επιτρέπει την περιστροφή ως προς την ελάχιστη τιμή της ροπής αδράνειας.</i> | 65 |
| <i>Εικ. 27 Προσθήκη νεύρων δυσκαμψίας στις γωνιές συγκράτησης.</i>  | 66 |
| <i>Εικ. 28 Η πειραματική διάταξη χωρίς της συγκρατητικές δομές.</i>   | 67 |
| <i>Εικ. 29: Πείραμα πάκτωσης σε κύλιση.</i>   | 68 |
| <i>Εικ. 30 Πείραμα άρθρωσης σε άρθρωση.</i>   | 69 |
| <i>Εικ. 31 Πείραμα πάκτωσης σε άρθρωση.</i>   | 70 |
| <i>Εικ. 32 Πείραμα πάκτωσης σε άρθρωση σε συνδυασμό με κύλιση.</i>  | 71 |
| <i>Εικ. 33 Πείραμα πάκτωσης σε πάκτωση.</i>   | 72 |

## Περιεχόμενα

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Πρόλογος .....</b>   | <b>3</b>  |
| <b>Περίληψη .....</b>   | <b>4</b>  |
| <b>Κατάλογος Πινάκων .....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>Κατάλογος Σχημάτων.....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>Περιεχόμενα .....</b>  | <b>7</b>  |
| <b>Σκοπός της Πτυχιακής εργασίας.....</b>                                       | <b>9</b>  |
| <b>Εισαγωγή .....</b>   | <b>10</b> |
| <b>θεωρητικό υπόβαθρο [7,8,9,10,11,12,13,14].....</b>                           | <b>13</b> |
| <b>Το φαινόμενο του λυγισμού.....</b>   | <b>13</b> |
| <b>Κρίσιμο φορτίο λυγισμού .....</b>  | <b>15</b> |
| <b>Θεωρητικός υπολογισμός κρίσιμου φορτίου λυγισμού και τύπος Euler.....</b>    | <b>17</b> |
| <b>Ελαστικός και πλαστικός λυγισμός .....</b>                                   | <b>24</b> |
| <b>Ο τύπος του Tetmayer.....</b>  | <b>25</b> |
| <b>Διερεύνηση-έλεγχος αντοχής .....</b>   | <b>28</b> |
| <b>Αρχική σχεδίαση εργαστηριακής συσκευής .....</b>                             | <b>31</b> |
| <b>Αρχές λειτουργίας .....</b>  | <b>35</b> |
| <b>Υπολογισμός φορτίων και διαστασιολογήση διατομών συσκευής .....</b>          | <b>37</b> |
| <b>Σύγκριση εργαστηριακών μετρήσεων συσκευής με θεωρητικές προβλέψεις .....</b> | <b>52</b> |

|   |                  |
|---|------------------|
| <b><i>Εγχειρίδιο χρήσης εργαστηριακής συσκευής.....</i></b>                     | <b><i>55</i></b> |
| <b><i>Τοποθέτηση δοκιμίου: .....</i></b>  | <b><i>55</i></b> |
| <b><i>Διεξαγωγή πειράματος-αποτελέσματα: .....</i></b>                          | <b><i>58</i></b> |
| <b><i>Βασικά συμπεράσματα που απορρέουν από τα πειράματα λυγισμού:.....</i></b> | <b><i>59</i></b> |
| <b><i>Συμπεράσματα-Μελλοντική Εργασία .....</i></b>                             | <b><i>62</i></b> |
| <b><i>Βιβλιογραφία .....</i></b>  | <b><i>75</i></b> |
| <b><i>Παράρτημα .....</i></b>   | <b><i>79</i></b> |
| <b><i>Κατασκευή εργαστηριακής συσκευής .....</i></b>                            | <b><i>79</i></b> |



## **Σκοπός της Πτυχιακής εργασίας**

Στην παρούσα Πτυχιακή έγινε σχεδιασμός, δομική ανάλυση και κατασκευή μίας οικονομικής εργαστηριακής συσκευής θλίψης για την μελέτη των φαινομένων λυγισμού. Σκοπός των πειραμάτων λυγισμού είναι ο προσδιορισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού  $P_{κρ}$  σε ένα δοκίμιο, το οποίο καταπονείται «σημειακά» από μία συνιστώσα δύναμης προοδευτικά αυξανόμενη, χωρίς την ύπαρξη εξωτερικών καμπτικών ροπών. Ο σχεδιασμός της διάταξης πραγματοποιήθηκε με τέτοιο τρόπο ώστε η υλοποίηση της κατασκευής να είναι εύκολη και απλή στοχεύοντας στην επίλυση του προβλήματος της έλλειψης εξοπλισμού στα περισσότερα από τα εργαστήριά του πανεπιστήμιου μας. Η δημιουργία εγχειριδίου χρήσης για εργαστηριακές ασκήσεις αποσκοπεί στην ορθή χρήση της συσκευής από τους φοιτητές. Η κατανόηση και τα πειράματα πάνω στις μηχανικές ιδιότητες των υλικών υπό διάφορες συνθήκες φόρτισης είναι ιδιαίτερα σημαντική στην εκπαίδευση. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οι περισσότερες πειραματικές διατάξεις θλίψης εισάγονται στη χώρα, για αυτό είναι σημαντικό να σχεδιαστεί και να κατασκευαστεί μια πειραματική διάταξη χαμηλού κόστους με υλικά εύκολα στην ανεύρεση τους προάγοντας την τεχνογνωσία μας.

## **Εισαγωγή**

Ο πειραματικός έλεγχος παίζει σημαντικό ρόλο στην αξιολόγηση των βασικών μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών, τον ποιοτικό έλεγχο και την ανάπτυξη νέων υλικών για χρήση στο σχεδιασμό και τις κατασκευές [1]. Έχει διαπιστωθεί ότι κάθε υλικό έχει μια σειρά από ενδιαφέροντες και χρήσιμες μηχανικές ιδιότητες, οι οποίες παίζουν σημαντικό ρόλο στην επιλογή και χρήση του αντίστοιχου υλικού στις κατασκευές μας. Θα ήταν ωραίο αν ένας τύπος πειραματικής δοκιμής μπορούσε να μετρήσει όλες τις ιδιότητες των υλικών, δυστυχώς όμως καμία δοκιμή δεν μπορεί να το κάνει αυτό. Ωστόσο, η πειραματική δοκιμή θλίψης μπορεί να πραγματοποιηθεί με μια αρκετά εύκολη πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού και είναι ένα καλό σημείο για να ξεκινήσει ένα εργαστήριο μελέτης των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών [2]. Η πειραματική δοκιμή θλίψης είναι μια μέθοδος για την αξιολόγηση της ικανότητας ενός υλικού να αντέχει σε θλιπτικά φορτία. Τα υλικά συμπεριφέρονται διαφορετικά στη θλίψη από ότι στον εφελκυσμό, οπότε είναι σημαντικό να εκτελούνται πειραματικές δοκιμές που προσομοιώνουν την κατάσταση που το υλικό θα βιώσει σε πραγματικές συνθήκες χρήσης [3]. Η παρούσα πειραματική διάταξη θλίψης θα χρησιμοποιηθεί περισσότερο για τον προσδιορισμό του κρίσιμου φορτίου σε πειράματα λυγισμού. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα πειράματα θλίψης, που δεν αφορούν το λυγισμό, σε όλκιμα υλικά (μέταλλα) παρουσιάζουν μεγάλη δυσκολία στην διεξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων. Η δυσκολία προέρχεται από δύο βασικές αιτίες που εμφανίζονται στο πείραμα, την αστάθεια των δυνάμεων θλίψης (compression instability) και την εμφάνιση ισχυρών δυνάμεων τριβής πειραματικής διάταξης και

δοκιμίου (frictional restraint) [4]. Για τους παραπάνω λόγους η δοκιμές θλίψης που δεν αφορούν τον λυγισμό βρίσκουν κυρίως εφαρμογή στα ψαθυρά υλικά όπως κονιάματα, τούβλα από σκυρόδεμα και κεραμικά προϊόντα, των οποίων οι αντοχές σε εφελκυσμό είναι χαμηλές σε σύγκριση με τις αντοχές τους σε θλίψη και που χρησιμοποιούνται κυρίως για να αντιστέκονται σε θλιπτικές δυνάμεις[5]. Η δοκιμές θλίψης που έχουν καθιερωθεί σε μέταλλα αναφέρονται κυρίως στα φαινόμενα λυγισμού. Στη μηχανική με τον όρο “λυγισμό”, νοείται αστοχία λόγω απώλειας της ευστάθειας ενός φορέα που υπόκειται μόνο σε αυστηρά κεντρικό αξονικό φορτίο.

Οι πειραματικές διατάξεις παρέχουν τις βασικές μεθόδους μελέτης και ποιοτικού ελέγχου προϋπαρχόντων υλικών αλλά και ανάπτυξης νέων. Υπάρχουν τρεις κατηγορίες πειραματικών διατάξεων θλίψης, το μηχανικό μοχλικό σύστημα, το ηλεκτρομηχανικό και το υδραυλικό. Γενικά, οι πειραματικές διατάξεις με ηλεκτρομηχανική υποβοήθηση είναι ικανές για ένα ευρύ φάσμα ταχυτήτων συμπίεσης, με μεγάλες εγκάρσιες μετατοπίσεις και δημιουργία υψηλών δυνάμεων, ενώ οι υδραυλική και μοχλική υποβοήθηση αποτελούν οικονομικότερες λύσεις που μπορούν να λειτουργήσουν και χειροκίνητα. Στην παρούσα πειραματική διάταξη επιλέχτηκε ένα μοχλικό σύστημα τύπου «γρύλου» καθώς το κρίσιμο φορτίο λυγισμού προσδιορίζεται πολύ εύκολα πειραματικά. Με την εμφάνιση του φαινομένου λυγισμού ο δείκτης φόρτισης του δοκιμίου υποχωρεί απότομα (αστοχία υλικού), οπότε η μέγιστη τελική ένδειξη του δείκτη φόρτισης καθορίζεται και ως το μέγιστο φορτίο λυγισμού.

Κατά την Πτυχιακή έγινε διεξοδική μελέτη των αντίστοιχων πειραματικών διατάξεων που πληρούν της απαιτήσεις των βιομηχανικών προτύπων. Οι

θλιπτικές μηχανές που πραγματοποιούνται πειραματικές δοκιμές λυγισμού επιβάλλουν θλιπτικό φορτίο υπό σταθερή ταχύτητα, ενώ διαθέτουν ειδικές συγκρατητικές δομές ώστε να μπορεί να στηριχθεί το δοκίμιο ανάλογα με τις απαιτήσεις της δοκιμής (αμφιαρθρωτά, αμφίπακτη, άρθρωση σε πάκτωση κτλ.).

Βάση της τρέχουσας στάθμης έγιναν οι υπολογισμοί, τα πρωταρχικά σχέδια και κατασκευάστηκε η διάταξη με επιλεγμένα υλικά που πληρούσαν τις δομικές απαιτήσεις. Η δυσκολία στην διεξαγωγή ορθών αποτελεσμάτων έγκειται στην επιλογή των δοκιμίων που δεν πρέπει να έχουν αρχικές ατέλειες αλλά και στην εκκεντρότητα του φορτίου που μπορεί να οδηγήσει μια λανθασμένη συναρμογή στα σημεία πρόσδεσης της διάταξης. Η αξιοπιστία των πειραματικών αποτελεσμάτων της τελικής διάταξης είναι ιδιαίτερα σημαντική. Συγκεκριμένα πρέπει να προσδιοριστούν οι αποκλίσεις που εμφανίζει η πειραματική τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού από τη θεωρητικά υπολογιζόμενη μέσω του τύπου του Euler. Η θλιπτική διάταξη αξιολογήθηκε βάση ενός δοκιμίου, το υλικό του οποίου είχε γνωστό διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης, επιτρέποντας τη σύγκριση των μηχανικών του ιδιοτήτων με αυτά που προέκυψαν πειραματικά σε αμφίπακτη στήριξη. Τα αποτελέσματα μετρήσεων της δοκιμής έδωσαν πολύ μικρά σφάλματα σε σχέση με τα θεωρητικά. Συμπεραίνουμε ότι η πειραματική διάταξη είναι μια λύση χαμηλού κόστους για τα πανεπιστήμια που επιθυμούν θλιπτικές πειραματικές διατάξεις μελέτης αντοχής υλικών αλλά δεν είναι σε θέση να τις αποκτήσουν και να χρηματοδοτήσουν εμπορικά διαθέσιμες.

## **θεωρητικό υπόβαθρο [7,8,9,10,11,12,13,14]**

### **Το φαινόμενο του λυγισμού**

Λυγισμός ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο ένα ελαστικό δοκίμιο με ευθύγραμμο άξονα, που υποβάλλεται σε κεντρική θλίψη με συνεχώς αυξανόμενη τιμή φορτίου, μεταπίπτει μετά από μια οριακή τιμή φορτίου σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας. Η ισορροπία χαρακτηρίζεται ως ασταθής διότι στην παραμικρή διαταραχή (επίδραση φορτίου κατά την εγκάρσια κατεύθυνση) επέρχεται κατάρρευση. Η διαταραχή στην πράξη δεν προκαλείται με πρόθεση αλλά αυθόρμητα λόγω μικροατελειών που υφίστανται στην κατασκευή και λόγω της όχι απόλυτα αξονικής φόρτισης. Η μορφή του παραμορφωμένου δοκιμίου είναι παρόμοια με αυτή μιας δοκού που δέχεται καμπτικό φορτίο στο μέσο της. Γενικά, το φαινόμενο του λυγισμού μίας ράβδου επηρεάζεται από:

1. Το μέτρο του θλιπτικού φορτίου.
2. Τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού της.
3. Το σχήμα, τη γεωμετρία και το μέγεθος της εγκάρσιας διατομής της.
4. Το μήκος της.
5. Τον τρόπο στήριξης των άκρων της.

Ο λυγισμός είναι κυρίως ένα πρόβλημα ποσοτικοποίησης της ευστάθειας των φορέων. Λόγω της ιδιομορφίας αυτού του πιθανολογικού προβλήματος η εμφάνιση του οποίου εξαρτάται από τους προαναφερθέντες παράγοντες, ο λυγισμός παίζει πρωταρχικό ρόλο στην σχεδίαση και κατασκευή των φορέων. Τη στιγμή εμφάνισης του φαινομένου του λυγισμού η κατασκευή αντέχει μικρότερη τιμή φορτίου από αυτήν που άντεχε μέχρι την έναρξη του φαινομένου. Η μειωμένη

αντοχή οφείλεται στην αλλαγή της τοπολογίας, δηλαδή στο γεγονός ότι το δοκίμιο έχει ξεφύγει από την ευθύγραμμη κατάσταση συνεπώς το θλιπτικό φορτίο πάνω στις εγκάρσιες διατομές ασκείται πλέον έκκεντρα με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται και ροπή κάμψης, η οποία αυξάνει περαιτέρω την εκκεντρότητα, που με την σειρά της επιδρά στη ροπή κάμψης, οπότε γρήγορα δημιουργείται μεγάλη καμπυλότητα, το υλικό αναπτύσσει πλαστική παραμόρφωση και τέλος αστοχεί. Συνήθεις αιτίες της δημιουργίας ασταθούς ισορροπίας είναι:

- (1) Η από κατασκευής ελαφρά καμπυλότητα του δοκιμίου.
- (2) Η από "κατασκευής", αδυναμία μετάδοσης της θλιπτικής δύναμης απόλυτα κεντρικά, δηλαδή κατά τον ιδεατό επιμήκη άξονα του δοκιμίου.
- (3) Η ανομοιόμορφη κατανομή της τάσης στις εγκάρσιες διατομές του δοκιμίου.
- (4) Η μη απόλυτη ομοιογένεια του υλικού ως προς τη μηχανική του συμπεριφορά.
- (5) Οι εξωτερικές δυνάμεις που μπορεί να επενεργήσουν κάθετα προς τον άξονα του δοκιμίου και δεν μπορούν να προβλεφθούν ούτε να υπολογιστούν εκ των προτέρων.

## **Κρίσιμο φορτίο λυγισμού**

Κρίσιμο φορτίο λυγισμού  $F_{κρ}$  ονομάζεται το θλιπτικό φορτίο που βάζει ένα σαφές διαχωριστικό όριο μεταξύ της ευσταθούς ισορροπίας στην κατάσταση της απλής θλίψης και της ασταθούς κατάστασης λυγισμού. Όταν το θλιπτικό φορτίο έχει μέτρο μικρότερο από μια ορισμένη τιμή, η οποία ονομάζεται κρίσιμο φορτίο λυγισμού ( $F_{κρ}$ ), δεν εμφανίζεται λυγισμός. Και αν ακόμη προκαλέσουμε κάποια καμπύλωση του άξονα της δοκού με μια στιγμιαία εγκάρσια δύναμη, ο άξονας επανέρχεται στην αρχική ευθύγραμμη θέση του, δηλαδή βρίσκεται σε μια κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας. Αν όμως το μέτρο του θλιπτικού φορτίου υπερβεί το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, τότε, αν για οποιονδήποτε λόγο προκληθεί μια καμπύλωση του άξονα, αυτός δεν επανέρχεται στην αρχική ευθύγραμμη θέση του, αλλά παραμένει καμπυλωμένος. Τότε λέμε ότι έχουμε λυγισμό. Δηλαδή ο λυγισμός είναι μια κατάσταση ασταθούς ισορροπίας του άξονα. Όσο αυξάνει το μέτρο του θλιπτικού φορτίου, πέραν του κρίσιμου φορτίου λυγισμού, τόσο αυξάνει η πιθανότητα εμφάνισης του λυγισμού. Θεωρητικά υπάρχει μια ιδανική περίπτωση που η ράβδος είναι εντελώς ευθύγραμμη με το θλιπτικό φορτίο να ασκείται αξονικά ακριβώς στο κεντροειδές της διατομής της, εκεί είναι δυνατόν να έχουμε ισορροπία της ράβδου ακόμα και όταν η  $P$  είναι μεγαλύτερη της  $P_{κρ}$ . Όμως η ισορροπία αυτή είναι τόσο ασταθής, που η παραμικρή εξωτερική «ενόχληση», που μπορεί να προκαλέσει ένα ελάχιστο βέλος κάμψης, που θα αυξηθεί απότομα και θα οδηγήσει τη ράβδο σε καμπύλωση ή και θραύση της. Στην πραγματικότητα υπάρχουν πάντοτε αίτια, σαν αυτά που προαναφέραμε, που

μπορούν να προκαλέσουν πλάγια παραμόρφωση στις ράβδους. Γι αυτό έχει καθιερωθεί οι συντελεστές ασφάλειας έναντι λυγισμού να είναι πάντα μεγαλύτεροι. Συγκεκριμένα για την ευνοϊκότερη αντιμετώπιση του λυγισμού στην πράξη, π.χ. παραλαβή μεγαλύτερου κρίσιμου φορτίου από συγκεκριμένη διατομή, φροντίζουμε να διαμορφώσουμε τις στηρίξεις των θλιβομένων ράβδων, έτσι ώστε, να λειτουργούν κατά το δυνατόν σαν πακτώσεις. Όμως επειδή θεωρητικά οι πακτώσεις δεν είναι ποτέ τέλειες, στους υπολογισμούς δε λαμβάνεται υπόψη το πλεονέκτημα της πάκτωσης, αλλά θεωρείται ότι οι ράβδοι στηρίζονται αρθρωτά

$$(L_a=L, P_{κρ} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L^2}) .$$



## **Θεωρητικός υπολογισμός κρίσιμου φορτίου λυγισμού και τύπος Euler.**

Ο φημισμένος Αυστριακός μαθηματικός Leonard Euler (1707 – 1783), που υπήρξε μαθητής του Bernoulli και θεωρείται ο μεγαλύτερος όλων των εποχών, ήταν

ο πρώτος που διερεύνησε την περίπτωση λυγισμού μιας ράβδου και καθόρισε το κρίσιμο φορτίο της, το 1744. Η θεωρία του βασίζεται στις παρακάτω παραδοχές:

1. Η ράβδος είναι ιδανικά ευθύγραμμη.
2. Το φορτίο ενεργεί ακριβώς στον άξονά της.
3. Το υλικό της ράβδου είναι ισότροπο, δηλαδή έχει ίδιες ιδιότητες σε εφελκυσμό και θλίψη.
4. Ισχύει ο νόμος του Hooke, δηλαδή η ορθή τάση που αναπτύσσεται είναι μικρότερη από το όριο αναλογίας του υλικού.

Οι θεωρητικές αυτές παραδοχές, ιδιαίτερα οι 1 και 2, έγιναν για να μπορέι το πρόβλημα του λυγισμού να αντιμετωπιστεί με προσιτά μαθηματικά μέσα.

Έστω η αμφιαρθρωτή ράβδος της **Εικ.1** μήκους  $L$ , η οποία στηρίζεται στη βάση  $A$  με άρθρωση και στο επάνω τμήμα  $B$  με αρθρωτή κύλιση, χωρίς τριβές. Θεωρούμε ότι στο επάνω τμήμα ασκείται θλιπτικό αξονικό φορτίο  $P$  κεντρικά. Για τον υπολογισμό της κρίσιμης τιμής του θεωρείται σύστημα συντεταγμένων  $(w,z)$  που διέρχεται από την άρθρωση στη βάση της ράβδου. Η ροπή κάμψης που αναπτύσσεται σε κάθε διατομή της ράβδου που απέχει  $z$  απόσταση από το σημείο  $A$  δίνεται από τη σχέση:  $M(z) = P * w(z)$ , ενώ η ροπή κάμψης συνδέεται με το βέλος κάμψης με τη σχέση  $E * I * \frac{d^2w}{dz^2} = -M(z)$ . Τελικά, η διαφορική εξίσωση της

ελαστικής γραμμής δίνει  $E * I * \frac{d^2w}{dz^2} = -P * w(z)$  **(1)**. Αν οριστεί το μέγεθος  $u^2 = \frac{P}{E * I}$ , τότε η παραπάνω διαφορική εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως  $\frac{d^2w}{dz^2} + u^2 * w(z) = 0$  **(2)**. Η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης **(2)** θα προκύψει αν βρούμε δύο μερικές λύσεις που να την ικανοποιούν. Πολύ εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι οι συνάρτησεις  $w = \eta\mu(uz)$  και  $w = \sigma\upsilon\nu(uz)$  είναι λύση της αφού και στις δυο περιπτώσεις  $\frac{d^2w}{dz^2} = -u^2 * \eta\mu(uz)$ . Επομένως η γενική λύση της διαφορικής **(2)** είναι της μορφής  $w = c_1 * \eta\mu(u * z) + c_2 * \sigma\upsilon\nu(u * z)$  **(3)**, όπου το  $c_1, c_2$  είναι σταθερές ολοκλήρωσης που υπολογίζονται μέσω των οριακών συνθηκών, που εδώ εκφράζονται από το γεγονός ότι η πλάγια υποχώρηση της ράβδου στα άκρα της είναι μηδενική. Έτσι, για το σημείο A λαμβάνεται η πρώτη συνθήκη με  $(z=0, w=0)$ , όπου προκύπτει ότι  $c_2=0$  ( $0 = c_1 * \eta\mu(0) + c_2 * \sigma\upsilon\nu(0)$ ,  $0 = c_1 * \eta\mu(0) + c_2 * 1$ ), ενώ για το σημείο B συνδιαστικά με την πρώτη συνθήκη ( $w = c_1 * \eta\mu(zu)$ ) λαμβάνεται η δεύτερη συνθήκη με  $(z=L, w=0)$ , όπου προκύπτουν οι παραδοχές  $c_1=0$  ή  $\eta\mu(uL)=0$ .

Στην πρώτη παραδοχή όπου  $c_1=0$  η ράβδος ισορροπεί κατακόρυφα (ευθεία) διότι η πλάγια μετατόπιση  $w$  είναι μηδενική για οποιαδήποτε τιμή του  $z$ . Η λύση αυτή ονομάζεται εκφυλισμένη, και αντιστοιχεί σε ιδανική ράβδο (που διατηρείται ευθύγραμμη σε ευσταθή ή ασταθή ισορροπία). Όμως σαν λύση δεν μας ενδιαφέρει, επειδή αρχικά υποθέσαμε ότι η ράβδος έχει υποστεί καμπύλωση. Η δεύτερη παραδοχή όπου  $\eta\mu(uL)=0$  μπορεί να εμφανιστεί μόνο όταν  $u * L = 0, 2\pi, 3\pi, \dots$  ( $u * L = n * \pi$ ) και για  $n=0$  προκύπτει ότι η  $u=0$  που καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η δύναμη  $P=0$  (αδιάφορη λύση αφού η

ράβδος δεν φορτίζεται). Θεωρούμε λοιπόν την περίπτωση  $u^l = n \cdot \pi$  με  $n=1,2,3,\dots$  και καταλήγουμε στη σχέση  $P = n^2 \frac{\pi^2 EI_{min}}{L^2}$  (4) που εκφράζει τις λύσεις που ικανοποιούν τη διαφορική (2) που είναι διαφορετικές της εκφυλισμένης.

Η εξίσωση της ελαστικής γραμμής της ράβδου για  $u = n \frac{\pi}{L} z$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) είναι  $w = c_1 * \eta \mu \left( \frac{n * \pi * z}{L} \right)$ .

Θεωρητικά, η καμπύλωση της ράβδου είναι δυνατόν να εμφανιστεί μόνον όταν η  $P$

λαμβάνει τιμές που προκύπτουν από την σχέση (4) για ακέραια  $n$ . Για όλες τις άλλες

«ενδιάμεσες» τιμές της  $P$ , η ράβδος ισορροπεί αν παραμείνει ευθεία. Επομένως οι τιμές της  $P$  που δίνονται από τη σχέση (4), εκφράζουν ουσιαστικά τα κρίσιμα φορτία της ράβδου. Αν  $n=1$  τότε λαμβάνεται η μικρότερη τιμή του φορτίου  $P$ ,

δηλαδή το κρίσιμο φορτίο  $P_{κρ}$  όπου ισχύει  $P_{κρ} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L^2}$ . Αυτή η σχέση αποτελεί

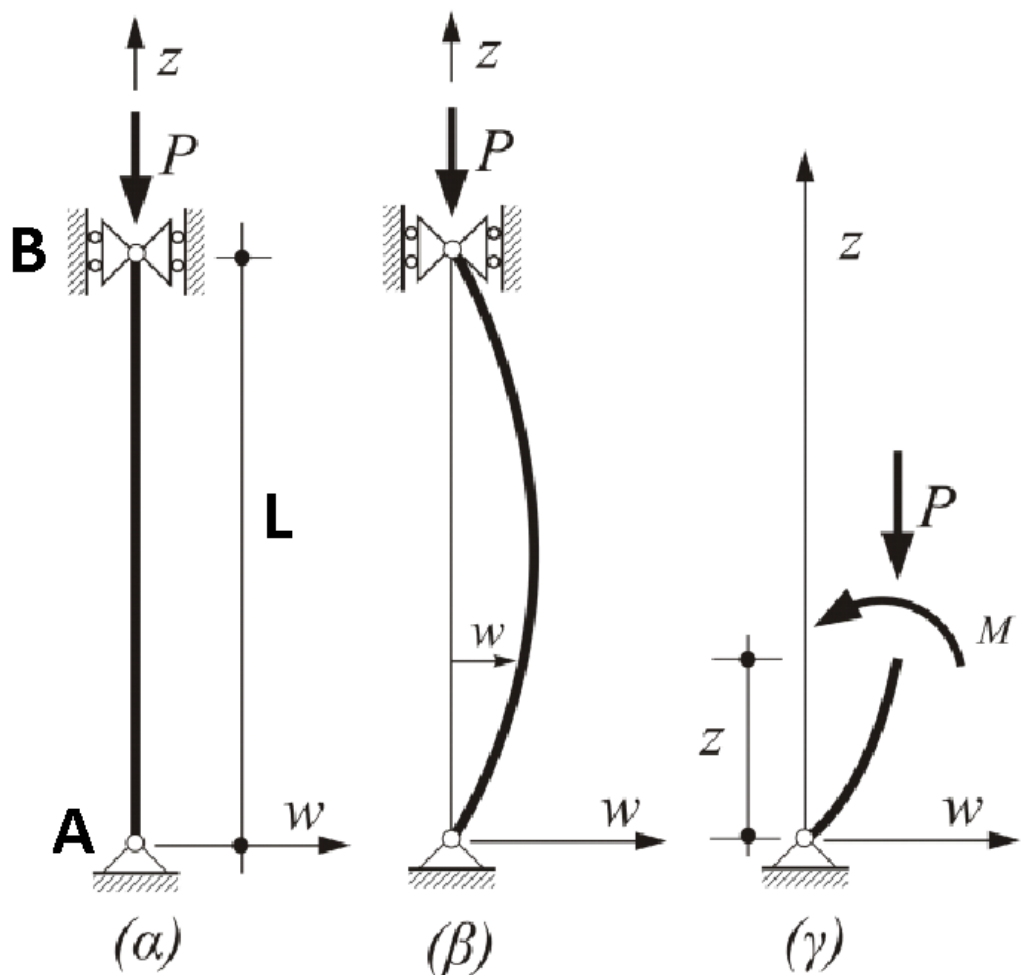
τον τύπο του Euler για το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σε λεπτή ορθή αμφιαρθρωτή ράβδο. Παρατηρούμε από την σχέση (4) ότι ενώ το  $P_{κρ}$  είναι ανάλογο του  $n^2$

ανώτεροι τύποι λυγισμού με  $n > 1$  δεν παρουσιάζουν κανένα πρακτικό ενδιαφέρον, επειδή η ράβδος λυγίζει άμα η δύναμη  $P$  φτάσει την τιμή της  $P_{κρ}$ .

Οπότε ο μόνος τρόπος για να πάρουμε ανώτερους τύπους λυγισμού, είναι να εξασφαλίσουμε πλευρική στήριξη στα «σημεία καμπής».

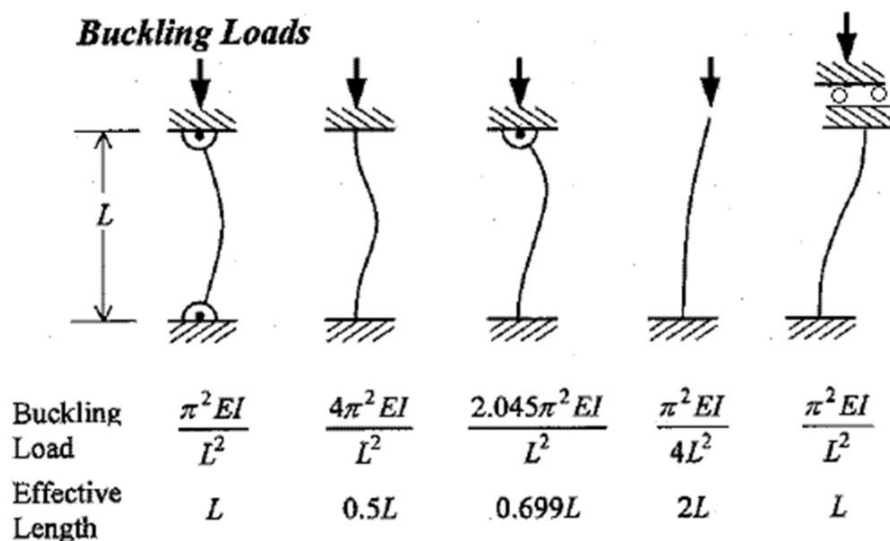
Η διερεύνηση του κρίσιμου φορτίου οδηγεί σε τρεις περιπτώσεις:  $P < P_{κρ}$ ,  $P = P_{κρ}$ ,  $P > P_{κρ}$ . Στην πρώτη περίπτωση το βέλος κάμψης είναι πάντα μηδενικό οπότε επικρατεί ισορροπία που χαρακτηρίζεται ως ευσταθής, δηλαδή αν

η ράβδος ωθηθεί προς τα πλάγια (με μικρό φορτίο) και έπειτα αφεθεί ελεύθερη, αυτή θα επανέλθει στην αρχική της θέση. Στη δεύτερη περίπτωση, διατηρείται η ισορροπία με μικρές τιμές του βέλους κάμψης, παίρνοντας το χαρακτηρισμό αδιάφορης ή ουδέτερης ευστάθειας. Συνεπώς, αν η ράβδος ωθηθεί προς τα πλάγια και αφεθεί τότε αυτή η διατηρήσει μια μικρή απόκλιση. Τέλος, στην τρίτη περίπτωση αν ασκηθεί στη ράβδο μια οποιαδήποτε ώθηση προς τα πλάγια, θα έχει ως συνέπεια, την απροσδιόριστη αύξηση της απόκλισης, οπότε η ισορροπία αυτή χαρακτηρίζεται ασταθής.



Εικ. 1 Παράδειγμα αμφιαρθρωτής ράβδου

Γενικά έχει επικρατήσει η μελέτη σε πέντε είδη στηρίξεων όπως αυτά παρουσιάζονται παρακάτω στην **Εικ.2**.

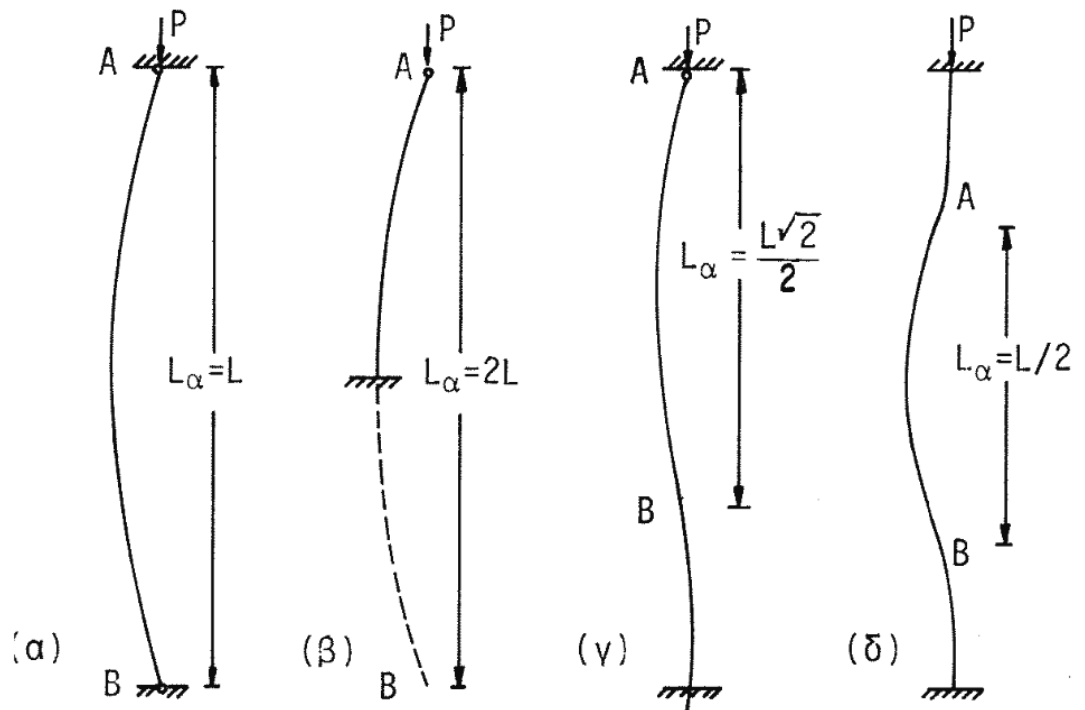


Εικ. 2 Τύποι στηρίξεως σε αντιστοιχία με τους τύπους του κρίσιμου φορτίου και το ανοιγμένου μήκους λυγισμού.

Με βάση την αρχική θεώρηση της αμφιαρθρωτής ράβδου προκύπτουν και οι υπολογισμοί για τα άλλα είδη στηρίξεων. Συγκεκριμένα όταν η στήριξη της ράβδου που υπόκειται σε λυγισμό δεν είναι αμφιαρθρωτή όπως αυτή που ήδη εξετάσαμε, τότε η ελαστική της γραμμή είναι πάλι ημιτονοειδής. Όμως τα σημεία καμπής της (πραγματικά ή φανταστικά), δεν είναι στις στηρίξεις, αλλά σε διαφορετικές θέσεις, ώστε μεταξύ των διαδοχικών σημείων καμπής η ελαστική γραμμή να είναι η ίδια για κάθε περίπτωση στήριξης.

Γίνεται λοιπόν σαφές ότι εκείνο που χαρακτηρίζει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δεν είναι το μήκος της ράβδου αυτό καθ' εαυτό αλλά η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών σημείων καμπής της ελαστικής γραμμής που ονομάζεται μήκος λυγισμού και συμβολίζεται με  $L_{\alpha}$ .

Το μήκος λυγισμού διαφέρει σε κάθε ράβδο, ανάλογα με τον τρόπο στήριξής της. Στην **Εικ.3** παρουσιάζονται τέσσερις διαφορετικοί τρόποι στήριξης των άκρων μιας ράβδου πραγματικού μήκους  $L$ , με το αντίστοιχο, για κάθε περίπτωση, μήκος λυγισμού  $L_\alpha$ . Συγκεκριμένα:



**Εικ. 3** Το ανοιγμένο μήκος λυγισμού για κάθε είδος στήριξης

Συγκεκριμένα:

Στην περίπτωση (α) έχουμε αμφιαρθρωτή στήριξη (άρθρωση και στα δύο άκρα) τα άκρα του δοκιμίου μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα και μπορούν να μετακινηθούν μόνο κατά την αρχική διεύθυνση του επιμήκους άξονα του δοκιμίου. Αυτή η περίπτωση είναι θεμελιώδης και είναι εκείνη που συναντούμε συχνότερα στις δομικές κατασκευές. Στην περίπτωση (β) έχουμε ελεύθερο το ένα άκρο και πακτωμένο το άλλο. Στην περίπτωση (γ) έχουμε πάκτωση στο ένα άκρο και

άρθρωση στο άλλο. Τέλος στην περίπτωση (δ) έχουμε αμφίπακτη στήριξη (πάκτωση και στα δύο άκρα): Τα δύο άκρα της δοκού μπορούν να κινηθούν το καθένα προς το μέρος του άλλου, κατά τη διεύθυνση του αρχικού επιμήκους άξονα του δοκιμίου, χωρίς να έχουν τη δυνατότητα περιστροφής.

## Ελαστικός και πλαστικός λυγισμός

Ανάλογα με την κάθε περίπτωση αντιστοιχεί και το ανοιγμένο μήκος λυγισμού με την σχέση υπολογισμού της κρίσιμης δύναμης λυγισμού να είναι  $P_{κρ} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L\alpha^2}$ . Αντίστοιχα, ορίζεται η κρίσιμη τάση λυγισμού ως  $\sigma_{κ} = \frac{P_{κρ}}{S} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L\alpha^2 S}$ , όπου  $S$  το εμβαδόν της διατομής της ράβδου. Στον υπολογισμό της, κρίσιμης τάσης  $\sigma_{κ}$  είναι φανερό ότι πρέπει να επιλεγεί η ελάχιστη τιμή της ροπής αδράνειας  $I_{min}$  της διατομής ως προς διάφορους κεντρικούς άξονες της διότι αυτή αντιστοιχεί στη δυσμενέστερη περίπτωση για το ενδεχόμενο του λυγισμού. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η τάση λυγισμού εξαρτάται από το υλικό (μέτρο ελαστικότητας  $E$ ) και από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τόσο της διατομής  $\frac{I}{S}$  όσο και του ανοιγμένου μήκους ( $L\alpha$ ). Ως λυγηρότητα ορίζεται το ο καθαρός αριθμός  $\lambda = \frac{L\alpha}{i_{min}}$ , όπου  $i_{min}^2 = \frac{I}{S}$  και παρέχει ένα μέτρο της ευαισθησίας της ράβδου σε λυγισμό. Η εξίσωση κρίσιμης τάσης που προκύπτει συναρτήση της λυγηρότητας  $\sigma_{κ} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$  παριστάνει κυβική υπερβολή και αποτελεί την ανηγμένη μορφή του τύπου του Euler και εκφράζει τη μεταβολή της κρίσιμης τάσης λυγισμού σε σχέση με τη λυγηρότητα της ράβδου. Πειραματικά διαπιστώθηκε ότι ο τύπος του Euler δίνει εξαγόμενα σύμφωνα με τα δεδομένα του πειράματος, μόνον όταν η λυγηρότητα  $\lambda$  είναι μεγαλύτερη από κάποια συγκεκριμένη τιμή, που ποικίλει ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο υλικό.

Πειραματικά διαπιστώθηκε ότι ο τύπος του Euler δίνει εξαγόμενα σύμφωνα με τα δεδομένα του πειράματος, μόνον όταν η λυγηρότητα  $\lambda$  είναι μεγαλύτερη από κάποια συγκεκριμένη τιμή, που ποικίλει ανάλογα με το χρησιμοποιούμενο υλικό.



Ο τύπος του Euler προϋποθέτει ότι το υλικό της ράβδου ακολουθεί το νόμο του Hooke. Αυτό σημαίνει ότι η κρίσιμη τάση λυγισμού  $\sigma_k$  θα πρέπει πάντα να είναι μικρότερη από το όριο αναλογίας του υλικού, δηλαδή η λυγηρότητα να είναι μεγαλύτερη από την τιμή:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_A}} \text{ διότι } \sigma_k \leq \sigma_A \text{ ή } \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_A.$$

Η λυγηρότητα  $\lambda_A = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_A}}$  ονομάζεται οριακή λυγηρότητα. Έτσι, αν η λυγηρότητα  $\lambda$  της ράβδου είναι μεγαλύτερη της  $\lambda_A$ , ο λυγισμός γίνεται με τάσεις που βρίσκονται στην ελαστική περιοχή των τάσεων, ενώ αν η  $\lambda$  είναι μικρότερη της  $\lambda_A$  ο λυγισμός θα γίνει με τάσεις μεγαλύτερες της  $\sigma_A$  που αντιστοιχούν στην πλαστική περιοχή του υλικού. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε τον ελαστικό, ενώ στη δεύτερη τον πλαστικό λυγισμό.

### ***Ο τύπος του Tetmayer***

Στον ελαστοπλαστικό λυγισμό έχουν διατυπωθεί μέχρι σήμερα τρεις θεωρίες αυτή του Engesser, του Karman και του Tetmajer. Στον πλαστικό λυγισμό, όπου είναι  $\lambda < \lambda_A$ , η τάση λυγισμού  $\sigma_k$  προφανώς είναι μεγαλύτερη της  $\sigma_A$  παίρνοντας, βάσει της σχέσης  $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ , τιμές μεγαλύτερες για μικρότερα  $\lambda$ . Είναι όμως φανερό, ότι αν η  $\sigma_k$ , καθώς αυξάνεται, φτάσει την τιμή του ορίου διαρροής  $\sigma_s$  του υλικού, η ράβδος γίνεται πλέον άχρηστη σαν στοιχείο κατασκευής επειδή πρακτικά θεωρείται ότι εξάντλησε τη φορτική της ικανότητα και επομένως η αντιμετώπιση του λυγισμού στην κατάσταση αυτή δεν παρουσιάζει κανένα ενδιαφέρον. Επομένως θα πρέπει να είναι:

$$\sigma_{\kappa} \leq \sigma_s$$

Στον ελαστοπλαστικό λυγισμό έχουν διατυπωθεί μέχρι σήμερα τρεις θεωρίες αυτή του Engesser, του Karman και του Tetmajer. Για τις τιμές της  $\sigma_{\kappa}$  που κυμαίνονται ανάμεσα στο όριο αναλογίας και στο όριο διαρροής του υλικού, ο Tetmajer διατύπωσε, ύστερα από πειραματική έρευνα, μια νέα σχέση που εκφράζει τη  $\sigma_{\kappa}$  σαν γραμμική συνάρτηση της λυγηρότητας  $\lambda$ :

$$\sigma_{\kappa} = a - b\lambda$$

όπου οι σταθερές  $a$  και  $b$  προσδιορίζονται πειραματικά και είναι διαφορετικές για κάθε υλικό. Η περιοχή όπου ισχύει ο τύπος του Tetmajer, δηλαδή η σχέση της  $\sigma_{\kappa}$ , προσδιορίζεται από τον περιορισμό της σχέσης  $\sigma_{\kappa} = a - b\lambda$ , οπότε

θα

πρέπει:

$$a - b\lambda \leq \sigma_s \rightarrow \lambda \geq \frac{a - \sigma_s}{b}.$$

Η οριακή τιμή  $\lambda_s = \frac{a - \sigma_s}{b}$  ονομάζεται ελάχιστη λυγηρότητα και είναι απαραίτητη για να λάβει χώρα ο πλαστικός λυγισμός.

Για παράδειγμα για τους χάλυβες τύπου st 37, st 48 και st 52 κατά Tetmajer ισχύει:

$$\sigma_{\kappa} = 2891 - 8,175\lambda \text{ για } 60 \leq \lambda \leq 100$$

$$\sigma_{\kappa} = 4691 - 21,75\lambda \text{ για } 60 \leq \lambda \leq 100$$

$$\sigma_{\kappa} = 5891 - 38,175\lambda \text{ για } 60 \leq \lambda \leq 100$$

Ανάλογα με την τιμή της λυγηρότητας τους οι ράβδοι διακρίνονται σε τρεις τύπους, σε μακρές ή λεπτές για  $\lambda \geq 100$ , μέσες για  $60 < \lambda < 100$  και βραχείες για  $\lambda \leq 60$ .

## Διερεύνηση-έλεγχος αντοχής

Από τις θεωρίες που έχουν αναπτυχθεί προηγουμένως, προκύπτει ότι ο πλαστικός λυγισμός εμφανίζεται μόνον όταν η λυγηρότητα  $\lambda$ , είναι:

$$\lambda_s \leq \lambda \leq \lambda_A$$

Για τιμές της λυγηρότητας μικρότερες της  $\lambda_s$  δεν υπάρχει καν φαινόμενο λυγισμού και η ράβδος υπολογίζεται απλά σε θλίψη. Από την άλλη πλευρά όμως, όταν η λυγηρότητα, όντας μεγαλύτερη της  $\lambda_A$ , είναι πολύ μεγάλη, η κρίσιμη τάση λυγισμού που προκύπτει από τη σχέση  $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$  είναι πολύ μικρή και επομένως ο λυγισμός εμφανίζεται για πολύ μικρές τιμές του φορτίου. Έτσι η ράβδος είναι πάλι άχρηστη σαν κατασκευαστικό στοιχείο. Γι αυτό στην πράξη δε χρησιμοποιούνται γενικά ράβδοι με λυγηρότητα μεγαλύτερη της  $\lambda_{max}$ . Στο σύστημα συντεταγμένων  $\lambda - \sigma_k$  της **Εικ.4** παριστάνεται η λεγόμενη κυβική υπερβολή του Euler. Για τον πλαστικό όμως λυγισμό, οι ερευνητές Considere, Engesser, Karman κλπ. βρήκαν θεωρητικά και πρακτικά ότι ισχύει η σχέση  $\sigma_k = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$  η οποία είναι παρόμοια με τη σχέση του Euler, όμως το  $T$  παριστάνει το λεγόμενο «εφαπτομενικό» ή «μειωμένο» μέτρο ελαστικότητας, μεταβλητό και δύσκολα προσδιοριζόμενο συναρτήσει του  $\lambda$ . Η σχέση  $\sigma_k = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$  παριστάνεται στο σχήμα με την ομώνυμη καμπύλη των παραπάνω ερευνητών. Όμως, επειδή η μορφή της δεν μπορεί να δοθεί με απλή εξίσωση, στην πράξη αντικαθίσταται με την ευθεία του Tetmayer  $\sigma_k = a - b\lambda$ .

Ο υπολογισμός των θλιβομένων ράβδων σε λυγισμό, γίνεται τώρα με το σκεπτικό ότι η υπάρχουσα θλιπτική τάση που αναπτύσσεται στη ράβδο πρέπει να

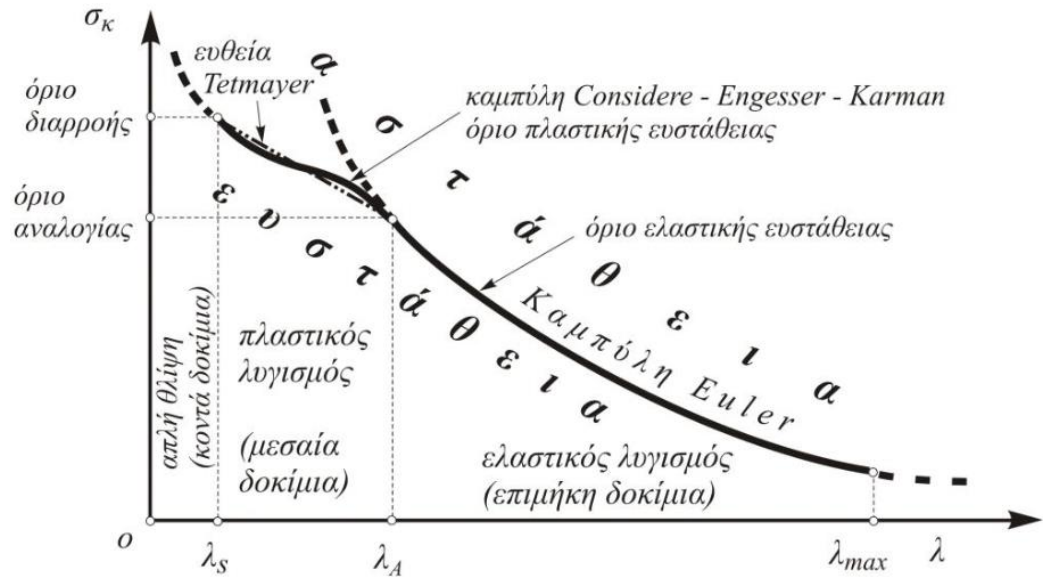
είναι μικρότερη του πηλίκου  $\sigma_k/\nu$ , όπου  $\sigma_k$  είναι η γνωστή τάση λυγισμού, που εδώ παίζει το βασικό ρόλο αστοχίας και  $\nu$  ο συντελεστής ασφάλειας σε λυγισμό.

Δηλαδή:

$$\sigma_{\text{υπ}} \leq \frac{\sigma_k}{\nu}$$

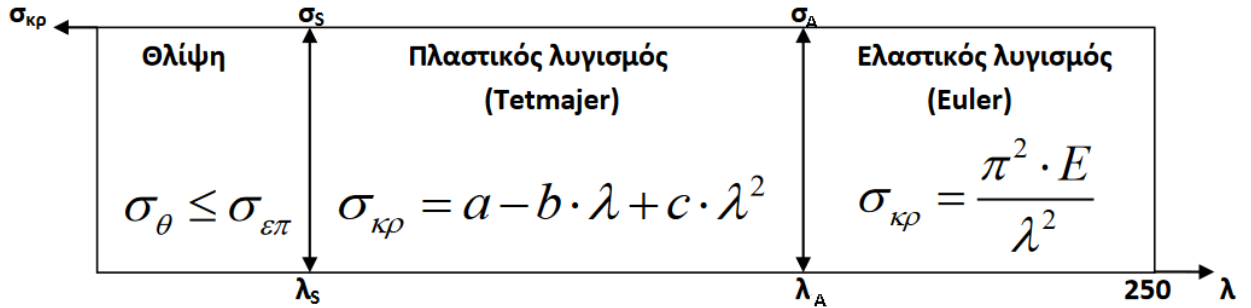
Στην παραπάνω σχέση, αν αντικαταστήσουμε τη  $\sigma_{\text{υπ}}$  με το πηλίκο  $P/s$  ( $P$  το φορτίο και  $s$  η διατομή της ράβδου), ενώ την  $\sigma_k$  με την τιμή που παίρνουμε είτε από τη σχέση για τον ελαστικό λυγισμό είτε από μία των σχέσεων για τον πλαστικό, θα βρούμε μια σχέση μεταξύ των  $P$ ,  $s$ ,  $\lambda$ ,  $E$  και  $\nu$ , από την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε την άγνωστη παράμετρο. Τα προβλήματα αυτού του είδους ακολουθούν συνήθως κυκλικές λύσεις με δοκιμές.

Από το διάγραμμα της **Εικ.4**, το οποίο δεν αναφέρεται σε συγκεκριμένο υλικό, αλλά δίνεται ενδεικτικά καθώς η μορφή του είναι γενική, δίνεται για κάθε τιμή λυγηρότητας η τάση αστοχίας της ράβδου, όπου είτε η ράβδος θα αστοχεί λόγω διαρροής είτε λόγω λυγισμού είτε με συνδυασμό και των δύο.



**Εικ. 4** Τυπική κυματομορφή καμπύλης τάσης συναρτήσει της λυγιρότητας  $\sigma_{\kappa} = f(\lambda)$ .

Στην καμπύλη διακρίνονται τρεις περιοχές. Αρχικά, εκ δεξιών εμφανίζεται η περιοχή του ελαστικού λυγισμού όπου ισχύει ότι  $\sigma_{\kappa} \leq \sigma_A$  και  $\lambda \geq \lambda_A$ . Σε αυτή την περιοχή ισχύει ο τύπος του Euler. Για την περιοχή που αντιστοιχεί στον ελαστοπλαστικό λυγισμό έχουν διατυπωθεί μέχρι σήμερα τρεις θεωρίες αυτή του Engesser, του Karman και του Tetmajer. Τέλος, στην περιοχή της  $\lambda \leq \lambda_s$  καμπύλης η ράβδος αστοχεί εξαιτίας διαρροής, πριν την εμφάνιση του φαινομένου του λυγισμού. Για ενδιάμεσες τιμές λυγιρότητας  $\lambda_s < \lambda < \lambda_A$ , η καμπύλη του Euler μπορεί να συμπληρωθεί είτε από την ευθεία Tetmajer είτε από κάποια άλλη καμπύλη (διακεκομμένη καμπύλη του παραπάνω σχήματος), αλλά αυτό δεν παίζει ουσιαστικό ρόλο δεδομένου ότι οι διαφορές  $\sigma_s - \sigma_A$  είναι εν γένει μικρές.

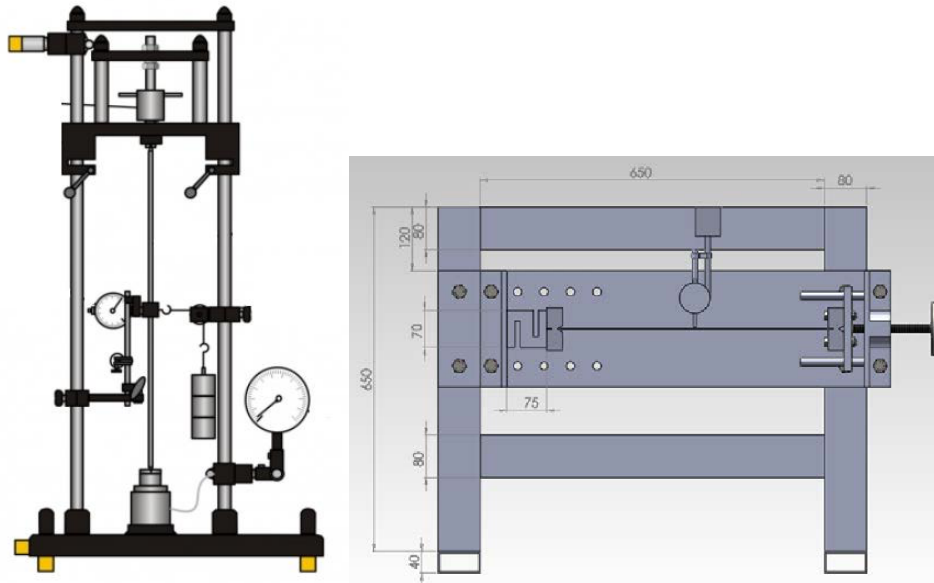


Εικ. 5:Υπολογισμός κρίσιμης τάσης λυγισμού

### Αρχική σχεδίαση εργαστηριακής συσκευής

Προκειμένου να κατασκευαστεί ένα καλό πρωτότυπο που να είναι αρθρωτό, εύκολα μεταφερόμενο και φθινό, χρειάζεται να ληφθούν διάφορες πτυχές και εκτιμήσεις. Η χρήση του μοντέλου σχεδίασης με τη βοήθεια υπολογιστή (CAD) που χρησιμοποιεί το λογισμικό Dassault System Catia V5 R19 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη μιας τρισδιάστατης διάταξης για την εύκολη κατανόηση του μοντέλου. Ο υπολογισμός του φορτίου, οι σωστές προδιαγραφές για τα επιμέρους χρησιμοποιούμενο εξάρτημα και διάφοροι άλλοι παράγοντες λαμβάνονται επίσης υπόψιν.

Το πρώτο βήμα του σταδίου της αρχικής σχεδίασης των σημαντικών εξαρτημάτων της πειραματικής διάταξης είναι να βρούμε μέσα από την βιβλιογραφία προϋπάρχοντα σχέδια και ιδέες που ικανοποιούν τις απαιτήσεις μας. Μελετώντας την τρέχουσα στάθμη παρατηρήσαμε δύο επιλογές σχεδίασης για το κύριο πλαίσιο, δηλαδή αυτή του κατακόρυφου πλαισίου και του οριζόντιου τύπου τραπέζι. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται κάποιες από τις πειραματικές διατάξεις που μελετήσαμε.



Εικ. 6 Βασικές επιλογές Σχεδίασης τύπου κατακόρυφου πλαισίου και οριζοντίου.[15][16]

Η πιο σημαντική παράμετρος για την επιλογή του σχεδιασμού του πλαισίου είναι στο να επιτρέπει την καλή θέαση του πειράματος από τις ομάδες των φοιτητών. Όσο αφορά τις συγκρατητικές δομές των δοκιμών εξετάσαμε αρκετά εναλλακτικά σχέδια καθώς σημαντική δυσκολία στο πείραμα έγκειται στην ορθή επιβολή του φορτίου στο δοκίμιο η οποία πρέπει να είναι κεντροβαρική της διατομής χωρίς να δημιουργεί ροπές κάμψης. Ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να ληφθεί υπόψη είναι η ευελιξία που θα έχει η διάταξη στην αλλαγή της πειραματικής διάταξης δοκιμών.

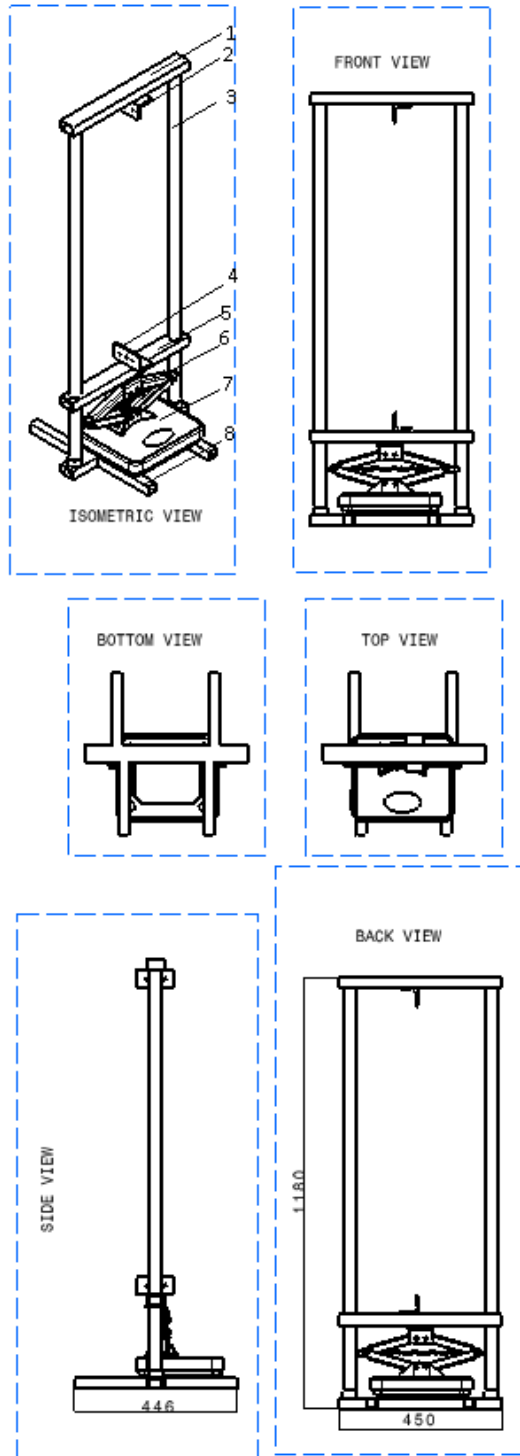
Για το θλιπτικό σύστημα της πειραματικής διάταξης, λαμβάνοντας υπόψιν την απλότητα οδηγηθήκαμε σε μοχλικό σύστημα τύπου γρύλου. Ενώ για την μέτρηση της δύναμης θλίψης επιλέξαμε έναντι των ψηφιακών οργάνων μια αναλογική ζυγαριά.

Η σχεδιαστική ιδέα που υιοθετήθηκε για τη μηχανή θλίψης υποδεικνύεται στην Εικ.7 όπου παρουσιάζεται η κάτοψη της συσκευής, η πλάγια όψη και η πρόοψη. Οι διαστάσεις της πειραματικής διάταξης θα δοθούν με τα σχεδιαστικά αρχεία μαζί με την παρούσα Πτυχιακή. Η συσκευή καταλαμβάνει έναν όγκο της τάξεως  $1180 \times 450 \times 446 \text{ mm}^3$ . Το κύριο πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από δομικό χάλυβα.

| A/A | ΒΑΣΙΚΑ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ |
|-----|---|
| 1   | Άνω οριζόντια δοκός πλαισίου            |
| 2   | Συγκρατητικές δομές πρόσδεσης δοκιμίου  |
| 3   | Οδηγοί-Πλαίσιο                          |
| 4   | Συγκρατητικές δομές πρόσδεσης δοκιμίου  |
| 5   | Κινητή οριζόντια δοκός                  |
| 6   | Μοχλικό σύστημα-γρύλος                  |
| 7   | Αναλογική ζυγαριά                       |
| 8   | Βάση της συσκευής                       |

Πίν. 1 Βασικά εξαρτήματα πειραματικής διάταξης όπως υποδεικνύονται από την



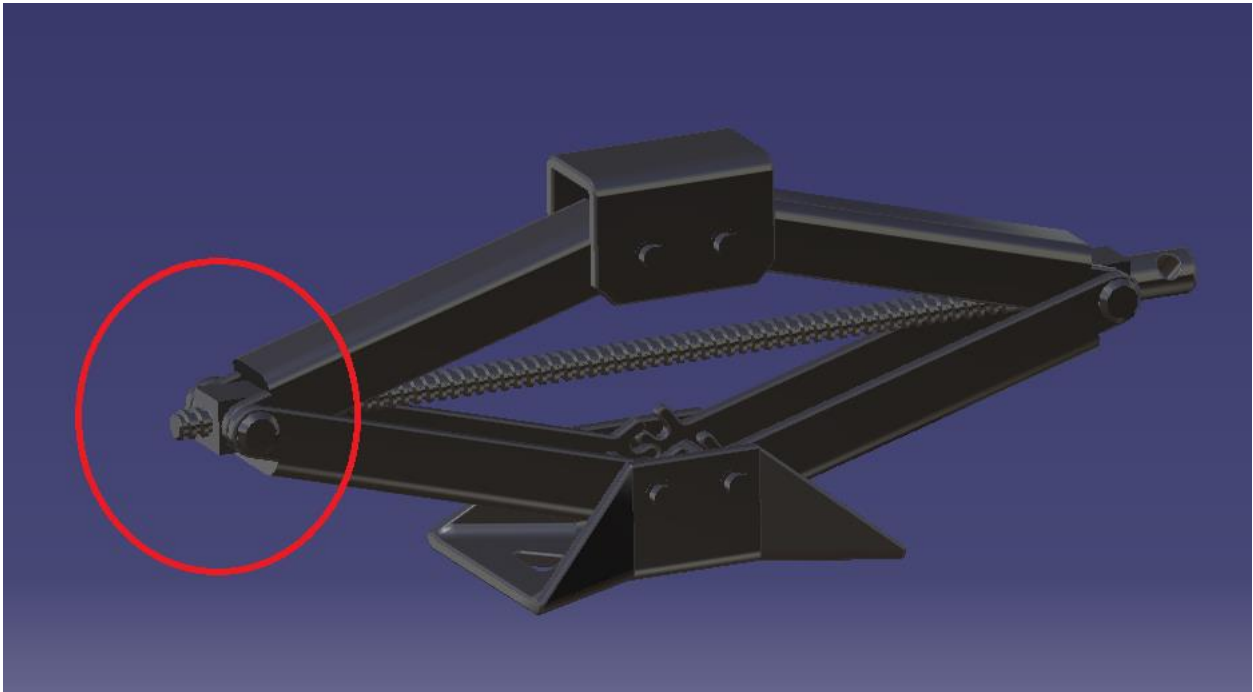


Εικ. 7: Πειραματική διάταξη.

## **Αρχές λειτουργίας**

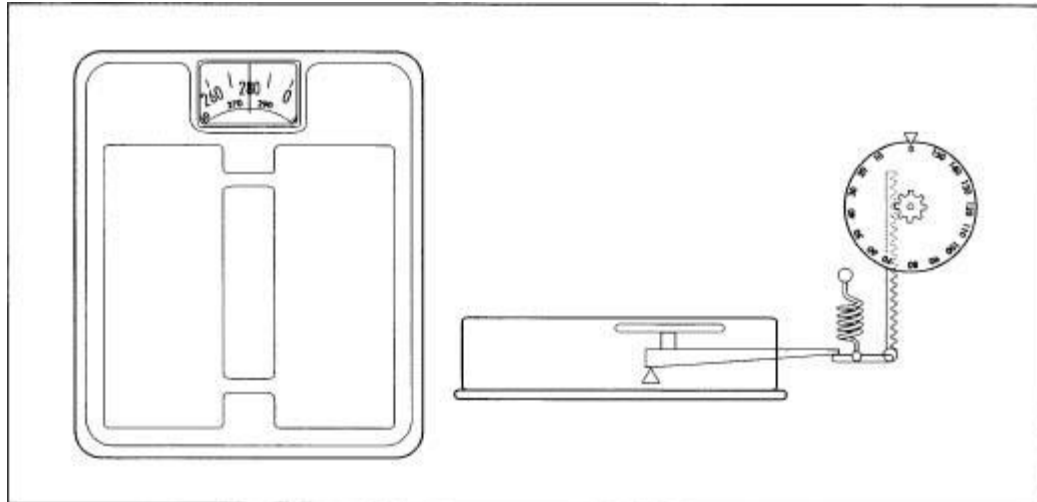
Για τη διαδικασία δοκιμής θλίψης το δοκίμιο είναι σταθερά προσδεμένο μεταξύ των συγκρατητικών δομών της συσκευής (δηλαδή στην κινητή οριζόντια δοκό και στην σταθερή οριζόντια που αποτελεί τμήμα του πλαισίου.). Η κινητή δοκός ωθείται προς τα πάνω από το εκτεινόμενο άκρο του μοχλικού συστήματος ασκώντας δύναμη θλίψης στο δοκίμιο που συγκρατείται μεταξύ της κινούμενου και σταθερής δοκού. Τα κατακόρυφα κυλινδρικά υποστυλώματα του πλαισίου της πειραματικής διάταξης εκτός του ότι δέχονται τις εφελκυστικές φορτίσεις κατά τη διεξαγωγή του πειράματος, λειτουργούν σαν οδηγοί για τις οπές της κινητής δοκού. Ο γρύλος Εικ.8 μετατρέπει με μηχανικό πλεονέκτημα την περιστροφική ροπή σε γραμμικά μεταφορική δύναμη. Αποτελείται από μία οριζόντια βίδα βαρέως τύπου που βιδώνεται σε μια οπή με σπείρωμα (μη περιστρεφόμενο παξιμάδι). Η οπή βρίσκεται σε μηχανισμό που της επιτρέπει να είναι πάντα αντικριστά της βίδας (επιτρέπεται η καθετή περιστροφή στον άξονα της βίδας αλλά όχι την περιστροφή της στον άξονα της βίδας). Καθώς η βίδα περιστρέφεται, οι δυνάμεις τριβής στο σπείρωμα της βίδας ενεργούν για να περιστρέψουν και το παξιμάδι. Όσο μεγαλύτερο είναι το φορτίο στη μονάδα του γρύλου τόσο μεγαλύτερη είναι η τάση του παξιμαδιού να περιστρέφεται. Είναι προφανές ότι εφόσον το παξιμάδι δεν γυρίζει με τη βίδα, η βίδα θα αλλάξει το άνοιγμα του ψαλιδωτού φορέα. Για παράδειγμα όταν η βίδα περιστρέφεται δεξιόστροφα, η βίδα μετακινείται πιο έξω από την οπή πλησιάζοντας της αντηρίδες του ψαλιδωτού φορέα και κατά συνέπεια σηκώνοντας την πλατφόρμα. Για να αντέχει μεγάλα φορτία η βίδα διαμορφώνεται συνήθως με τραπεζοειδή σπειρώματα. Μετά ή και κατά την διάρκεια του

πειράματος, ο κινητός βραχίονας παραμένει στην θέση του ενώ για να επιστρέψει στην αρχική του θέση προϋποθέτει την επαναφορά του γρύλου στην αρχική του κατάσταση χειροκίνητα.



**Εικ. 8:** Παράδειγμα μοχλικού συστήματος τύπου μηχανικού γρύλου βίδας.

Το μέγεθος της δύναμης που ασκείται μπορεί να διαβάζεται από τη ζυγαριά που είναι προσαρτημένο ως βάση κάτω από το μοχλικό σύστημα τύπου γρύλου. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήσαμε ζυγαριά με ελατήριο όπου μετράει την προένταση του ελατηρίου Εικ.9 και με βάση το τύπο του Hooke προσδιορίζει μηχανικά την δύναμη που δέχεται. Επιλέξαμε αναλογικού τύπου ζυγαριά, παρά την εφεύρεση των ψηφιακών ζυγών, κυρίως λόγω του χαμηλού κόστους της αλλά και της ευκολίας που έδινε η δομή της να προσαρμοστεί στην παρούσα πειραματική διάταξη.



Εικ. 9: Κλασικό παράδειγμα ζυγαριάς με ελατήριο.

### **Υπολογισμός φορτίων και διαστασιολόγηση διατομών συσκευής**

Το κύριο πλαίσιο της πειραματικής διάταξης είναι αυτό που δέχεται τις φορτίσεις κατά το πείραμα θλίψης. Το μέγιστο εφαρμοζόμενο φορτίο που μπορεί να μετρήσει η αναλογική ζυγαριά είναι τα 1600N (160 Kg). Για την διεξαγωγή της δομικής ανάλυσης και την ορθή διαστασιολόγηση του πλαισίου επιλέξαμε έναν συντελεστή ασφαλείας  $n=1.25$ . Για τον λόγο αυτό κατά την προσομοίωση στο σχεδιαστικό πρόγραμμα *Catia* η δύναμη που εφαρμόζεται στο πλαίσιο επιλέχτηκε να είναι της τάξεως των 2000 N (200 Kg). Ως υλικό του κύριου πλαισίου επιλέχτηκε ο δομικός χάλυβας με της μηχανικές ιδιότητες του να εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα .

| <h2>Υλικό σίδηρος</h2>       |   |
|------------------------------|---|
| Μέτρο Ελαστικότητας<br><br>E | 120GPa  |
| Λόγος poisson ν              | 0.291 (προκύπτει το μέτρο στρέψης<br><br>$G=E/2(1+\nu)=46.5$ GPa) |

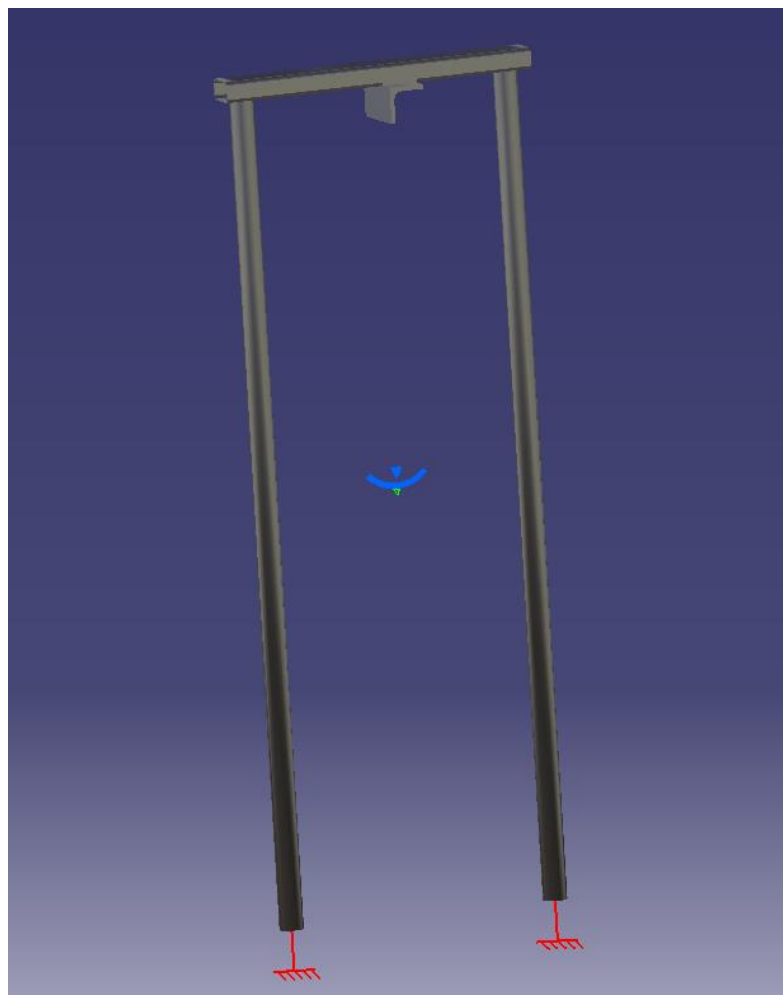
|               |        |
|---------------|--------|
| Όριο Διαρροής | 310MPa |
|---------------|--------|

**Πίν. 2: Μηχανικές ιδιότητες πλαισίου**

Για την δομική μελέτη της εργαστηριακής συσκευής επιλέχθηκε να μελετήσουμε το παρακάτω αμφίπακτο πλαίσιο όπως παρουσιάζεται στην Εικ.10. Γενικά θεωρούμε ότι ένας φορέας είναι ισοστατικός όταν το πλήθος των αντιδράσεων που δέχεται δεν ξεπερνά τον αριθμό των στερεοστατικών εξισώσεων ισορροπίας [1] :

$$(\Sigma M)A^{\rho+} = 0, \Sigma Fx^{\rightarrow+} = 0 \text{ και } \Sigma Fy^{\uparrow+} = 0$$

Στην δική μας όμως περίπτωση έχουμε αντιδράσεις από δύο πακτώσεις δίνοντάς μας περισσότερες άγνωστες από αυτές των τριών στερεοστατικών εξισώσεων ( $\alpha=6>3$ ). Έτσι έχουμε υπερστατικό φορέα με βαθμό στατικής αοριστίας τον αριθμό τρία ( $\nu=\alpha-3=6-3=3$ ).

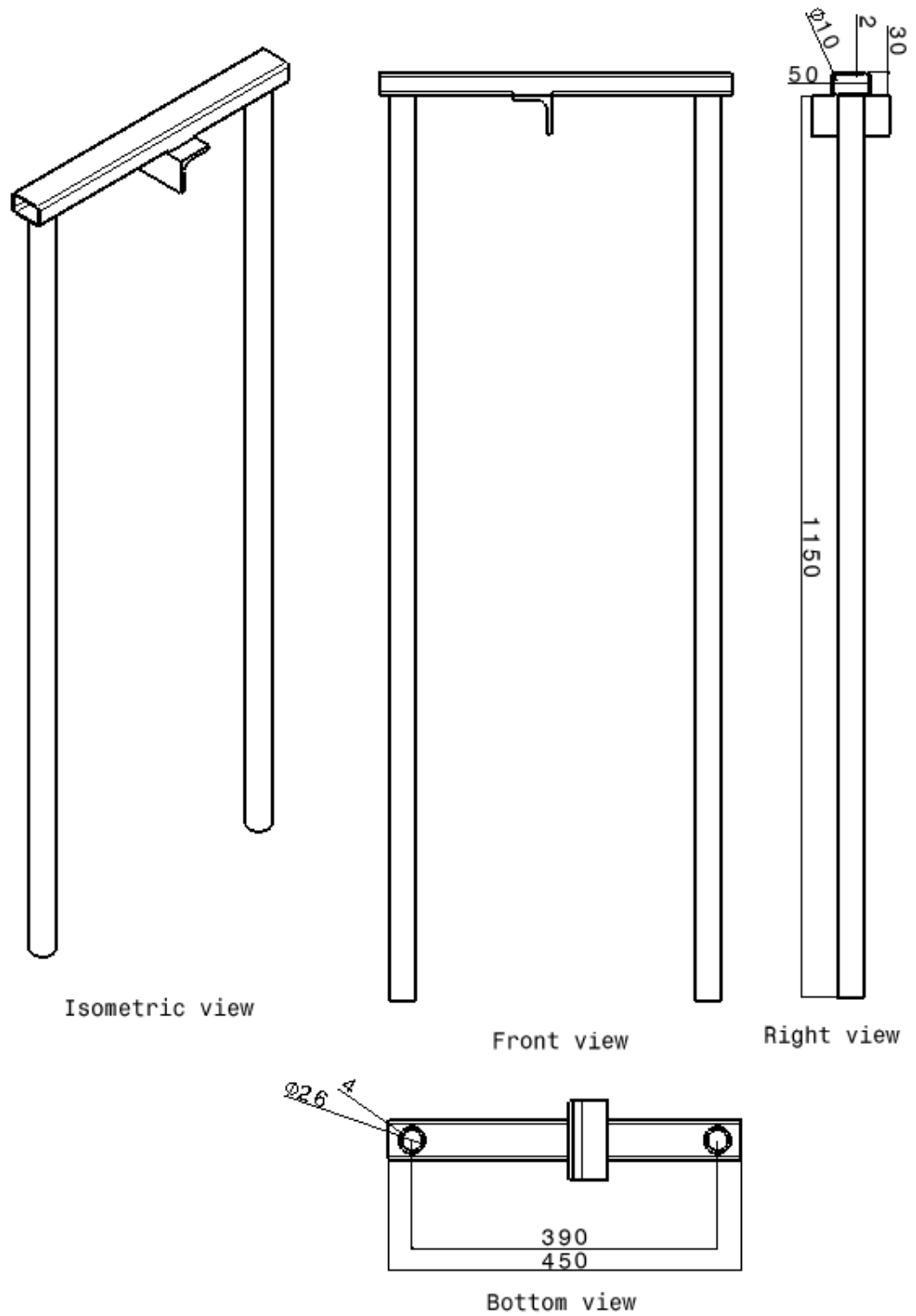


**Εικ. 10** Αμφίπακτο πλαίσιο πειραματικής διάταξης.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι ένας υπερστατικός φορέας που φορτίζεται με την ίδια ακριβώς δύναμη με έναν ισοστατικό, παρουσιάζει στα ανοίγματα του μικρότερες καμπτικές ροπές από τις αντίστοιχες ενός ισοστατικού, εμφανίζοντας όμως ροπές και στις στηρίξεις του. Καθότι στις περισσότερες κατασκευές μας επιδιώκουμε να εξασφαλίσουμε μικρές διατομές με την ελάχιστη χρήση υλικού, λόγω οικονομίας και λειτουργικότητας, υιοθετούμε τελικά τη χρήση υπερστατικών φορέων. Για αυτό το λόγο στο υπό μελέτη πλαίσιο θα προστεθούν αργότερα δομές που θα προσθέτουν καμπτικές ροπές (δυσκαμψία). Αυτές οι δομές θα μελετηθούν περαιτέρω μόνο υπολογιστικά λόγω της μεγάλης δυσκολίας

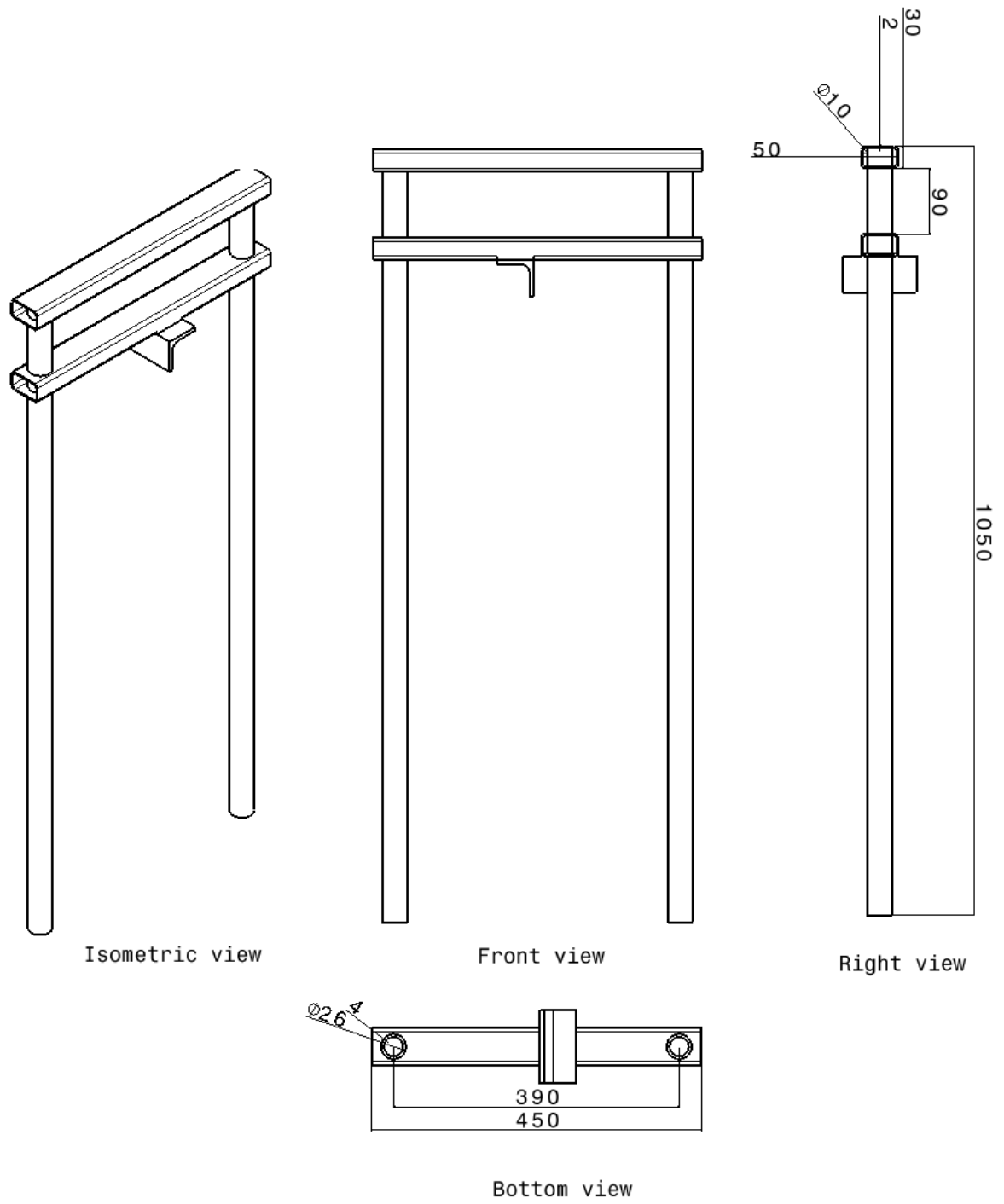
των σύνθετων θεωρητικών υπολογισμών που προϋποθέτουν. Οι θεωρητικοί υπολογισμοί που απαιτεί η δομική ανάλυση του υπερστατικού πλαισίου δεν είναι απλή καθότι προκύπτει η ανάγκη να συνταχτούν και άλλες εξισώσεις, οι οποίες, συνήθως διαμορφώνονται από την Αντοχή των υλικών «συμψηφίζοντας» τις αναμενόμενες παραμορφώσεις που προκαλούνται από τις φορτίσεις με χρήση διαφόρων συνθηκών συμβιβαστού (μέθοδος των παραμορφώσεων για την επίλυση του φορέα). Τέλος θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι επιπρόσθετες δομές για δυσκαμψία μπορούν να προκαλέσουν αυτεντατικές καταστάσεις επιβαρύνοντας τις ήδη υπάρχουσες ροπές. Για αυτό και η τοποθέτηση τους θα πρέπει να είναι ιδιαίτερα προσεκτική.

*Για τον προσδιορισμό των διαστάσεων του πλαισίου της πειραματικής διάταξης ακολουθήθηκε μια επαναληπτική διαδικασία επαναδιαστασιολόγησης όπου μελετώντας της προκύπτουσες τάσης και παραμορφώσεις από τις διάφορες διατομές καταλήξαμε στις παρακάτω διαστάσεις της Εικ.11. Μέσω αυτής της διαδικασίας εξασφαλίσαμε ότι οι τάσεις που αναπτύσσονται στην πειραματική διάταξη δεν θα είναι ποτέ μεγαλύτερες του ορίου διαρροής του σιδήρου.*



Εικ. 11 Διαστάσεις πλαισίου πειραματικής διάταξης.

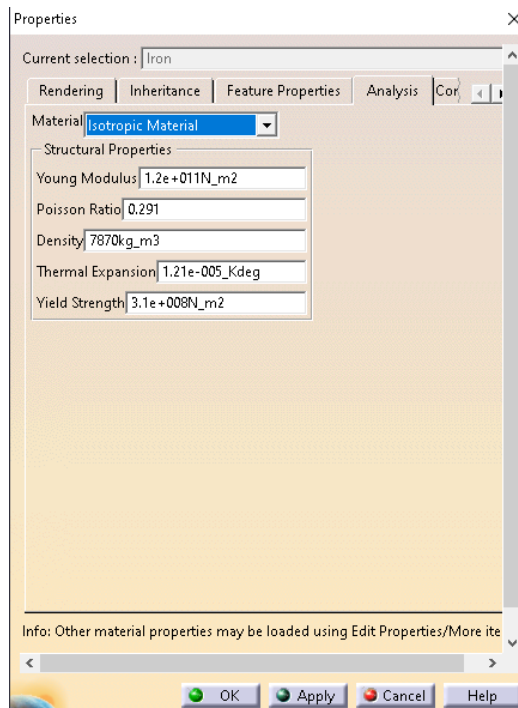




**Εικ. 12 Διαστάσεις πλαισίου πειραματικής διάταξης με επιπλέον οριζόντια δοκό δυσκαμψίας.**

Η επιπλέον οριζόντια δοκός τοποθετήθηκε ως ενισχυτική δομή δυσκαμψίας στο τελικό σχέδιο με το πλεονέκτημα ότι θα έχει την δυνατότητα να τοποθετηθεί σε διάφορες θέσεις διευκολύνοντας την τοποθέτηση του δοκιμίου. Εμείς δομικά μελετάμε την δυσμενέστερη κατάσταση η οποία εμφανίζεται όταν η οριζόντια δοκός έχει τοποθετηθεί 90 mm κάτωθεν της σταθερής συγκολλημένης οριζόντιας δοκού όπως έχει προσδιορισθεί και σχηματικά στην Εικ.12.

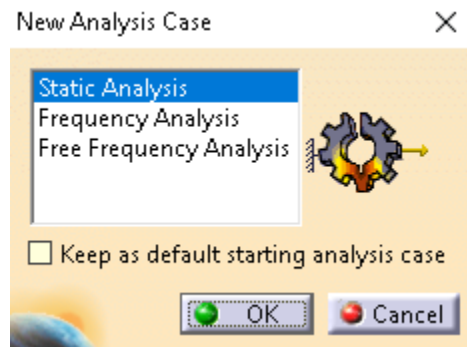
Ακολουθούν οι αναλύσεις τάσεων και παραμορφώσεων στο σχεδιαστικό πρόγραμμα CATIA V5 (Dassault). Με την εντολή Apply Material επιλέγουμε ως δομικό υλικό του πλαισίου το σίδηρο (iron). Οι μηχανικές του ιδιότητες επαληθεύονται με τις προαναφερθείσες του πίνακα 2 στην καρτέλα ιδιοτήτων του υλικού όπως αυτή παρουσιάζεται στην εικ.13.



**Εικ. 13 Μηχανικές ιδιότητες πλαισίου.**

Αφού ορίσαμε τις παραμέτρους που αφορούν το υλικό προχωράμε στο τμήμα της υπολογιστικής διεργασίας. Το περιβάλλον του προγράμματος που

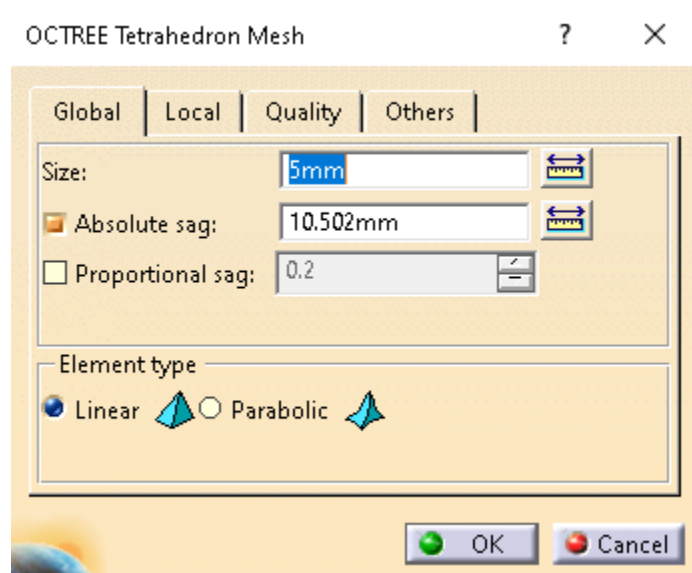
γίνονται η προσομοιώσεις βρίσκεται στο επίπεδο υπό την ονομασία Generative Structural Analysis. Για να μεταφερθούμε στο περιβάλλον αυτό ακολουθούμε την διαδρομή Start>Analysis & Simulation> Generative Structural Analysis. Στην συνέχεια επιλέγουμε ως τύπο ανάλυσης την στατική ανάλυση που αφορά την υπό μελέτη δομή εικ.14.



**Εικ. 14 Επιλογή στατικής δομικής ανάλυσης.**

Στη στατική δομική ανάλυση θα πρέπει να καθοριστούν οι βασικές παράμετροι της υπολογιστικής διεργασίας όπως το μέγεθος τριγώνων υπολογιστικού πλέγματος. Μεγάλο μέγεθος υπολογιστικών τριγώνων επιτυγχάνουν μικρότερες απαιτήσεις υπολογιστικής ανάλυσης με αποτέλεσμα την γρήγορη διεξαγωγή συμπερασμάτων. Τα συμπεράσματα όμως που θα προκύψουν από μεγάλα στοιχεία πλέγματος υπάρχει πιθανότητα να αποκλίνουν πολύ από τα πραγματικά η και να μην επιτρέπουν καθόλου την σύγκλιση του προβλήματος ώστε να δώσει λύση. Τα μικρότερα στοιχεία πλέγματος δίνουν ακριβέστερα αποτελέσματα αλλά απαιτούν πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και κατ'επέκταση και μεγαλύτερο χρόνο διεξαγωγής συμπερασμάτων . Για αυτό το λόγο υπάρχει μια χρυσή τομή στην επιλογή του μεγέθους των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος. Το δικό μας πρόβλημα δεν παρουσιάζει μεγάλες

υπολογιστικές ανάγκες και απαιτεί χρόνο λίγων λεπτών ακόμα και για αρκετά μικρό πλέγμα. Ωστόσο η δομή του πλαισίου στην ανάλυση που παρουσιάζεται είναι το τελικό αποτέλεσμα ενός επαναληπτικού σχεδιασμού πλαισίων που μελετήθηκαν δομικά. Για αυτό το λόγο η επιλογή ενός σωστού υπολογιστικού πλέγματος είναι ιδιαίτερα σημαντική αφού ο χρόνος διεξαγωγής συμπερασμάτων πολλαπλασιάζεται με τις προσπάθειες δομικής ανάλυσης εύρεσης βέλτιστου σχεδίου. Η διαδικασία επανασχεδιασμού μπορεί να ακούγεται ιδιαίτερα χρονοβόρα. Ωστόσο στην περίπτωση μας ο επανασχεδιασμός αφορά τις διαστάσεις των διατομών του καταπονούμενου πλαισίου που στο σχεδιαστικό πρόγραμμα CATIA V5 (Dassault) είναι ιδιαίτερα εύκολη αφού δίνει την δυνατότητα παραμετροποίησης τους χωρίς να χρειάζεται να ξανά σχεδιαστεί η δομή στο σύνολο της. Για το υπολογιστικό μοντέλο, μετά από δοκιμές, επιλέξαμε γραμμικά στοιχεία πλέγματος διαστάσεων 5mm εικ.15.



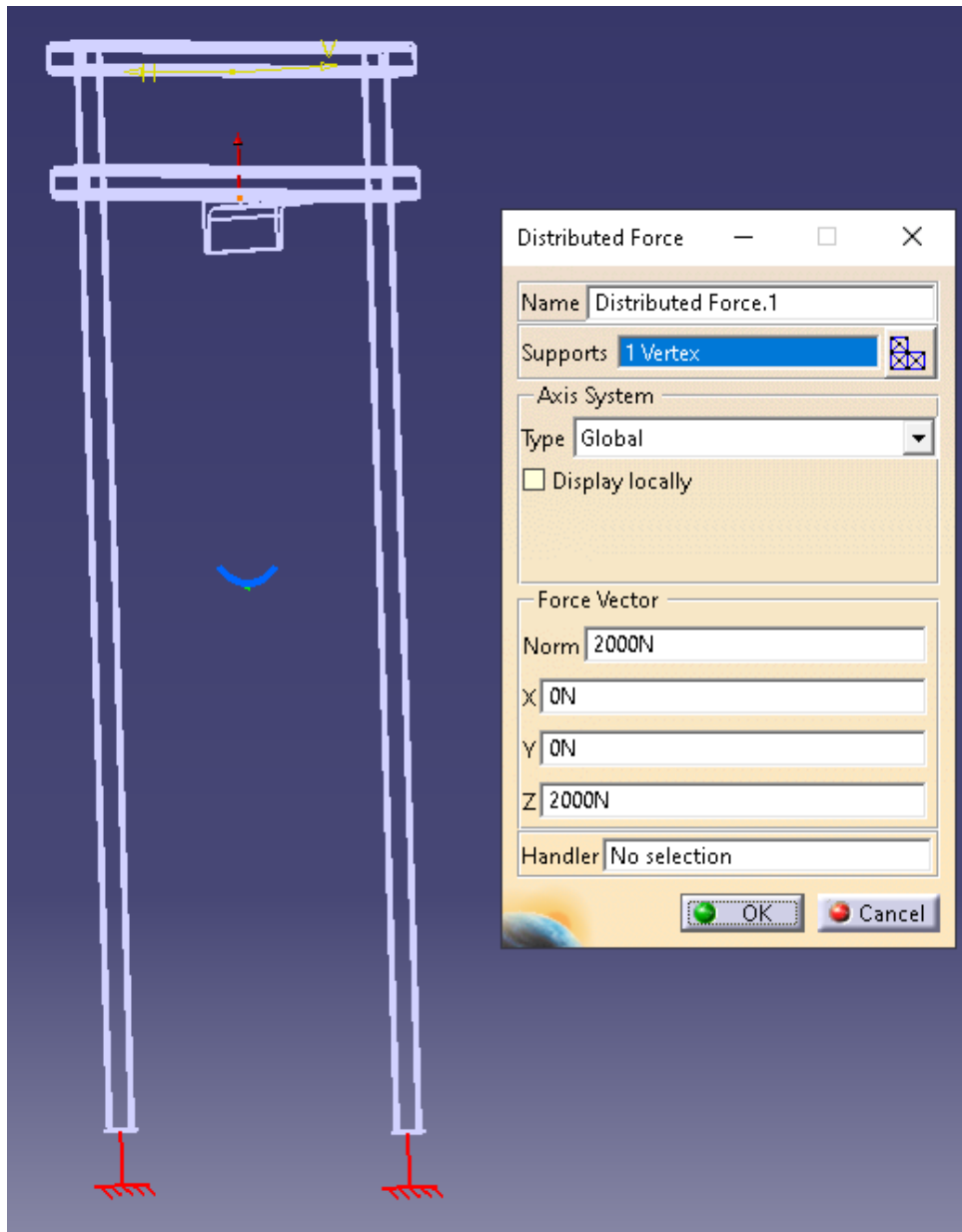
**Εικ. 15 Καθορισμός στοιχείων πλέγματος.**

Στην συνέχεια θα ορίσουμε τις συνοριακές συνθήκες και την δύναμη φόρτισης στο πλαίσιο. Η βάση της πειραματικής διάταξης παρουσιάζει τις ίδιες διατομές και το ίδιο δομικό υλικό με το υπό μελέτη πλαίσιο και για αυτό θεωρήθηκε σκόπιμο να παραληφθεί η δομική της ανάλυση καθώς θα παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά αντοχής εκ γεωμετρίας.. Όσο αφορά τις συνοριακές συνθήκες το πλαίσιο θεωρείται αμφίπακτο. Επιλέγουμε την εντολή clamp και ορίζουμε τα σημεία στηρίξεως του πλαισίου όπως παρουσιάζεται στην εικ.16.



**Εικ. 16 Καθορισμός συνοριακών συνθηκών.**

Η δύναμη φόρτισης θεωρούμε ότι στην δυσμενέστερη κατάσταση θα εμφανίζει ένα μέτρο της τάξης των 2000N (200Kg) με σημείο εφαρμογής, διεύθυνση και φορά όπως παρουσιάζεται στην εικ.17 (Wireframe View για καλύτερο προσδιορισμό του σημείου φόρτισης).



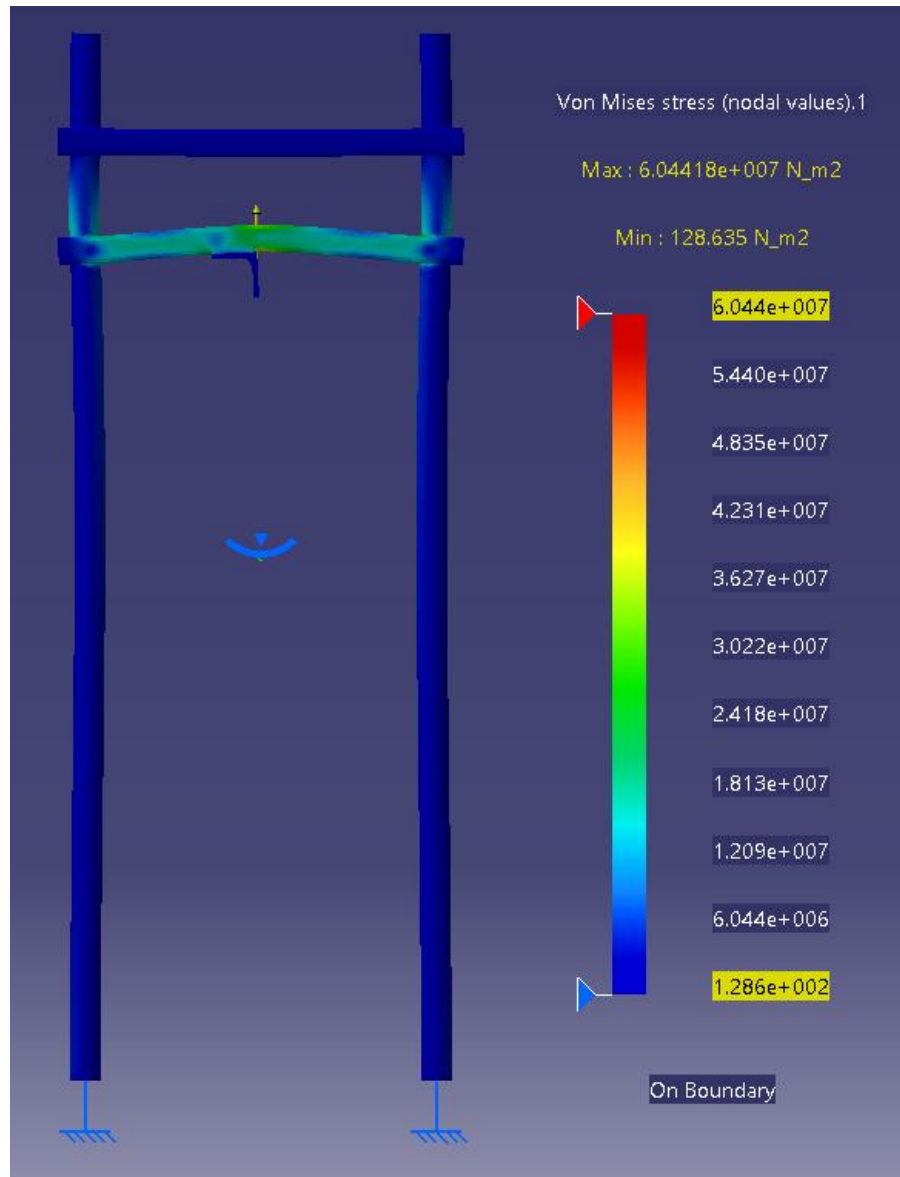
Εικ. 17 Προσδιορισμός της δύναμης φόρτισης του πλαισίου.

Αφού προσδιορίσαμε όλες τις παραμέτρους που προϋποθέτει η υπολογιστική διεργασία είμαστε έτοιμοι για την διεξαγωγή των συμπερασμάτων μας επιλέγοντας την εντολή compute. Μετά την διαδικασία υπολογισμών λαμβάνουμε τα αποτελέσματα αναπτυσσόμενων συνολικών τάσεων στην δομή (Von Mises Stress) των παραμορφώσεων (deformation) και μετατοπίσεων (displacement).

Ακολουθεί το διάγραμμα των αναπτυσσόμενων τάσεων Von Mises εικ.18. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε η μέγιστη τάση που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι σημειακή κοντά στο σημείο εφαρμογής της δύναμης φόρτισης και εμφανίζει τιμή  $6.044 \cdot 10^7 \text{N/m}^2 = 60.44 \text{MPa}$ . Η τιμή αυτή είναι πολύ μικρότερη των  $310 \text{MPa}$  που είναι το όριο διαρροής του σιδηρού που έχει επιλεγεί ως δομικό υλικό του πλαισίου της πειραματικής διάταξης. Η εμφάνιση τόσο μικρών τάσεων στη φέρουσα δομή μας θα μπορούσε να μας οδηγήσει λανθασμένα στο συμπέρασμα ότι έχει γίνει υπερδιαστασιολόγηση των διατομών που δεν είναι απαραίτητη. Την απάντηση την δίνει η αρχή λειτουργίας της συσκευής σε συνδυασμό με το διάγραμμα παραμορφώσεων-μετατοπίσεων. Συγκεκριμένα οι κατακόρυφοι δοκοί του πλαισίου λειτουργούν και σαν οδηγοί για την κινητή οριζόντια δοκό. Αν υπάρξει μεγάλη παραμόρφωση αυτών κυρίως λόγω κάμψης τους (στρέφουν προς τα έσω) η δύναμη που χρειάζεται για την μετακίνηση της οριζόντιας δοκού από το μοχλικό σύστημα τύπου γρύλου θα είναι πολύ μεγαλύτερη λόγω αυξημένων τριβών που θα πρέπει να υπερνικήσει με αποτέλεσμα η ζυγαριά που μετράει την δύναμη λυγισμού να εμφανίζει υπερεκτιμημένες τιμές. Η υπερδιαστασιολόγηση επιλέχθηκε έναντι ανεξάρτητων παράλληλων οδηγών που δεν φορτίζονται, των

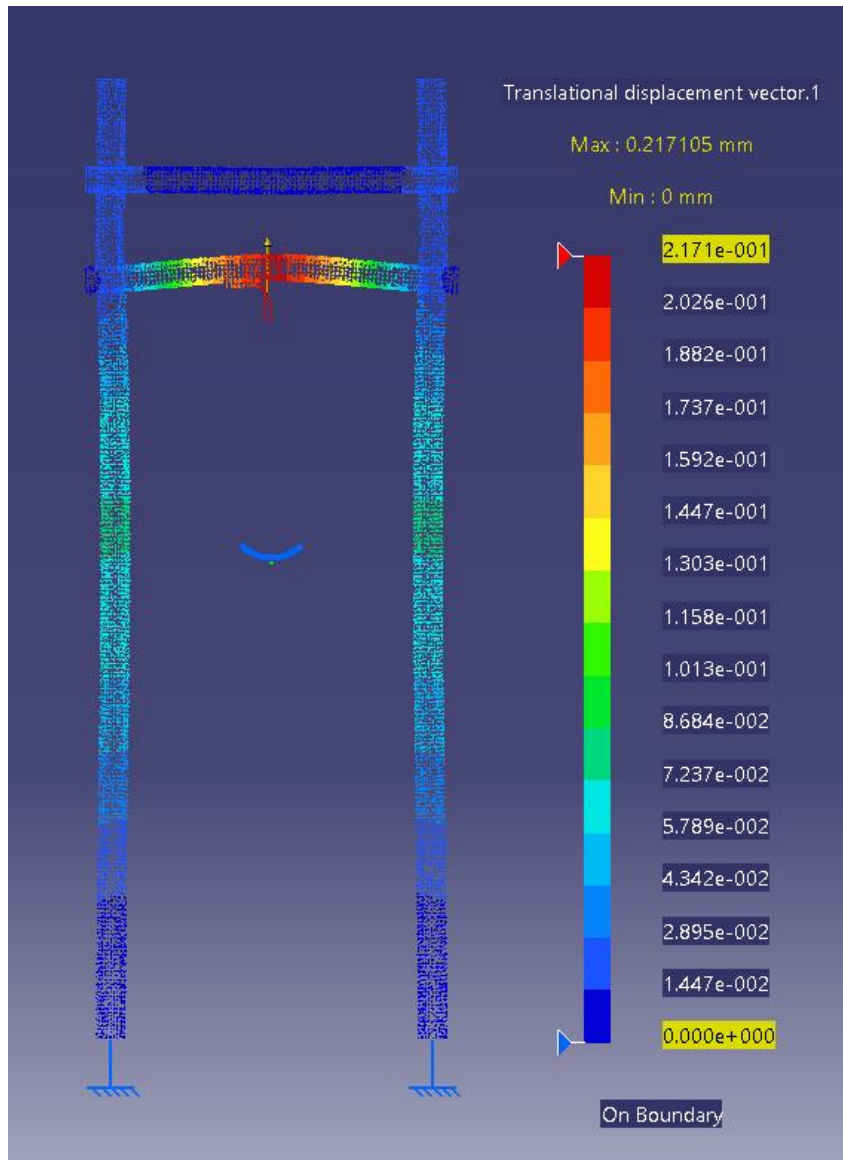
εδράνων τριβής μειωμένης πρόσφυσης και άλλων τρόπων λίπανσης λόγω κόστους κατασκευής και συνθετότητας. Ας μην ξεχνάμε ότι έχει γίνει σύγκριση διαφόρων πλαισίων με περαιτέρω ενδιάμεσες οριζόντιες δομές ενίσχυσης ώστε να γίνει έλεγχος του τελικού σχεδίου και ως προς τις παραμορφώσεις. Μέσα από αυτές τις συγκρίσεις καταλήξαμε ότι δύο οριζόντιες δομές επαρκούν ώστε να μην υπάρχουν μεγάλες μετατοπίσεις στους οδηγούς, ότι οι παραμορφώσεις εξαρτώνται κυρίως από την απόσταση μεταξύ των οριζοντίων δομών και όχι τόσο από τον αριθμό τους..





**Εικ. 18 Διάγραμμα τάσεων Von Mises.**

Στην συνέχεια παρουσιάζεται το διάγραμμα παραμορφώσεων μετατοπίσεων του πλαισίου εικ.19. Η μετατοπίσεις που εμφανίζει το πλαίσιο λόγω παραμορφώσεων στους οδηγούς το καθιστούν λειτουργικό αφού εμφανίζουν πολύ μικρές τιμές. Η μέγιστη παραμόρφωση στο πλαίσιο εμφανίζεται στο μέσο τις οριζόντιας δοκού, όπου προσδένει το δοκίμιο, με τιμή τα 0.217mm.



Εικ. 19 Διάγραμμα μετατοπίσεων-παραμορφώσεων.

## **Σύγκριση εργαστηριακών μετρήσεων συσκευής με θεωρητικές προβλέψεις**

Η παρούσα δομή εργαστηριακής συσκευής επιτρέπει την μελέτη δοκιμών σε λυγισμό για την εύρεση της κρίσιμης δύναμης με τις προσδέσεις των συναρμογών των δοκιμών να κατατάσσονται μόνο στην κατηγορία των πακτώσεων (πάκτωση σε πάκτωση). Αργότερα θα προταθούν επιπρόσθετες δομές που θα επιτρέπουν την πρόσθεση των δοκιμών και με άλλους τρόπους (άρθρωση-άρθρωση, πάκτωση-άρθρωση, πάκτωση-άρθρωση σε κύλιση, πάκτωση-πάκτωση σε κύλιση) . Σε αυτό το στάδιο προσπαθούμε να αποδείξουμε ότι τα αποτελέσματα που απορρέουν από το πείραμα με την διάταξη μας παρουσιάζουν πολύ μικρές αποκλίσεις από αυτά των θεωρητικών προβλέψεων. Για το λόγο αυτό η πειραματική δοκιμή για την επαλήθευση των θεωρητικών προβλέψεων προϋποθέτει ένα δοκίμιο του οποίου τα μηχανικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά να είναι γνωστά. Επιλέχθηκε δοκίμιο αλουμινίου με τα ακόλουθα γνωστά μηχανικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

| Μηχανικές Ιδιότητες Αλουμινίου. |    |
|---------------------------------|----|
| Μέτρο ελαστικότητας E(GPa):     | 69 |
| Τάση διαρροής $\sigma_s$ (MPa): | 35 |

**Πίν. 3 Μηχανικές ιδιότητες δοκιμίου από κατασκευαστή.**

| Γεωμετρικά Χαρακτηριστικά δοκιμίου. |
|-------------------------------------|
|-------------------------------------|

|  |        |
|--|--------|
| Πάχος ορθογωνικής διατομής<br>h(m):                      | 0.006  |
| Ύψος ορθογωνικής διατομής b(m):                          | 0.0105 |
| Ελεύθερο μήκος δοκιμίου μετά την<br>τοποθέτηση του l(m): | 0.664  |

Ακολουθούν οι θεωρητικοί υπολογισμοί του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Αρχικά βάση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του δοκιμίου υπολογίζουμε την μικρότερη ροπή αδρανείας όπου περιμένουμε ότι θα εμφανιστεί και το φαινόμενο του λυγισμού.

$$I = bh^3/12 = 1.89 \cdot 10^{-10} (\text{m}^4)$$

Το ανοιγμένο μήκος λυγισμού για αμφίπακτο δοκίμιο δίνεται από πίνακες με τον τύπο:

$$L_a = 0.5l = 0.332 (\text{m})$$

Το θεωρητικό φορτίο λυγισμού για αμφίπακτο δοκίμιο δίνεται από πίνακες με τον τύπο:

$$P_{\text{κρ}\theta} = 3.14^2 \cdot E \cdot I / l_a^2 = 1166.52 \text{N}$$

Στην συνέχεια πρέπει να ελέγξουμε αν βρισκόμαστε ακόμα στην ελαστική περιοχή ώστε να ισχύουν οι θεωρητικοί υπολογισμοί του  $P_{\text{κρ}}$ . Η τάση που αναπτύσσεται στο δοκίμιο λόγω του κρίσιμου φορτίου λυγισμού μπορεί να προσδιοριστεί εύκολα από το κρίσιμο φορτίο λυγισμού  $P_{\text{κρ}}$  και την διατομή A του δοκιμίου:

$$\sigma_{\text{κ}} = P_{\text{κρ}\theta} / A = 18.52 (\text{MPa})$$

Παρατηρούμε ότι η τάση  $\sigma_k$  είναι μικρότερη της τάσης διαρροής  $\sigma_s=35$  (MPa) και έτσι συμπεραίνουμε ότι είμαστε στα πλαίσια γραμμικής συμπεριφοράς του δοκιμίου και ισχύουν οι υπολογισμοί μας. Όπως έχουμε προαναφέρει στην θεωρία, αν ξεπεράσουμε το όριο διαρροής  $\sigma_s$  του υλικού το δοκίμιο γίνεται πλέον άχρηστο σαν στοιχείο πειραματικής μελέτης επειδή πρακτικά θεωρείται ότι εξάντλησε τη φορτική του ικανότητα και επομένως η αντιμετώπιση του λυγισμού στην κατάσταση αυτή δεν παρουσιάζει κανένα ενδιαφέρον ( $\sigma_k \leq \sigma_s$ ).

Τα αποτελέσματα της πειραματικής δοκιμής έδειξαν ότι η κρίσιμη δύναμη λυγισμού λαμβάνει την τιμή  $P_{k\rho\pi}=1200\text{N}$  ( $\sigma_k=P_{k\rho\pi}/A =19.05(\text{MPa}) < \sigma_s=35$  (MPa)). Η τιμή αυτή παρουσιάζει απόκλιση  $\alpha\%$  σε σχέση με την θεωρητική:

$$\alpha=(| P_{k\rho\pi} - P_{k\rho\theta} | / P_{k\rho\theta}) \cdot 100=2.87\%$$

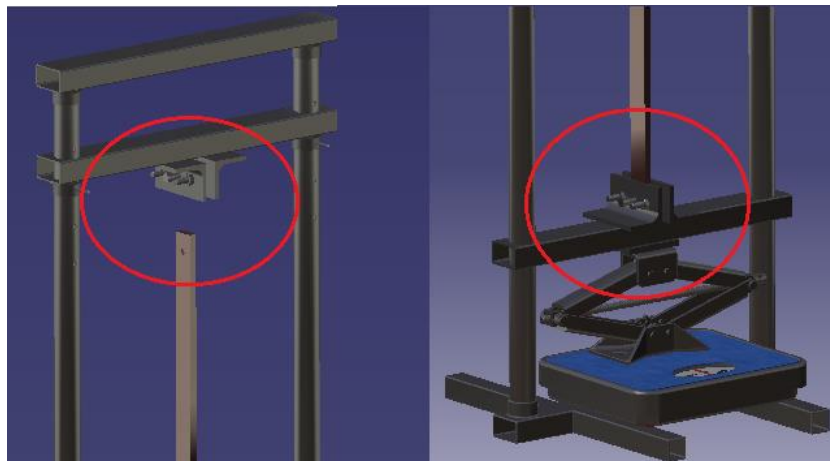
Η πολύ μικρή απόκλιση 2.87% μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η πειραματική διάταξη είναι λειτουργική και δίνετε για διεξαγωγή πειραματικών αποτελεσμάτων πολύ κοντά στα πραγματικά.

## ***Εγχειρίδιο χρήσης εργαστηριακής συσκευής***

Για την συγγραφή του εγχειριδίου χρήσης διεξαγωγής πειραμάτων είχαμε γνώμονα την απλότητα της διεξαγωγής του πειράματος. Συγκεκριμένα θέλαμε το πείραμα να παραμείνει απλό (να ελαττωθεί ο αριθμός πολλών παραμέτρων), επαναλήψιμο και αντιπροσωπευτικό της πραγματικότητας. Ένα σωστά δομημένο πείραμα μπορεί να βοηθήσει στην καλύτερη αφομοίωση της θεωρίας από τους σπουδαστές.

### ***Τοποθέτηση δοκιμίου:***

Αρχικά τοποθετούμε το δοκίμιο στη συσκευή μας προσδένοντας αυτό μόνο την κάτω συγκρατητική δομή όπως παρουσιάζεται στην παρακάτω εικ.20.



**Εικ. 20: Αρχική τοποθέτηση δοκιμίου για καλιμπράρισμα ζυγαριάς.**

Στην συνέχεια παίρνουμε την μέτρηση από την ζυγαριά (π.χ 5,131Kg). Η διαδικασία αυτή καλιμπραρίσματος γίνεται ώστε να μην αναρτήσουμε το βάρος του δοκιμίου και της οριζόντιας κινητής δοκού στην πάνω σταθερή συγκρατητική δομή του πλαισίου. Συγκεκριμένα δεν θέλουμε στη ζυγαριά που μετράει την δύναμη λυγισμού να συμπεριληφθεί εσφαλμένα το βάρος του δοκιμίου της

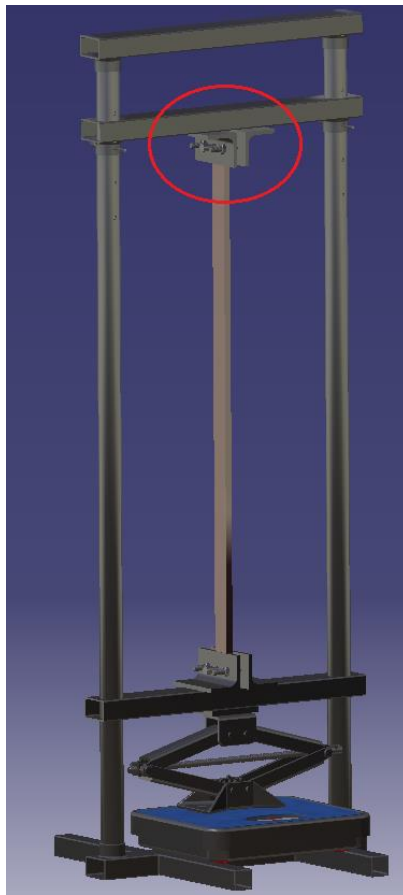
οριζόντιας κινητής δοκού, του γρύλου αλλά και των μικρό δομών όπως είναι οι βίδες, τα παξιμάδια, οι πείροι. Προσδένοντας το δοκίμιο και στην επάνω συγκρατητική δομή θα παραλείπαμε, ως αναρτόμενα, το βάρος του δοκιμίου και της κινητής οριζόντιας δοκού και θα ζυγίζαμε στην αρχή μόνο το βάρος του γρύλου. Πρέπει να σημειωθεί ότι αυτά τα βάρη που θα παραλείπαμε κατά την έναρξη του πειράματος λυγισμού θα ξαναεμφανιζόντουσαν στις μετρήσεις μας οδηγώντας μας σε εσφαλμένα συμπεράσματα. Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίν.4 με τα βάρη των εξαρτημάτων που πρέπει να αφαιρεθούν από τις μετρήσεις της ζυγαριάς για την ορθή διεξαγωγή ορθών πειραματικών αποτελεσμάτων.

| Βάρη εξαρτημάτων που συμμετέχουν στις μετρήσεις.   |                     |
|--|---------------------|
| Οριζόντια κινητή δοκός με συγκρατητική γωνία (Kg)  | 2.2                 |
| Δοκίμιο (Kg)   | -                   |
| Π.χ (Αλουμίνιο με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κεφαλαίου: <a href="#">Σύγκριση εργαστηριακών μετρήσεων</a> ) | (0.12)              |
| Γρύλος (Kg)  | 2.716               |
| Πίρος +2βίδες+2παξιμάδια (Kg)  | 0.095               |
| Συνολικό βάρος (Kg)  | 5.011 χωρίς δοκίμιο |
| Συνολικό βάρος με δοκίμιο διεξαγωγής πειράματος (Kg)   | 5.131               |

**Πίν. 4 Βάρη εξαρτημάτων που συμμετέχουν στις μετρήσεις.**

Πριν προχωρήσουμε στην διαδικασία διεξαγωγής του πειράματος είναι σημαντικό να γνωρίζουμε ότι οι μετρήσεις μας θα συνεχίσουν να παρουσιάζονται ελάχιστα υπερεκτιμημένες λόγω των τριβών αντίστασης που αναπτύσσονται μεταξύ της κινητής οριζόντιας δοκού και των οδηγών. Η συγκεκριμένες δυνάμεις δεν μπορούν

να μην συμπεριληφθούν στις μετρήσεις μας και η μείωση τους προϋποθέτει ακριβότερη διάταξη με έδρανα ολίσθησης. Αφού κάνουμε την ζύγιση με το δοκίμιο προσδεμένο στην κάτω συγκρατητική δομή αφαιρούμε το βάρος των εξαρτημάτων που συμμετέχουν στις μετρήσεις μας μηδενίζοντας τον δείκτη της ζυγαριάς (περιστρέφοντας την ροδέλα). Στη συνέχεια προσδένω το δοκίμιο μου και στην πάνω συγκρατητική δομή της πειραματικής διάταξης όπως παρουσιάζεται στην εικ.21.



**Εικ. 21: Τελική τοποθέτηση δοκιμίου.**

Κατά την πρόσδεσή του στην απάνω δομή η ζυγαριά μπορεί να δείξει τιμή διαφορετική του μηδενός (μικρότερη ή μεγαλύτερη ανάλογα τις θέσης του γρύλου).



Αυτό δεν χρειάζεται να μας ανησυχεί καθώς με την έναρξη του πειράματος θλίψης θα αρχίσουμε να παίρνουμε τις ισχύουσες τιμές.

### ***Διεξαγωγή πειράματος-αποτελέσματα:***

Το φαινόμενο λυγισμού προσδιορίζεται πολύ εύκολα κατά την διεξαγωγή του πειράματος. Καθώς το δοκίμιο καταπονείται σε θλίψη, την στιγμή που εμφανίζεται το φαινόμενο του λυγισμού, ο δείκτης του δυναμόμετρου (ζυγαριάς) υποχωρεί, χαρακτηριστικό που υποδηλώνει ότι το υλικό αστόχησε και δεν επιδέχεται περαιτέρω φόρτιση, οπότε η τελική μέγιστη ένδειξη του φορτίου καθορίζει πειραματικά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζεται η μορφή που θα πάρει ένα δοκίμιο κατά την αστοχία του.



**Εικ. 22: Δοκίμιο σε αστοχία λόγω λυγισμού.**

Ο προσδιορισμός της τιμής της μέγιστης ένδειξης πειραματικά δεν είναι εύκολος καθώς αυτή εμφανίζεται σε ένα μεταβατικό στάδιο. Για το λόγο αυτό ενδείκνυται η χρήση κάμερας και καταγραφής όλης της διαδικασίας δυναμομέτρησης του δείκτη ζυγαριάς. Σε περίπτωση που δεν είναι εφικτή η χρήση

κάμερας, το μοχλικό σύστημα φόρτισης τύπου γρύλου δίνεται να αυξήσει την δύναμη φόρτισης με αργό ρυθμό ώστε όταν εμφανιστεί το φαινόμενο να μπορεί να καταγραφεί η κοντινή τιμή δύναμης πριν μεταβεί στην κατάσταση λυγισμού.

Με παραλλαγές στα πείραμα σημαντικά συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν και για πλαστικό λυγισμό εκεί που δεν ισχύει ο τύπος του Euler (έξω από τα όρια της ελαστική περιοχή καταπόνησης). Όπως προαναφέραμε στην θεωρία στη μηχανική με τον όρο “λυγισμό”, νοείται αστοχία λόγω απώλειας της ευστάθειας ενός φορέα που υπόκειται μόνο σε αυστηρά κεντρικό αξονικό φορτίο. Ωστόσο σε πειράματα με αρχικές ατέλειες ή εκκεντρότητες του φορτίου, μπορούμε να οδηγηθούμε στην καμπτοθλιπτική καταπόνηση ενός δοκιμίου. Σε αυτά τα πειράματα η κατανομή των τάσεων καθ' ύψος της διατομής δεν είναι ομοιόμορφη, και η τάση στη δυσμενέστερη ίνα του μέλους, που είναι η ακραία θλιβόμενη της μεσαίας διατομής, μπορεί να φτάσει την τιμή της τάσης διαρροής πριν φτάσει η φόρτιση το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, με αποτέλεσμα την εμφάνιση πλαστικού λυγισμού.

### ***Βασικά συμπεράσματα που απορρέουν από τα πειράματα λυγισμού:***

Όταν η θλιπτική δύναμη πλησιάζει την τιμή της  $P_{κρ}$ , αρχίζει να εκδηλώνεται πλευρική κάμψη, που αυξάνει τόσο γρήγορα, ώστε όταν το φορτίο γίνει ίσο με το κρίσιμο, να έχει ήδη επέλθει ολοκληρωτική καταστροφή του δοκιμίου. Έτσι, σαν κριτήριο αντοχής των λεπτών θλιβομένων ράβδων θα πρέπει να λαμβάνεται πάντα το κρίσιμο φορτίο τους. Αξίζει να σημειωθεί ότι, το κρίσιμο φορτίο εξαρτάται από τις διαστάσεις (διατομή, μήκος) της ράβδου και από το μέτρο ελαστικότητάς της.

(Αν λάβουμε υπόψη ότι το μέτρο ελαστικότητας  $E$  για τα διάφορα είδη του ελατού σιδήρου και χάλυβα είναι το ίδιο, συμπεραίνουμε ότι σε τέτοιες κατασκευές η τάση λυγισμού δεν εξαρτάται από την ποιότητα αλλά μόνον από την λυγηρότητα  $\lambda$  της ράβδου.)

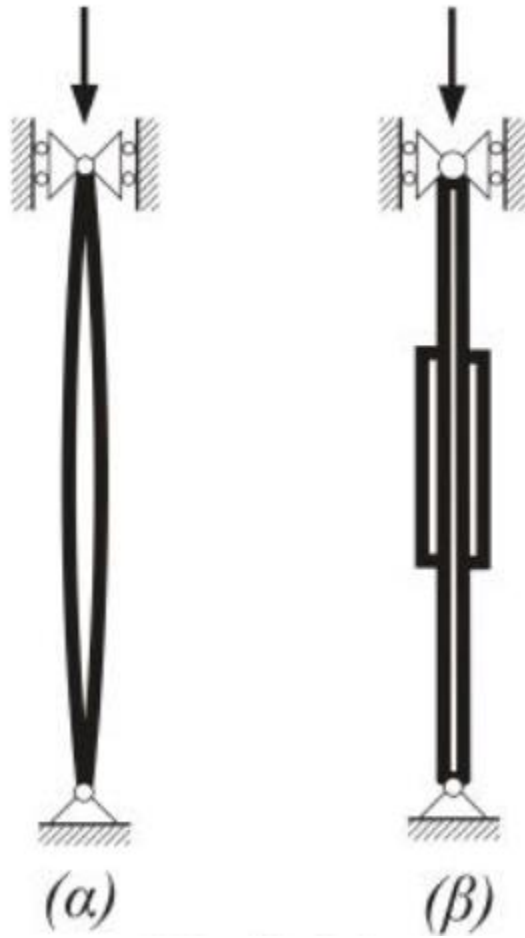
Η φορτοϊκανότητα μιας θλιβόμενης ράβδου μπορεί επίσης να αυξηθεί αν η κατανομή του υλικού στη διατομή της γίνει έτσι ώστε να προκύψει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας. Για να γίνει όμως αυτό χωρίς αύξηση του εμβαδού της διατομής της, θα πρέπει να επιδιώξουμε την απομάκρυνση του υλικού της διατομής από το κεντροειδές της. οι διατομές που έχουν εσωτερικά κενό είναι πιο αποδοτικές επειδή παρουσιάζουν μεγαλύτερη ροπή αδράνειας για το ίδιο εμβαδόν διατομής.

Παραδείγματος χάριν οι διατομές σε σχήμα κυκλικού δακτυλίου είναι πιο οικονομικές από άλλες με πλήρη διατομή ίσου εμβαδού. Επί πλέον έχουν το πλεονέκτημα να παρουσιάζουν ίση αντοχή σε λυγισμό προς κάθε διεύθυνση. Είναι φανερό ότι σε ράβδο με τυχούσα διατομή ο λυγισμός θα γίνει σε επίπεδο κάθετο προς τον άξονα της διατομής ως προς τον οποίο η ροπή αδράνειας είναι ελάχιστη.

Η επίδραση που μπορεί να έχει το ίδιο βάρος της ράβδου στο κρίσιμο φορτίο της είναι σχεδόν πάντα αμελητέα επειδή στις διάφορες εφαρμογές, το βάρος της ράβδου, είναι γενικά μικρό σε σχέση με το κρίσιμο φορτίο της.

Όσον αφορά την βελτιστοποίηση σε υποστυλώματα που αποτελούνται από μια συγκεκριμένη ποσότητα ύλης, το κρίσιμο φορτίο είναι δυνατόν να αυξηθεί σημαντικά αν αυξήσουμε τη διατομή του στο κεντρικό τμήμα του μήκους του εικ.23 Η «ιχθυοειδής» π.χ. μορφή του υποστυλώματος του σχήματος μπορεί να παραλάβει πολύ μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο από εκείνο που θα παραλάμβανε

υποστύλωμα σταθερής διατομής με ίσο μήκος και ίδιο όγκο. Φυσικά η κατασκευή ενός τέτοιου υποστυλώματος δεν είναι πρακτικά εύκολη.



Εικ. 23 Παραδείγματα «ιχθυοειδής» μορφής υποστυλωμάτων.

## ***Συμπεράσματα-Μελλοντική Εργασία***

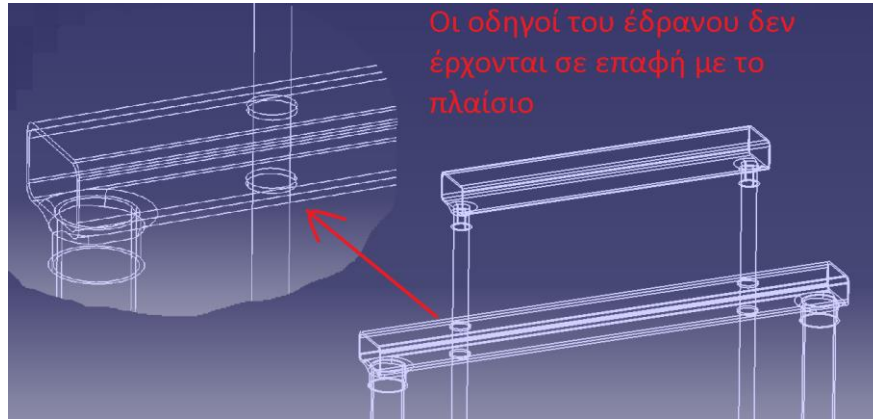
Η επιδίωξη της παρούσης Πτυχιακής ήταν τόσο η ανάπτυξη της θεωρίας λυγισμού όσο και μιας πειραματικής διάταξης μελέτης αυτών των φαινομένων. Ο αρχικός σχεδιασμός και η ανάπτυξη της πειραματικής διάταξης που παρουσιάστηκε αποδείχθηκε αποτελεσματικός με αξιόπιστα πειραματικά αποτελέσματα. Το σχεδιαστικό πρόγραμμα CATIA® V5 κρίνεται ως μία πολύ καλή λύση καθώς παρέχει λειτουργίες και εφαρμογές για την δομική ανάλυση του προβλήματος. Επίσης δύναται για παραμετρικές μελέτες ως προς τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, τα φορτία και τις μηχανικές ιδιότητες των υλικών ώστε να καταλήξουμε στο βέλτιστο σχέδιο μέσω συγκρίσεων διαφόρων μοντέλων. Για τον έλεγχο των πειραματικών αποτελεσμάτων απαιτούνται και άλλες δοκιμές με δοκίμια γνωστών ιδιοτήτων ώστε να καθοριστεί η αξιοπιστία της πειραματικής διάταξης στατιστικά μέσα από των μέσο όρο των αποκλίσεων που μπορεί να εμφανίζονται. Λόγω κόστους η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε για ένα μόνο δοκίμιο και δίνεται ως μελλοντική εργασία.

Στη μελέτη και ανάπτυξη της παρούσης πειραματικής διάταξης λυγισμού υπάρχει πάντα η δυνατότητα περαιτέρω βελτιώσεων. Ο μηχανικός οφείλει να ψάχνει την καλύτερη δυνατή λύση έτσι ώστε τα μοντέλα που αναπτύσσει να μπορούν να είναι παραμετροποιήσιμα και να ωφελούν στην διαδικασία των επιβελτιώσεων σχεδιασμού. Συνεπώς ως μελλοντική εργασία ο παρών αρχικός σχεδιασμός δύναται να βελτιωθεί. Η βελτιστοποίηση του σχεδίου ώστε τα πειραματικά δεδομένα να αποκλίνουν λιγότερο από τα πραγματικά και η

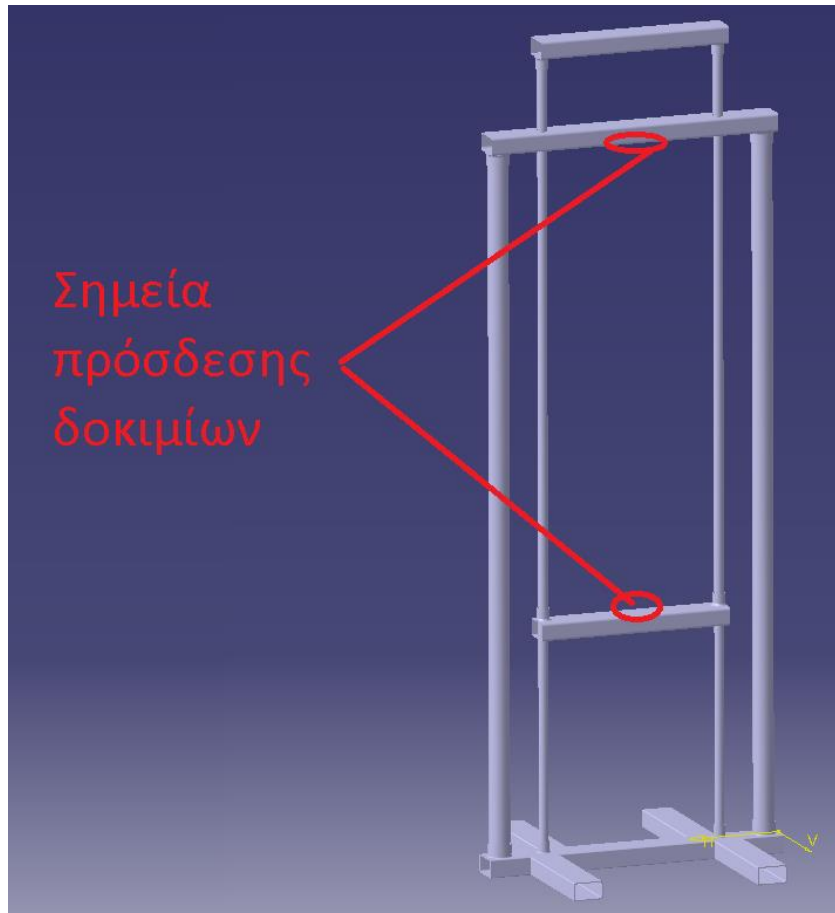
προσθήκη επιμέρους συγκρατητικών δομών για τα δοκίμια ώστε να επιτρέπεται ένα ευρύτερο φάσμα πειραμάτων είναι ένα σημαντικό επόμενο στάδιο.

Η μείωση των τριβών τις κινητής οριζόντιας δοκού με τους κατακόρυφους οδηγούς είναι βασικός παράγοντας για πιο αξιόπιστα αποτελέσματα καθώς αυτές συνυπολογίζονται στην δυναμομέτρηση και οδηγούν σε πειραματικά αποτελέσματα με αποκλίσεις σε σχέση με τα πραγματικά (υπερεκτιμήσεις). Η τριβή εξαρτάται από τον συντελεστή τριβής των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή και από την κάθετη δύναμη επαφής ( $T = \mu \cdot N$ ). Για να μειώσουμε τον συντελεστή τριβής θα μπορούσαμε να κάνουμε χρήση εδράνων ολίσθησης όπου ο τριβέας επιλέγεται να κατασκευάζεται από υλικά χαμηλής τριβής (χυτοσίδηρο, μπρούτζο, κράματα μολύβδου ορείχαλκου, Teflon κτλ) σε συνδυασμό με κάποιο λιπαντικό (λάδι, γράσο, γραφίτη κτλ). Για την μείωση της κάθετης δύναμης επαφής επιδιώκουμε δύσκαμπτο πλαίσιο ώστε να φέρει τα φορτία χωρίς να παραμορφώνεται. Κατασκευαστικά αυτό μπορεί να γίνει με την προσθήκη νεύρων δυσκαμψίας. Οι παραμορφώσεις του πλαισίου επηρεάζουν την δυναμομέτρηση και άμεσα αφού το μετρητικό όργανο που μετράμε (ζυγαριά) είναι ένα γραμμικό ελατήριο ( $f = k \cdot x$ ). Θα μπορούσε να γίνει ένα μαθηματικό μοντέλο που να συνυπολογίζει τις παραμορφώσεις στην δυναμομέτρηση. Γνωρίζοντας ότι τα κατακόρυφα κυλινδρικά υποστυλώματα του πλαισίου παραμορφώνονται παρακωλύοντας την κίνηση τις οριζόντιας κινητής δοκού πρόσδεσης των δοκιμίων θα μπορούσαμε να σχεδιάσουμε τα έδρανα ολίσθησης ανεξάρτητα του κύριου πλαισίου σε παράλληλη διάταξη. Με αυτό το τρόπο οι ανεξάρτητοι οδηγοί της οριζόντιας κινητής δοκού δεν φορτίζονται ως τμήματα του κυρίου πλαισίου και θα

επιτυγχάνουν τόσο την ελαχιστοποίηση της τριβής μεταξύ των κινούμενων μερών όσο και να συγκρατούν μόνο το επαπτομενικό φορτίο (το αξονικό θα λαμβάνεται από το πλαίσιο).



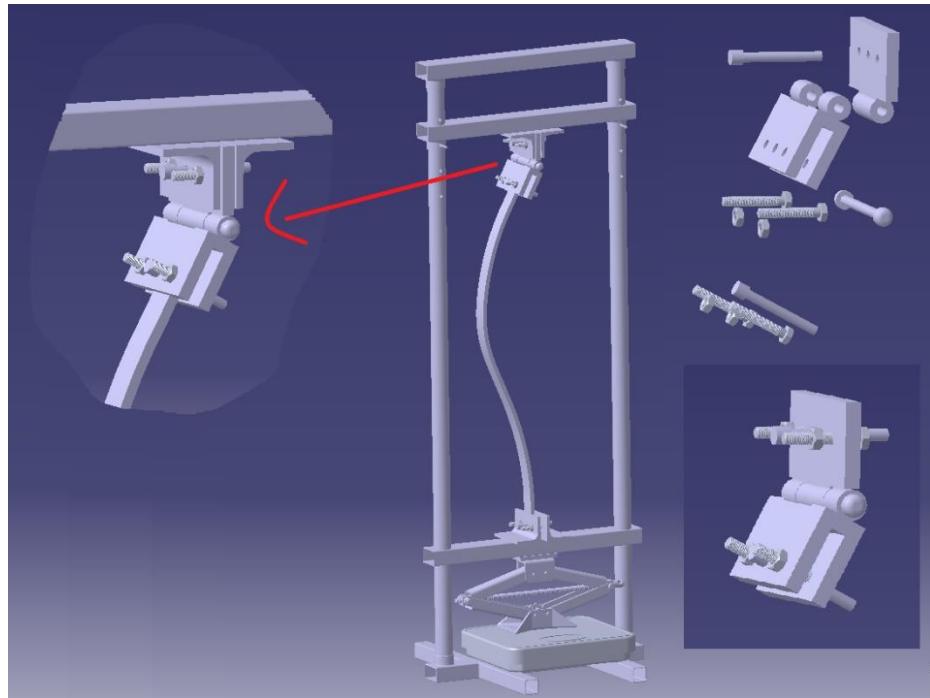
Εικ. 24 Παράδειγμα πειραματικής διάταξης με έδρανα ολίσθησης ανεξάρτητα του κύριου πλαισίου.



**Εικ. 25 Σημεία πρόσδεσης δοκιμίων για πειραματική διάταξη με ανεξάρτητα έδρανα οδηγούς.**

Για να διευρύνουμε το εύρος των πειραμάτων ο σχεδιασμός και προσθήκη επιμέρους συγκρατητικών δομών θεωρείται σημαντική επιβελτίωση. Ο σχεδιασμός των επιμέρους συγκρατητικών δομών αλλά και η βελτίωση των παρόντων πρέπει να γίνει λαμβάνοντας πολλές παραμέτρους. Η ευκολία της εναλλαγής των συγκρατητικών δομών είναι μια σημαντική παράμετρος ώστε σε μικρό χρόνο να μπορείς να εκτελέσεις διαφορετικό τύπου πείραμα. Στην συνέχεια θα αναφέρουμε κάποιες ακόμα παραμέτρους που πρέπει να ληφθούν υπόψιν για τον επιμέρους σχεδιασμό των συγκρατητικών δομών πρόσδεσης των δοκιμίων. Όσον αφορά την συγκρατητική δομή τύπου άρθρωσης είναι φανερό ότι πρέπει να επιλεγεί ο άξονας ως προς τους διάφορους κεντρικούς άξονες της περιστροφής, που επιτρέπει την περιστροφή ως προς την ελάχιστη τιμή της ροπής αδράνειας  $I_{min}$  της διατομής του δοκιμίου, διότι αυτή αντιστοιχεί στη δυσμενέστερη περίπτωση για το ενδεχόμενο του λυγισμού. Δηλαδή η συγκρατητική δομή τύπου άρθρωσης πρέπει να επιτρέπει την περιστροφή των δοκιμίων στο επίπεδο όπου αναμένουμε και την κάμψη (δηλ. ελάχιστη ροπή αδράνειας βάση τη γεωμετρία διατομής του δοκιμίου) όπως παρουσιάζει η εικ26.

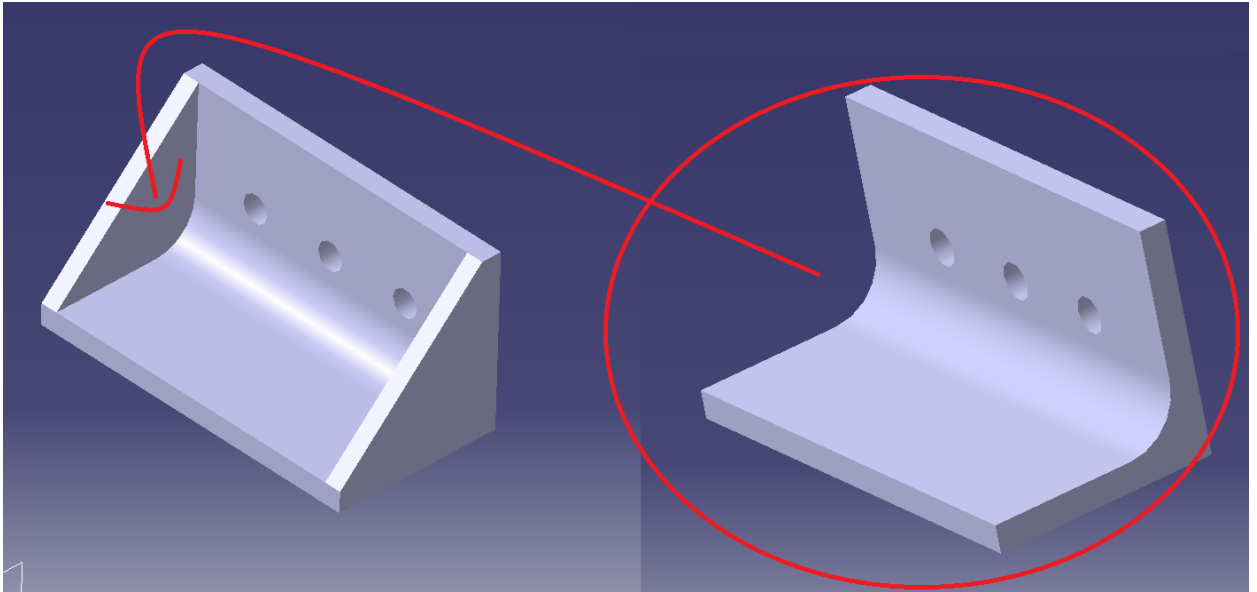




**Εικ. 26 Σχεδιασμός συγκρατητικής δομής που επιτρέπει την περιστροφή ως προς την ελάχιστη τιμή της ροπής αδράνειας.**

Σημαντική δυσκολία στο σχεδιασμό των συγκρατητικών δομών εμφανίζεται και στο γεγονός ότι πρέπει να σχεδιαστούν έτσι ώστε να γίνεται ορθή επιβολή του φορτίου στο δοκίμιο η οποία πρέπει να είναι κεντροβαρική της διατομής χωρίς να δημιουργεί ροπές κάμψης. Νεύρα δυσκαμψίας στις παρούσες συγκρατητικές γωνιές τύπου πάκτωσης μπορούν να προστεθούν ώστε να μειωθούν οι παραμορφώσεις και να γίνεται ορθή μεταφορά των θλιπτικών δυνάμεων για

κεντροβαρική φόρτιση όπως παρουσιάζονται στην εικόνα27.

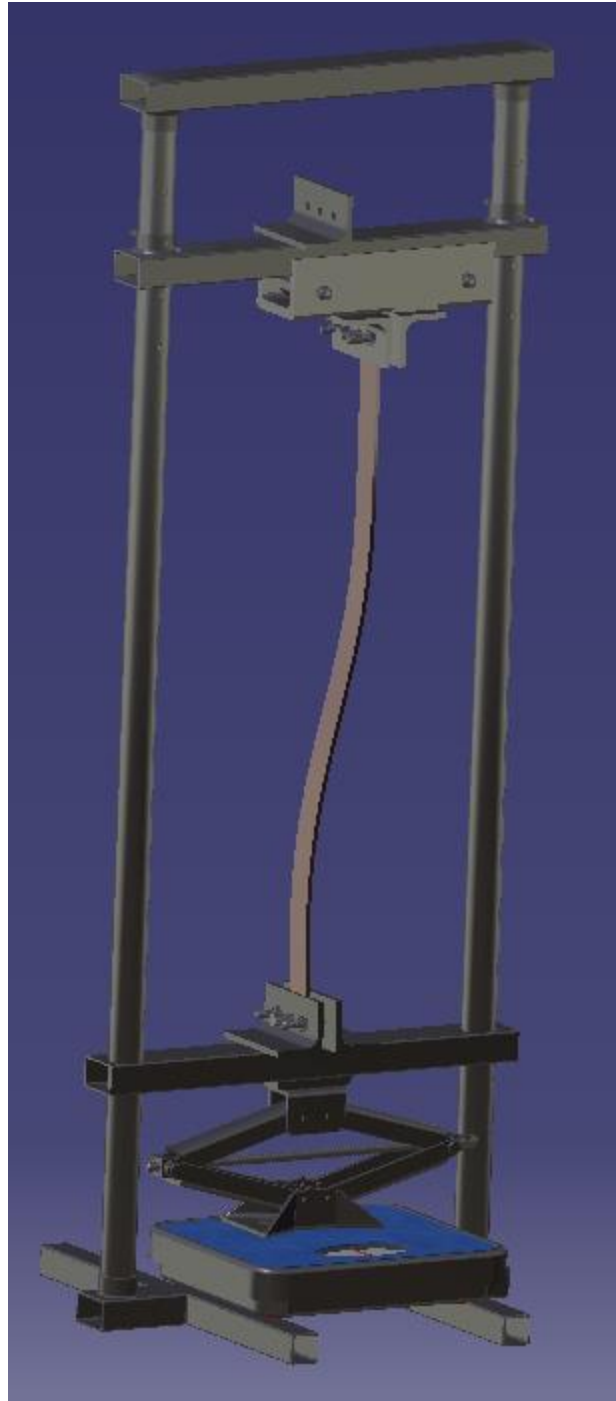


**Εικ. 27 Προσθήκη νεύρων δυσκαμψίας στις γωνιές συγκράτησης.**

Στη συνέχεια παρουσιάζονται διάφορες συγκρατητικές δομές πρόσδεσης των δοκιμών για διαφορετικού τύπου πειράματα. Οι δομές αυτές σχεδιάστηκαν αλλά δεν κατασκευάστηκαν λόγω κόστους.



**Εικ. 28 Η πειραματική διάταξη χωρίς της συγκρατητικές δομές.**



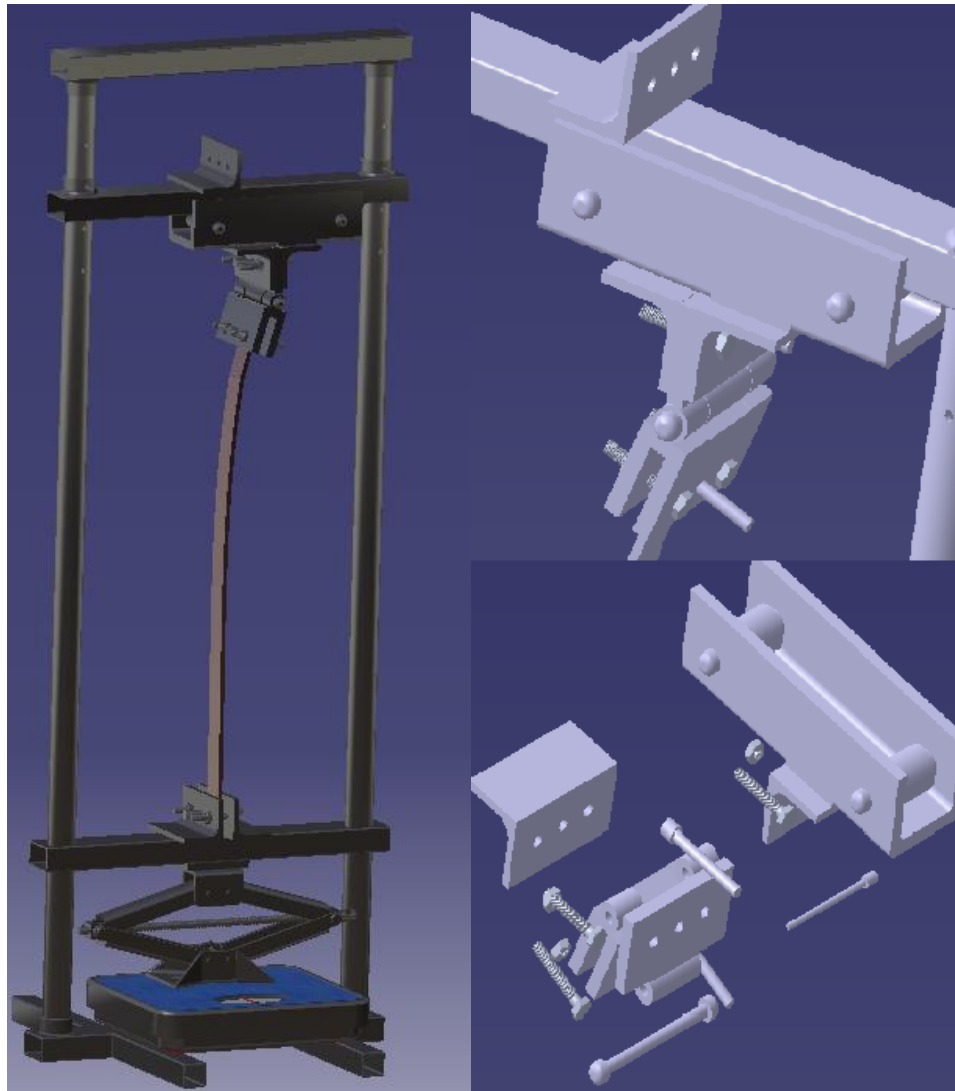
**Εικ. 29:** Πείραμα πάκτωσης σε κύλιση.



Εικ. 30 Πείραμα άρθρωσης σε άρθρωση.

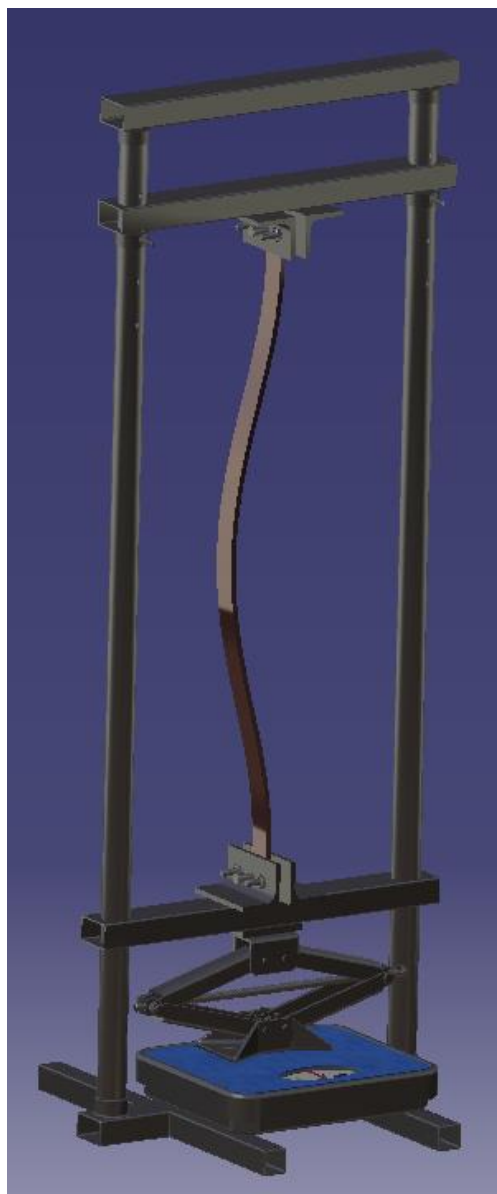


**Εικ. 31** Πείραμα πάκτωσης σε άρθρωση.



**Εικ. 32** Πείραμα πάκτωσης σε άρθρωση σε συνδυασμό με κύλιση.

Για να είναι ολοκληρωμένοι οι συνδυασμοί που επιτρέπει η πειραματική συσκευή παρατίθεται και η εικόνα της πειραματικής διάταξης πάκτωση σε πάκτωση που είναι και η τρέχουσα συσκευή.



**Εικ. 33** Πείραμα πάκτωσης σε πάκτωση.

Για την καλύτερη κατανόηση του κατασκευαστικού μέρους δόθηκαν φωτογραφίες της διαδικασίας κατασκευής. Η παράθεση των φωτογραφιών του παραρτήματος έρχονται σε αντιστοιχία με τα τρισδιάστατα σχέδια της Πτυχιακής και θεωρούμε ότι θα βοηθήσουν με απλότητα αλλά και σαφήνεια, στην δυσκολία



που εμφανίζει η μετάβαση από το σχεδιασμό στην υλοποίηση και κατασκευή της πειραματικής διάταξης..

## **Βιβλιογραφία**

**[1] Φιλόθεος Λόκκας, Νικόλαος Αλαμανής: Εγχειρίδιο στο μάθημα Υπολογισμοί Κατασκευών, Θεωρία-Ασκήσεις. Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας , 2021: 62-96.**

**[2] S. Hashemi, Foundations of materials science and engineering, 4th ed, McGraw-Hill, ISBN 007-125690-3, 2006**

**[3] Mike Meier, “Mechanical properties” Department of Chemical Engineering and Materials Science University of California, Davis, September, 2004.**

**[4] A.B. Hassan and Y. A. Bukar, “Design and Fabrication of Compression Strength Testing Machine for Blocks and Clay Bricks”, Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies, Vol.14, pp.142-153, 2009**

**[5] Y. A. Bukar, “Benefits of Enhanced Product Quality for Industries like Aluminum, Steel, Auto Mobile and related Industries” been paper presented at the seminar on Strategy for Developing Local Raw Materials for Metallurgical and Building Industries, Lagos, June 1992.**

**[6] D. C. William, Materials science and engineering-An Introduction, 7th ed. New York. John Wiley & Sons, Inc, 2007.**

**[7] Δρ. Π. Α. Βουθούνης Τεχνική Μηχανική αντοχή των υλικών, Αθήνα 1993.**

**[8] Ν. Ανδριανόπουλος, Ε. Κυριαζή, Κ. Λιακόπουλος, Πειραματική Αντοχή Υλικών, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, 1991.**

**[9] Θ. Κερμανίδης- Εργαστήριο τεχνολογίας και αντοχής υλικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.**

**[10] Δρ. Π. Α. Βουθούνης Τεχνική Μηχανική αντοχή των υλικών, Αθήνα 1993.**

**[11] Θ. Κερμανίδης - Αντοχή των υλικών, Πάτρα 1995**

**[12] Θ. Κερμανίδης-Εργαστήριο τεχνολογίας και αντοχής, υλικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.**

**[13] F. Beer, Mechanics of materials, McGraw Hill, 2006.**

**[14] Κ. Ζαφείρης Σημειώσεις Μεταλλικές Κατασκευές (Ε), Χαλκίδα, 2010.**

**[11] Δρ. Π. Α. Βουθούνης, Τεχνική Μηχανική αντοχή των υλικών, Αθήνα 1993.**

**[12] Ν. Ανδριανόπουλος, Ε. Κυριαζή, Κ. Λιακόπουλος, Πειραματική Αντοχή Υλικών, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, 1991.**

**[13] Θ. Κερμανίδης Εργαστήριο τεχνολογίας και αντοχής υλικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.**

**[14] Δρ Φιλοθέου Γ. Λόκκα, Αρχές και Μέθοδοι στην ΑΝΤΟΧΗ των ΥΛΙΚΩΝ, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Λάρισας-Πολιτικών Έργων Υποδομής, Λάρισα 2003.**

[15] <https://www.gunt.de/en/products/engineering-mechanics-and-engineering-design/strength-of-materials/buckling-and-stability/buckling-behaviour-of-bars/020.12000/wp120/glct-1:pa-148:ca-11:pr-1528?googleTranslate=1>

[16] *Pham Hoang Nam, Hendri Syamsudin, Tatacipta Dirgantara, IchsanSetya Putra, Le Xuan Truong. DESIGN OF BUCKLING AND BENDING TESTING MACHINE USING SYSTEMATIC METHOD Universitas GadjahMada (UGM), Yogyakarta, 16-17 Oktober 2012.*



## Παράρτημα

### Κατασκευή εργαστηριακής συσκευής













