



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

"ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ
ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΜΕ ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΥΣ ΚΩΔΙΚΕΣ ΣΕ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ"

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΚΕΡΑΝΗΣ
ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΝΙΚΟΛΑΚΗΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΠΑΡΑΣΚΕΥΑΣ ΜΙΧΑΗΛ, Αναπληρωτής καθηγητής, ΔΕΠ

ΠΑΤΡΑ 2022

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΝΑΛΙΟΥ.....	8
1.1 ΤΥΧΑΙΟΠΟΙΗΣΗ – ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ.....	9
1.2 ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ.....	12
1.3 ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ.....	13
1.4 ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ.....	15
2. ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ.....	15
2.1 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΜΕ ΜΝΗΜΗ.....	16
2.1.1 ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΜΕ ΜΝΗΜΗ.....	16
2.2 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ.....	17
2.2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΝΑΛΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ.....	19
2.2.2 ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ.....	21
3. ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ.....	21
3.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....	24
3.1.1 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ TRELLIS.....	25
3.1.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ.....	26
3.1.3 ΔΕΝΔΡΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ.....	26
3.2 ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΛΑΘΩΝ.....	27
4. ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΣΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ.....	30
5. ΣΥΝΟΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	38
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	38

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΩΝ

<u>Εικόνα 1.1 Αναπαράσταση πληροφορίας απο τον πομπό στον δέκτη.....</u>	<u>8</u>
<u>Εικόνα 1.2 Διασπορά ενέργειας με βαθμίδα τυχαιοποίησης.....</u>	<u>10</u>
<u>Εικόνα 1.3 Διασπορά ενέργειας με βαθμίδα επαναφοράς.....</u>	<u>11</u>
<u>Εικόνα 1.4 Καταχωρητής PBRS.....</u>	<u>12</u>
<u>Πίνακας 1.5 Η πράξη XOR.....</u>	<u>13</u>
<u>Εικόνα 1.6 Εσωτερικός κωδικοποιητής.....</u>	<u>14</u>
<u>Εικόνα 1.7 Συνελικτικός κωδικοποιητής.....</u>	<u>15</u>
<u>Εικόνα 2.1 Πιθανότητα λάθους λ.....</u>	<u>16</u>
<u>Εικόνα 2.2 Αθόρυβο δυαδικό κανάλι.....</u>	<u>19</u>
<u>Εικόνα 2.3 Θορυβώδες κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους.....</u>	<u>19</u>
<u>Εικόνα 2.4 Θορυβώδης γραφομηχανή.....</u>	<u>20</u>
<u>Εικόνα 2.5 Δυαδικό συμμετρικό κανάλι.....</u>	<u>20</u>
<u>Εικόνα 3.1 Κωδικοποιητής συνελικτικού κώδικα.....</u>	<u>22</u>
<u>Εικόνα 3.2 Γεννήτορας πίνακας συνελικτικού κώδικα.....</u>	<u>23</u>
<u>Εικόνα 3.3 Συνάρτηση μεταφοράς συστήματος διακριτού χρόνου.....</u>	<u>23</u>
<u>Εικόνα 3.4 Διάγραμμα Trellis.....</u>	<u>25</u>
<u>Εικόνα 3.5 Διάγραμμα καταστάσεων.....</u>	<u>26</u>
<u>Εικόνα 3.6 Δενδρικό διάγραμμα.....</u>	<u>27</u>
<u>Εικόνα 3.7 Puncturing.....</u>	<u>29</u>

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Σε αυτό το σημείο θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους γονείς μας, για την αμέριστη συμπαράσταση τους στα μαθητικά και φοιτητικά μας χρόνια και για ολη την στήριξη τους σε καθε μας επιλογή.

Τελος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα καθηγητή μας κ. Παρασκευά Μιχαήλ για την εμπιστοσύνη και την αφιέρωση πολύτιμου χρόνου, ώστε να ολοκληρωθεί η εργασία αυτή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει ως σκοπό την μελετη των συνελικτικών κωδικών και της σημασίας τους. Πριν όμως, αποτυπώνουμε πολύ βασικά στοιχεία για την κωδικοποίηση καναλιού, αναλύουμε τα διακριτά κανάλια επικοινωνίας και καταλήγουμε στο κύριο θέμα της εργασίας μας στο οποίο υπάρχουν και παραδείγματα κωδικοποίησης μέσω της εφαρμογής matlab.

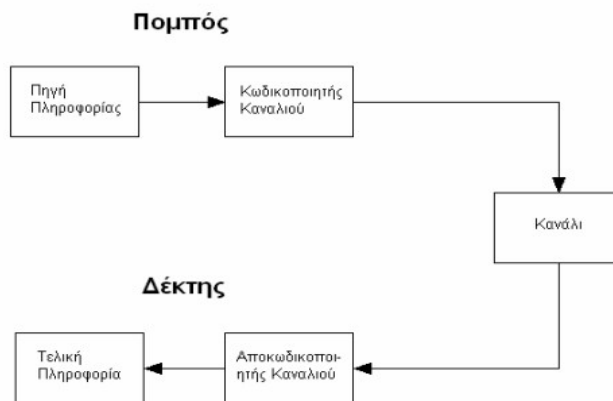
ABSTRACT

The aim of this dissertation is to study convergent codes and their meaning. But before we capture very basic information about channel coding, we analyze the distinct communication channels and come to the main topic of our work in which there are examples of coding through the matlab application.

1 ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΝΑΛΙΟΥ

Η κωδικοποίηση καναλιού λαμβάνει χώρα πριν τη μετάδοση και στοχεύει στην ενίσχυση του σήματος με πλεονάζουσα πληροφορία η οποία χρησιμοποιείται από τον δέκτη, στις αντίστοιχες βαθμίδες για τον εντοπισμό και τη διόρθωση τυχόν σφαλμάτων. Η ύπαρξη της πλεονάζουσας πληροφορίας αυξάνει αναπόφευκτα το σύνολο της πληροφορίας κατά ένα ελέγχσιμο (και αν γίνει παραμετροποιήσιμο) ποσοστό.

Η κωδικοποίηση καναλιού διακρίνεται σε πέντε βασικά στάδια και υπάρχουν οι αντίστοιχες βαθμίδες στην πλευρά του πομπού: τη διασπορά ενέργειας (ή, αλλιώς, την τυχαιοποίηση των δεδομένων), την εξωτερική κωδικοποίηση, την εξωτερική διεμπλοκή, την εσωτερική κωδικοποίηση και την εσωτερική διεμπλοκή. Η αντίστροφη λειτουργικότητα βρίσκεται από την πλευρά του δέκτη. Συγκεκριμένα η επανατοποθέτηση της ροής στην αρχική σειρά, η εξωτερική αποκωδικοποίηση, η συνελικτική απεμπλοκή, καθώς και η εσωτερική αποκωδικοποίηση και η εσωτερική απεμπλοκή. Οι όροι διεμπλοκή και απεμπλοκή παραπέμπουν σε μια αντιμετάθεση συμβόλων ή bits (ανάλογα με το σημείο στο οποίο λαμβάνουν χώρα) με τέτοιο τρόπο ώστε να μετριάζεται το αποτέλεσμα συνεχόμενων σφαλμάτων (π.χ. μιας ριπής σφαλμάτων) και βέβαια να είναι δυνατή η επανατοποθέτηση των συμβόλων ή των bits στον δέκτη, ώστε να γίνεται διαθέσιμη η ροή στην αρχική της μορφή.



Εικόνα 1.1 Αναπαράσταση πληροφορίας από τον πομπό στον δέκτη

Οι μηχανισμοί που χρησιμοποιούνται διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, ανάλογα κυρίως με το τμήμα της πληροφορίας όπου εφαρμόζονται, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο προστίθεται η πλεονάζουσα πληροφορία. Οι κατηγορίες αυτές είναι οι ακόλουθες:

- Κώδικες μπλοκ (block code)
- Συνελικτικοί κώδικες (convolutional code)

Η σημαντικότερη διαφορά μεταξύ αυτών των κατηγοριών εντοπίζεται στο γεγονός ότι οι πρώτοι χωρίζουν την πληροφορία σε τμήματα, συγκεκριμένου μεγέθους (μπλοκ). Στα τμήματα αυτά γίνεται η κωδικοποίηση για να ληφθούν οι αντίστοιχες κωδικές λέξεις (κωδικολέξη). Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στην περίπτωση των συνελικτικών μηχανισμών, αφού η κωδικοποίηση και η αποκωδικοποίηση λαμβάνουν χώρα στη συνολική ροή (συνήθως σε επίπεδο bit). Παράλληλα με την ανωτέρω διαφοροποίηση, υπάρχει ακόμα μία η οποία αφορά τη μνήμη. Συγκεκριμένα, οι συνελικτικοί κωδικοποιητές έχουν κατάσταση (άρα μνήμη). Αυτό σημαίνει ότι η έξοδος δεν εξαρτάται μόνο από την τιμή της εισόδου τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή αλλά και από αντίστοιχες τιμές σε προηγούμενο χρόνο. Αυτό δεν συμβαίνει στους κώδικες τύπου μπλοκ, όπου κάθε κωδικολέξη είναι ανεξάρτητη από την προηγούμενη και την επόμενη.

Προκειμένου να οριστεί ένας συνελικτικός κωδικοποιητής απαιτούνται τρεις παραμετροί.

Rate: Είναι ο λόγος του αριθμού των bit στην είσοδο του κωδικοποιητή προς τον αριθμό των bit στην έξοδο.

Constraint length: Ο αριθμός των προηγούμενων τιμών της εισόδου από τις οποίες εξαρτάται η τρέχουσα έξοδος.

Παράγον πολυώνυμο: Πολυώνυμο GF2 των συντελεστών του κάθε όρου από τους constraint length όρους για την αντίστοιχη έξοδο.

1.1 ΤΥΧΑΙΟΠΟΙΗΣΗ – ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

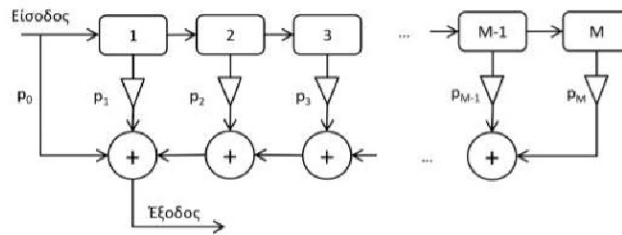
Βαθμίδα Τυχαιοποίησης

Η πρώτη βαθμίδα του μηχανισμού της κωδικοποίησης

καναλιού έχει να κάνει με τη διασπορά της ενέργειας στα δυαδικά δεδομένα. Η

διασπορά της ενέργειας συνίσταται στην αποφυγή μεγάλου συνεχόμενου πλήθους

από μηδέν ή ένα στα δεδομένα (ροή bits). Η ενέργεια αυτή ισοδυναμεί με την τυχαιοποίηση της σειράς (scrambling) των δεδομένων, την εισαγωγή, δηλαδή, κάποιας τυχαιότητας στα δεδομένα. Η διασπορά της ενέργειας επιτυγχάνεται με βαθμίδα τυχαιοποίησης η οποία εφαρμόζεται στη ροή από bits, όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα



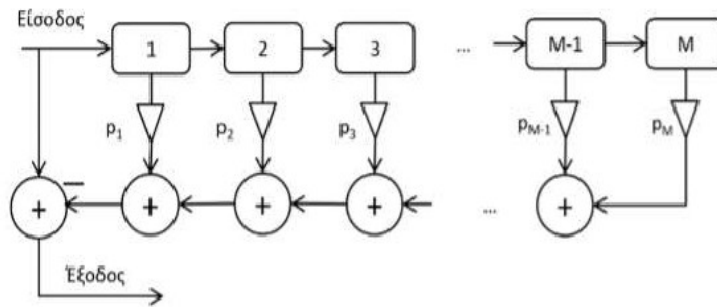
Εικόνα 1.2 Διασπορά ενέργειας με βαθμίδα τυχαιοποίησης

Η βαθμίδα τυχαιοποίησης αποτελείται από μια σειρά M καταχωρητών, αθροιστών και πολλαπλασιαστών. Η βάση υπολογισμού της βαθμίδας είναι N και οι τιμές της εισόδου κυμαίνονται στο διάστημα $[0, N-1]$. Σε αυτήν την περίπτωση οι αθροιστές έχουν βάση το N (είναι δηλαδή αθροιστές modulo N). Οι συντελεστές p_0, p_1, \dots, p_{M-1} και p_M καθορίζουν ποιες από τις τιμές των καταχωρητών λαμβάνονται

υπόψη

στα αθροίσματα. Το άθροισμα, δηλαδή, καθορίζεται από το αντίστοιχο πολυώνυμο γεννήτορα, το οποίο ορίζεται με χρήση των ανωτέρω συντελεστών: $p_0 + p_1z^{-1} + \dots + p_{M-1}z^{M-1} + p_Mz^{-M}$.

Καθώς εισέρχεται το σήμα εισόδου στη βαθμίδα, το περιεχόμενο των καταχωρητών μετατοπίζεται προς τα δεξιά και γίνονται οι αντίστοιχοι υπολογισμοί της εξόδου. Άλλη μία παράμετρος η οποία έχει σημασία στους σχετικούς υπολογισμούς είναι η αρχική κατάσταση των καταχωρητών. Η αντίστροφη διαδικασία γίνεται στον δέκτη στη βαθμίδα επαναφοράς της ροής (descrambler) ώστε να επανακτηθεί η αρχική ροή. Η διαδικασία που ακολουθείται παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Παρατηρούμε την ομοιότητα των δύο βαθμίδων με σημείο διαφοροποίησης τη μετατροπή του αθροίσματος σε διαφορά.



Εικόνα 1.3 Διασπορά ενέργειας με βαθμίδα επαναφοράς

Στην περίπτωση της ψηφιακής τηλεόρασης, η είσοδος του συστήματος κωδικοποίησης καναλιού είναι ο Συρμός Μεταφοράς (MPEG2 Transport Stream, MPEG2-TS). Τα πακέτα του συρμού, όπως εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι σταθερού μήκους, συγκεκριμένα 188 Bytes. Το πρώτο Byte κάθε πακέτου είναι το Byte συγχρονισμού και έχει την τιμή 0x47. Η βαθμίδα τυχαιοποίησης (scrambler) αποτελείται από μια ψευδοτυχαία δυαδική ακολουθία των 16bit (Pseudo Random Binary Sequence, PRBS) με ένα πολυώνυμο γεννήτορα 15ου βαθμού με τους επόμενους συντελεστές:

$$p_0=1$$

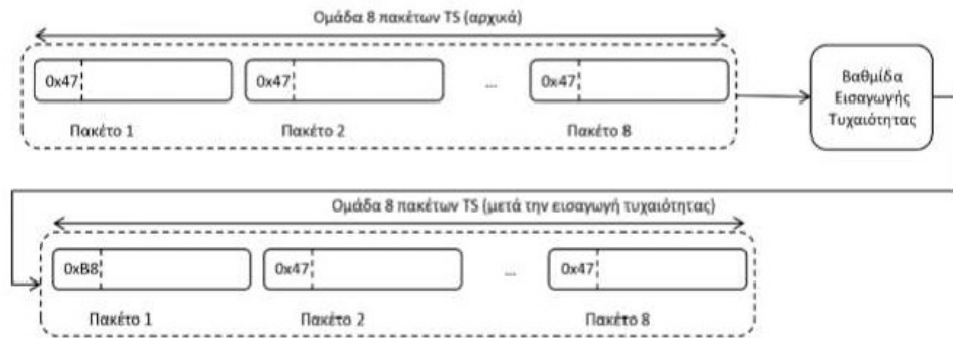
$$p_14=1$$

$$p_15=1$$

Στον καταχωρητή PRBS φορτώνεται η αρχική ακολουθία «1001010 1000 0000» και αρχικοποιείται εκ νέου με την έναρξη κάθε ομάδας 8 πακέτων MPEG2-TS. Η τιμή του πρώτου Byte συγχρονισμού στην ομάδα των 8 πακέτων αντιστρέφεται δυαδικά (χωρίς, δηλαδή, να επηρεάζεται από τη λειτουργία της βαθμίδας) από 0x47 σε 0xB8. Η συγκεκριμένη αυτή τιμή χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό των τυχαιοποιημένων ομάδων πακέτων. Η δυαδική αντιστροφή του Byte συγχρονισμού απεικονίζεται παρακάτω:

$$0x47=0100\ 0111<2>\ 10111000<2>=0xB8$$

Αυτό σημαίνει ότι η συγκεκριμένη τιμή (0xB8) επαναλαμβάνεται περιοδικά μετά από 8 TS πακέτα, δηλαδή μετά από $8 \times 188 - 1 = 1.503$ Bytes.



Εικόνα 1.4 Καταχωρητής PBRS

Η βαθμίδα επαναφοράς της ακολουθίας πρέπει να είναι συγχρονισμένη με την αρχική, οπότε ο συγχρονισμός αυτός επιτυγχάνεται με τον μηχανισμό της αναστροφής του πρώτου Byte κάθε ομάδας 8 πακέτων όπως συζητήσαμε παραπάνω. Το πρώτο Byte των υπόλοιπων πακέτων της ομάδας δεν αντιστρέφεται, ούτε επηρεάζεται από τη λειτουργία της βαθμίδας και παραμένει στην τιμή 0x47.

1.2 ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Όπως συζητήθηκε στα προηγούμενα, η προληπτική διόρθωση σφαλμάτων (Forward Error Correction) με την προσθήκη πλεονάζουσας πληροφορίας στο σήμα από τον πομπό, δίνει τη δυνατότητα στον δέκτη να εντοπίσει και να διορθώσει σφάλματα τα οποία έχουν συμβεί κατά τη μετάδοση. Πολλές κωδικοποιήσεις έχουν σχεδιαστεί για αυτόν τον σκοπό με την κωδικοποίηση Reed Solomon να αποτελεί μια από τις πλέον συχνά χρησιμοποιούμενες, αφού ισορροπεί αρμονικά ανάμεσα στην απόδοση και στην πολυπλοκότητα. Η μεν απόδοση σχετίζεται με το πλήθος της πλεονάζουσας πληροφορίας που απαιτείται (και η οποία συνεπάγεται την αύξηση του όγκου), η δε πολυπλοκότητα σχετίζεται με τη δυσκολία στην κωδικοποίηση και την αποκωδικοποίηση.

Η κωδικοποίηση Reed Solomon χρησιμοποιείται στην επίγεια ψηφιακή τηλεόραση (DVB-T, ATSC) (40). Ο αλγόριθμος Reed Solomon είναι από τους πλέον συχνά χρησιμοποιούμενους αλγόριθμους και χρησιμοποιείται εκτός από την ψηφιακή τηλεόραση σε μια σειρά εφαρμογών συμπεριλαμβανομένων και των επομένων: CD, DVD, BlueDisc, DSL και WiMAX. Τόσο η κωδικοποίηση όσο και η αποκωδικοποίηση λαμβάνει χώρα με τη βοήθεια υλικού (hardware) για καλύτερη απόδοση. Η κωδικοποίηση Reed Solomon είναι κωδικοποίηση τύπου μπλοκ, όπου η πληροφορία χωρίζεται σε τμήματα συγκεκριμένου μήκους και σε αυτά τα τμήματα λαμβάνει χώρα η κωδικοποίηση και η αποκωδικοποίηση (ανεξάρτητα σε κάθε τμήμα).

Σε κάθε ένα από αυτά τα τμήματα προστίθεται ένα τμήμα προστασίας (parity information) και αυτό μαζί με την αρχική πληροφορία σχηματίζει ένα νέο μπλοκ το οποίο αποστέλλεται και κωδικοποιείται ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα. Στην περίπτωση που η αρχική πληροφορία δεν υφίσταται κάποια αλλαγή

στο νέο ενισχυμένο μπλοκ, δηλαδή απλώς προστίθεται το τμήμα των δεδομένων που αφορά τον εντοπισμό και τη διόρθωση των σφαλμάτων είτε στο αρχικό τμήμα του μπλοκ είτε στο τέλος αυτού, τότε ο κώδικας ονομάζεται συστηματικός. Αυτό σημαίνει ότι (πέρα από τον έλεγχο και τη διόρθωση των τυχόν σφαλμάτων) κατά την αποκωδικοποίηση το πλεονάζον αυτό τμήμα πληροφορίας αφαιρείται. Ο αλγόριθμος Reed Solomon είναι συστηματικός. Ο RS είναι επιπλέον γραμμικός, δηλαδή η προσθήκη δύο κωδικών λέξεων τμημάτων δημιουργεί μια νέα κωδική λέξη. Επίσης είναι κυκλικός, με την έννοια ότι αν γίνει κυκλική μετατόπιση των συμβόλων η λέξη που θα προκύψει θα είναι επίσης μια κωδική λέξη. Η κωδικοποίηση RS ανήκει στην οικογένεια κωδικοποιήσεων Bose- Chaudhuri-Hocquenghem (BCH). Αν σε μια κωδική λέξη έστω και ένα από τα περιεχόμενα bits είναι εσφαλμένα, αυτό λογίζεται ως μια εσφαλμένη κωδική λέξη.

1.3 ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Η εσωτερική κωδικοποίηση αποσκοπεί στη διόρθωση λαθών και δρα συμπληρωματικά ως προς την κωδικοποίηση κατά Reed Solomon. Χρησιμοποιείται στο ψηφιακό βίντεο, στις ασύρματες και δορυφορικές επικοινωνίες. Η εσωτερική κωδικοποίηση ακολουθεί την εξωτερική διεμπλοκή. Πρόκειται περί συνελικτικής κωδικοποίησης (convolutional encoding). Για τη μεν κωδικοποίηση χρησιμοποιείται ο κωδικοποιητής Trellis για την αποκωδικοποίηση ο αποκωδικοποιητής Viterbi. Επειδή η εσωτερική κωδικοποίηση κατά κανόνα δύναται να διπλασιάσει το πλήθος των δεδομένων, είναι δυνατόν να γίνει διάτρηση (puncturing) ώστε να μειωθεί ο ρυθμός, όπως θα φανεί στα επόμενα. Η

Είσοδος 1	Είσοδος 2	Έξοδος
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Πίνακας 1.5 Η πράξη XOR

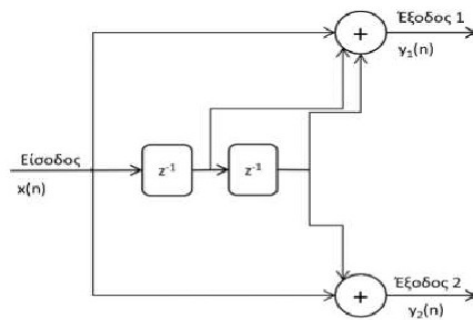
λογική του συνελικτικού κωδικοποιητή είναι η χρήση καταχωρητών, κάθε ένας εκ των οποίων μπορεί να αποθηκεύσει ένα bit. Ο κωδικοποιητής έχει 2 αθροιστές (πύλες Exclusive Or – XOR), οι οποίες λαμβάνουν δεδομένα από κάποιους από τους καταχωρητές, χρησιμοποιώντας πολυώνυμα – γεννήτορες. Υπενθυμίζεται το αποτέλεσμα της πράξης σε μία πύλη XOR, δύο εισόδων:

Οι συνελικτικοί κωδικοποιητές είναι δυνατόν να χρησιμοποιούν ανάδραση ή όχι. Η μη χρήση ανάδρασης τους κάνει πιο απλούς στη δομή. Από συστημική άποψη οι κωδικοποιητές χωρίς ανάδραση μπορούν να θεωρηθούν ψηφιακά φίλτρα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR, Finite Impulse Response).

Οι κωδικοποιητές με ανάδραση είναι ψηφιακά φίλτρα μη πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (IIR, Infinite Impulse Response). Ένας άλλος τρόπος να θεωρήσουμε τον κωδικοποιητή είναι ως μηχανή πεπερασμένων καταστάσεων. Η έξοδος προκύπτει από τις πράξεις που εκτελούνται στους αθροιστές και με χρήση των τιμών που είναι αποθηκευμένες στους καταχωρητές. Σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί κάποια bits να τροφοδοτούν απευθείας την έξοδο. Το πλήθος των bits της εξόδου προκύπτει από το πλήθος της εισόδου επί το πλήθος των αθροιστών. Αυτό σημαίνει ότι στην τυπική περίπτωση που έχουμε δύο αθροιστές ο ρυθμός (σε bits per second) της εξόδου θα είναι διπλάσιος σε σχέση με αυτόν της εισόδου.

Ο συνελικτικός κωδικοποιητής χαρακτηρίζεται από το πλήθος των μνημών που διαθέτει. Το πλήθος των μνημών καθορίζει και το πλήθος των πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρεθεί ο κωδικοποιητής. Δίνουμε κάποιους χρήσιμους ορισμούς:

- Ρυθμός κώδικα (code rate) k/n , όπου k ο ρυθμός των εισερχόμενων δεδομένων στον κωδικοποιητή (σε bits / sec) και n ο ρυθμός των δεδομένων που εξέρχονται από τον κωδικοποιητή (σε bits / sec). Ο ρυθμός κώδικα εξαρτάται από το πλήθος των εξόδων του κωδικοποιητή. Η είσοδος θεωρούμε ότι αποτελείται από μία και μόνο ροή. Η βασική τιμή του ρυθμού κώδικα είναι $1/2$ (ένα προς δύο).
- Μήκος περιορισμού (constraint length) M , το οποίο αντιστοιχεί στις θέσεις μνήμης, δηλαδή, στο πλήθος bits που είναι αποθηκευμένα και επηρεάζουν την έξοδο του κωδικοποιητή. Το μήκος

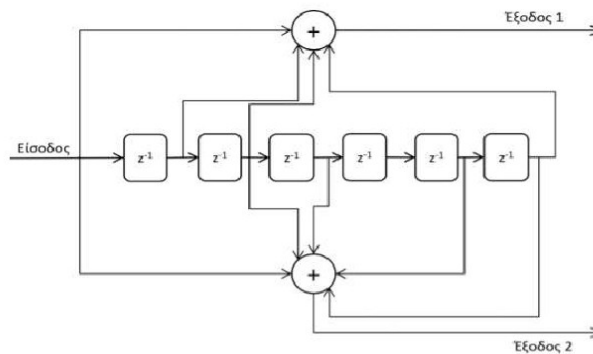


Εικόνα 1.6 Εσωτερικός κωδικοποιητής

περιορισμού καθορίζει και τις καταστάσεις τις οποίες μπορεί να λάβει ο κωδικοποιητής. Όπως και στην περίπτωση του κώδικα Reed Solomon, εάν τα δεδομένα της εισόδου χρησιμοποιούνται ως έχουν στην έξοδο, η κωδικοποίηση ονομάζεται συστηματική. Δεδομένου ότι ο εσωτερικός κωδικοποιητής ο οποίος προβλέπεται από το πρότυπο είναι αρκετά σύνθετος ώστε να δούμε απευθείας τον μηχανισμό λειτουργίας του.

1.4 ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ

Η συνελικτική κωδικοποίηση δεν εφαρμόζεται σε τμήματα (μπλοκ) δεδομένων αλλά σε συνεχόμενη ροή bit. Οπότε η δυνατότητα διόρθωσης σφαλμάτων εκ μέρους του κώδικα αφορά σφάλματα που λαμβάνουν χώρα κοντά το ένα με το άλλο. Στην περίπτωση μεγαλύτερων αποστάσεων μεταξύ των σφαλμάτων αυτά μπορούν να διορθωθούν σχετικά εύκολα. Για αυτό και στην περίπτωση αυτή πρέπει να γίνει διεμπλοκή των bits.



Εικόνα 1.7 Συνελικτικός κωδικοποιητής

2 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ

Ένα διακριτό κανάλι είναι ένα στατιστικό μοντέλο με είσοδο X_n και μια έξοδος Y_n που μπορεί να θεωρηθεί ως μια θορυβώδης έκδοση του X_n . Οι ακολουθίες X_n και Y_n λαμβάνουν αξία σε X και Y αντίστοιχα ($|X|, |Y| < \infty$). Με δεδομένο το αλφάβητο εισόδου και εξόδου X και Y , περιγράφεται ένα κανάλι από την πιθανοτική σχέση μεταξύ της εισόδου και της εξόδου, δηλαδή με το σύνολο των πιθανοτήτων μετάβασης:

$$Pr\{Y_k = y | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k\} \quad y \in Y, (x_1, \dots, x_k) \in X^k \quad (2.1)$$

όπου k δηλώνει τον διακριτό χρόνο κατά τον οποίο παρατηρείται το αποτέλεσμα.

2.1 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΜΕ ΜΝΗΜΗ

Το διακριτό κανάλι με μνήμη (DCM) έχει την ιδιότητα ότι η δράση του εξαρτάται από τις εισόδους του σε αρκετούς προηγούμενους χρόνους. Ορισμένες φορές, ξαφνικοί θόρυβοι, που επικρατούν του θορύβου

Gauss και προκαλούν καταγισμούς σφαλμάτων. Τα φαινόμενα των θορύβων είναι πολύπλοκα και γι' αυτό κάνουν δύσκολο το λεπτομερή χαρακτηρισμό των καναλιών με μνήμη.

2.1.1 ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΜΕ ΜΝΗΜΗ

Ορίζουμε τη χωρητικότητα του διακριτού καναλιού με μνήμη υποθέτοντας ακολουθίες κωδικών συμβόλων στην είσοδο και στην έξοδο μήκους L , ως ακολούθως:

$$C = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \max_{p(x_1 \dots x_L)} I(X_1 \dots X_L; Y_1 \dots Y_L) \quad (2.2)$$

Η μέγιστη τιμή της αμοιβαίας πληροφορίας προκύπτει από τη σύγκριση των κατανομών πιθανοτήτων όλων των κωδικών ακολουθιών εισόδου μήκους L .

Για τη μελέτη των καναλιών με μνήμη μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στατιστικές μεθόδους ή υποδείγματα (μοντέλα) που δημιουργούν ακολουθίες σφαλμάτων παρόμοιες με αυτές των καναλιών. Τέτοια είναι τα υποδείγματα τα οποία αποτελούνται από μια Μαρκοβιανή αλυσίδα με συγκεκριμένο αριθμό καταστάσεων και τις αντίστοιχες πιθανότητες μετάβασης.



Εικόνα 2.1 Πιθανότητα λάθους λ

Το μοντέλο του σχήματος έχει δύο καταστάσεις, την κατάσταση «good» και την κατάσταση «bad». Υποθέτουμε ότι ο ρυθμός μετάδοσης των δυαδικών ψηφίων είναι ίσος με 1 symbol/sec. Αν είμαστε στην κατάσταση «good» στην αρχή του χρονικού διαστήματος συμβόλου $t = n$, τότε το δυαδικό ψηφίο που μεταδίδεται λαμβάνεται χωρίς λάθος στην έξοδο. Αμέσως μετά, στην αρχή του επόμενου χρονικού διαστήματος συμβόλου $t = n + 1$, αποφασίζεται αν θα παραμείνει στην κατάσταση «good» με πιθανότητα $1 - p$ ή θα μεταπέσει στην κατάσταση «bad» με πιθανότητα p . Αν παραμείνει στην κατάσταση «good», έχουμε και πάλι ορθή μετάδοση ενός δυαδικού ψηφίου. Αντίθετα, αν μεταπέσει στην κατάσταση «bad», τότε η μετάδοση του δυαδικού ψηφίου είναι ορθή με πιθανότητα $1 - \lambda$ και εσφαλμένη με πιθανότητα λ . Μετά τη μετάδοση, στην αρχή του χρονικού διαστήματος συμβόλου $t = n + 2$ αποφασίζεται αν θα παραμείνει στην κατάσταση «bad» με πιθανότητα $1 - q$ ή θα μεταπέσει στην κατάσταση «good» με πιθανότητα q . Παρατηρούμε ότι το μοντέλο προβλέπει πάντα ορθή μετάδοση στην κατάσταση «good» και ορθή ή εσφαλμένη μετάδοση στην κατάσταση «bad».

Μπορούμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες να βρίσκεται το κανάλι στις καταστάσεις «good» και «bad», καθώς επίσης και την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος κατά τη μετάδοση. Μεταξύ των

πιθανοτήτων κατάστασης και των πιθανοτήτων μετάπτωσης ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} p(\text{good}) + p(\text{bad}) &= 1, \\ p(\text{good})p + p(\text{good})(1-p) &= p(\text{good})(1-p) + p(\text{bad})q, \\ p(\text{bad})q + p(\text{bad})(1-q) &= p(\text{bad})(1-q) + p(\text{good})p. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Από το ανωτέρω σύστημα εξισώσεων μπορούν να υπολογιστούν οι πιθανότητες των καταστάσεων και από την πιθανότητα της κατάστασης «bad», $p(\text{bad})$, λαμβανομένης υπόψη της πιθανότητας εσφαλμένης μετάδοσης στην κατάσταση «bad», υπολογίζεται η πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος κατά τη μετάδοση, p_{error} . Παρατηρούμε ότι, ενώ η δεδομένη πιθανότητα λ αναφέρεται στην εσφαλμένη μετάδοση όταν το κανάλι είναι στην κατάσταση «bad», η p_{error} αναφέρεται στην πιθανότητα εσφαλμένης μετάδοσης ανεξαρτήτως της κατάστασης στην οποία βρίσκεται.

$$\begin{aligned} p(\text{good}) &= \frac{q}{p+q}, \\ p(\text{bad}) &= \frac{p}{p+q}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$p_{\text{error}} = \lambda p(\text{bad}) = \lambda \frac{p}{p+q}.$$

2.2 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ

Ένα διακριτό κανάλι είναι χωρίς μνήμη όταν η έξοδος του καναλιού σε μια συγκεκριμένη ώρα εξαρτάται μόνο από το σύμβολο εισόδου εκείνη τη στιγμή. Έτσι, αυτές είναι οι πιθανότητες υπό όρους που καθορίζονται για ένα κανάλι χωρίς μνήμη, για όλα τα j και k και από το νόμο της πιθανότητας.

$$\begin{aligned} X &= \{x_0, x_1, \dots, x_{j-1}\} \\ Y &= \{y_0, y_1, \dots, y_{j-1}\} \\ P(y_k|x_j) &= P(Y = y_k | X = x_j) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$K > J$$

$$K \leq J$$

Ένα διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη μπορεί να συνοψιστεί με τη μορφή matrix.

$$\begin{aligned}
 & p(y_0|x_0) p(y_1|x_0) \dots\dots\dots p(y_{k-1}|x_0) \\
 & p(y_0|x_1) p(y_1|x_1) \dots\dots\dots p(y_{k-1}|x_1) \\
 & \cdot \\
 \{P\} = & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & p(y_0|x_{j-1}) p(y_1|x_{j-1}) \dots\dots\dots p(y_{k-1}|x_{j-1})
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Στοχαστικό matrix

$$\sum_{k=0}^{K=1} p(y_k|x_j) = 1 \tag{2.7}$$

Η είσοδος σε ένα διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη επιλέγεται σύμφωνα με τις πιθανότητες p, x, j .

$$\begin{aligned}
 & \{p(x_j), j=0,1 \dots j-1\} \\
 & x = x_j p(x_j) = P(X = x_j) \text{ για } j=0,1 \dots j-1
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Η έξοδος καναλιού είναι Y , τότε μπορούμε να ορίσουμε την κοινή κατανομή πιθανότητας που είναι πιθανότητα x, j, y, k ως η πιθανότητα του X να είναι ίσο με x, j , το Y είναι ίσο με το y, k και αυτό μπορεί επίσης να γραφτεί από τον βασικό κανόνα ως:

$$\begin{aligned}
 & p(y_k) = p(Y = y_k) \\
 & = \sum_{j=0}^{J=1} p(Y = y_k | X = x_j) P(X = x_j)
 \end{aligned}$$

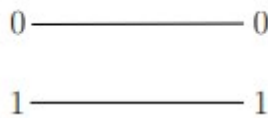
$$= \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k|x_i) p(x_i) \text{ για } k=0,1,\dots,k-1 \quad (2.9)$$

2.2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΚΑΝΑΛΙΩΝ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ

ΑΘΟΥΡΥΒΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΚΑΝΑΛΙ

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα κανάλι στο οποίο η δυαδική είσοδος αναπαράγεται ακριβώς στην έξοδο. Στη συνέχεια, κάθε bit που μεταδίδεται λαμβάνεται χωρίς σφάλμα.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

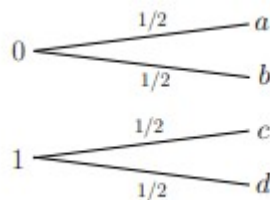


Εικόνα 2.2 Αθόρυβο δυαδικό κανάλι

ΘΟΥΡΥΒΩΔΕΣ ΚΑΝΑΛΙ ΜΕ ΜΗ ΕΠΙΚΑΛΥΠΤΟΜΕΝΕΣ ΕΞΟΔΟΥΣ

Η έξοδος του καναλιού εξαρτάται τυχαία από την είσοδο. Ωστόσο, η είσοδος μπορεί να προσδιοριστεί ακριβώς από την έξοδο και στη συνέχεια κάθε μεταδιδόμενο bit μπορεί να ανακτηθεί χωρίς κανένα σφάλμα.

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

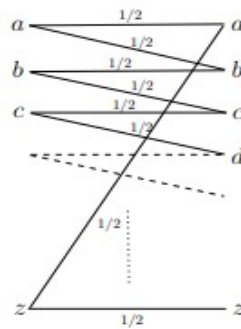


Εικόνα 2.3 Θουρυβώδες κανάλι με μη επικαλυπτόμενες εξόδους

ΘΟΥΡΥΒΩΔΗΣ ΓΡΑΦΟΜΗΧΑΝΗ

Μια είσοδος καναλιού παραδίδεται αμετάβλητη στην έξοδο με πιθανότητα $1/2$ και μετατρέπεται στο επόμενο στοιχείο με πιθανότητα $1/2$. Σε αυτήν την περίπτωση, το μεταδιδόμενο σήμα δεν μπορεί να ανακτηθεί σωστά από την έξοδο.

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1/2 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1/2 \end{pmatrix}$$

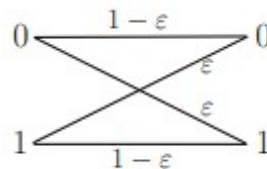


Εικόνα 2.4 Θορυβώδης γραφομηχανή

ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΚΑΝΑΛΙ

Το δυαδικό συμμετρικό κανάλι είναι ένα δυαδικό κανάλι στο οποίο τα σύμβολα εισόδου αναστρέφονται με πιθανότητα ϵ και αφήνονται αμετάβλητα με πιθανότητα $1 - \epsilon$.

$$P = \begin{pmatrix} 1 - \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & 1 - \epsilon \end{pmatrix}$$



Εικόνα 2.5 Δυαδικό συμμετρικό κανάλι

ΚΑΝΑΛΙ ΔΥΑΔΙΚΗΣ ΔΙΑΓΡΑΦΗΣ (BEC)

Αυτό το κανάλι είναι παρόμοιο με το δυαδικό συμμετρικό κανάλι, αλλά σε αυτήν την περίπτωση τα δυφία χάνονται, αντί να αναστρέφονται, με δεδομένη πιθανότητα α .

$$P = \begin{pmatrix} 1-\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 1-\alpha \end{pmatrix}$$

2.2.2 ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΧΩΡΙΣ ΜΝΗΜΗ

Η χωρητικότητα του ενθόρυβου καναλιού ορίζεται ως το μέγιστο πληροφορικό περιεχόμενο που μπορεί να μεταδοθεί από το κανάλι.

Η χωρητικότητα ενός διακριτού ενθόρυβου καναλιού χωρίς μνήμη δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

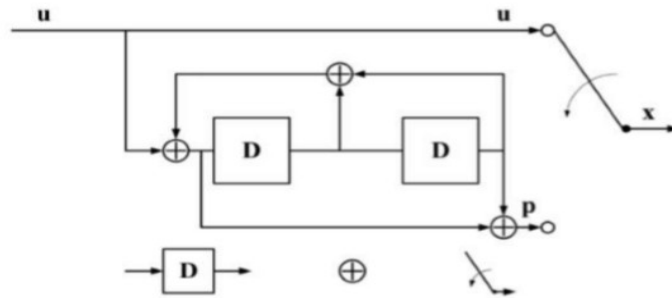
$$C = \max_{p(x)} I(X; Y) = \max_{p(x)} \{H(X) - H(X/Y)\} = \max_{p(x)} \{H(Y) - H(X/Y)\} \text{ bits/symbol}. \quad (2.10)$$

Η μέγιστη τιμή προσδιορίζεται από τη σύγκριση όλων των δυνατών κατανομών εισόδου $p(x)$.

Η χωρητικότητα ενός καναλιού χωρίς θόρυβο ισούται με τη μέγιστη τιμή του $H(X)$, που συνεπάγεται ίσες πιθανότητες για όλα τα κωδικά σύμβολα.

3 ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ

Οι συνελικτικοί κώδικες ανακαλύφθηκαν από τον Elias το 1954 ενώ η αλγεβρική θεωρία τους αναλύθηκε από τον Forney. Παρόμοια με τους κώδικες δομής ορίζονται και αυτοί ως η απεικόνιση από έναν διανυσματικό χώρο σε έναν άλλον. Η κύρια διαφορά τους είναι ότι πραγματοποιούν την διαδικασία της κωδικοποίησης σε μία μεγάλου μήκους και τυχαία ακολουθία δεδομένων και όχι σε ανεξάρτητες δομές δεδομένων. Στους κώδικες αυτούς η έξοδος σε κάθε χρονική στιγμή εξαρτάται όχι μόνο από την τρέχουσα είσοδο αλλά και από κάποιον αριθμό από παρελθούσες εισόδους. Οι συνελικτικοί κώδικες ανήκουν στην κατηγορία των κωδίκων trellis (trellis codes). Οι κώδικες αυτοί



Εικόνα 3.1 Κωδικοποιητής συνελικτικού κώδικα

κωδικοποιούν τα δεδομένα αδιαλείπτως. Ένας συνελικτικός κώδικας είναι κώδικας διόρθωση λάθους που επεξεργάζεται πληροφορίες σειριακά ή διαδοχικά, σε σύντομα μήκους μπλοκ. Ένας συνελικτικός κωδικοποιητής έχει μνήμη, με την έννοια ότι τα σύμβολα εξόδου δεν εξαρτώνται μόνο από τα σύμβολα εισόδου, αλλά και από προηγούμενες καταστάσεις εισροών ή εκροών. Με άλλα λόγια, ο κωδικοποιητής είναι ένα συνεχές κύκλωμα ή μια μηχανή πεπερασμένου αριθμού καταστάσεων. Στα προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών που εφαρμόζουν του αλγορίθμου Viterbi και άλλες trellis διαδικασίες αποκωδικοποίηση, βρέθηκε πίνακας μετάβασης, υποδεικνύοντας τη σχέση μεταξύ της εισόδου, της προηγούμενης και της τρέχουσας κατάστασης, καθώς και της τρέχουσας παραγόμενης εξόδου. Στη θεωρία, οι διαδοχικές ακολουθίες που παράγουν έναν συνελικτικό κώδικα έχουν άπειρη διάρκεια ενώ στην πράξη, η τρέχουσα κατάσταση ενισχύεται περιοδικά σε μια γνωστή κατάσταση και οι ακολουθίες του κώδικα παράγονται σε μορφή block ακολουθιών. Γενικά ένας συνελικτικός κωδικοποιητής με ρυθμό k/n αποτελείται από k καταχωρητές μετάβασης, έναν για κάθε bit εισόδου πληροφορίας και n κωδικοποιημένα bit εξόδου ως γραμμικοί συνδυασμοί των περιεχομένων των καταχωρητών και των bit της πληροφορίας εισόδου. Ένας κωδικοποιητής για έναν συνελικτικό κώδικα φαίνεται στο σχήμα και αποτελεί μια μηχανή πεπερασμένων καταστάσεων δηλαδή ένα ακολουθιακό λογικό κύκλωμα μνήμης m .

Ο γεννήτορας πίνακας Γενός συνελικτικού κώδικα έχει την ακόλουθη γενική μορφή

$$G(D) = \begin{pmatrix} G_{11}(D) & G_{12}(D) & \dots & G_{1n}(D) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{k1}(D) & G_{k2}(D) & \dots & G_{kn}(D) \end{pmatrix}$$

Εικόνα 3.2 Γεννήτορας πίνακας συνελικτικού κώδικα

όπου το κάθε στοιχείο $G_{ij}(D)$ αναπαριστά μια συνάρτηση μεταφοράς (Kroneckerdelta απόκρισης) συστήματος διακριτού-χρόνου τάξης m :

$$G_{ij}(D) = \frac{a_m D^m + a_{m-1} D^{m-1} + \dots + a_0}{b_m D^m + b_{m-1} D^{m-1} + \dots + b_0}$$

Εικόνα 3.3 Συνάρτηση μεταφοράς συστήματος διακριτού χρόνου

Στον κωδικοποιητή του σχήματος παρατηρούμε 2 πολυώνυμα που χαρακτηρίζουν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και την τοπολογία του $G_{11}=1+D^2=101$ και $G_{12}(D)=1+D+D^2=111$. Ο γεννήτορας πίνακας $G(1,101/111)$ χαρακτηρίζει τον κώδικα αυτόν με τον πρώτο όρο να αντιστοιχεί στην έξοδο u και τον δεύτερο όρο της παρενθέσεως να αντιστοιχεί στην έξοδο p . Τα πολυώνυμα αυτά καθορίζουν τις συνδέσεις μεταξύ των καταχωρητών ολίσθησης και των πυλών XOR. Για τον συγκεκριμένο αποκωδικοποιητή το πολυώνυμο G_{12} οριοθετεί την ανάδρασή του. Ο ρυθμός του συνελικτικού κώδικα ορίζεται από τον λόγο των bit εισόδου προς τον αριθμό των εξερχόμενων κωδικών bit. $R=k/n$ (2-27) όπου k και n είναι οι διαστάσεις του $G(D)$. Στο παράδειγμα του σχήματος, ο ρυθμός του κώδικα είναι $R=1/2$. Ένα άλλο χαρακτηριστικό των συνελικτικών κωδικών είναι το μήκος εξαναγκασμού (constraint length) k , με $k=m+1$ και φανερώνει μετά από πόσες διακριτές χρονικές στιγμές ο κωδικοποιητής εξάγει το τρέχον bit εισόδου. Τυπικά, ο ρυθμός R του κώδικα διατηρείται σταθερός, δεδομένου ότι η τάξη m της μνήμης μπορεί να αυξάνει για να αντισταθμίσει τον θόρυβο του διαύλου. Αυτό σημαίνει ότι η πολυπλοκότητα του κώδικα αυξάνει για να χρησιμοποιηθεί περισσότερη πλεονάζουσα πληροφορία.

Γενικά, η διαδικασία εύρεσης καταλλήλου κώδικα περιλαμβάνει τόσο την διατήρηση του ρυθμού του

κώδικα κοντά στην μονάδα και όσο και την ανάπτυξη ισχυρών δυνατοτήτων διόρθωσης λαθών. Συγκεκριμένα, κώδικες διόρθωσης λαθών ρυθμού μεγαλύτερου του 0.9 χρησιμοποιούνται κυρίως για εφαρμογές μαγνητικής αποθήκευσης, όπου η πυκνότητα της πληροφορίας στο μαγνητικό μέσο περιορίζεται κυρίως από το χρησιμοποιούμενο υλικό και την ταχύτητα μετάδοσης. Για εφαρμογές επικοινωνίας δεδομένων, ο περιορισμός του υψηλού ρυθμού κωδικοποίησης δεν λαμβάνεται τόσο υπ' όψιν όσο η καλή διορθωτική ικανότητα του κώδικα. Για διαύλους υψηλού βαθμού θορύβου, χρησιμοποιούνται κώδικες με ρυθμούς $\frac{1}{2}$ και μικρότερους. Οι συνελικτικοί κώδικες αποτελούν μια πολύ σημαντική κατηγορία κωδίκων, οι οποίοι επιτυγχάνουν αρκετά μεγάλα κέρδη στην κωδικοποίηση και η χρήση τους είναι ευρεία στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα. Η ονομασία τους οφείλεται στον τρόπο με τον τρόπο που υλοποιείται η κωδικοποίηση της πληροφορίας, καθώς σχηματίζονται με συνέλιξη των ψηφίων της πληροφορίας με την κρουστική απόκρουση ενός καταχωρητή ολίσθησης. Με την χρήση των συνελικτικών κωδίκων, ένα μπλοκ των k δυαδικών ψηφίων αντιστοιχίζεται σε ένα block των n δυαδικών ψηφίων. Κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα των συνελικτικών κωδίκων είναι ότι το νέο μπλοκ των n δυαδικών ψηφίων δεν εξαρτάται μόνο από τα τρέχοντα k δυαδικά ψηφία, αλλά και από προηγούμενα δυαδικά ψηφία. Αυτό σημαίνει ότι ο κωδικοποιητής πρέπει να έχει μνήμη και ως εκ τούτου μετατρέπεται σε μια Μηχανή Πεπερασμένων Καταστάσεων.

3.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

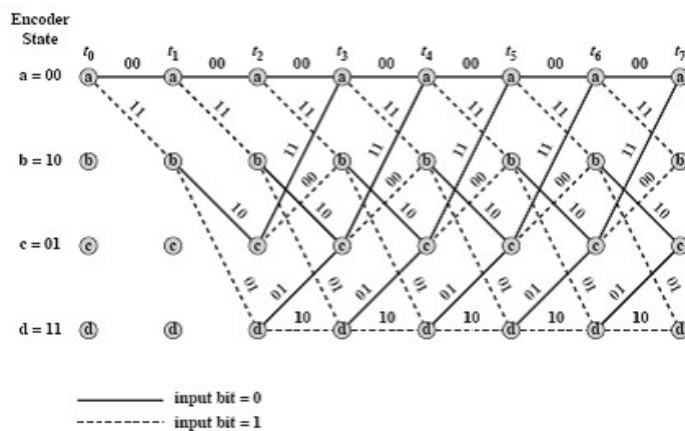
Για κάθε συνελικτικό κώδικα, η πληροφορία που μας δίνει η συνάρτηση μεταφοράς αφορά τις διάφορες διαδρομές μέσα από το trellis διάγραμμα, που ξεκινούν από την κατάσταση με όλο μηδενικά και επανέρχονται στην κατάσταση αυτή για πρώτη φορά. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, κάθε κωδική λέξη ενός συνελικτικού κώδικα αντιστοιχεί σε μία διαδρομή από το trellis που ξεκινά από την κατάσταση με όλα μηδενικά και επανέρχεται στην ίδια ακριβώς κατάσταση. Η διαδικασία που ακολουθείται για τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς ενός συνελικτικού κώδικα είναι η εξής: Διαιρείται η όλα μηδενικά κατάσταση σε 2 «υποκαταστάσεις», μια που δηλώνει την κατάσταση εκκίνησης και μία που δηλώνει την κατάσταση πρώτης επιστροφής στην όλα μηδενικά κατάσταση. Δύο καταστάσεις συνδέονται μέσω ενός κλάδου, ο οποίος ορίζεται μία συνάρτηση της μορφής: $D\alpha N\beta J$. Το α ισούται με τον αριθμό των μονάδων που περιέχει η έξοδος για τον κλάδο αυτό και το β ισούται με τον αριθμό των μονάδων που περιέχει η είσοδος για τον κλάδο αυτό. Έτσι, η συνάρτηση μεταφοράς του συνελικτικού κώδικα ορίζεται ως η συνάρτηση μεταφοράς του γραφήματος ροής μεταξύ της όλα μηδενικά κατάστασης εκκίνησης και της τελικής όλα-μηδενικά κατάστασης. Επίσης, θα είναι συνάρτηση των τριών παραμέτρων D , N , J και θα συμβολίζεται με $T(D, N, J)$. Κάθε στοιχείο της συνάρτησης μεταφοράς αντιστοιχεί σε μία διαδρομή μέσα από το trellis διάγραμμα, που ξεκινάει από την όλα-μηδενικά

κατάσταση και καταλήγει στην όλα μηδενικά κατάσταση. Ο εκθέτης του J ισούται με το πλήθος των κλάδων που καλύπτει η διαδρομή, ο εκθέτης του D ισούται με το πλήθος των μονάδων που περιέχονται στην κωδική λέξη που αντιστοιχεί στην διαδρομή και ο εκθέτης του N ισούται με το πλήθος των μονάδων της εισόδου. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι για τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς, αγνοούμε όλους του βρόχους ανακύκλωσης στην με-όλα μηδενικά κατάσταση. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν τρεις τρόποι για την αναπαράσταση ενός συνελικτικού κωδικοποιητή. Και αυτοί είναι:

1. Διάγραμμα Καταστάσεων
2. Δενδρικό Διάγραμμα
3. Διάγραμμα Trellis

3.1.1 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ TRELLIS

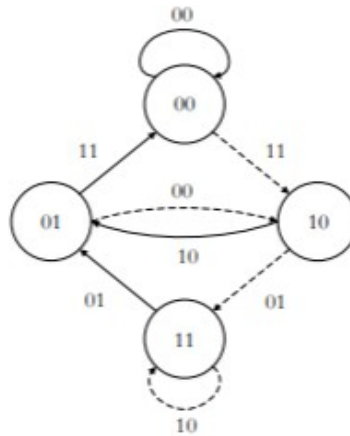
Το διάγραμμα trellis αποτελεί έναν τρόπο παρουσίασης των μεταπτώσεων μεταξύ των διαφόρων καταστάσεων, καθώς εξελίσσεται ο χρόνος. Ο τρόπος κατασκευής του διαγράμματος trellis είναι ο εξής: Τοποθετούμε σε έναν κατακόρυφο άξονα όλες τις δυνατές καταστάσεις και επαναλαμβάνουμε τον άξονα αυτό για κάθε χρονική περίοδο μετάπτωσης (μετάβασης). Κάθε μετάπτωση (μετάβαση) από μια κατάσταση σε μία άλλη αναπαρίσταται με ένα ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα παραστατικά σημεία των δύο καταστάσεων σε δύο διαδοχικούς κατακόρυφους άξονες. Θα μπορούσε κανείς να αναφέρει ότι το διάγραμμα trellis αποτελεί επανάληψη του διαγράμματος καταστάσεων στον άξονα του χρόνου. Στο παρακάτω σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται το διάγραμμα trellis που αντιστοιχεί στο παράδειγμά μας. Με βέλη διακεκομμένα συμβολίζονται οι μεταβάσεις προκαλούνται λόγω εισόδου ένα (1) και με συνεχόμενα βέλη οι μεταβάσεις που προκαλούνται λόγω εισόδου μηδέν (0). [1,2,3,5,10].



Εικόνα 3.4 Διάγραμμα Trellis

3.1.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

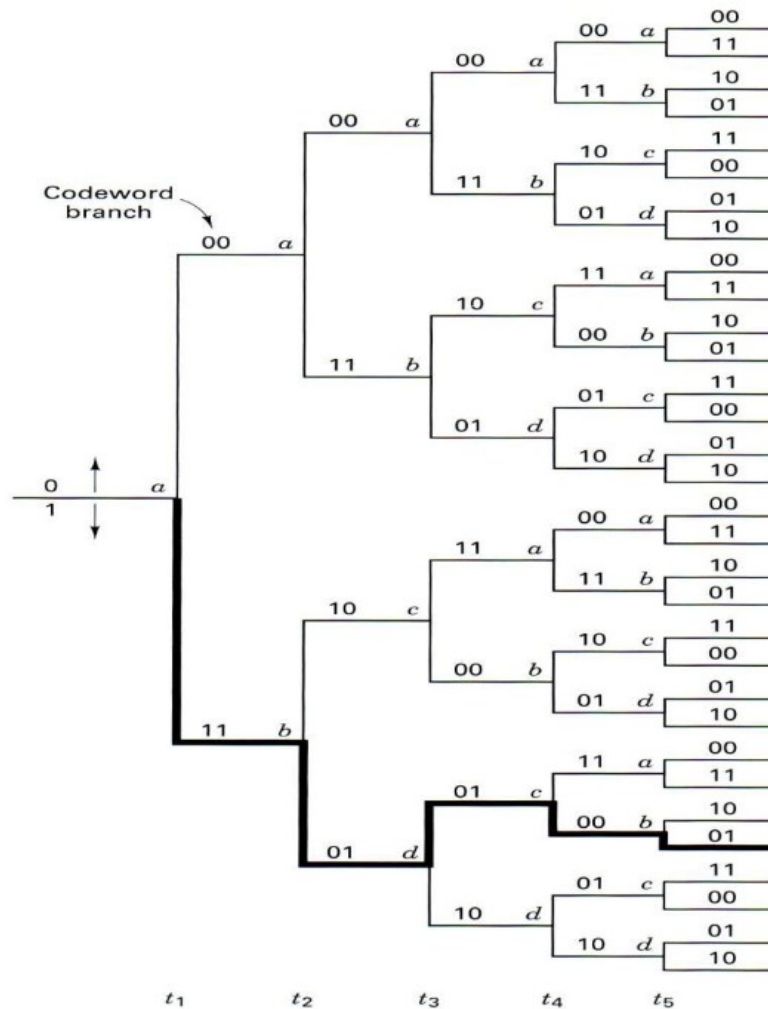
Στο διάγραμμα καταστάσεων αναπαρίσταται όλη η πληροφορία για τη λειτουργία του κωδικοποιητή. Κάθε κύκλος αναπαριστά μια πιθανή κατάσταση του κωδικοποιητή και μέσα σε αυτόν αναγράφεται η τιμή των στοιχείων μνήμης. Από κάθε κατάσταση ο κωδικοποιητής μπορεί να μεταβεί σε δύο πιθανές καταστάσεις καθώς και δύο είναι οι πιθανές καταστάσεις από τις οποίες μπορεί να μεταβεί σε μια συγκεκριμένη κατάσταση. Με συνεχόμενη γραμμή αναπαρίστανται οι μεταβάσεις όταν η είσοδος είναι 0 και με διακεκομμένη αυτές για είσοδο 1. Οι τιμές που αναγράφονται πάνω στις μεταβάσεις είναι οι τιμές των δύο εξόδων του κωδικοποιητή που αντιστοιχούν στη συγκεκριμένη μετάβαση.



Εικόνα 3.5 Διάγραμμα καταστάσεων

3.1.3 ΔΕΝΔΡΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ

Αν ξεκινήσουμε από την ρίζα του δέντρου, σε κάθε βήμα της κωδικοποίησης, προχωράμε προς τα δεξιά και πάνω εάν είναι μηδέν (0) η είσοδος του κωδικοποιητή ή δεξιά και κάτω εάν είναι ένα (1) η είσοδος του κωδικοποιητή. Επιπλέον, σε κάθε κόμβο του δέντρου αναγράφεται η τρέχουσα κατάσταση του κωδικοποιητή. Σε κάθε κλαδί του δέντρου αναγράφεται η λέξη εξόδου, η οποία είναι αποτέλεσμα της παραγωγής από τον κωδικοποιητή κατά την συγκεκριμένη μετάβαση



Εικόνα 3.6 Δενδρικό διάγραμμα

3.2 ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΛΑΘΩΝ

Η κωδικοποίηση διαύλου αποτελεί ένα αδιαμφισβήτητο εργαλείο στα σύγχρονα συστήματα επικοινωνιών που διέπονται από αυστηρούς περιορισμούς της ισχύος και του εύρους ζώνης. Όπως έγινε ξεκάθαρο από τον Shannon το 1948, μπορούν να επιτευχθούν μεγάλα κέρδη κωδικοποίησης, για δεδομένη φασματική απόδοση, με την κωδικοποίηση της ακολουθίας πληροφορίας σε μεγάλα κομμάτια (blocks).

Το μέγιστο κέρδος κωδικοποίησης για δεδομένο ρυθμό και μεγάλα κομμάτια (blocks) φράσσεται από το όριο χωρητικότητας που δίνεται από τον Shannon. Με βάση τη δουλειά του Shannon, πολλοί μηχανικοί

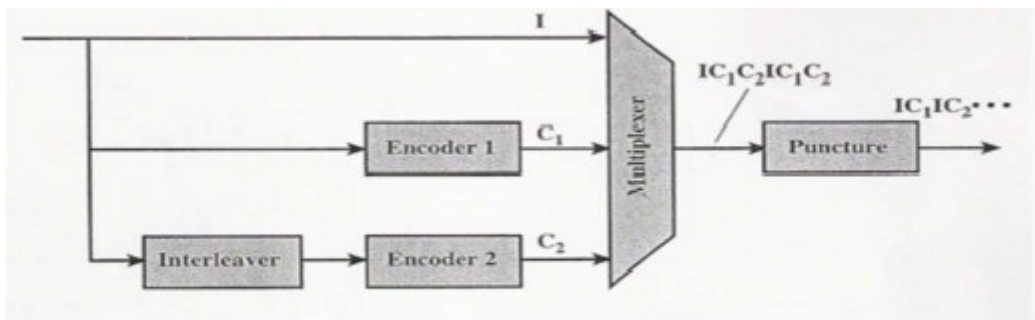
επικοινωνιών στην προσπάθεια να επιτύχουν ρυθμό μετάδοσης κοντά στο όριο του Shannon με υλοποιήσιμη πολυπλοκότητα, ανέπτυξαν πολυάριθμα σχήματα κωδικοποίησης για ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών. Τα τελευταία πενήντα χρόνια έχει επιτευχθεί μεγάλη πρόοδος στην εφαρμογή τεχνικών κωδικοποίησης ελέγχου-διόρθωσης λαθών στις ψηφιακές επικοινωνίες και στα αποθηκευτικά συστήματα. Η πρόοδος που σημειώθηκε στο σχεδιασμό πρακτικών συστημάτων μείωσε το χάσμα που υπήρχε μεταξύ της πραγματικής απόδοσης των συστημάτων και της χωρητικότητας του διαύλου. Οι εφαρμογές αυτές εστιάζονται στους παρακάτω τομείς: διαστημικές και δορυφορικές επικοινωνίες, μετάδοση δεδομένων, αποθήκευση δεδομένων, μετάδοση ψηφιακού ήχου και εικόνας, κινητές επικοινωνίες και μεταφορά αρχείων. Συγκεκριμένα, οι βαθμίδες που προστίθενται στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα είναι ο κωδικοποιητής και ο αποκωδικοποιητής διαύλου. Ο κωδικοποιητής προσθέτει συστηματικά ψηφία (bits) στα ψηφία που έχουν πληροφοριακό περιεχόμενο. Τα πρόσθετα αυτά ψηφία, αν και δεν περιέχουν πληροφορία, δίνουν τη δυνατότητα στον αποκωδικοποιητή να ανιχνεύει ή και να διορθώνει σφάλματα μετάδοσης που έχουν προκύψει κατά τη μετάδοση του σήματος. Με το τρόπο αυτό μειώνεται η πιθανότητα λάθους κατά τη μετάδοση. Επίσης η κωδικοποίηση μπορεί να χρησιμοποιείται για καλύτερη χρησιμοποίηση της χωρητικότητας του διαύλου.

Πριν από δέκα χρόνια, ο Berrou, ο Glavieux και ο Thitimajshima εισήγαγαν μια νέα προσέγγιση στην κωδικοποίηση διόρθωσης λαθών που έφερε επανάσταση στη θεωρία και στις τεχνικές κωδικοποίησης. Ανακάλυψαν ένα ψηφιακό σχήμα κωδικοποίησης που μπορούσε να παρέχει εικονικά αλάνθαστες επικοινωνίες σε μεγαλύτερους ρυθμούς δεδομένων και αποδόσεις μεταδιδόμενης ισχύος από ότι θεωρούσαν δυνατόν οι ειδικοί. Το σχήμα που ανακάλυψαν, το οποίο ονομάστηκε κώδικες turbo (turbo codes) σε αναλογία με τη μηχανή turbo και την αποτελεσματική χρήση της ανατροφοδότησης, οδήγησε σε τεχνικές κωδικοποίησης οι οποίες προσεγγίζουν τα απόλυτα όρια απόδοσης. Η καινούρια τάξη κωδικών αποτελεί σημαντική επιλογή για τα ασύρματα συστήματα τρίτης γενιάς και συγκεκριμένα χρησιμοποιείται από τα συστήματα UMTS (Universal Mobile Telecommunications Systems) και τα κυψελωτά

συστήματα τρίτης γενιάς cdma2000. Οι διαφορετικοί τύποι των κωδικοποιητών και αποκωδικοποιητών turbo στηρίζονται στη συνελικτική κωδικοποίηση. Στο σχήμα απεικονίζεται ένας κωδικοποιητής turbo, ο οποίος αποτελείται από δύο όμοιους κωδικοποιητές. Ο πρώτος κωδικοποιητής (encoder 1) δέχεται μια ακολουθία ψηφίων εισόδου και παράγει για κάθε εισερχόμενο ψηφίο ένα ψηφίο ελέγχου C1 (check bit). Η είσοδος στο δεύτερο κωδικοποιητή (encoder 2) είναι μια

αναδιατεταγμένη εκδοχή της ακολουθίας ψηφίων εισόδου, παράγοντας έτσι μία ακολουθία ψηφίων ελέγχου C2. Τα αρχικά ψηφία εισόδου σε συνδυασμό με τα δύο ψηφία ελέγχου πολυπλέκονται στη συνέχεια και παράγουν την ακολουθία 11C11C211C12C22..., η οποία αποτελείται από το πρώτο ψηφίο εισόδου που ακολουθείται από το πρώτο του πρώτου κωδικοποιητή, που ακολουθείται από το πρώτο

ψηφίο του δεύτερου κωδικοποιητή, κ.ο.κ. Η τελική ακολουθία έχει ρυθμό κωδικοποίησης $1/3$. Λαμβάνοντας μόνο τα μισά από τα ψηφία ελέγχου, εναλλάσσοντας τις εξόδους των δύο κωδικοποιητών μπορεί να επιτευχθεί ρυθμός κωδικοποίησης $1/2$. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται διάτρηση (puncturing). Οι ρυθμοί κωδικοποίησης $1/3$ και $1/2$ συναντώνται στα συστήματα τρίτης γενιάς.



Εικόνα 3.7 Puncturing

4 ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΣΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ.

Συνελικτικός κώδικας με τεχνική αφαίρεσης bit (puncturing)

Παράδειγμα συνελικτικής κωδικοποίησης με χρήση του puncturing pattern [1 1 1 0 0 1].

ΣΚΟΠΟΣ ΚΩΔΙΚΑ

Το puncturing pattern [1 1 1 0 0 1] σημαίνει ότι στην έξοδο του κωδικοποιητή σε κάθε ομάδα των 6 bit, τα bits #4 και #5 δεν στέλνονται. Γι' αυτόν τον λόγο, στην είσοδο του αποκωδικοποιητή σε κάθε ομάδα των 4 bits πρέπει να εισαγάγουμε 2 bits στις θέσεις #4 και #5 που έχουν τιμή 0, αφού δεν έχουμε καμία πληροφορία γι' αυτά τα bits εξόδου από τον κωδικοποιητή.

Στο Matlab, η δημιουργία κωδικοποιητών με διαδικασία puncturing γίνεται εύκολα, σύμφωνα με τον κώδικα που ακολουθεί. Όπως αναμένεται, το ίδιο puncturing pattern εισάγεται στη συνάρτηση convenc, καθώς και στη vitdec.

```
clear;
len = 150;
msg = randi([0 1], len, 1); % Random data
t = poly2trellis(7, [133 171]); % Define trellis.
punctcode = convenc(msg, t, [1 1 1 0 0 1]); % Length is (2*len)*2/3.
tcode = 1-2*punctcode; % Map "0" bit to 1 and "1" bit to -1
% Decode the punctured code
decoded = vitdec(ncode, t, 96, 'trunc', 'unquant', [1 1 1 0 0 1]);
[numErrP, berP] = biterr(decoded, msg); % Bit error rate is 0 as expected
```

Δημιουργία δύο συναρτήσεων, `encode.m` και `decode.m`, με παραμέτρους εισόδου τα bits πληροφορίας στο διάνυσμα `msg` και την παράμετρο `CodingRate`, η οποία καθορίζει τον ρυθμό κωδικοποίησης, που να μετατρέπουν έναν συνελκτικό κωδικοποιητή με ρυθμό $\frac{1}{2}$, $L=7$ και πολωνυμική περιγραφή [171, 133] σε κωδικοποιητές με ρυθμό $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$ με τη διαδικασία του `puncturing`.

Η συνάρτηση `encode.m` δίνεται από τον κώδικα:

```
function code=encode(msg,CodingRate)
ConstraintLength=7;
g0=171;
g1=133;
CodeGenerator=[g0 g1];
trellis=poly2trellis(ConstraintLength,CodeGenerator);
tcode=convenc(msg,trellis);
switch CodingRate
case '1/2'
code = tcode;
%puncpat=[1 1];
case '2/3'
punctcode = tcode;
punctcode(4:4:end)=[];
code = punctcode;
%puncpat=[1 1 1 0];
case '3/4'
punctcode = tcode;
punctcode(4:6:end)=[];
punctcode(4:5:end)=[];
code = punctcode;
%puncpat=[1 1 1 0 0 1];
end
```

Και η συνάρτηση `decode.m` δίνεται από τον κώδικα:

```
function decoded=decode(code,CodingRate)
ConstraintLength=7;
g0=171;
g1=133;
CodeGenerator=[g0 g1];
len = length(code);
switch CodingRate
case '1/2'
nicode = code;
%puncpat=[1 1];
case '2/3'
nicode = zeros(4*len/3,1); % Zeros represent inserted data.
nicode(1:4:end) = code(1:3:end); % Write actual data.
nicode(2:4:end) = code(2:3:end); % Write actual data.
nicode(3:4:end) = code(3:3:end); % Write actual data.
%puncpat=[1 1 1 0];
case '3/4'
nicode = zeros(3*len/2,1); % Zeros represent inserted data.
nicode(1:6:end) = code(1:4:end); % Write actual data.
nicode(2:6:end) = code(2:4:end); % Write actual data.
nicode(3:6:end) = code(3:4:end); % Write actual data.
nicode(6:6:end) = code(4:4:end); % Write actual data.
%puncpat=[1 1 1 0 0 1];
end
trellis=poly2trellis(ConstraintLength,CodeGenerator);
tblen=5*ConstraintLength;
decoded=vitdec(nicode,trellis, tblen, 'trunc', 'unquant');
```


Η σωστή λειτουργία του κωδικοποιητή-αποκωδικοποιητή μπορεί να ελεγχθεί εύκολα με τον κώδικα που ακολουθεί:

```
clear;
CodingRate='3/4';
len = 150;
msg = randi([0 1], len, 1); % Random data
encoded=encode(msg,CodingRate);
tcode = 1-2*encoded; % Map "0" bit to 1 and "1" bit to -1
% Decode the punctured code
decoded = decode(tcode,CodingRate);
[numErrP, berP] = biterr(decoded, msg) % Bit error rate
το οποίο επιστρέφει:
numErrP = 0
berP = 0
```

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Όπως αναμενόταν, εξαιτίας απουσίας θορύβου στο σήμα λήψης, ο αριθμός των λανθασμένων bits είναι μηδέν.

Συνελικτικός κωδικοποιητής με $L=3$ και πολυωνυμική περιγραφή [6, 7]. Με διαμόρφωση 2-PAM και AWGN με SNR ανά bit ίσο με 3dB. Υπολογισμός BER με τους εξής τρεις τρόπους:

1. Αποκωδικοποίηση HD.
2. Αποκωδικοποίηση SD με 8 διακριτές τιμές εισόδου.
3. Αποκωδικοποίηση SD με πραγματικές τιμές εισόδου.

ΣΚΟΠΟΣ ΚΩΔΙΚΑ

Ο παρακάτω κώδικας Matlab κωδικοποιεί τυχαία δεδομένα και προσθέτει θόρυβο με SNR = 3dB. Παρατηρούμε ότι, λόγω της συνάρτησης vitdec, η αντιστοιχία bit σε πλάτος είναι η εξής: bit «0» σε πλάτος 1 και bit «1» σε πλάτος -1 (δηλαδή το αντίθετο από τη συνηθισμένη απεικόνιση 2-PAM). Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση vitdec, αποκωδικοποιούμε τα σύμβολα λήψης με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

Η έξοδος της convenc δεν έχει τους ίδιους τύπους δεδομένων, τους οποίους δέχεται σαν δεδομένα εισόδου η vitdec. Συνεπώς, είναι απαραίτητο να γίνει κατάλληλος χειρισμός των δειγμάτων λήψης από το κανάλι, πριν γίνει εμπλοκή της vitdec (ανάλογα με τις παραμέτρους με τις οποίες καλείται η vitdec). Τέλος, οι υπολογισμοί για το BER λαμβάνουν υπόψη την καθυστέρηση την οποία επιφέρει ο τρόπος λειτουργίας 'cont' της συνάρτησης vitdec.

```
%Encode data bits
trell = poly2trellis(3,[6 7]); %Define trellis
msg = randi([0 1],1000,1); %Random data
code = convenc(msg,trell); %Encode
tblen = 5; % Traceback length
%Map "0" bit to 1.0 and "1" bit to -1.0. Also add AWGN.
ucode = real(awgn(1-2*code, 3, 'measured'));
%3 is the SNR value in dB.
%Hard decision decoding using binary inputs
hcode = ucode<0;
decoded1 = vitdec(hcode,trell,tblen,'cont','hard');
```

```

%Soft decision decoding with quantized inputs
[x,qcode] = quantiz(ucode, [-.75 -.5 -.25 0 .25 .5 .75], 7:-1:0);
%Values in qcode are between 0 and 2^3-1.
decoded2 = vitdec(qcode',trel,tblen,'cont','soft',3);
%Soft decision decoding using unquantized inputs
decoded3 = vitdec(ucode,trel,tblen,'cont','unquant');
%Compute bit error rates, using the fact that the decoder
%output is delayed by tblen symbols.
[n1,r1] = biterr(double(decoded1(tblen+1:end)),msg(1:end-tblen));
[n2,r2] = biterr(decoded2(tblen+1:end)',msg(1:end-tblen));
[n3,r3] = biterr(decoded3(tblen+1:end),msg(1:end-tblen));
disp(['The bit error rates are: ',num2str([r1 r2 r3])])

```

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

The bit error rates are: 0.064322 0.020101 0.01608

Από τα οποία παρατηρούμε ότι η καλύτερη επίδοση δίνεται από την υλοποίηση του αλγορίθμου Viterbi με πραγματικές τιμές εισόδου και η χειρότερη προκύπτει από τη δυαδική αποκωδικοποίηση με χρήση της απόστασης Hamming στον υπολογισμό των μετρικών διαδρομής.

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΥΝΕΛΙΚΤΙΚΟΥ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗ ΚΑΙ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗ VITERBI

ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

```
t = poly2trellis([4 3],[4 5 17;7 4 2]); //Ορισμος ενος δενδρου trellis  
x = ones(100,1);  
code = convenc(x,t);
```

ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

```
tb = 2; //Ορισμος μηκους ανιχνευσης προς τα πισω  
decoded = vitdec(code,t,tb,'trunc','hard'); //Αποκωδικοποιηση  
isequal(decoded,ones(100,1))
```

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΝΟΣ ΚΩΔΙΚΑ 2/3 ΓΙΑ ΨΗΦΙΑΚΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ 16-QAM ΚΑΙ ΚΑΝΑΛΙ AWGN

```

M = 16;
k = log2(M);
dataIn = randi([0 1],100000,1);
tPoly = poly2trellis([5 4],[23 35 0; 0 5 13]);
codeRate = 2/3;
codeword = convenc(dataIn,tPoly); //Κωδικοποίηση εισοδου
codewordMat = reshape(codeword,length(codeword)/k,k); // Μετατροπη του διανύσματος codeword σε
πινακα με k στηλες
txSym = bi2de(codewordMat); //Μετατροπη καθε σειρας ψηφιων του πινακα σε δεκαδικο (από 0 εως
2^M-1)
txSig = qammod(txSym,M); //Δημιουργια των QAM συμβολων
EbNo = 10; // Ορισμος του Eb/N0
snr = EbNo + 10*log10(k*codeRate); //Υπολογισμος του SNR
rxSig = awgn(txSig,snr,'measured'); // Μετάδοση των συμβόλων QAM μέσα από το κανάλι demodSig =
qamdemod(rxSig,M); //Αποδιαμόρφωση
demodSigMat = de2bi(demodSig,k); //Μετατροπή δεκαδικών σε ψηφιακές σειρές demodSigBinary =
demodSigMat(:); //Μετατροπή του πίνακα σε διάνυσμα
traceBack = 16; //Ορισμος μηκους ανιχνευσης προς τα πισω
dataOut = vitdec(demodSigBinary,tPoly,traceBack,'cont','hard'); //Αποκωδικοποιηση Viterbi decDelay =
2*traceBack; //Υπολογισμος καθυστερησης
[numErrors,ber] = biterr(dataIn(1:enddecDelay),dataOut(decDelay+1:end)) //Υπολογισμος αριθμου
λαθων (numErrors) και BER (ber)
berUncoded = berawgn(EbNo,'qam',M); //Υπολογισμος BER της περίπτωσης ΧΩΡΙΣ κωδικοποίηση
(berUncoded) berUncoded/ber // Υπολογισμος του ποσες φορες είναι καλύτερο το BER οταν
χρησιμοποιούμε κωδικοποίηση

```

5. ΣΥΝΟΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία φτιάξαμε ένα σύντομο θεωρητικό κεφάλαιο για την κωδικοποίηση καναλιού και για τους συνελικτικούς κώδικες και τον τρόπο λειτουργίας τους.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication”, Bell System Technical Journal. 27:379-423 (Part I) and 623-656 (Part II), July and October 1948.
- [2] J. T. Coffey, and R.M. Goodman, “Any code of which we cannot think is good,” IEEE Transaction on Information Theory, IT-36 (6): 1453–1461, November 1990.
- [3] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, “Near Shannon limit error correcting coding and decoding; turbo codes,” in Proceedings of IEEE International Conference on Communications, pp. 1064-1070, Geneva, May 1993
- [4] J. Hagenauer and M. Winklhofer, “The analog decoder,” in Proceedings of

- IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT98), p.145, 16-21, Boston, USA, August 1998.
- [5] A. Demosthenous and J. Taylor. “A 100-Mb/s 2.8-V CMOS current-mode analog Viterbi decoder.” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 7, pp: 904–910, July 2002.
- [6] Hyongsuk Kim, Hongrak Son, T. Roska, and L. O. Chua. “Very high speed Viterbi decoder with circularly connected analog CNN cell array.” in *Proceedings of the International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '04)*, 3:III, pp:97–100, May 2004.
- [7] Xiao-An Wang and S. B. Wicker. “An artificial neural net Viterbi decoder.” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, no. 2, pp: 165–171, February 1996.
- [8] Alexandre Graell i Amat, Sergio Benedetto, Guido Montorsi, Daniele Vogrig, Andrea Neviani, and Andrea Gerosa. “An analog Turbo decoder for the UMTS standard.” in *Proceedings of the International Symposium on Information Theory*, 2004.
- [9] M. Perenzoni, A. Gerosa, and A. Neviani. “Analog CMOS implementation of Gallager’s iterative decoding algorithm applied to a block Turbo code.” in the *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '03)*, vol. V, pp: V – 813–816, May 2003.
- [10] M. Moerz, A. Schaefer, and E. Offer. “Analog decoding of high rate tailbiting codes using the dual trellis.” in *Proceedings of the International Symposium on Information Theory*, pp: 331, June 2001.
- [11] F. Gioulekas, M. Birbas, A. Birbas, and G. Billionis, “A High-Speed Analog Turbo Decoder with Low-Energy Consumption,” in *Proceedings of the IEEE International Symposium on Communications and Information Technologies 2004*
- [12] J.Wiley “*Elements of Information Theory*” 2006.
- [13] Μ.Παρασκευάς “*Σήματα και συστήματα με MATLAB*” 2018.
- [14] Μ.Παρασκευάς “*Σήματα και συστήματα συνεχούς χρόνου με MATLAB*” 2014.
- [15] A. J. Viterbi, “Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-13, pp: 260–269, 1967.
- [16] R. Hamming, “Error Detecting and Error Correcting Codes,” *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 29, pp: 147160, 1950.

- [17] R. C. Bose and D. K. Ray-Chaudhuri, “On a Class of Error Correcting Binary Group Codes,” *Information Control*, vol. 3, pp: 68-79, March 1960.
- [18] J. G. Proakis. *Digital Communications*. 4th edition, McGraw-Hill, 2001.
- [19] J. Kaza and C. Chakrabarti. “Design and implementation of low energy Turbo decoders.” *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol.12, no.9, pp: 968–977, September 2004.
- [20] M. Bickerstaff, D. Garrett, T. Prokop, C. Thomas, B. Widdup, G. Zhou, C. Nicol, and R.-H. Yan. “A unified Turbo / Viterbi channel decoder for 3GPP mobile wireless in 0.18 μ m CMOS.” in *Proceedings of the IEEE International Solid State Circuits Conference (ISSCC’02)*, pp: 90– 91, February 2002.